

Monika POST, Dortmund & Susanne PREDIGER, Dortmund

Bedingte Wahrscheinlichkeit: Bedeutungsbezogene Sprache zum Verbal. der Teil-Ganzes-Relation in Anteilsbildern

Bei bedingten Wahrscheinlichkeiten müssen Lernende Wahrscheinlichkeits- und Anteilsaussagen erfolgreich dekodieren, die sehr ähnlich klingen:

„ $\frac{630}{1050}$ der Jugendlichen treiben Sport und schauen Videos.“

„ $\frac{630}{1050}$ der Jugendlichen, die Sport treiben, schauen Videos.“

Gemeint sind jedoch zwei Anteile an verschiedenen Ganzen, wofür neben dem Teil das jeweilige Ganze sowie die Teil-Ganzes-Relation in der Grammatik des Satzes zu identifizieren ist. Dieser Beitrag zeigt in Fallbeispielen, dass eine präzise bedeutungsbezogene Sprache notwendig ist, um den Unterschied und die dahinterliegenden Konzepte genau zu fassen.

Theoretische Einordnung: Bedingte Wahrscheinlichkeiten

In der Literatur wurden viele Ansätze untersucht, bedingte Wahrscheinlichkeiten und Bayesianische Aufgaben für Lernende zugänglicher zu gestalten, z.B. indem die Struktur verschachtelter Mengen transparent gemacht wird (Sloman, Over, Slovak & Stibel, 2003). Böcherer-Linder und Eichler (2017) untersuchten darauf aufbauend, welche Eigenschaften von Darstellungen den Zugang zu komplexen Teil-Ganzes-Beziehungen unterstützen. Für leicht strukturierte Teil-Ganzes-Beziehungen leisten Baumdiagramme und Anteilsbilder ähnliche Unterstützung, während bei komplexer strukturierten Teil-Ganzes-Relationen das Anteilsbild das Baumdiagramm übertrifft (Böcherer-Linder & Eichler, 2017). Darüber hinaus ist in einigen Studien die sprachliche Formulierung von Aussagen untersucht worden. So zeigten z.B. Watson und Moritz (2002), dass Lernende bei Aussagen zu natürlichen Häufigkeiten höhere Lösungsraten als bei Aussagen zu Wahrscheinlichkeiten erzielen, und führen dies auf die grammatische Struktur der Aussagen zurück.

Während existierende Forschung häufig textseitig auf Schwierigkeit von Aufgabentexten fokussiert, um die Zugänglichkeit zu erhöhen, wird in dem vorliegenden Ansatz der Schwerpunkt lernendenseitig darauf gelegt, konzeptuelles Verständnis und Strategien zur Bewältigung auch komplexerer Texte zu fördern. Grundlegend hierfür ist das Prinzip der Darstellungs- und Sprachvernetzung, welches zur Entwicklung von konzeptuellem Verständnis beiträgt (Prediger & Zindel, 2017). Besonders wichtig ist die Verknüpfung der graphischen Ebene (Anteilsbild) mit der vorgegebenen schriftlichen Aussage sowie der symbolischen Ebene (Bruch). Da solche Verknüpfungen

jeweils Verbalisierungen erfordern, kommt der Bildungssprache in diesem Gegenstandsbereich eine wichtige epistemische Rolle für den Aufbau von konzeptuellem Verständnis zu (Moschkovich, 2007; Prediger & Zindel, 2017). Um den Aufbau sprachlich zu unterstützen, wird im vorliegenden Entwicklungsforschungsprojekt folgende Forschungsfrage bearbeitet:

Welche bildungssprachlichen Anforderungen stellen sich beim Aufbau konzeptuellen Verständnisses für bedingte Wahrscheinlichkeiten im Anteilsbild?

Methoden der Datenerhebung und -analyse: Designexperimente

Ein sprachbildendes Lehr-Lern-Arrangement wurde in vier Designexperimentzyklen iterativ entwickelt und mit je einem Kurs der Einführungsphase mit insgesamt 94 Jugendlichen (15–18 Jahre) erprobt. Videographierte Lernendenäußerungen wurden qualitativ analysiert bzgl. der Darstellungen (T Text, S Symbol, F formalbezogene Sprache, G Graphik, B bedeutungsbezogene Sprache), die von den Lernenden jeweils für die relevanten Komponenten Teil, Ganzes sowie die Teil-Ganzes-Beziehung adressiert wurden. Konkret wird im Fallbeispiel analysiert, wie Celina und Tom die Aufgabe in Abb. 1 diskutieren.

