

Karina HÖVELER, Münster & Janet WINZEN, Münster

Design-Prinzipien zur Entwicklung eines digitalen Arbeitsmittels zur Kombinatorik

Das Lösen kombinatorischer Anzahlbestimmungsprobleme bereitet Lernenden unterschiedlichen Alters besondere Schwierigkeiten. Diese basieren oftmals auf einem fehlenden konzeptionellen Verständnis (Lockwood, 2014). Um ein solches Verständnis zu entwickeln, wird erstens eine propädeutische Thematisierung in der Grundschule empfohlen, die auf dem strukturierten Notieren der möglichen Objekte fußt. Zweitens wird auf inhaltlicher Ebene insbesondere das In-Beziehung-Setzen von den zu zählenden, strukturiert dargestellten Objekten und den davon abzuleitenden Zählstrategien gefordert, um die Genese der formalen kombinatorischen Operationen anzubahnen (u.a. ebd., Höveler, 2014). Vorangehende Studien und explorative Untersuchungen der Autorinnen zeigten, dass das vollständige analoge Erstellen und Notieren von Objekten aufgrund der kombinatorischen Explosion eine besondere Herausforderung darstellt (u.a. hoher Zeitaufwand; fehlende Übersichtlichkeit über Strukturierungen aufgrund hoher Objektanzahl). Dies gilt insbesondere dann, wenn es um die Ableitung von Zählstrategien geht. Darüber hinaus zeigten sich auch fehlende Passungen zwischen mentaler Operation und den analogen Handlungen der Lernenden (u.a. verbalisieren Lernende die Duplikation aller erstellten Objekte und die Vertauschung der Anordnung der Elemente in den neuen Objekten; real ist jedes Objekt jedoch einzeln neu zu erstellen) sowie große Herausforderungen beim Austausch über Strategien (u.a. sind notierte Objekte nicht beweglich und lassen keine Umsortierung zu; die Weiterarbeit mit Eigenproduktionen anderer Lernender ist aufgrund fehlender Verfügbarkeit herausfordernd).

Im Rahmen des Entwicklungsforschungsprojekts ‚PAZ-digital‘ (Vom Probieren über das systematische Auflisten zum geschickten Zählen – Kombinatorik digital) wird daher ein digitales Arbeitsmittel in Gestalt einer Tablet-App zur Lösung von kombinatorischen Anzahlbestimmungsproblemen für die Grundschule und die Orientierungsstufe in der Sekundarstufe I entwickelt. Der Bedarf einer solchen Entwicklung ergibt sich dabei einerseits aus den skizzierten Anforderungen und besonderen Herausforderungen des Lösens kombinatorischer Anzahlbestimmungsprobleme und damit einhergehend dem Fokus auf die Entwicklung eines konzeptuellen, kombinatorischen Verständnisses sowie andererseits den besonderen Potentialen digitaler Arbeitsmittel. In diesem Beitrag werden der Forschungsrahmen zur Entwicklung der App, die zentralen Herausforderungen und die bereits berücksichtigten Design-Prinzipien dargestellt.

Forschungsrahmen

Das Projekt ‚PAZ-digital‘ verfolgt das Ziel, eine „fachdidaktisch angemessene [...] Software“ (Walter, 2018, S. 285) zum Lösen kombinatorischer Anzahlbestimmungsprobleme unter dem „Primat der Didaktik“ (Krauthausen & Herrmann, 1990) zu entwickeln, die das virtuelle Lösen von kombinatorischen Anzahlbestimmungsproblemen ermöglicht. Damit soll ein Handwerkszeug bereitgestellt werden, das ausgewählte Elemente zu Objekten zusammenstellen, die entstandenen Objekte räumlich strukturieren und erste Ideen grundlegender Zählstrategien ableiten lässt. Das Projekt folgt dazu dem Ansatz der fachdidaktischen Entwicklungsforschung (vgl. Prediger et al., 2012) und verzahnt zyklisch die Entwicklung und Erforschung der Software. Es gliedert sich in zwei Arbeitsbereiche:

