

Urne versus Glücksrad – (Fehl-)Strategien beim Lösen von Aufgaben zum Wahrscheinlichkeitsvergleich

Am Ende der Primarstufe sollen Grundschul Kinder in der Lage sein, Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten zu vergleichen (KMK, 2005). Das heißt, Schülerinnen und Schüler sollen Wahrscheinlichkeitsvergleiche nicht auf subjektiver und intuitiver Weise, sondern anhand objektiver und quantitativer Kriterien vornehmen. Dies kann beispielsweise durch Aufgaben gefördert werden, die auf der Basis des klassischen Ansatzes nach Laplace den Vergleich der Gewinnchancen von zwei Zufallsgeneratoren erfordern (Neubert, 2016). Dabei sind sowohl Glücksrad- als auch Urnenvergleiche geeignet, bei denen aus zwei unterschiedlichen Glücksrädern (bzw. Urnen) das Glücksrad (bzw. die Urne) mit der größeren Gewinnchance ermittelt werden soll (vgl. Lindmeier & Reiss, 2014; Neubert, 2016).

In der fachdidaktischen Literatur wurden drei (Fehl-)Strategien als dominante quantitative Entscheidungsregeln identifiziert, mit denen die Grundschülerinnen und -schüler den Zufallsgenerator mit der größeren Gewinnchance auswählen (Falk, 1983; Watson, Collis, & Moritz, 1997): Sie entscheiden sich für den Zufallsgenerator, (S1) der mehr *günstigere Ergebnisse* aufweist, (S2) der weniger *ungünstige Ergebnisse* aufweist oder (S3) der eine *größere Differenz* von der Anzahl der günstigen und der Anzahl der ungünstigen Ergebnisse aufweist. Alle drei Lösungsstrategien haben gemein, dass die Anzahl der möglichen Ergebnisse unberücksichtigt bleibt, bei gleicher Anzahl an möglichen Ergebnissen bei beiden Zufallsgeneratoren aber allesamt zu richtigen Entscheidungen führen.

Außerdem konnte beobachtet werden, dass Kinder ihre Entscheidungen losgelöst von quantitativen Überlegungen fällen. So werden Farbpräferenzen, beispielsweise die Lieblingsfarbe (Jones, Long, & Finlay, 2007; Neubert, 2016), oder auch geometrischen Überlegungen zu der Anordnung der Flächen (zusammenhängend und wenig fragmentiert) und Kugeln als Entscheidungsgrundlage herangezogen (Sturm & Rolfes, 2018). Aufgrund der Ambivalenz der Befunde wurde in der vorliegenden Studie der Frage nachgegangen, ob die drei Lösungsstrategien S1, S2 und S3 identifiziert werden können bzw. wie dominant diese Strategien ggf. tatsächlich auftreten.

Methoden

An der Untersuchung nahmen 110 Schülerinnen und Schüler (davon 49 Mädchen) aus einer rheinland-pfälzischen Grundschule teil. Die Stichprobe setzte sich aus 64 Drittklässlerinnen und Drittklässlern und

46 Viertklässlerinnen und Viertklässlern zusammen. Die Testpersonen verfügten über geringe bis keine Vorkenntnisse zum Wahrscheinlichkeitsbegriff. Alle Kinder bearbeiteten insgesamt 16 Items zum Wahrscheinlichkeitsvergleich. Jeweils häufig thematisierten die Items die Zufallsgeneratoren Glücksrad und Urne, wobei bei der Itementwicklung jeweils strukturparallele Itempaare konstruiert wurden (vgl. Abbildung 1). Sowohl die Verhältnisse als auch die Anordnungen der Gewinnfelder (bzw. -kugeln) und Verlustfelder (-kugeln) wurden in den strukturparallelen Aufgabenstellungen vergleichbar gestaltet. Die Kinder mussten bei zwei Zufallsgeneratoren jeweils im Vergleich die Gewinnchance einschätzen, indem sie in einem geschlossenen Antwortformat eine der drei Antwortalternativen *A*, *B* oder *egal* ankreuzten.



