

Judith HUGET, Bielefeld

## **Fachwissen von Lehrkräften in der Stochastik - Eine exemplarische Darstellung für die GGZ**

### **Einleitung**

Schon Hans Freudenthal (1972, S. 484) regt an eine Unterrichtssequenz in der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit einem Versuch zu beginnen, um die experimentellen Wurzeln zu entdecken. Dabei empfiehlt er, verschiedene Beispiele zum Thema des empirischen Gesetzes der großen Zahlen auch als Lehrkraft auszuprobieren. Kenntnisse über die empirischen, aber auch über die mathematisch beweisbaren Gesetze der großen Zahlen können also durchaus hilfreich sein. Wird also der Wissensvorsprung einer Lehrkraft angenommen, kann davon ausgegangen werden, dass Lehrkräfte in einer gewissen Form mit den Gesetzen der großen Zahlen in Berührung kommen sollten. Dies findet zumeist im Studium statt. Allerdings wurde das Fachwissen von Lehrkräften bislang selten fokussiert. Aus diesem Grund erarbeitet dieses Projekt stoffdidaktisch Wissensbereiche rund um die Stochastik, insbesondere zu den Gesetzen der großen Zahlen. In diesem Beitrag werden zwei Modelle von Lehrkraftprofessionswissen aufgezeigt und ein Versuch unternommen mögliche Wissensbereiche zum Thema „Gesetze der großen Zahlen“ exemplarisch aufzuzeigen.

### **Fachwissen von Lehrkräften**

In den vergangenen Jahrzehnten sind viele verschiedene Modelle entstanden, allerdings werden hier nur die beiden Modelle von COACTIV und MTSK aufgeführt. Dabei werden primär die Facetten von Fachwissen dargestellt, da auf diese im Projekt zunächst fokussiert wird.

Im Kompetenzmodell des Projekts „Cognitive Activation in the Classroom“ (COACTIV) wurde die klassische Triade Shulmans (1986) um weitere Kompetenzen erweitert. Außerdem wurden neben Merkmalen und Fähigkeiten von Lehrkräften auch der Einfluss dieser auf die Unterrichtsqualität und weitere Faktoren gemessen (Baumert et al., 2011). Von besonderer Relevanz in dem Kompetenzmodell von COACTIV ist die Spezifikation von Fachwissen, welche in vier Ebenen unterteilt wurde. Erhoben wurde lediglich Fachwissen der Ebene 3 (Krauss et al., 2011, S. 142):

Ebene 1 Mathematisches Alltagswissen, über das grundsätzlich alle Erwachsenen verfügen sollten.

- Ebene 2 Beherrschung des Schulstoffs (etwa auf dem Niveau eines durchschnittlichen bis guten Schülers der jeweiligen Klassenstufe).
- Ebene 3 Tieferes Verständnis der Fachinhalte des Curriculums der Sekundarstufe (z.B. auch „Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus“, wie sie an der Universität gelehrt wird).
- Ebene 4 Reines Universitätswissen, das vom Curriculum der Schule losgelöst ist (z.B. Galoistheorie, Funktionalanalysis).

Fachwissen kann aber auch differenzierter betrachtet werden. Einen anderen Ansatz verfolgt die SIDM-Gruppe der Huelva Universität aus Spanien mit „Mathematics Teacher’s Specialised Knowledge“ (MTSK). Ausgehend vom MKT-Modell der Michigan-Group um Ball und Hill wurde ein Modell entwickelt, welches dem Problem der Unterscheidbarkeit von „common knowledge“ sowie „specialised knowledge“ vor allem bei Oberstufen- sowie Universitätslehrkräften gerecht werden soll. Ziel des Projekts „ist die Lerngelegenheitsidentifizierung von Lehrkräften im Laufe ihrer Tätigkeit“ (José Carrillo-Yañez et al., 2018, S. 237). Das Modell wurde interpretativ erarbeitet und befindet sich noch in der Entwicklung.

