Denise VAN DER VELDEN, Berlin & Katja EILERTS, Berlin

Modellierungsprozesse an der Grenze von Realität und Mathematik in den ersten Schuljahren

Das Modellieren ist Teil der deutschen Lehrpläne von der Grundschule bis zum Abitur. Dennoch beschäftigt sich die nationale Forschung vorwiegend mit dem Modellieren in der Sekundarstufe. Dies wird insbesondere dadurch begründet, dass jüngere Schüler*innen aufgrund altersbedingt fehlender kognitiver Fähigkeiten nicht in der Lage seien, den beim Modellieren gleich mehrfach notwendigen Übergang von der Realität in die Mathematik (et vice versa) zu bewerkstelligen (Schwarzkopf, 2006).

Eine wissenschaftlich-empirische Überprüfung, wie die Lösungsprozesse der Grundschulkinder beim Modellieren an der Grenze von Realität und Mathematik aussehen, hat bisher nicht stattgefunden und das obwohl Modellieren nach Winter (1992) zum Sachrechnen zählt. So sind die Teilprozesse, die Grundschulkinder beim Modellieren durchlaufen, bislang noch nicht spezifisch beschrieben. Trotz der oben genannten Kritik behelfen sich Forschung und Praxis stattdessen oft mit dem Modellierungskreislauf von Leiss und Blum (2007), der aber auf den kognitiven Fähigkeiten der Sekundarstufe beruht. Beispielweise wird dort explizit (und konstitutiv für den Ansatz) zwischen Realität und Mathematik getrennt.

Design der Studie

Ziel der diesem Artikel zugrundeliegenden empirischen Untersuchung ist die Analyse der Modellierungsteilprozesse am Übergang zwischen Realität und Mathematik unter der spezifischen Forschungsfrage „Welche Unterschiede zeigen sich in Prozessverläufen der Schüler*innen in den Jahrgängen 2, 4 und 6 beim Lösen von Einstiegsmodellierungsaufgaben?“ Es handelt sich um eine explorativ-deskriptive Studie. Anhand von 72 Partner-Lösungen, jeweils 24 aus den Jahrgangstufen 2, 4 und 6, werden nach der qualitativen Inhaltsanalyse von Kuckartz (2016) die Lösungsprozesse deduktiv-induktiv ausgewertet. Abschließend veranschaulichen deskriptive Phasenmodelle die Unterschiede und Gemeinsamkeiten in den Lösungsabläufen.

Ergebnisse der Studie

Eine der drei untersuchten Aufgaben ist die Grillfeier-Aufgabe: „Deine Klasse macht ein Grillfest. Bestimme, wie viel Geld deine Lehrerin für den Einkauf insgesamt bezahlen muss.“ Als Hilfsmittel standen den Kindern drei vereinfachte Lebensmittelflyer mit diversen Lebensmitteln und Getränken sowie Grillzubehör mit abgerundeten Preisangaben zur Verfügung. Anhand

Siller, H.-S., Weigel, W. & Wörler, J. F. (Hrsg.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020.* Münster: WTM-Verlag, 2020.
doi: 10.37626/GA9783959871402.0

dieser Beispielaufgabe werden nachfolgend die typischen Lösungsverläufe der jeweiligen Jahrgangsstufe kurz zusammenfassend erläutert.

Sieben der acht Schülerpaare im 2. Schuljahr wechseln beim Lösen der Grillfeier-Aufgabe regelmäßig zwischen Realität und Mathematik hin und her. Sie wählen ein Lebensmittel aus und überlegen sich, wie viel sie von diesem Lebensmittel benötigen. Anhand des Preises und der ausgewählten Menge bestimmen die Kinder die Kosten des Lebensmittels. Die Einheit Euro bleibt während ihrer Rechnung durchgehend erhalten. Es zeigte sich ein Berechnen mit kombiniertem Rückinterpretieren. Rückinterpretieren bedeutet das Auswählen der passenden Einheit, hier Euro (Peter-Koop, 2003). Da die Kinder aber die Einheit Euro beim Berechnen beibehalten, handelt es sich um ein kombiniertes Rückinterpretieren. Die Kombination macht deutlich, dass die Kinder zwar die Zwischenergebnisse berechnen, diese aber immer als Geldbetrag sehen und nicht als rein mathematische Zahl. Nach jedem Zwischenergebnis wählen die Kinder ein neues Lebensmittel aus.