Abb. 1: Strukturparalleles Itempaar zum Wahrscheinlichkeitsvergleich

Um herauszufinden, ob die Kinder konstant eine der drei Lösungsstrategien anwendeten, wurden für alle 16 Items die Nicht-Übereinstimmung der Schülerantworten mit dem für die jeweilige Lösungsstrategie zu erwartendem Antwortmuster bestimmt. Dazu wurde die Anzahl der Items pro Person ermittelt, bei denen von den Lösungsstrategien S1, S2 und S3 jeweils abgewichen wurde.

Ergebnisse

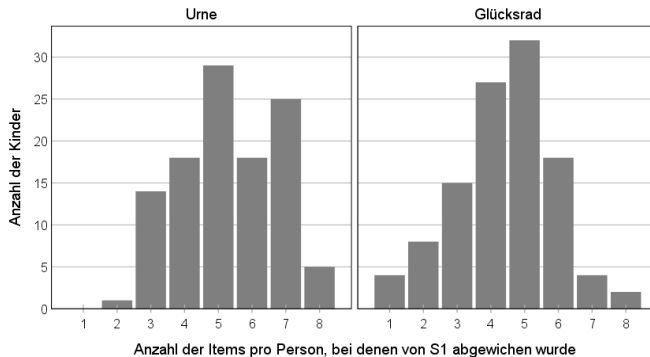


Abb. 2: Abweichung der Antwortmuster von der Lösungsstrategie S1

Im Durchschnitt wichen die Schülerantworten bei $M = 9.72$ Items ($SD = 2.27$, $95\% \text{ CI} = [9.29, 10.15]$) von der Lösungsstrategie S1 ab. Dies war mindestens bei 4 und maximal bei 14 Items pro Kind der Fall. Wie

Abbildung 2 zeigt, gab es ähnliche Resultate bei beiden Zufallsgeneratoren (Urne: $M = 5.31$ Items, $SD = 1.47$; Glücksrad: $M = 4.41$ Items, $SD = 1.47$).

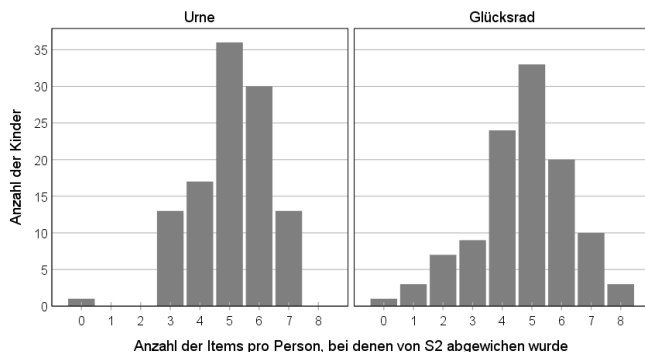


Abb. 3: Abweichung der Antwortmuster von der Lösungsstrategie S2

Mit Blick auf die Lösungsstrategie S2 zeigte sich, dass die Kinder im Durchschnitt bei $M = 9.79$ Items ($SD = 2.23$, $95\% \text{ CI} = [9.37, 10.21]$) von der Lösungsstrategie abwichen ($\text{min} = 3$ Items, $\text{max} = 15$ Items). Aus Abbildung 3 geht hervor, dass dies bei beiden Zufallsgeneratoren ähnlich beobachtbar war (Urne: $M = 5.07$ Items, $SD = 1.27$; Glücksrad: $M = 4.72$ Items, $SD = 1.59$).

