

Aufbau von konzeptuellem Verständnis in der Füllgraphen- umgebung für (Sprachen-)Lernende am Berufskolleg

Theoretischer Rahmen

Funktionales Verständnis wird nach Vollrath (1989) in die drei Grundvorstellungen Zuordnungs-, Kovariations- und Objektaspekt unterteilt, die insbesondere durch die Vernetzung verschiedener Darstellungen tragfähig aufgebaut werden (etwa Leinhardt et al., 1990). Diesem Gedanken folgend, hat sich die Füllgraphen-Umgebung (etwa Swan, 1985) als erfolgreiches Lehr-Lern-Arrangement zur Förderung von Kovariations- und Objektaspekt erwiesen, in der die Passung zwischen Füllgraphen und entsprechenden Gläsern erklärt werden soll (vgl. Abb. 1, erste Zeile). Allerdings stellten bereits Leinhardt et al. (1989) heraus, dass der Übergang von Kovariation auf den Graphen als ganzheitliches Objekt Hürden für Lernende bereithält.

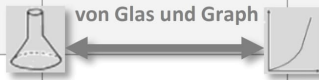
Verstehens- element	Adaptierte Grundvorstellungen in den Verstehenselementen	Geometrische Phrasen: Glasform	Bedeutungsbezogene Phrasen: Vernetzung von Glas und Graph	Technische Phrasen: Sprache der Graphen
Ganzheitlich- geometrische Beschreibung	Ganzheitliche Beschreibung mit geometrischen Formen	wie ein Dreieck wie ein Viereck		gerade, wie eine Kurve, wellig
Ganzheitlicher Vergleich	Ganzheitlicher qualitativer Vergleich zweier Situationen		Die Füllhöhe in Glas 1 wächst langsamer als in Glas 2.	Graph A steigt steiler als Graph B.
Ganzheitlich- qualitative Veränderung	Ganzheitlich-Kovariation qualitative Beschreibung in mehreren Intervallen (2. Ableitung)		Die Füllhöhe wächst immer schneller / immer gleich schnell.	Der Graph steigt immer flacher / gleichmäßig.
Intervallweise Qualitative Veränderung	Kovariation qualitativer Vergleich d. Veränderung in einem / zwei Intervallen (1. Ableitung)	breit /schmal immer gleich breit schmäler werden	Die Füllhöhe wächst langsam / unten schneller als oben.	Der Graph steigt steil / am Anfang flacher als am Ende.
Qualitative Differenzen	Kovariation qualitative Beschreibung von Differenzen in der Veränderung		Die Füllhöhe wächst immer um Dasselbe / um immer mehr.	Graph C steigt immer um Dasselbe / um ein immer größeres Intervall.
Quantifizierte Differenzen	Kovariation-Zuordnung Beschreibung diskreter Verände- rungen mit konkreten Werten		Die Füllhöhe wächst von ... cm auf ... cm / wächst um ... cm.	Graph D steigt von ... auf ... / Graph E steigt um ...
Punktweise Beschreibung	Zuordnung Beschreibung von Wertepaaren		Bei ... ml Wassermenge ist die Füllhöhe ... cm.	Bei ... ml ist der Graph bei ... cm.

Abb. 1: Sieben Verstehenselemente zur Füllgraphen-Umgebung basierend auf den drei Grundvorstellungen; Phrasen zur Adressierung

Zu diesem Lehr-Lern-Arrangement sind bereits Vorstellungen von Lernen in der Literatur beschrieben, sodass wir auf dieser Grundlage sieben Verstehenselemente funktionalen Denkens in der Füllgraphen-Umgebung identifizieren konnten, die jeweils unterschiedliche Aspekte der drei Grundvorstellungen betonen (vgl. 2. Spalte Abb. 1). Während bei der individuellen

Vorstellung zur ganzheitlich-geometrischen Beschreibung Graph und Geometrie des Glases einander höchst verdichtet zugeordnet werden, benötigt die Erklärung dieser Passung einerseits das bedeutungsbezogene Nachdenken über die Veränderung der Füllhöhe, andererseits das Auffalten in facettenreichere Verstehenselemente. Abb. 1 ordnet diese Verstehenselemente, die die Lernenden in ihrem Verstehensprozess in unterschiedlicher Verknüpfung adressieren müssen, mit abnehmendem Grad an Verdichtung an.