Das Vorgehen der 2. Klässler*innen fasst das deskriptive Phasenmodell (Abb. 1) zusammen. Die Abbildung zeigt die hohe Relevanz des Bildens eines Realmodells sowie das Hin- und Herwechseln zwischen den beiden Welten. In dieser Darstellung existiert keine „Lücke“ zwischen Realität (rund) und Mathematik (rechteckig). Konkret verschiebt sich die Seite der Mathematik hinter die der Realität. Beim Rückinterpretieren kommt es zu einem Kompromiss aus beiden Welten, der den Kindern nicht bewusst ist. Deshalb konnte – abgesehen von diesem Aspekt – eine durchgängige Trennung zwischen Realität und Mathematik beobachtet werden.

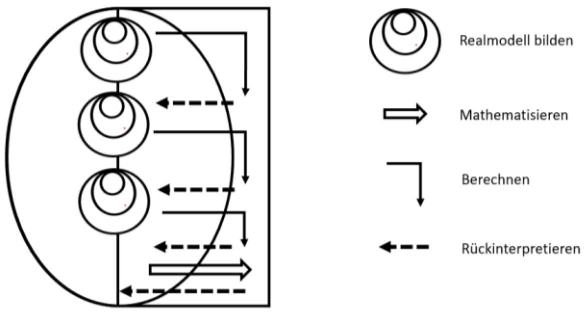

Abb. 1: Deskriptives Phasenmodell im 2. Schuljahr

Im 4. Schuljahr wechseln sechs der acht Schülerpaare beim Lösen der Grillfeier-Aufgabe zwischen der Realität und der Mathematik hin und her. Sie bilden zudem einen Kompromiss beim Bilden ihres Realmodells. Die Entscheidung, welche Würstchen ausgewählt werden, erfolgt beispielsweise über das günstigste Angebot. Hierbei wird der Preis pro Würstchen berechnet. Die Kinder nutzen also ihre mathematischen Kenntnisse, um für ihr Realmodell die passenden (= billigsten) Würstchen zu finden. Erst danach legen sie über die Anzahl der Würstchen in der Packung auch die Anzahl der zu kaufenden Packungen fest. Bei diesem Vorgehen werden Mathematik und Realität miteinander vermischt; es kommt zu einem Kompromiss aus beiden Welten (Schwarzkopf, 2006). Gleichzeitig findet nach der Auswahl des Lebensmittels und der nötigen Anzahl – wie im 2. Schuljahr – ein Wechsel zur Seite der Mathematik mit kombiniertem Rückinterpretieren auf die Seite der Realität statt.

Dieser Ablauf ist im deskriptiven Phasenmodell zum 4. Schuljahr (Abb. 2) zusammengefasst. Dieses Modell verdeutlicht den Kompromiss aus Realität und Mathematik beim Bilden des Realmodells bei gleichzeitigem Hin- und Herwechseln zwischen Realität und Mathematik. Es existiert keine Trennung zwischen den beiden Welten.

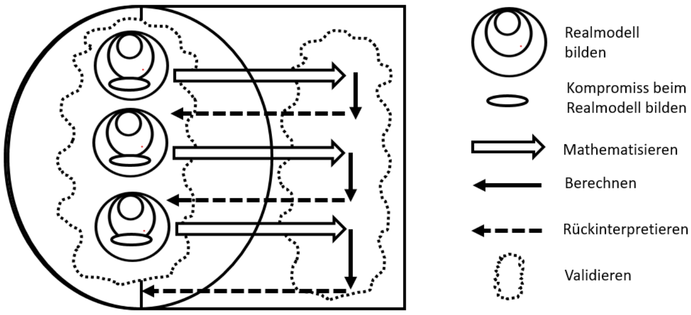

Abb. 2: Deskriptives Phasenmodell im 4. Schuljahr

Im 6. Schuljahr wechseln vier Schülerpaare wie in den beiden anderen Jahrgangsstufen zwischen Realität und Mathematik hin und her. Ihr Vorgehen gleicht der Darstellung in Abbildung 2. Die anderen vier Schülerpaare beschäftigen sich zuerst ausschließlich mit dem Festlegen der Lebensmittel und der Bestimmung der nötigen Anzahl, also mit dem Bilden des Realmodells. Beim Bilden des Realmodells verwenden sie häufig Kompromisse. Sie nutzen ihre mathematischen Kenntnisse um die Lebensmittel auszuwählen und / oder die Anzahl zu bestimmen. Abschließend wechseln sie komplett auf die Seite der Mathematik. Allerdings ist hierbei keine klare Trennung der beiden Welten mehr nachweisbar, da die Teilergebnisse teilweise mit, teilweise ohne Euro berechnet werden, so dass unbewusst ein Kompromiss zwischen Mathematik und Realität stattfindet.

