

Annika M. WILLE, Klagenfurt & Barbara OTT, St. Gallen

## **Diagrammatische Tätigkeit und Kommunizieren darüber: Umgang mit Fehlern in der individuellen Förderung**

Im Mathematikunterricht benötigen manche Lernenden eine individuelle Förderung. Nach Tiedemann (2012) kann Förderung als Support und somit „als ein spezifischer Interaktionsprozess verstanden [werden], der [...] durch ein wechselseitig aufeinander bezogenes Deuten und Handeln [der Interaktionsteilnehmenden] sukzessive hergestellt wird“ (Tiedemann, 2012, S. 49-50). Typisch für mathematische Interaktionen sind diagrammatische Tätigkeiten und die Kommunikation darüber (Dörfler, 2006).

### **Diagrammatische Tätigkeit und Kommunizieren darüber**

Nach Peirce sind Diagramme Zeichen mit einem relationalen Charakter, die zu einem Zeichensystem gehören (Dörfler, 2006). Durch das zugehörige Zeichensystem ist festgelegt, wie ein Diagramm gebildet wird, wie mit ihm gearbeitet und wie es umgeformt werden kann. In diesem Sinne sind beispielsweise Gleichungen wie  $3+4=7$  Diagramme im Zeichensystem der natürlichen Zahlen oder Plättchenanordnungen in der Reihe oder im Block am Zwanzigerfeld Diagramme im Zeichensystem des Zwanzigerfeldes. Es ist jedoch kein Diagramm für sich genommen ein Diagramm, sondern muss jeweils als solches interpretiert werden (Dörfler, 2006). Ein Diagramm kann nur als solches interpretiert werden, wenn ein entsprechendes Zeichensystem bekannt ist. Für die Lernenden ist jedes Zeichensystem mit seinen spezifischen Regeln ebenso ein eigener Lerninhalt wie die Wechsel zwischen Zeichensystemen. Im Folgenden werden Tätigkeiten mit Diagrammen in einem Zeichensystem als diagrammatische Tätigkeiten bezeichnet (Wille, 2020). Diagrammatische Tätigkeiten wie das Experimentieren oder Erforschen können Denkprozesse klären, strukturieren und koordinieren (Hoffmann, 2007). Darüber hinaus können diagrammatische Tätigkeiten zu mathematischem Verständnis führen (Dörfler, 2006).

Ein weiterer wesentlicher Bestandteil mathematischer Aktivität ist die Kommunikation über Diagramme und diagrammatische Tätigkeiten (Dörfler, 2006). Für das Lernen ist es entscheidend, dass die Lernenden nicht nur etwas tun, sondern dass ihre Aufmerksamkeit durch die Kommunikation auf die entscheidenden Aspekte gelenkt wird (Gaidoschik, 2016).

Im Projekt wird nun der Frage nachgegangen, wie diagrammatische Tätigkeiten und das Kommunizieren darüber in Einzelfördersituationen zwischen Studierenden und Kindern miteinander verbunden werden. Dabei wird ein Fokus auf den Umgang mit Fehlern gelegt.

## Setting

Im Wahlfach *Matheförderung* an der Pädagogischen Hochschule St. Gallen werden Kinder der ersten und zweiten Jahrgangsstufe im Frühjahrssemester jeweils in Einzelförderungen von einer\*m Studierenden wöchentlich für etwa 30 Minuten gefördert. Inhaltlich fokussiert die Förderung auf die Ablösung vom zählenden Rechnen (Häsel-Weide, 2016). Die Förderung wird videografiert und in einem Seminar an der Pädagogischen Hochschule begleitet.

## Methode

Die Analyse erfolgt auf der Grundlage von Transkripten in zwei Schritten: Zunächst wird eine Interaktionsanalyse durchgeführt, um die Interaktionsprozesse im Detail zu rekonstruieren (Tiedemann, 2012). Danach folgen *Prozessanalysen mathematischer Zeichentätigkeit und Kommunikation darüber* (PMSC) (Ott & Wille, 2021) (siehe Abb. 1):

Turn	Name	Analyseblatt			Transkript
		Zwanzigerfeld	Natürliche Zahlen	Sonstiges	
3	Student	●	○		(zeigt mit dem linken Zeigefinger auf das Zwanzigerfeld) und wie viele% hier/
4	Kind	○	●		auch zwölf (schaut Stud. an)
5	Student	●	○		wieso hast (zeigt mit dem linken Zeigefinger auf das Zwanzigerfeld) du das% so schnell gesehen/
6a	Kind	●	●		wegen (löst die Arme aus der verschränkten Position, verschränkt dann die Arme wieder) eine Zehnerreihe
6b	Kind	●	●		bedeutet dass es zehn%
6c	Kind	●	●		noch zwei dazu
6d	Kind	●	●		es ist zwölf (schaut Stud. an)
7a	Student	○	○		(nickt) mhm/% super (..)