- (I) Iterative Entwicklung eines digitalen Arbeitsmittels und Analyse der Nutzungsweisen von Lernenden
- (II) Iterative Entwicklung eines digital gestützten Lehr-Lern-Arrangements und Bearbeitungs- und Lernweganalysen, während das digitale Arbeitsmittel weiterhin parallel adaptiert wird

Nach der Erstentwicklung eines Prototyps, der es ermöglicht Elemente zu Objekten zu kombinieren und diese frei in der virtuellen Ebene zu bewegen, ist aktuell im ersten Zyklus des Projektteils (I) auf der Entwicklungsebene die folgende Forschungsfrage leitend: Welche Design-Prinzipien lassen sich für die Tablet-App theoriebasiert ableiten, um ein virtuelles Lösen von kombinatorischen Anzahlbestimmungsproblemen zu ermöglichen?

Grundlage für die theoriebasierte Ableitung von Design-Prinzipien waren, neben der Analyse der zentralen zielführenden mathematischen Aktivitäten, die Betrachtung besonderer Schwierigkeiten und Herausforderungen beim Lösen kombinatorischer Anzahlbestimmungsprobleme mit analogen Arbeitsmitteln und die Potentiale des Digitalen, die bei einer Implementation das Handlungsrepertoire erweitern können (Krauthausen, 2015).

Theoriebasierte Design-Prinzipien

Nachfolgend werden zwei derzeit ausgearbeitete Design-Prinzipien, welche auf den umrissenen Herausforderungen des analogen Lösungsprozesses beruhen, skizziert. Es wird zudem aufgezeigt, wie bei der Realisierung die besonderen Potentiale der Digitalisierung berücksichtigt werden.

Design-Prinzip 1: Dynamisierung und Interaktivität von Handlungen

Mit Blick auf die Herausforderung des Erstellens und Notierens von Objekten wird auf das Potential der „Dynamisierung des Rechenblatts“ (Krauthausen, 2012, S. 134) zurückgegriffen. Damit Handlungen frei durchgespielt

werden können, stellt die App in einem „Spiel-Raum“ (Wollring, 2006, S. 16) implementierte Elementkategorien (Buchstaben, Farben, Ziffern) und Objekthüllen (horizontal/vertikal; zwei- bis sechselementig) zur Verfügung, die das virtuelle Erstellen von Objekten ermöglichen. Um mit diesen Objekten zu operieren, werden das Umstrukturieren, Wiederholen und Rückgängigmachen von Handlungen und das Entfernen, Kopieren, Umdrehen und Duplizieren von Elementen und Objekten ermöglicht. Für die digitalen Handlungen des Wiederholens und Rückgängigmachens und des Umstrukturierens spricht einerseits die mögliche Zeitersparnis. Darüber hinaus wird theoretisch angenommen, dass das Duplizieren und Umdrehen von Objekten eine bessere Passung zwischen mentaler Handlung und der realen Operation ermöglichen. Wir gehen davon aus, dass durch das hier inhärente Auslagerungsprinzip (Peschek, 1999) der Fokus auf reichhaltigere Aktivitäten des Strukturierens und der Generierung von Objekten gelegt werden kann. Weiterhin greift bei der gleichzeitigen Nutzung mehrerer Finger das mathematikdidaktische Potential der „Multitouch-Technologie“ (Urff, 2014), welches beim Umstrukturieren von diversen Objekten hilfreich sein kann.

