

Aufgabenvariation – Eine Analyse im Spannungsfeld zwischen Routineaufgaben und Problemen

Man kann mathematische Aufgaben in Routineaufgaben und Probleme unterscheiden. Bei Ersteren ist den Bearbeiter*innen eine Methode zur Lösung der Aufgabe bekannt, bei Letzteren hingegen nicht. Die Grenze zwischen beiden Aufgabentypen lässt sich nicht in jedem Fall scharf ziehen, aber die Extremfälle sind evident (Pólya, 1980, S. 4). Zudem ist es personenabhängig, ob es sich bei einer gegebenen Aufgabe um eine Routineaufgabe oder ein Problem handelt (Dörner, 1979). Pólya (1980, S. 4) betont, dass die Kenntnis über diese Unterscheidung für Lehrer*innen besonders wichtig sei, weil Probleme im Gegensatz zu Routineaufgaben zur geistigen Entwicklung der Schüler*innen beitragen können.

Ergänzend zum Problemlösen versteht man unter der Tätigkeit des Problem Posings das Generieren neuer sowie das Reformulieren gegebener Routineaufgaben und Probleme (Silver, 1994, S. 19). Ein systematisches Review von Studien zum Problem Posing (Baumanns & Rott, im Review) hat ergeben, dass der Begriff *Problem Posing* für substanziiell verschiedene Situationen verwendet wird. Im Review wurde herausgestellt, dass die Unterscheidung zwischen dem Aufwerfen von Routineaufgaben (*Routine Problem Posing*) und dem Aufwerfen von Problemen (*Non-Routine Problem Posing*) nicht nur beim Problemlösen, sondern auch beim Problem Posing fruchtbar ist (ebd.).¹ Die im deutschsprachigen Raum insb. durch Schupp (2002) bekannt gemachte Aufgabenvariation ist eine Form des Problem Posings, bei der stets eine Initialaufgabe variiert wird. Hierfür stellt Schupp präskriptiv 24 Strategien wie „geringfügig ändern“, „verallgemeinern“ oder „analogisieren“ bereit, die eine lernwirksame und zielgerichtete Variation von Initialaufgaben im Unterricht begünstigen sollen. In Schupps Buch *Thema mit Variation* finden sich sowohl Initialaufgaben, die das Aufwerfen von Routineaufgaben induzieren, als auch Initialaufgaben, die das Aufwerfen von Problemen induzieren. Um mögliche Zusammenhänge zwischen beiden Aufgabentypen beim Problem Posing zu untersuchen und die Güte der begrifflichen Unterscheidung von Problem-Posing-Situationen in *Routine Problem Posing* und *Non-Routine Problem Posing* zu testen, wird in diesem Beitrag die entwickelte Terminologie auf Schupps (2002) Initialaufgaben und Variationen angewendet.

¹ Zudem wurde herausgestellt, dass einige Situationen, die als Problem Posing bezeichnet werden, das konstruieren von Kontexten induzieren (*Context Providing Task*) oder Charakteristika von Umkehraufgaben (*Reversed Task*) aufzeigen. Beiden Aufgabentypen wurde attestiert, dass es sich bei ihnen nicht um Problem-Posing-Situationen handelt.

Forschungsdesign

Drei Forschungsfragen standen bei der Analyse im Fokus:

1. Inwieweit gelingt eine objektive Kodierung der Initialaufgaben und Variationen aus Schupps (2002) *Thema mit Variation in Routineaufgaben und Probleme*?
2. Welche relativen Anteile der Initialaufgaben und Variationen sind *Routineaufgaben* bzw. *Probleme*?
3. Inwieweit legt die Kodierung bedeutungstragende Unterschiede von Problem-Posing-Situationen offen?

Als Datensatz wurden der Analyse alle 68 Initialaufgaben sowie deren 693 Variationen aus Schupp (2002) zugrunde gelegt. Zur Beantwortung der ersten Frage wurden 10 (bzw. 14,7 %) Situationen aus Schupp (2002) von einer zweiten Raterin kodiert. Mit einem Cohens Kappa von $\kappa = 0,6308$ liegt eine gute Interrater-Übereinstimmung vor. Die Einschätzung, ob es sich bei den Aufgaben um Routineaufgaben oder Probleme handelt, ist mit hinreichender Sicherheit objektiv.

