

Silvia SCHÖNEBURG-LEHNERT, Leipzig & Thomas KROHN, Leipzig

Das Geometrische Quadrat: Wie reagieren Lernende auf ein historisches Unterrichtsmittel?

Im folgenden Beitrag werden einige konzeptionelle Überlegungen zur Einbeziehung von Mathematikgeschichte des 17. Jahrhunderts im Mathematikunterricht am Beispiel des historischen Unterrichtsmaterials „Organum mathematicum“, speziell am Inhalt des Geometrischen Quadrats in dessen Geometrie-Fach thematisiert, die damit verbundene Quellenarbeit erläutert sowie Erfahrungen aus dem Unterricht vorgestellt.

Das Organum mathematicum als historisch-mathematische und historisch-didaktische Quelle

Die Idee, Mathematikgeschichte in den Mathematikunterricht einzubeziehen und Lernende mit Originalquellen arbeiten zu lassen, ist keineswegs neu. Zahlreiche Studien und Arbeiten haben sich mit der Frage, ob und wie dies sinnvoll umgesetzt werden kann, beschäftigt (vgl. hierzu etwa Arcavi & Bruckheimer, 2000; Jahnke et al., 2006; Thomaidis & Tzanakis, 2008). In einer Metastudie wurden von Jankvist (2009) entsprechende Argumente für den Einsatz zusammengetragen und in zwei Klassen „history as a tool“ und „history as a goal“ unterteilt. Für die vorzustellende Quelle liegt der Schwerpunkt vorrangig auf der ersten Sichtweise, da die Auseinandersetzung mit den historischen Inhalten die Vermittlung der eigentlichen Mathematik unterstützen soll.

Beim Organum mathematicum handelt es sich um einen treppenartigen Holzschrein, unterteilt in 10 Fächer mit Materialien zu 9 verschiedenen mathematischen Themenbereichen: Arithmetik, Geometrie, Fortifikation, kirchliche Zeitrechnung, Gnomonik, Astronomie, Astrologie, Geheimschriften (zwei Fächer) und Musik. Diese Sammlung stellt das Ergebnis zahlreicher Überlegungen des Mathematikers Athanasius Kircher (1602–1680) bei seiner Suche nach einem geeigneten Hilfsmittel für die Mathematikausbildung des jungen österreichischen Erzherzogs Karl Joseph dar (Schott, 1668, S. 57). In jedem Fach befinden sich verschiedene hölzerne Täfelchen, die zum leichteren Verständnis der Mathematik (Schott, 1668, S. 58) beitragen sollen. Ferner werden im Sockel des Schreins verschiedene Instrumente, z.B. ein Geometrisches Quadrat, aufbewahrt, die ebenfalls den mathematischen Unterricht unterstützen sollen.

Das Interessante an der Quelle sind nicht die Inhalte, sondern vielmehr ihre didaktische Aufbereitung (Schott, 1668, S. 59). Dabei kommt den Täfelchen als „Datenträger“ eine besondere Bedeutung zu, da mit ihrer Hilfe Probleme

der gegebenen anwendungsorientierten Kontexte bearbeitet und gelöst werden können. Der Lernende muss „nur“ die entsprechenden Täfelchen auswählen, geeignet anordnen, die gewünschten Daten ablesen und diese dann im gegebenen Kontext interpretieren. Es geht also weniger um die Vermittlung von Sach- und Faktenwissen als vielmehr um dessen Anwendung. So dienen die Täfelchen etwa als Rechenhilfen im Arithmetikfach, als Konstruktionshilfen bei der Fortifikation oder als Hilfen zur Versuchsauswertung im Geometriefach (Vollrath, 2003, S. 49ff).

Dass das Organum mathematicum eine nicht zu unterschätzende Quelle für den Mathematikunterricht darstellt, wurde bereits anhand der Auseinandersetzung mit den Fächern zur Arithmetik und Fortifikation aufgezeigt (Schöneburg-Lehnert & Krohn, 2019). Die dort gemachten positiven Erfahrungen mit der Quelle haben Anlass gegeben das Fach zur Geometrie jetzt stärker in den Fokus zu rücken.

Das Geometrische Quadrat als historisches Vermessungsinstrument

Im Geometrie-Fach befinden sich 3 Arten geometrischer Täfelchen, um Anwendungsprobleme der praktischen Geometrie, wie etwa die Höhenbestimmung von Gegenständen, bearbeiten und lösen zu können. Darüber hinaus enthält der Sockel des Organums auch einen Quadranten und ein geometrisches Quadrat als essentielle Vermessungsinstrumente in diesem Kontext.

Bei dem Geometrischen Quadrat handelt es sich um einen quadratischen Rahmen mit einer waagerechten Skala (*umbra recta*) und einer senkrechten Skala (*umbra versa*), die hier im Organum mathematicum jeweils in 12 gleiche Teile eingeteilt sind. In der linken unteren Ecke befindet sich zudem eine drehbare Visierstange mit zwei Pfeilmarken, mit deren Hilfe der Messpunkt, z.B. die Turmspitze anvisiert werden kann. Nun kommen die Täfelchen zum Einsatz. Der Punkt, der beim Anvisieren auf der senkrechten oder waagerechten Skala abgelesen wird, ist in einem der Täfelchen zu suchen, das entsprechende Verhältnis abzulesen und mit der Entfernung des Turms zu multiplizieren. Die Höhe vom Boden bis zu den Augen ist abschließend dazu zu addieren, um die gesuchte Höhe zu bestimmen. Ohne nachzudenken oder den mathematischen Hintergrund verstanden zu haben, kann problemlos die Höhe von Gegenständen bestimmt werden. Um dem mathematischen Hintergrund zu verstehen, benötigt man grundlegende Kenntnisse aus der Ähnlichkeitslehre.