Design-Prinzip 2: Strategie-Makros

Damit die Lernenden in dem Spiel-Raum die Strukturierungsstrategien selbstständig entwickeln und anwenden können, sind verschiedene Funktionen angedacht, die durch die Potentiale „Passung der Handlung und der mentalen Operation“ (Walter, 2018), „Strukturierungshilfen“ (ebd.) und „Auslagerungsprinzip“ (Peschek, 1999) angereichert werden. So sollen einerseits bereits erstellte Objektmengen durch implementierte Strukturierungsstrategien umsortiert werden können, um verschiedene Strukturierungen bei gleicher Objektanzahl zu vergleichen und in einander überzuführen. Diese Funktion kann hinsichtlich der kombinatorischen Explosion sogar dahingehend erweitert werden, dass die App die möglichen Objekte selbstständig, basierend auf einer Strukturierungsstrategie erstellt. Möglicherweise können dadurch das Denken und der Austausch über die Strukturierungsstrategien und die (rekursive/explicite) Ableitung von Zählstrategien noch stärker fokussiert werden. Andererseits soll mithilfe dieser implementierten Strukturierungsstrategien ebenso die Möglichkeit bestehen, dass Strategiebausteine, die den Strukturierungsstrategien innewohnen, hinterlegt werden. Theoretisch gesehen kann dies unterstützend wirken, da nicht mehr jedes Objekt einzeln erstellt werden muss, sondern durch die Bausteine mehrere Objekte auf einmal generiert werden. Darüber hinaus können strategische, mentale Operationen wie „Und jetzt drehe ich noch alle um.“, auf der Handlungsebene ermöglicht werden, was im Analogen lediglich über das einzelne Erstellen und Notieren der Objekte möglich ist.

Diskussion und Ausblick

Zurzeit werden die App mit dem Ziel der Funktionalität weiterentwickelt und das erste Design-Prinzip implementiert. Darüber hinaus wird aktuell mit dem „Spiel- und Dokumenten-Raum“ ein weiteres Designprinzip realisiert. Mithilfe des Potentials der Dokumentation (Irion & Kammerl, 2018) sollen der Austausch über Strategien besser ermöglicht und insbesondere Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Strukturierungen entdeckt und zielführende Strukturierungen identifiziert werden. Die Grundlage für den digitalen Dokumenten-Raum bilden Wollrings (2006) Ausführungen zu einem analogen Spiel- und Dokumenten-Raum.

Literatur

- Höveler, K. (2014). *Das Lösen kombinatorischer Anzahlbestimmungsprobleme. Eine Untersuchung zu den Strukturierungs- und Zählstrategien von Drittklässlern*. Dissertation, TU Dortmund. <http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-15563> (13.09.19).
- Irion, T. & Kammerl, R. (2018). Mit digitalen Medien lernen – Grundlagen, Potenziale und Herausforderungen. *Die Grundschulzeitschrift*, 307, 12–18.
- Krauthausen, G. & Herrmann, V. (1990). Gedanken zum Computereinsatz in der Grundschule: Plädoyer für eine pädagogisch-didaktisch reflektierte Diskussion. *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe*, 4, 177–186.
- Krauthausen, G. (2012). *Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum.
- Krauthausen, G. (2015). Digitale Medien im Mathematikunterricht der Grundschule – Innovation auf dem Tablet serviert? In S. Ladel & C. Schreiber (Hrsg.), *Von Audiopodcast bis Zahlensinn* (S. 7–30). Münster: WTM-Verlag.
- Lockwood, E. (2014). A Set-Oriented Perspective on Solving Counting Problems. *For the Learning of Mathematics*, 34(2), 31–37.
- Peschek, W. (1999). Auslagerung als didaktisches Prinzip eines computerunterstützten Mathematikunterrichts. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht* (S. 405–408). Hildesheim: Franzbecker.
- Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Thiele, J. & Ralle, B. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen – Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. *MNUjournal*, 65(8), 452–457.
- Urf, C. (2014). *Digitale Lernmedien zur Förderung grundlegender mathematischer Kompetenzen. Theoretische Analysen, empirische Fallstudien und praktische Umsetzung anhand der Entwicklung virtueller Arbeitsmittel*. Berlin: Mensch und Buch Verlag.
- Walter, D. (2018). *Nutzungsweisen bei der Verwendung von Tablet-Apps. Eine Untersuchung bei zählend rechnenden Lernenden zu Beginn des zweiten Schuljahres*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Wollring, B. (2006). Zur Kennzeichnung von Lernumgebungen für den Mathematikunterricht in der Grundschule. In Kasseler Forschergruppe (Hrsg.), *Lernumgebungen auf dem Prüfstand. Zwischenergebnisse aus den Forschungsprojekten* (S. 9–26). Kassel: Kassel University Press.