Das deskriptive Phasenmodell des 6. Schuljahrs für die vier Lösungen, die keine Zwischenergebnisse bestimmen, sondern erst nach dem Bilden des Realmodells die Zwischenergebnisse direkt mit der Gesamtsumme bestimmen, ist in der Abbildung 3 zusammengefasst. Es verdeutlicht, dass im 6. Schuljahr keine eindeutige oder strikte Trennung zwischen Realität und Mathematik möglich ist. Neben diesem Fokus findet im 6. Schuljahr anders als in den anderen beiden Jahrgängen ein Interpretieren im Sinne von Leiss und Blum

(2007) statt. Die 6. Klässler*innen berücksichtigen außermathematische Aspekte wie den Ort der Feier, das Geschirr oder den Grill in ihrer Grillfeier-Planung. Dies wird in der Antwort ergänzend zur Gesamtsumme erläutert.

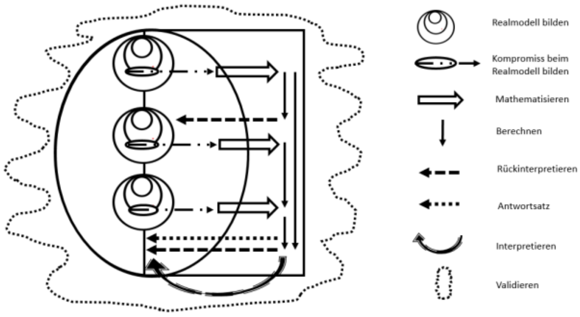

Abb. 3: Deskriptives Phasenmodell im 6. Schuljahr

Zusammenfassung

Die wesentlichen Ergebnisse der vorgestellten qualitativen Studie sind, dass jüngere Kinder weit überwiegend in und anhand der Realität die Aufgabenstellungen bearbeiten, während ältere Schülerinnen Realität und Mathematik miteinander mischen. Sie finden einen eigenen Kompromiss aus beiden Welten. Eine trennscharfe Differenzierung zwischen beiden Welten ist ebenso wenig zu beobachten wie ein Übergang von einer Welt in die andere. Auffallend ist zudem, dass die Grundschulkinder in allen Jahrgängen ein Realmodell aufstellen können. Sie bilden aber keine Vereinfachung des Realmodells und damit kein mathematisches Modell im buchstäblichen Sinn. Die beiden Schritte Mathematisieren und Interpretieren als Verbindung zwischen Realität und Mathematik sehen deshalb in der Grundschule anders aus als von Leiss und Blum (2007) für die Sekundarstufe vorgesehen. Weitere Forschungen müssen insbesondere bei den einzelnen Teilprozessen, also im atomistischen Ansatz, bei Modellierungsanfängern folgen.

Literatur

Leiss, D. und Blum (2007). Modellierungskompetenz: vermitteln, messen & erklären. In *Beiträge zum Mathematikunterricht 2007* (Teil 1) (S. 312-315). Hildesheim: Franzbecker.

Kuckartz, U. (2016). *Qualitative Inhaltsanalyse. Methoden, Praxis, Computerunterstützung.* 3. Auflage. Weinheim: Beltz Juventa.

Peter-Koop, A. (2003). “Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?“ Modellbildungsprozesse beim Bearbeiten von Fermi-Problemen in Kleingruppen. In. S. Ruwisch & A. Peter-Koop (Hrsg.), *Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule* (S. 111-130). Offenburg: Mildenberger.

Schwarzkopf, R. (2006). Elementares Modellieren in der Grundschule. In A. Büchter et al. (Hrsg.), *Realitätsnaher Mathematikunterricht – vom Fach aus und für die Praxis* (S. 95-105). Hildesheim: Franzbecker.