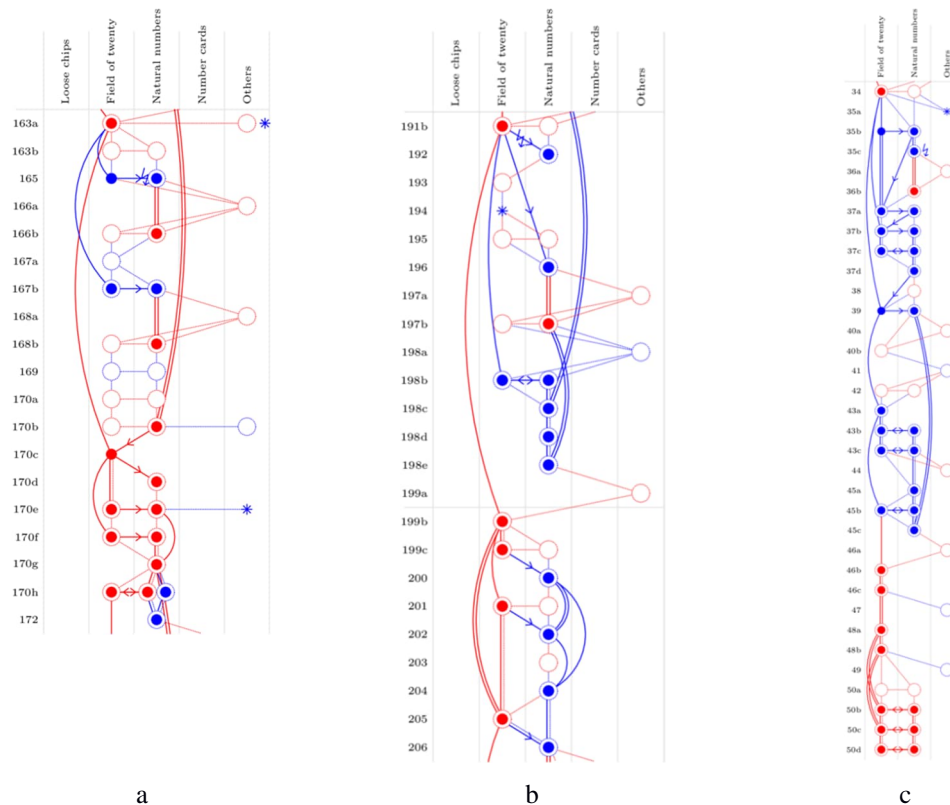
<b>Kreise und Stern</b>	Wird in einem Turn ein Diagramm verwendet, wird ein ausgefüllter Kreis in die Spalte des entsprechenden Zeichensystems gesetzt. Wenn über Diagramme kommuniziert wird, wird eine gestrichelte Kreislinie gesetzt. Findet beides statt, wird beides zusammen notiert. Ein Stern wird verwendet, wenn eine Aktivität nicht als Diagramm oder Kommunikation darüber interpretiert werden kann.
<b>Linien</b>	Die gefüllten Kreise oder gestrichelten Kreislinien werden durch durchgezogene Linien miteinander verbunden, wenn eine Verbindung durch diagrammatische Tätigkeiten hergestellt wird. Die Linie ist gestrichelt, wenn die Verbindung durch Kommunikation über Diagramme hergestellt wird. Kommt beides vor, wird beides notiert.
<b>Pfeile</b>	Korrespondieren in einem Turn Diagramme verschiedener Zeichensysteme miteinander, werden sie durch einen Pfeil verbunden. Die Richtung des Pfeils gibt den Ausgangspunkt an.
<b>Doppellinien</b>	Treten bereits einmal aufgetretene Diagramme in gleicher Weise wieder auf, werden sie durch zwei schmale Linien verbunden.
<b>Sonstiges und Blitz</b>	Kommunikation, die weder dem einen noch dem anderen Zeichensystem zugeordnet werden kann, wird als "Sonstiges" vermerkt. Wenn Fehler passieren, werden sie mit einem Blitz vermerkt.