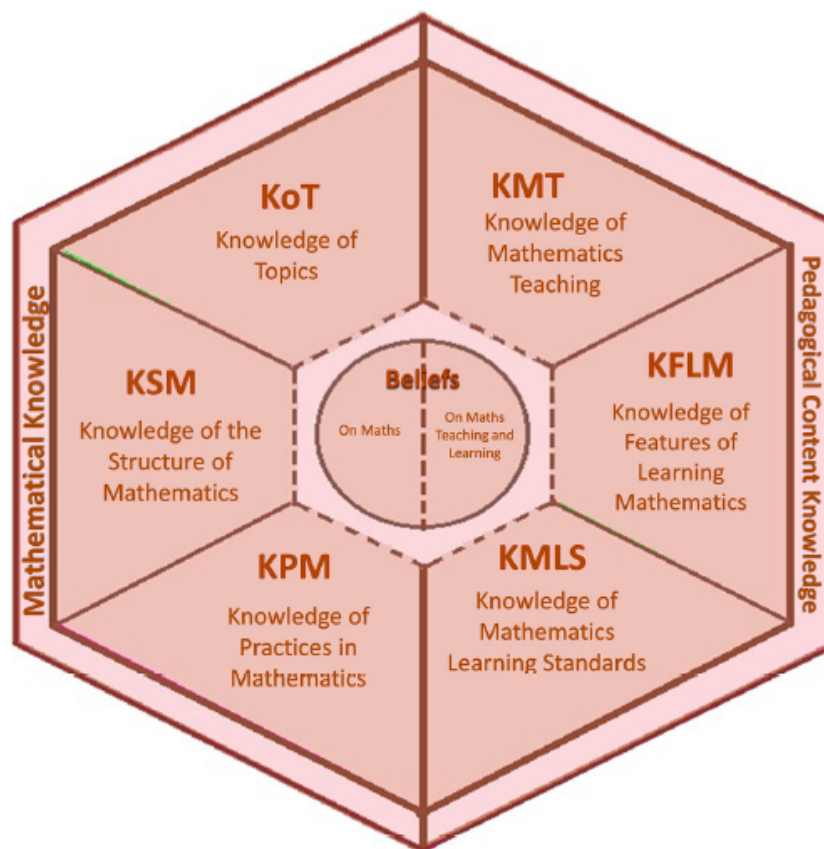


Abb.: Das MTSK-Modell (José Carrillo-Yañez et al., 2018, S. 237)

Wie in der Abbildung aufgeführt, wird beim MTSK-Modell in zwei Dimensionen unterschieden. Mathematisches Wissen als eine der Dimensionen unterteilt sich in die Subdomänen „Knowledge of Topic“ (KoT), „Knowledge of the Structure of Mathematics“ (KSM) und „Knowledge of Practices in Mathematics“ (KPM). „Beliefs“ über die Mathematik sehen die Autoren als Grundlage für Professionswissen von Lehrkräften (ebd., S. 239ff).

KoT beschreibt, welche Inhalte und in welcher Weise Mathematiklehrkräfte Inhalte, die sie unterrichten, kennen. Dabei wird in die folgenden Kategorien unterschieden: Prozeduren, Definitionen/Eigenschaften/Grundlagen, Register von Repräsentationen und Phänomene/Anwendungen (ebd., S. 242f).

KSM beschreibt das Wissen von Lehrkräften bezüglich der Verbindungen mathematischer Inhalte. Diese können sowohl auf Simplifikation als auch aufsteigender Komplexität basieren. Weitere Kategorien dieser Subdomäne können Hilfsverbindungen und querliegende Verbindungen sein (ebd., S. 243f.).

In der Subdomäne KPM werden typische Vorgehensweisen in der Mathematik zusammengefasst. Dies umfasst unter anderem Metawissen wie zum Beispiel Beweistypen, Methoden, Strukturen und die Organisation von mathematischem Wissen (ebd., S. 244f.).

Im Folgenden werden einige Teilaspekte von Wissenskomponenten der Gesetze der großen Zahlen in die oben aufgeführten Modelle eingefügt.

### **Exemplarische Darstellung möglichen Lehrkraftwissens**

Die Gesetze der großen Zahlen (GGZ) umfassen hier das empirische, das schwache und starke GGZ sowie die Grenzwertsätze. Für beide Modelle COACTIV und MTSK werden zwei Beispiele möglichen Wissenskomponenten aufgeführt, welche aus der Materie heraus stoffdidaktisch erarbeitet wurden.

Bei der Betrachtung der Wissens Ebenen in COACTIV werden Beispiele auf den Ebenen 2 und 3 aufgeführt.

- Ebene 2 Eine Formulierung des empirischen GGZ ist möglich.
- Ebene 3 Kenntnisse über die fehlende Mathematisierbarkeit des empirischen GGZ sind vorhanden. Das schwache Gesetz der großen Zahlen kann formuliert werden.

Mögliche Elemente von Wissenskategorien in KoT bei MTSK können sein:

Phänomene            Das schwache Gesetz der großen Zahlen gibt Auskunft über die stochastische Konvergenz des arithmetischen Mittels.

Definitionen, Eigenschaften und Grundlagen    Das schwache Gesetz der großen Zahlen arbeitet mit einer (p-)stochastischen Konvergenz.

Abschließend zeigt sich im kurzen Vergleich, dass Wissen in MTSK deutlich detaillierter dargestellt werden kann. Im Gegensatz zu COACTIV kann eine mögliche Wissensentwicklung allerdings nicht abgebildet werden. Eine Symbiose aus beiden Modellen scheint also sinnvoll und wird daher Teil des Projektes sein.

## Literatur

- Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Klusmann, U., Krauss, S. & Neubrand, M. (2011). Professionelle Kompetenz von Lehrkräften, kognitiv aktivierender Unterricht und die mathematische Kompetenz von Schülerinnen und Schülern (COACTIV) – Ein Forschungsprogramm. In M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV* (S. 7–25). Münster u. a.: Waxmann.
- Carrillo-Yañez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, J., Flores-Medrano E., Escudero-Ávila, D. & Muñoz-Catalán, M. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model Research. *Mathematics Education*, 20(3), 236–253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Freudenthal, H. (1972). The 'Empirical Law of Large Numbers' or 'The Stability of Frequencies'. *Educational Studies in Mathematics*, 4(4), 484–490. <http://www.jstor.org/stable/3482152> (05.01.2020)
- Krauss, S., Blum, W., Brunner, M., Neubrand, M., Baumert, J., Kunter, M. & Elsner, J. (2011). Konzeptualisierung und Testkonstruktion zum fachbezogenen Professionswissen von Mathematiklehrkräften. In M. Neubrand (Hrsg.), *Professionelle Kompetenz von Lehrkräften: Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV*. Münster u. a.: Waxmann.
- Shulman, L. S. (1986). Paradigms and Research Programs in the Study of Teaching: A Contemporary Perspective. In M. C. Wittrock (Hrsg.), *Handbook of research on teaching* (3rd ed., S. 3–36). New York: Macmillan.