Implementierung im Mathematikunterricht und erste Ergebnisse

Im Folgenden werden ein möglicher Einsatz des Geometriefaches im Unterricht sowie die damit gemachten Erfahrungen in zwei 9. Klassen ($n=41$) besprochen.

Untersuchungsfragen:

(1) Wie beurteilen die Lernenden die Integration von Mathematikgeschichte in den Unterricht? (2) Wie beurteilen die Lernenden die Verwendung von Originalquellen im Unterricht? Welche Potenziale, welche Probleme erkennen sie? (3) Wie nehmen die Lernenden die Mathematik wahr, die dem Geometrischen Quadrat und den Täfelchen inhärent ist?

Implementierungs-Design:

Die Auseinandersetzung bestand aus je zwei 90minütigen Unterrichtseinheiten zu folgenden Inhalten:

(1) Eine Reise ins Wien des 17. Jhd. zu Kirchers Konzeption fürs und Themen des Organum mathematicum; Vorgehen: Briefanalyse, Placemate

(2) Das Geometriefach im Detail mit a) Aufbau des Geometrischen Quadrats und der Täfelchen, b) Verwendung des Instruments zum Messen der Höhe verschiedener Objekte und c) Erarbeitung der mathematischen Hintergründe des Instruments; Vorgehen: Gruppenarbeit u. a. am historischen Material, Freiluft-Experiment der Messung, Visualisierung mittels GeoGebra

Datenerhebung:

(1) Fragebogen mit Positionierung zu Aussagen und Begründungen, (2) Beobachtungsprotokolle der Lehrkraft, (3) zu schreibender Kurzaufsatz

Einige Ergebnisse:

Die Auswertung der Daten zeigt ein recht ambivalentes Bild. So befürwortete ca. die Hälfte der Schüler*innen eine Einbeziehung von Mathematikgeschichte in den Unterricht: „*Die Geschichte der Mathematik in der damaligen Zeit ist ein wichtiger Teil der Geschichte und sollte berücksichtigt werden.*“, die anderen lehnten dies ab: „*Mathematik hat nichts zu tun mit Geschichte.*“ Die dabei angeführten Argumente decken sich zum einen mit internationalen Forschungsergebnissen (u. a. Tzanakis & Arcavi, 2000, S. 202ff), zum anderen aber auch mit den Beobachtungen des Lehrers während der Sequenz. Ein ähnliches Bild zeigt die Bewertung der Quellenarbeit. Während die Auseinandersetzung mit den verbal vorliegenden Quellen (Brief, Täfelchen) einige Stolpersteine aufgrund von Sprachbarrieren – „*Alte deutsche Texte sind kaum verständlich.*“ – offenbarte, wurden die Experimentierphase

mit und die mathematische Analyse des Geometrischen Quadrats in Gruppenarbeit mithilfe eines GeoGebra-Applets fast von allen Lernenden positiv bewertet. Insgesamt kann anhand der Beobachtungen während der Unterrichtssequenz und der Analyse des abschließenden Kurzaufsatzes festgestellt werden, dass es der überwiegenden Mehrheit der Schüler*innen gelungen ist, die mathematischen Grundlagen des Messinstruments und der Täfelchen zu durchdringen.

Zusammenfassung

Die Arbeit mit dieser historischen Quelle selbst zielt darauf ab, den Lernenden die Möglichkeit zu geben, Mathematik auf einer anderen Ebene zu erleben und wahrzunehmen und ermöglicht es ihnen, mathematische Inhalte tiefergründiger zu begreifen. Auch wenn nicht alle Schüler*innen diese besondere historische Episode der Mathematik – oder der Geschichte der Mathematik überhaupt – gefiel, zeigt die Auswertung, dass viele Schüler*innen diesen etwas anderen Zugang zur Mathematik schätzen und es als ein lohnendes Unterfangen ansehen, diesen Ansatz zu verfolgen, insbesondere wenn das Instrument selbst, in diesem Falle das Geometrische Quadrat, als Quelle der Wissensvermittlung im Fokus steht (van Randenborgh, 2015).

Literatur

- Arcavi, A. & Bruckheimer, M. (2000). Didactical uses of primary sources from the history of mathematics. *Themes in Education*, 1(1), 55–74.
- Jahnke, H. N., Furinghetti, F. & van Maanen, J. (Eds.). (2006). Report No22/2006 on the Mini-Workshop on studying original sources in mathematics education (pp.1285–1318). Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach.
- Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education, *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235–261.
- Schöneburg-Lehnert, S. & Krohn, K. (2019). Das Organum mathematicum – ein historisches Arbeitsmittel als Quelle für problemorientiertes Arbeiten im zeitgemäßen Mathematikunterricht. *Mathematica Didactica*, 42(1), 47–66.
- Schott, C. (1668). *Organum mathematicum libris IX. explicatum*. Endter.
- Thomaidis, Y. & Tzanakis, C. (2008). Original texts in the classroom. In E. Barbin, N. Stehlíková & C. Tzanakis (Eds.), *History and epistemology in mathematics education: Proceedings of the 5th European Summer University* (pp. 49–61). Plzeň.
- Tzanakis, C. & Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In J. Frauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in Mathematics Education: the ICMI Study* (pp. 201–240). Kluwer.
- van Randenborgh, Ch. (2015). *Instrumente der Wissensvermittlung im Mathematikunterricht*. Springer Fachmedien.
- Vollrath, H.-J. (2003). Das Organum mathematicum – Ein Lehrmittel des Barock. *Journal für Mathematikdidaktik*, 24(1), 41–58.