

Annica BAIKER, Dortmund & Daniela GÖTZE, Siegen

Fach- und sprachintegrierte Einführung der Multiplikation in der Grundschule

Ein zentrales Ziel der Grundschule ist der Aufbau inhaltlicher Vorstellungen zur Multiplikation. Damit ist gemeint, dass die Kinder die Einsicht erwerben, dass Gruppen gleicher Größe vervielfacht werden („unitizing“ nach Lamon, 1994). Sie müssen sich bewusstwerden, dass Multiplikator und Multiplikand unterschiedliche Funktionen im multiplikativen Term übernehmen. Dieser Beitrag soll einen kurzen Einblick geben, inwiefern eine fach- und sprachintegrierte Einführung der Multiplikation die Kinder unterstützen kann, diese zentralen multiplikativen Einsichten zu erwerben.

1. Multiplikatives Denken

Multiplikativ zu denken bedeutet, einzelne Einheiten zu einer Einheit zusammenzufassen und mit mehreren dieser Einheiten zu operieren (Lamon, 1994). Studien zeigen jedoch, dass viele Grundschulkinder dieses Verständnis von gleich großen Gruppen nicht erwerben, was sich u. a. darin widerspiegelt, dass Ergebnisse von Einmaleinsaufgaben oftmals durch Rückgriff auf simple zählende oder additive Strategien ermittelt oder auswendig abgerufen werden (Ehlert et al., 2013). Für die Entwicklung von elaborierteren Ableitungsstrategien ist aber das Verständnis der Multiplikation als „unitizing“ (Lamon, 1994) fundamental. Denn um beispielsweise das Ergebnis einer einfachen Einmaleinsaufgabe zur Berechnung einer komplexeren Einmaleinsaufgabe nutzen können, müssen die Kinder in gleich großen Gruppen denken können und sich damit der Unterscheidung von Multiplikator und Multiplikand bewusst sein. Es zeigt sich jedoch, dass das Erlernen dieser Zusammenhänge für viele Kinder eine große Herausforderung darstellt (Götze, 2019). Wenn Ableitungsstrategien im Unterricht thematisiert werden, profitieren vor allem leistungsstärkere Kinder davon (Gaidoschik et al., 2018). Eine mögliche Ursache hierfür kann darin begründet liegen, dass die üblichen Versprachlichungen multiplikativer Terme durch Ausdrücke wie „3 mal 4“ oder „3 multipliziert mit 4“ diese Grundidee gleich großer Gruppen für Kinder nicht offensichtlich machen (Anghileri, 1991). In anderen Studien haben sich hingegen sogenannte bedeutungsbezogene Sprachmittel als extrem lernförderlich zur Erarbeitung inhaltlicher Vorstellungen herausgestellt (für Prozente z. B. Pöhler & Prediger, 2015). In der Multiplikation sind das diejenigen Sprachmittel, die die unterschiedliche Bedeutung von Multiplikator und Multiplikand verdeutlichen und somit der Multiplikation eine Bedeutung zukommen lassen (Götze, 2019). So wird beispielsweise $9 \cdot 3$ als

„neun Dreier“ versprachlicht. Zudem können derartige bedeutungsbezogene Versprachlichungen zum Erklären von Ableitungsstrategien genutzt werden: „Neun Dreier sind ein Dreier weniger als zehn Dreier“. Ob diese Versprachlichungen vor allem leistungsschwächeren Kindern helfen können, die Multiplikation als „unitizing“ (Lamon, 1994) zu verstehen und damit Ableitungsstrategien zu entwickeln, ist Gegenstand der in diesem Beitrag vorgestellten Studie mit folgender Forschungsfrage: Inwiefern können bedeutungsbezogene Sprachmittel dazu beitragen, dass leistungsschwächere Kinder eine Vorstellung von Multiplikation als „unitizing“ aufbauen?

2. Design

Die Mathematiklehrkräfte von drei zweiten Schulklassen ($n=79$) wurden vor der Einführung der Multiplikation fortgebildet, dass und wie sie multiplikative Zusammenhänge sprachbewusst und damit bedeutungsbezogen erarbeiten können. Ergänzend wurden die Lehrermaterialien des Schulbuches dieser Klassen um bedeutungsbezogene Versprachlichungen für den Unterrichtsdiskurs erweitert. Drei weitere zweite Klassen einer Schule aus dem gleichen Einzugsgebiet dienten als Kontrollgruppe ($n=66$). Beide Schulen arbeiteten mit dem gleichen Schulbuch („Das Zahlenbuch“). Um die Vergleichbarkeit beider Klassen zu gewährleisten, wurden die basismathematischen Fähigkeiten mit dem Basis-Math 2+ (Moser Opitz et al., 2019) erhoben. Der Test ergab, dass kein Unterschied zwischen diesen beiden zweiten Jahrgängen bezüglich ihrer allgemeinen mathematischen Fähigkeiten vorlag.