Der Kurzbeitrag untersucht den Lernprozess der Schülerin Shirin innerhalb der präsentierten Füllgraphen-Umgebung und zeichnet qualitativ ihre sukzessive Erklärung der Passung zwischen Graph und Glas nach. Er trägt bei zur Forschungsfrage: *Wie kann der Übergang von Kovariations- zu Objektaspekt entlang der vorgestellten Verstehenselemente unterstützt werden?*

Methodischer Rahmen

Die hier dokumentierte Lernprozessanalyse ist eingebettet in das übergeordnete Dortmunder Design-Research-Projekt *Mathematiklernen unter Bedingungen der Mehrsprachigkeit*, in dem zwei Ziele miteinander iterativ verknüpft werden: die Entwicklung eines fach- und sprachintegrierten Lehr-Lern-Arrangements für DaZ-Lernende am Berufskolleg auf Grundlage empirischer Befunde; die empirische Untersuchung individueller Lernwege bezüglich der konzeptuellen sowie der sprachlichen Entwicklung (Prediger & Zindel, 2017). Die Designexperimente wurden in Kleingruppen mit zwei bis drei Sitzungen zwischen 70 und 90 Minuten erhoben, vollständig videografiert (insgesamt über 1900 Minuten Videomaterial) und teilweise transkribiert. Im Beitrag wird Shirin (17 Jahre, aus dem Irak, ca. 6 Jahre in Deutschland, DaZ-Lernerin) vorgestellt.

Die Erklärungen der Lernenden werden bezüglich (a) der adressierten Verstehenselemente sowie (b) der genutzten Sprachmittel in einer Verknüpfungsmatrix verortet, die die individuellen Lernverläufe visualisiert.

Analyseergebnisse

Shirin und ihre Partnerin haben bereits alle Gläser der Aufgabe korrekt zugeordnet, die Zuordnungen beschrieben sowie teilweise erklärt. Zum Schluss fordert die Lehrerin beide Lernenden noch einmal auf, die Passung zwischen Glas 1 und Graph B zu erklären, wobei sich zumindest sprachliche Ungenauigkeiten bezüglich der Passung ergeben. Die Lehrerin greift daraufhin Shirins Satzanfang auf und fordert sie auf, zunächst die beiden großen Intervalle des Graphen (vor und nach dem Knick) miteinander zu vergleichen (Verstehenselement *Intervallweise Qualitative Veränderung*; Turn 282).

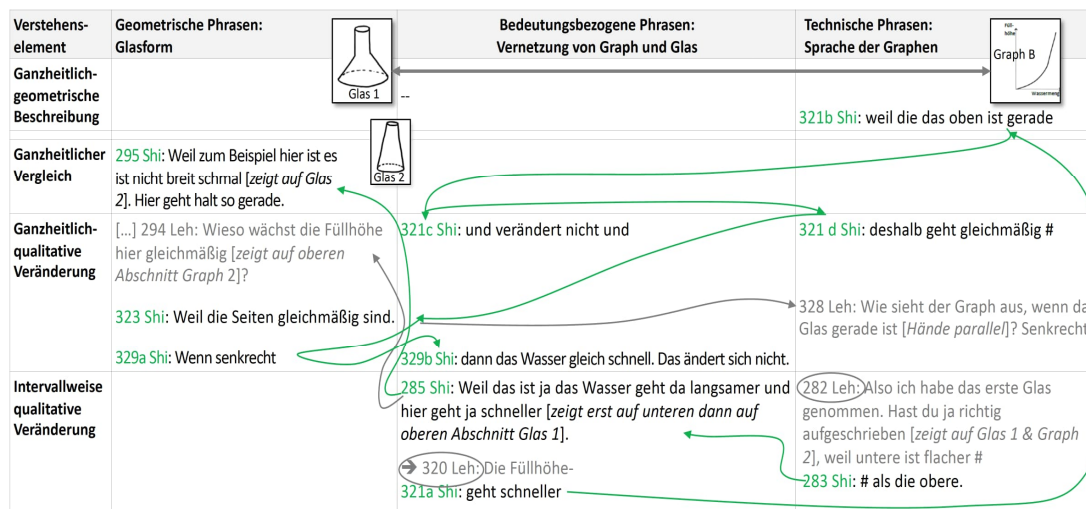


Abb. 2: Shirins Verknüpfungsmatrix zur Erklärung der Passung Glas 1 – Graph B

Shirin folgt diesem Impuls und erklärt die Beschreibung (unten flacher als oben; Turns 282-283) auch inhaltlich bezüglich der Füllgeschwindigkeit („Weil da ist ja das Wasser geht da langsamer und hier geht ja schneller“; Turn 285). Nach der Beschreibung des Glases durch ihre Tandempartnerin (Turns 286-293, nicht abgedruckt), wechselt die Lehrerin nun zum Verstehenselement *Ganzheitlich-qualitative Veränderung* und fragt nach der Passung zwischen dem linearen Abschnitt und dem Glas (Turn 294). Shirin schafft es an dieser Stelle jedoch nicht, die Glasform oder deren Auswirkung auf die Füllgeschwindigkeit zu beschreiben und weicht auf einen Vergleich zwischen Glas 1 und Glas 2 aus (Turn 295). Da die Formulierung der gleichbleibenden Breite im Glas in den Designexperimenten für viele Lernende anspruchsvoll war, formuliert die Lehrerin diese deshalb zunächst selbst, um ein Sprachvorbild anzubieten und die Ideen zu konsolidieren.