**Abb. 1:** Transkriptausschnitt mit PMSC

Im vorliegenden Beitrag werden exemplarisch die Analysen von Szenen zweier Förderepisoden zwischen einem Studenten des 5. Semesters und einem Kind zu Beginn der zweiten Klasse vorgestellt (siehe Abb. 1). Die Aktivitäten des Studenten sind in rot, die des Kindes in blau notiert.

## Ergebnisse

Der Student (rot) und das Kind (blau) arbeiten in beiden Förderepisoden mit einer Aktivität zum Teil-Ganzes-Verständnis, bei der die Anzahl von Wendeplättchen auf dem Zwanzigerfeld in der Reihen- und Blockanordnung bestimmt werden soll. Abbildung 2 zeigt die Prozessanalyse der Szenen, in denen das Kind dabei einen Fehler (Blitz) macht. Eine ausführlichere Analyse der Szenen findet sich in Ott und Wille (im Druck). Fehler treten bei der Bestimmung von ungeraden Anzahlen in Blockanordnung auf.



**Abb. 2:** PMSC von Fehlersituationen, (a) Episode 1, Szene 13, (b) Episode 1, Szene 15, (c) Episode 2, Szene 5 (siehe auch Ott & Wille, im Druck)

Der Student verbindet meist beide Zeichensysteme miteinander (z.B. Turn 168b, 199c oder 50). In Episode 1, Szene 13 (Abb. 2a) korrigiert sich das Kind selbst zählend (Turn 167b). Der Student wird daraufhin diagrammatisch aktiv, indem er eine bereits zuvor vom Kind verwendete Anzahlbestim-

mungsstrategie demonstriert. Dabei verbindet er jeweils beide Zeichensysteme miteinander und kommuniziert über die Diagramme. Das Kind übernimmt am Ende die diagrammatische Tätigkeit in den natürlichen Zahlen (Turn 170b-172). In Episode 1, Szene 15 (Abb. 2b) korrigiert sich das Kind selbst, indem es v.a. in den natürlichen Zahlen diagrammatisch aktiv ist (Turn 198b-198e). Der Student arbeitet dann mit ihm daran, die Anzahl quasi-simultan zu bestimmen, indem er es zum Wechsel vom Zwanzigerfeld in die natürlichen Zahlen auffordert und die diagrammatischen Tätigkeiten am Zwanzigerfeld selbst ausführt (Turn 199b-206). In Episode 2, Szene 5 (Abb. 2c) wird das Kind zur Korrektur des Fehlers diagrammatisch aktiv, nutzt beide Zeichensysteme flexibel und wechselt zwischen ihnen hin und her (Turn 37a-37d). Die korrekte Anzahl ermittelt es dennoch zählend (Turn 39). Nach der Aufforderung, die Anzahl nicht zählend zu ermitteln, wird das Kind erneut diagrammatisch aktiv und verbindet nun beide Zeichensysteme systematisch miteinander (Turn 43a-45c), was durch den Studenten zunächst am Zwanzigerfeld, dann durch Kombination beider Zeichensysteme wiederholt und mit Fachbegriffen angereichert wird (Turn 46b-50d).

## Fazit

In der Interaktion etabliert sich ein Umgang mit Fehlern, der durch diagrammatische Tätigkeiten in beiden Zeichensystemen und die Kommunikation darüber gekennzeichnet ist. In der weiteren Forschung werden Interaktionsmuster verschiedener Förderpaare verglichen.

## Literatur

- Dörfler, W. (2006). Diagramme und Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 27(3-4), 200–219.
- Gaidoschik, M. (2016). *Rechenschwäche verstehen – Kinder gezielt fördern* (8. Aufl.). Persen.
- Häsel-Weide, U. (2016). *Vom Zählen zum Rechnen*. Springer Spektrum.
- Hoffmann, M. H. G. (2007). *Cognitive conditions of diagrammatic reasoning*. [http://works.bepress.com/michael\\_hoffmann/1/](http://works.bepress.com/michael_hoffmann/1/)
- Ott, B. & Wille, A. M. (2021). An analysis of diagrammatic activity and communicating about it in individual learning support. In B. Maj-Tatsis & K. Tatsis (Hrsg.), *Critical Thinking in Mathematics: Perspectives and Challenges* (S. 45–55). Universität Rzeszów.
- Ott, B. & Wille, A. M. (im Druck). Diagrammatic activity and communicating about it in individual learning support: Patterns and dealing with errors. *CERME12*.
- Tiedemann, K. (2012). *Mathematik in der Familie*. Waxmann.
- Wille, A. M. (2020). Activity with signs and speaking about it: Exploring students' mathematical lines of thought regarding the derivative. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 1587–1611.