Zur Überprüfung des multiplikativen Verständnisses am Ende des zweiten Schuljahres (nach der Intervention) musste literaturbasiert ein eigener Test konzipiert werden, denn die gängigen Aufgaben in den standardisierten Tests geben nahezu keine Einblicke in ein Verständnis der Multiplikation als „unitizing“ (Lamon, 1994). Für diesen Beitrag werden nur die Ergebnisse von zwei Teilaufgaben (Multiplikationsvorstellung sowie Ableiten) herangezogen. Die Multiplikationsvorstellung wurde u. a. erfasst, indem die Kinder ein multiplikatives Bild zu einer vorgegebenen Aufgabe zeichnen sollten. Das Ableitungswissen wurde durch eine Aufgabe erfasst, bei der zu einer komplexen Aufgabe (z. B. $8 \cdot 9$) entschieden werden sollte, welche einfachere Aufgabe als Ableitungsaufgabe helfen kann. Dazu wurden drei einfachere Aufgaben (z. B. $8 \cdot 10$, $4 \cdot 9$ und $8 \cdot 8$) als Auswahl angegeben. Anschließend mussten die Kinder den Ableitungsprozess individuell erklären. Die Antworten der Kinder wurden von zwei Ratern kodiert (etwa 38% wurden doppelt kodiert, Cohens $\kappa = 0,96$). Gezeichnete Bilder wurden als „passend“ gewertet, wenn ein multiplikatives Bild zur vorgegebenen Aufgabe gezeichnet wurde. Das Erklären der Ableitungsschritte wurde als „pas-

send“ kodiert, wenn die Kinder die Ableitung bedeutungsbezogen oder symbolisch beschrieben haben. Als „unpassend“ wurde falsches Ableiten, Aussagen wie „Weil das die Kernaufgabe ist!“ und Leerantworten gewertet.

3. Ergebnisse

Die Ergebnisse des Basis-Math 2+ dienen zeitgleich zur Unterteilung der Lernenden in drei jeweils gleichgroße Leistungsgruppen (stark, mittel, schwach). Betrachtet man zunächst den Anteil der als „passend“ eingestuft multiplikativen Bilder, zeigen sich keine großen Unterschiede zwischen Experimentalgruppe (EG) und Kontrollgruppe (KG) (vgl. Abb. 1). In der EG werden leicht (aber nicht signifikant) mehr richtige Bilder gezeichnet, als in der KG.

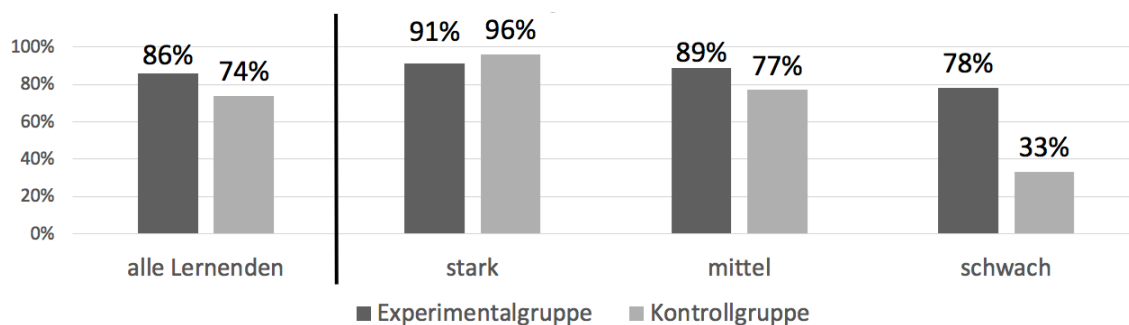


Abb. 1: Anteil korrekt gezeichneter Bilder zu einer vorgegebenen Aufgabe

Werden jedoch die Ergebnisse getrennt nach Leistungsgruppen betrachtet, ist in der Leistungsgruppe der schwachen Kinder ein auffallend großer Unterschied zwischen EG und KG zu erkennen. Diese Unterschiede sind bei den beiden anderen Leistungsgruppen so nicht zu finden.