Zur Beantwortung der zweiten Forschungsfrage wurden alle 68 Initialaufgaben aus Schupp (2002) als Routineaufgabe oder Problem kodiert. Für diese Einschätzung wurden die Schulkenntnisse der vermuteten Zielgruppe als bekannt vorausgesetzt. Unsicher entscheidbare Grenzfälle oder zieloffene Initialaufgaben, deren Fragestellung nicht eindeutig lösbar ist („Welche Besonderheiten weist [das Dürer-Quadrat] auf?“ (ebd., S. 133)), wurden als Zweifelsfall kodiert. Zudem wurden alle 693 Variationen als Routineaufgabe, Problem oder Zweifelsfall vor dem Hintergrund der bereits gelösten Initialaufgabe kodiert. Für die Kodierung wurden die von Schupp zumeist offengelegten Lösungshinweise herangezogen. Anschließend wurden beide Kodierungen aufeinander bezogen: Welcher Anteil der Variationen von Initialaufgaben, die als Routineaufgabe kodiert wurden, wurde als Routineaufgabe, als Problem oder als Zweifelsfall kodiert? Ebenso wurden die Anteile der Variationen der Initialaufgaben, die als Problem bzw. als Zweifelsfall kodiert wurden, untersucht.

Für die dritte Forschungsfrage wird anhand zweier Situationen exemplarisch untersucht, ob durch die Unterscheidung der Initialaufgaben und Variationen in Routineaufgaben und Probleme ein bedeutungstragender Unterschied zwischen den Situationen ausgemacht werden kann.

Analyse

Die Analyse der Artikel des Reviews (s. o.) hat ergeben, dass Variationen von Routineaufgaben eher Routineaufgaben und – analog – Variationen von

Problemen eher Probleme sind. Dies ist bei Schupp (2002) anders, weshalb wir exemplarisch zwei Situationen vorstellen, bei denen die Aufgabentypen der Initialaufgabe und ihrer Variationen verschieden sind: In Anhang 34 (Schupp, 2002, S. 173 ff.) wird die Initialaufgabe gestellt: „Wie viele Umdrehungen macht der Sekundenzeiger einer Uhr an einem Tag?“ Diese Initialaufgabe wurde als Routineaufgabe (Initialroutineaufgabe) kodiert. Anschließend werden unter anderem folgende Variationen aufgeworfen: „Wie oft stehen Stunden- und Minutenzeiger an einem Tag genau übereinander?“ oder „Gibt es eine Uhrzeit, bei der die drei Zeiger den Vollwinkel gleichmäßig aufteilen?“ Diese Variationen wurden als Probleme kodiert. Dieses Beispiel zeigt auf, wie eher gehaltlos anmutende Routineaufgaben zu reichhaltigen Problemen reformuliert werden können.

In Anhang 9 (ebd., S. 82 ff.) wird die folgende Initialaufgabe gestellt: „66 l Apfelsaft werden in $\frac{1}{2}$ -l-Flaschen und $\frac{3}{4}$ -l-Flaschen abgefüllt. Es sollen dreimal so viel $\frac{3}{4}$ -l-Flaschen wie $\frac{1}{2}$ -l-Flaschen benutzt werden. Wie viele Flaschen sind es von jeder Sorte?“ Diese Initialaufgabe wurde als Problem (Initialproblem) kodiert. Variationen dieser Aufgabe lauten unter anderem: „Ein Getränkevertrieb braucht 400 $\frac{1}{2}$ -l-Flaschen und 200 $\frac{3}{4}$ -l-Flaschen Apfelsaft. Wie viele l sind das insgesamt?“ oder „Man möchte [bei gleicher Ausgangssituation] möglichst wenig Flaschen benutzen. Mit wie vielen kommt man aus?“ Diese Variationen wurden als Routineaufgaben kodiert. Hier wird offenbar, dass aus Problemen unter anderem deshalb Routineaufgaben konstruiert werden, um den Zugang zum Initialproblem zu erleichtern.