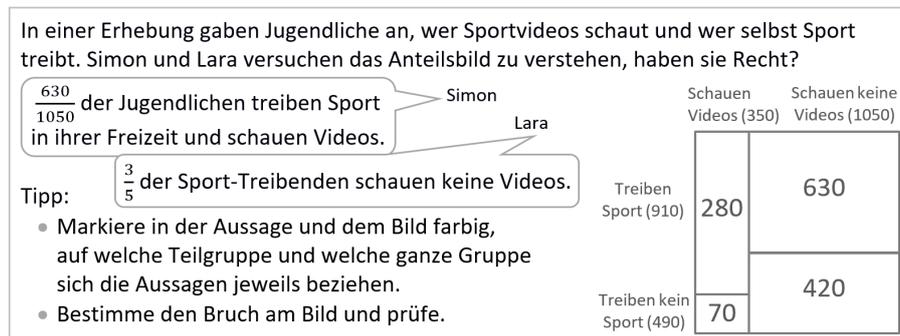


Abb. 1: Aufgabe im Fallbeispiel von Celina und Tom

Analyse-Einblick 1: Celinas isolierte Sicht auf den Teil und das Ganze

Nach einer Begründung, warum der Bruch $\frac{630}{1050}$ nicht zu Simons Aussage passt, erklärt Celina ihren korrigierten Bruch:

10d: Und der verbesserte Bruch wäre dann $\frac{280}{350}$ [...]. Weil man sollte sich ja diese wichtigen Sachen in der Frage markieren. Und dann habe ich mir „treiben Sport“ markiert und „schauen Videos“ [zeigt auf beide Textpassagen]. Und es treiben 280, 280 Leute schauen Sport-Videos und treiben dazu Sport [zeigt auf Fläche/Zahl 280 oben links, dann auf Beschriftung] und sozusagen diese 350 sind alle, die dann Sportvideos gucken [zeigt auf 2 linke Flächen].

Celinas Transkriptzeile 10d wurde kategorisiert mit Teil (T-S-F-G, richtig identifiziert), Ganzes (T-S-F-G, falsch erkannt in T) sowie Teil-Ganzes-Re-

lation (S). Celina korrigiert den fehlerhaften Bruch und benennt den symbolischen Bruch. Bis auf „dazu“ versprachlicht sie die Beziehung nicht weiter. Um den neuen Bruch zu erklären, fokussiert Celina stattdessen den Teil und das Ganze einzeln. Celina setzt, so wie sie es erläutert, an den beiden Merkmalen „treiben Sport“ und „schauen Videos“ an und bestimmt daran den Zähler und den Nenner. Sie drückt jedoch die Beziehung zwischen beiden nur über „dazu“ aus und erkennt „alle Jugendlichen“ nicht als Ganzes. Sie verwechselt zudem hier den kombinierten Anteil (wie in der Aussage vorgegeben) mit einem bedingten Anteil (Celinas Bruch). Zähler und Nenner verknüpft Celina im Anteilsbild durch Zeigen auf die entsprechenden Felder und versprachlicht diese durch Aufgreifen von Textpassagen oder Beschriftungen im Anteilsbild. Sie nutzt allerdings keine eigene bedeutungsbezogene Sprache zur Erläuterung der Gruppen oder Relationen.

Analyse-Einblick 2: Explikation der Teil-Ganzes-Relation

Tom erläutert zunächst den falschen Bruch am Anteilsbild (Turn a, nicht abgebildet), woraufhin er den Fehler erklärt und den Bruch korrigiert:

- 55b: Man hat halt nur die Gruppe hier berücksichtigt [*zeigt auf Beschriftung rechts oben*], also die, die keine [...] Videos gucken, aber halt nicht die, [...] Videos gucken und Sport, also die ganzen Menschen [*zeigt auf linke Hälfte*] hat man nicht im Nenner [...]
- 55c: $\frac{3}{5}$ der Sport-Treiber [*zeigt auf Aussage*], das heißt, man müsste die hier berücksichtigen [*zeigt beide oberen Flächen*] und nicht die hier [*zeigt auf beide rechten Flächen*]. Das heißt, der Nenner müsste eigentlich 910 sein von den Sport-Treibern [*zeigt obere Beschriftung links*] und davon dann 630 der Zähler [*zeigt auf Fläche rechts oben*].