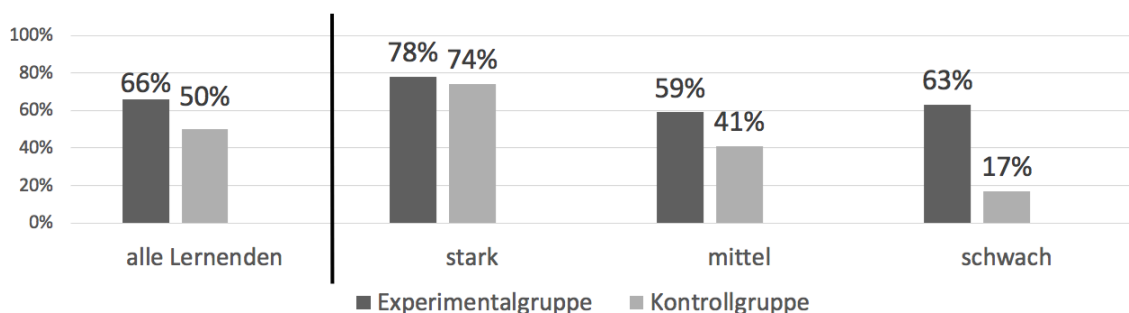


Abb. 2: Anteil korrekter Erklärung von Ableitungsstrategien

Diese Tendenz ist auch beim inhaltlichen Erklären der Ableitungsstrategien zu beobachten (siehe Abb. 2). Am Ende des zweiten Schuljahrs kann ein größerer (aber nicht signifikanter) Anteil der Kinder der EG Ableitungsstra-

tegien inhaltlich korrekt erklären als in der KG. Betrachtet man nur die leistungsstarken Kinder sind nahezu keine Unterschiede mehr erkennbar. Erhebliche Unterschiede zeigen sich aber erneut innerhalb der Leistungsgruppe der leistungsschwachen Kinder. Nur 17% der schwachen Kinder in der KG waren in der Lage, Ableitungsstrategien inhaltlich zu erklären, während in der EG 63% der schwachen Kinder dazu in der Lage waren.

4. Zusammenfassung und Ausblick

Insgesamt zeigt sich, dass ein Unterschied zwischen Experimental- und Kontrollgruppe festzustellen ist, der sich vor allem in den Leistungen der schwachen Lernenden zeigt. Dies lässt die vorsichtige Interpretation zu, dass gerade die leistungsschwächeren Lernenden von einer sprachlich-bedeutungsbezogenen Einführung der Multiplikation profitieren. Aufgrund der kleinen Stichprobe sowie der Eingeschränktheit einer schriftlichen Diagnose lässt sich hier jeweils nur eine Tendenz festmachen. Anhand qualitativer Daten wird weiter erforscht, inwiefern sich eine sprachlich-bedeutungsbezogene Förderung positiv auf ein Verständnis der Multiplikation als „unitizing“ (Lamon, 1994) auswirken kann.

Literatur

- Anghileri, J. (1991). The language of multiplication and division. In K. Durkin & B. Shire (Hrsg.), *Language in Mathematical Education* (S. 95-104). Milton Keynes: Oxford University Press.
- Ehlert, A., Fritz, A., Arndt, D. & Leutner, D. (2013). Arithmetische Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern in den Klassen 5 bis 7 der Sekundarstufe. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 34(2), 237-263.
- Gaidoschik, M., Deweis, K. M. & Guggenbichler, S. (2018). Do lower-achieving children profit from derived facts-based teaching of basic multiplication: Findings from a design research study. In T. Dooley & G. Gueudet (Hrsg.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (S. 346-353). Dublin, IRL: DCU Institute of Education & ERME.
- Götze, D. (2019). Language-Sensitive Support Of Multiplication Concepts Among at-Risk Children: A Qualitative Didactical Design Research Case Study. *Learning Disabilities – A Contemporary Journal*, 17(2), 165-182.
- Lamon, S. (1994). Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming. In G. Harel & J. Confrey (Hrsg.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics* (S. 89-122). New York: State University of New York Press.
- Moser Opitz, E., Stöckli, M., Grob, U., Nührenbörger, M. & Reusser, L. (2019). *BASIS-MATH-G 2+*. Gruppentest zur Basisdiagnostik Mathematik für das vierte Quartal der 2. Klasse und das erste Quartal der 3. Klasse. Bern: Hogrefe.
- Pöhler, B. & Prediger, S. (2015). Intertwining lexical and conceptual learning trajectories – A design research study on dual macro-scaffolding towards percentages. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(6), 1697-1722.