Initialaufgaben	Probleme 61,8 %			Routineaufgaben 22,1 %			Zweifelsfälle 16,2 %						
Variationen	Probleme 76,6 %			Routineaufgaben, 19,3 %	Zweifelsfälle 4,1 %	Probleme, 57,3 %		Routineaufgaben, 31,2 %	Zweifelsfälle 11,5 %	Probleme 53,8 %		Routineaufgaben, 23,1 %	Zweifelsfälle 23,1 %

Abbildung 1: Relative Anteile der Aufgabentypen innerhalb der Initialaufgaben ($n = 68$) und Variationen ($n = 693$); Angaben der Variationen sind auf die Initialaufgabekategorien normiert

Es wurden 42 (bzw. 61,8 %) der 68 Initialaufgaben als Initialprobleme und 15 (22,1 %) als Initialroutineaufgaben kodiert. Weitere 11 (16,2 %) wurden als Zweifelsfall kodiert. Ähnliche relative Anteile ergeben sich für die Variationen: 68,7 % derer wurden als Probleme, 22,5 % als Routineaufgaben und 8,8 % als Zweifelsfälle kodiert. Die relativen Anteile der Variationen einzelner Initialaufgabentypen können Abbildung 1 entnommen werden. Es zeigt sich vor allem, dass ein Großteil (76,6 %) der Variationen von

Initialproblemen wieder Probleme sind. Auch bei den Variationen der Initialroutineaufgaben und Zweifelsfälle wurden über die Hälfte als Probleme kodiert. Insgesamt zeigt sich, dass sowohl bei den Initialaufgaben als auch bei den Variationen Probleme im Vergleich zu den anderen Aufgabentypen überrepräsentiert sind (vgl. Abbildung 1).

Diskussion

Die Kodierung legt offen, dass Schupps Fokus bei der Aufgabenvariation auf Problemen liegt, was er zu Beginn auch expliziert (2002, S. 5). Auch wenn ein Fünftel der Initialaufgaben und Variationen Routineaufgaben sind, dann erleichtern diese meist den Zugang zum Initialproblem oder stellen analoge Aufgaben bzw. Spezialfälle dar. Der Anteil der kodierten Zweifelsfälle zeigt zudem, dass bei einem erwähnenswerten Anteil der Aufgaben nicht eindeutig zwischen Routineaufgabe und Problem differenziert werden kann. Dies ist jedoch eher auf die Eigenschaften der Aufgaben als auf das Kodierschema zurückzuführen. Etwaige Abweichungen zwischen den Ratern innerhalb des Kodierschemas treten insbesondere durch die unterschiedliche Einschätzung auf, welches Vorwissen die Schüler*innen für die jeweilige Initialaufgabe besitzen.

Die beiden vorgestellten Beispiele unterstreichen, dass durch die Unterscheidung der Initialaufgaben und Variationen zwischen Routineaufgaben und Problemen charakteristische Unterschiede der Situationen ausgemacht werden können. Es wird deutlich, dass das Aufwerfen von Routineaufgaben (*Routine Problem Posing*) zielanders ist als das Aufwerfen von Problemen (*Non-Routine Problem Posing*). Als mögliche Konsequenz dieser Verschiedenheit folgt, dass sich die didaktischen Ziele beider Tätigkeiten innerhalb des Aufgabenvariierens voneinander unterscheiden.

Literatur

- Baumanns, L. & Rott, B. (im Review). Is problem posing about posing „problems“? A terminological framework for research into problem posing and problem solving. In I. Gebel, A. Kuzle & B. Rott (Hrsg.), *Proceedings of the 2018 Joint Conference of ProMath and the GDM Working Group on Problem Solving*. Münster: WTM.
- Dörner, D. (1979). *Problemlösen als Informationsverarbeitung* (2. Aufl.). Stuttgart: Kohlhammer.
- Pólya, G. (1980). Wie lehren wir Problemlösen? Übersetzt aus dem Englischen von Rüdiger Baumann. *Mathematiklehrer*, 1, 3–5.
- Schupp, H. (2002). *Thema mit Variationen. Aufgabenvariationen im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.