Im weiteren Verlauf setzt die Lehrerin noch einmal beim Verstehenselement *Intervallweise Qualitative Veränderung* an (Turn 320), das Shirin bereits adressiert hat. Die Lernende folgt ihr und beschreibt die Füllgeschwindigkeit zunächst als schneller (als im unteren Teil; Turn 321a) und versucht anschließend, ihre Aussage mit der graphischen Darstellung zu verknüpfen (oben gerade; Turn 321b). An dieser Stelle setzt sie zwar noch die *schnellere* Geschwindigkeit (Änderung der Änderung) mit der *gleichmäßigen* Steigung (Änderung) gleich (Prediger & Şahin-Gür, 2020), beginnt allerdings nun bereits, die Bedeutung dieser zu erarbeiten. In Shirins Aussage ‚verändert nicht‘ (Turn 321c) ist zudem noch unklar, ob sie tatsächlich die Füllgeschwindigkeit oder doch den Graphen meint. Es wird jedoch deutlich, dass sie hier langsam die Änderung der Änderung in den Blick nimmt und dies anschließend mit dem passenden Fachwort verbindet (gleichmäßig; Turn 321d). Dieses Sprachmittel überträgt sie schließlich auch auf die Glasform

(Turn 323). Nach einer Überformung und dem Impuls der Lehrerin, die Form des Glases nun noch einmal mit der Graphensteigung zu verknüpfen (Turn 328; Verstehenselement *Ganzheitlich-qualitative Veränderung*), erklärt Shirin die Passung schlussendlich sogar bedeutungsbezogen anhand der gleichbleibenden Füllgeschwindigkeit (Turn 329b).

Fazit und Ausblick

Die Analyse zeigt zunächst, dass die Verstehenselemente, die eher dem Objektaspekt zuzuordnen sind (*Ganzheitlicher Vergleich* und *Ganzheitlich-qualitative Veränderung*), von Shirin nicht ohne Weiteres bewältigt werden können und sie immer wieder bei weniger verdichteten Verstehenselementen (*Intervallweise Qualitative Veränderung*) ansetzen muss, um die Passung nach und nach zu erschließen und zu erklären (anknüpfend etwa an Prediger & Zindel, 2017).

Die Erklärung des Verstehenselements, das die Änderung fokussiert, ist für Shirin (wie auch für Lernende der anderen Kleingruppen) unproblematisch. Sobald allerdings die Änderung der Änderung in die Überlegungen und Erklärung mit einbezogen werden muss (*Ganzheitlich-qualitative Veränderung*), entsteht für die Lernenden eine andernorts gut dokumentierte Herausforderung (Prediger & Şahin-Gür, 2020). Sie wird hier mithilfe des bedeutungsbezogenen Nachdenkens über sich ändernde Füllhöhen bewältigt.

Umfassendere Analysen sollen zeigen, welche Verstehenselemente und Verknüpfungen zwischen den Elementen konkret erfolgreiche Momente in Lernprozessen der Füllgraphen-Umgebung charakterisieren. Zudem werden konzeptuelle sowie sprachliche Unterstützungen für DaZ-Lernende zur Überwindung von Hürden im Lernprozess untersucht.

Literatur

- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1–64. <https://doi.org/10.3102/00346543060001001>
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal für Math.-Didaktik*, 10(1), 3–37. <https://doi.org/10.1007/BF03338719>
- Prediger, S. & Şahin-Gür, D. (2020). Eleventh graders' increasingly elaborate language use for disentangling amount and change. *Journal für Mathematikdidaktik*, 41(1), 43–79. <https://doi.org/10.1007/s13138-019-00155-x>
- Prediger, S. & Zindel, C. (2017). School Academic Language Demands for Understanding Functional Relationships: A Design Research Project on the Role of Language in Reading and Learning. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(7b), 4157–4188. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00804a>
- Swan, M. (1985). *The Language of Functions and Graphs. An Examination Module for Secondary Schools*. Nottingham: Shell Centre.