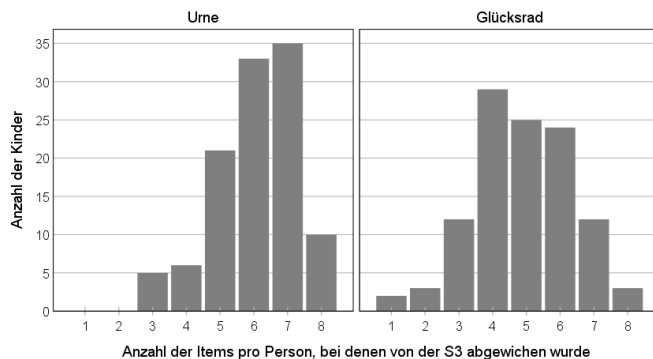


Abb. 4: Abweichung der Antwortmuster von der Lösungsstrategie S3

Von der Lösungsstrategie S3 wichen die Kinder im Durchschnitt am stärksten ab ($M = 10.95$ Items, $SD = 1.86$, $95\% \text{ CI} = [10.59, 11.30]$). Dies war mindestens bei 6 und maximal bei 15 Items pro Kind der Fall. Es liegt ebenfalls eine linksschiefe Verteilung vor (Urne: $M = 6.06$ Items, $SD = 1.23$; Glücksrad: $M = 4.88$ Items, $SD = 1.46$) (vgl. Abbildung 4).

Diskussion

Den Ergebnissen zufolge traten die drei Lösungsstrategien S1, S2 und S3 nicht konsistent und in Reinform auf. Dass die Kinder häufiger von den drei Lösungsstrategien abwichen als ihnen zu folgen, wurde sowohl beim Glücksrad als auch der Urne gleichermaßen deutlich. Dies ist ein Indiz dafür, dass die Schülerinnen und Schüler der Klassenstufen 3 und 4 unabhängig vom Zufallsgenerator ihre Entscheidung beim Wahrscheinlichkeitsvergleich auf Basis anderer bzw. komplexerer Überlegungen treffen.

Die Tatsache, dass die Kinder häufig von den Lösungsstrategien S1, S2 und S3 abwichen, lässt die Frage offen, welche Strategien die Kinder tatsächlich für ihre Entscheidungen heranziehen. Möglich wäre bei Glücksraditems ein Flächenvergleich (z. B. durch das Zusammenlegen von Flächen) oder bei Urnenitems ein Vergleich der Chancenverhältnisse (vgl. Sturm & Rolfes, 2018). Welche anderen Strategien von Grundschulkindern angewendet werden, kann auf Basis dieser Studie nicht beurteilt werden und stellt ein Forschungsdesiderat dar.

Literatur

- Falk, R. (1983). Children's choice behaviour in problematic situations. In D. R. Grey, P. Holmes, V. Barnett, & G. M. Constable (Hrsg.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (S. 714–716). Sheffield: Teaching Statistics Trust.
- Jones, F. W., Long, K., & Finlay, W. M. L. (2007). Symbols can improve the reading comprehension of adults with learning disabilities. *Journal of Intellectual Disability Research*, 51(7), 545–550. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2788.2006.00926.x>
- KMK: Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.). (2005). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. München: Luchterhand.
- Lindmeier, A., & Reiss, K. (2014). Wahrscheinlichkeitsvergleich und inferenzstatistisches Schließen. Fähigkeiten von Kindern des 4. und 6. Schuljahrs bei Basisproblemen aus dem Bereich Daten und Zufall. *Mathematica didactica*, 37, 30–60.
- Neubert, B. (2016). *Leitidee: Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit: Aufgabenbeispiele und Impulse für die Grundschule* (2. Auflage). Offenburg: Mildenerger.
- Sturm, N., & Rolfes, T. (2018). Fähigkeiten und Schwierigkeiten von Grundschulkindern und Grundschulern im Umgang mit dem Wahrscheinlichkeitsbegriff. In G. Greefrath & F. Käpnick (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2018: Beiträge zur 52. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik vom 05.–09. März in Paderborn* (S. 1779–1782). Münster: WTM.
- Watson, J. M., Collis, K. F., & Moritz, J. B. (1997). The development of chance measurement. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 60–82. <https://doi.org/10.1007/BF03217302>