

Bayram ÜLGEN, Graz

Vektoren und Matrizen revisited: Ein digitaler Zugang jenseits des Punkt-Pfeil-Konzeptes

Vektoren und Matrizen sind Grundbausteine der digitalen Datenverarbeitung. Informationen eines jeden digitalisierten Signales oder Bildes werden in diskreten Wertelisten (Vektor bzw. Matrix) festgehalten. Jegliche Rechenvorschriften und algebraische Darstellungen aus der Linearen Algebra sind auf diskrete Datenstrukturen übertragbar, eine geometrische Deutung insbesondere von einspaltigen Zahlenlisten, i.e. Vektoren, ist analog zum Punkt-Pfeil-Konzept möglich. Während anschauliche Darstellungsformen von ebenen Vektoren breit gefächert sind (vgl. Tietze et al., 2000, S. 160) und ein Konsens über das sich an Schulen etablierte Punkt-Pfeil-Konzept herrscht (vgl. z.B. Malle et al., 2017, S. 214f bzw. 219), kommen Matrizen oft nur deskriptiv als „rechteckige Zahlenschemata“ vor, die geometrische Interpretation von linearen Transformationen steht mehr im Vordergrund als die einer Matrix per se (vgl. Anton, 2004, S. 202–214). Die Visualisierung von Vektoren ist im Übrigen (nicht nur in der Schule) i.d.R. beschränkt auf den \mathbb{R}^3 . Weiters ist die geometrische Anschaulichkeit z.B. einer Addition zweier ebenen Vektoren zwar noch relativ einfach zu bewerkstelligen („Parallelogrammregel“), die geometrische Darstellung in höheren Dimensionen erweist sich als herausfordernd. Matrizen sind analog zu bewerten.

Vorgeschlagen wird ein geometrisch-anschauliches Konzept, das Elemente n -dimensionaler Vektoren und $m \times n$ -Matrizen als Datenpunkte entlang eines Zahlenstrahles bzw. über einem „Zahlenbrett“ darstellt. Diese Art der Darstellung ist einerseits zurückzuführen auf einen weiteren zentralen Begriff aus der Analysis, i.e. Folgen, die in der Schulmathematik mehr mit Funktionen erwähnt werden als – wenn überhaupt – mit Vektoren. Andererseits bedient sich dieses Konzept konkreter visueller Darstellungsmöglichkeiten aus der digitalen Datenverarbeitung. Der erste Aspekt setzt zwei morphologisch vergleichbare mathematische Objekte in Beziehung, wohingegen letzterer nicht nur ein Mittel, sondern eine besonders anschauliche Anwendung von Vektoren und Matrizen darstellt, die bereits sehr früh in der Schulmathematik der SEK II als solche thematisiert werden kann.

Literatur

- Anton, H. (2004). *Lineare Algebra*. Heidelberg/Berlin: Spektrum Verlag.
- Malle, G. et al. (2017). *Mathematik verstehen*. Wien: ÖBV.
- Tietze, U.-P. et al. (2000). *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. Band 2: Didaktik der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra*. Braunschweig: Vieweg.