Toms Turn b wurde kategorisiert durch Ganzes (G-B-S-F), Turn 55c durch Teil (S-F-G), Ganzes (T-G-S-F), Teil-Ganzes-Relation (B-G). Im Vergleich zu Celina versprachlicht Tom also nicht nur den Bruch, sondern erläutert das Ganze in eigener bedeutungsbezogener Sprache als eine bestimmte Gruppe und vernetzt dies mit der symbolischen Ebene, dem Nenner (in Turn 55b). In dieser Weise vernetzt er die bedeutungsbezogene (hier: die Gruppe hier, diese ganzen Menschen) und formalbezogene Sprache (z.B. Nenner). Darüber hinaus versprachlicht Tom die Teil-Ganzes-Beziehung explizit über „davon“ und drückt diese gleichzeitig durch Handbewegung aus, indem er zunächst auf die ganze Gruppe, dann auf die Teilgruppe im Anteilsbild zeigt.

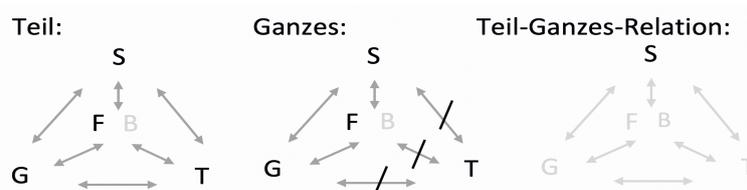


Abb. 2. Celinas unvollständige Vernetzung und fehlende bedeutungsbezogene Sprache

Fazit: Sprachmittel zum Verbalisieren des Teil-Ganzes-Konzepts

Der Vergleich zeigt: Celina greift Merkmale aus dem Text heraus und interpretiert diese als Zähler und Nenner. Für Teil und Ganzes verknüpft sie die graphische, symbolische und textuelle Ebene, sie beachtet jedoch nicht die Grammatik hinsichtlich der Spezifizierung des Ganzen und der Teil-Ganzes-Relation. Tom dagegen beachtet die grammatische Struktur und die Beziehung zwischen Teil und Ganzes. Er identifiziert das richtige Ganze und expliziert die Bedeutung der Grammatik, indem er auf den Genitiv verweist. Auch der Sprachgebrauch unterscheidet sich: Celina nutzt keine bedeutungsbezogene Sprache, Tom hingegen verbalisiert Teil, Ganzes und die Relation, womit er ein geeignetes Situationsmodell aufbauen kann.

Die Fallbeispiele zeigen, dass für die Unterscheidung von Anteilsaussagen nicht nur Teil und Ganzes, sondern die Teil-Ganzes-Beziehung fokussiert werden muss, um die Anteile aushandeln zu können. Die hohe Relevanz von Sprache in ihrer epistemischen Funktion wird zudem deutlich, welche die Lernenden zur mentalen Konstruktion der Unterscheidung kombinierter und bedingter Wahrscheinlichkeiten erst befähigt.

Konsequenzen für das Design sprachbildender Lernumgebungen

Lernende müssen darin unterstützt werden, eine präzise bedeutungsbezogene Sprache zu entwickeln, um Teil, Ganzes und die Teil-Ganzes-Beziehung fassen zu können. Diese ist insbesondere für die Denkprozesse der Lernenden während der Dekodierung und Diskussion von Anteilen in unterschiedlichen Darstellungen wichtig. Nur damit können tiefergehende Verknüpfungen der Darstellungen erzielt werden. Als Konsequenz wurden im Material neben dem bereits vorhandenen Anteilsbild als strukturelles Scaffold Gelegenheiten zur Spracharbeit implementiert.

Dank. Die Forschung in der MuM-Forschungsgruppe wird finanziert vom BMBF.

Literatur

- Böcherer-Linder, K. & Eichler, A. (2017). The Impact of Visualizing Nested Sets. *Frontiers in Psychology*, 7(2026), 1–11.
- Moschkovich, J. (2007). Using two languages when learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 64(2), 121–144.
- Prediger, S. & Zindel, C. (2017). School academic language demands for understanding functional relationships. *Eurasia Jour. of Math., Sci. & Techn. Ed.*, 13(7b), 4157–4188.
- Sloman, S. A., Over, D., Slovak, L. & Stibel, J. M. (2003). Frequency illusions and other fallacies. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 91(2), 296–309.
- Watson, J. M. & Moritz, J. B. (2002). School students' reasoning about conjunction and conditional events. *Intern. Jour. of Math. Ed. in Science & Techn.*, 33(1), 59–84.