Kathrin HOLTEN, Siegen

Physikalische Kontexte im Mathematikunterricht: Den Übergang Realität–Mathematik als Herausforderung annehmen?

„Das Übertragen von der Tabelle in das Diagramm (..) hat vielen Schülern Probleme bereitet“, reflektiert der Student Bernd im Projektseminar InForM PLUS (Holten & Krause, 2019). Er bezieht sich dabei auf die Durchführung seiner verbindend geplanten und im Regelunterricht einer Jgst. 9 im Fach Mathematik durchgeführten Unterrichtsstunde zum Thema quadratische Funktionen und freier Fall. Im vorliegenden Beitrag dient die fachdidaktischverbindende Analyse dieser Szene (Holten, 2022, S. 338–345) als Ausgangspunkt, um den Professionalisierungsprozess angehender Lehrkräfte und die möglichen Wissensentwicklungsprozesse der Lernenden hinsichtlich realitätsbezogenen Mathematikunterrichts zu diskutieren.

Zur Ausgangsszene: Schwierigkeiten beim Darstellungswechsel

Die Jgst. 9 einer Sekundarschule in NRW sollte in der von einer Studierendengruppe geplanten und durchgeführten Unterrichtsstunde, die Mathematik und Physik miteinander verbindet, in einem Versuch die Fallzeiten von Kugeln auf einer sog. Fallschnur mit dem Smartphone messen. Die Lernenden hatten anschließend die Aufgabe, aus den aufgenommenen Messwerten ein Weg-Zeit-Diagramm zu erstellen. Der Student Bernd beschreibt in der Seminarsitzung zur Reflexion seiner Unterrichtsstunde, dass es für die Schüler*innen besonders herausfordernd war, die Werte aus der Messwerttabelle in das Diagramm zu übertragen, weil die Schüler*innen seiner Ansicht nach nicht mit der Anordnung der Größen in der Tabelle zurechtkamen. Die auf einem Arbeitsblatt vorgegebene Messwerttabelle führte in der linken Spalte die festen Strecken und in der rechten Spalte die gemessenen Fallzeiten und war nicht, wie in Schulbüchern der Fächer Mathematik und Physik üblich, in Zeilen angeordnet. Darüber hinaus nehmen die Schüler*innen zu vorgegebenen Strecken s die Fallzeiten t(s) auf. Lernende übertragen das Argument, also die Werte aus der linken Spalte (bzw. ersten Zeile einer nicht-transponierten Tabelle), auf die x-Achse des Koordinatensystems und das Bild, also die Werte aus der rechten Spalte (bzw. zweiten Zeile), auf die y-Achse. Auf dem Arbeitsblatt der Studierendengruppe war die Achsenbeschriftung des Diagramms jedoch vertauscht. Die Zeit war auf die x-Achse aufzutragen. Seine eigene Ausführung dazu in der Reflexionssitzung scheint Bernd zu irritieren. Erklären kann er seine Irritation allerdings nicht. Ob sie auf die Invertierung der Tabelle oder die Vertauschung von Argument und Bild im Diagramm zurückzuführen ist, bleibt offen.

In: IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2022.
56. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872089.0

Das Spannungsfeld von Theorie und Empirie als Herausforderung

Die Schüler*innen messen zu festen Streckenabschnitten s die Fallzeiten t(s). Sie sollen jedoch nicht den Graphen der Funktion t(s) der gemessenen Fallzeiten erstellen, so wie es die Messanordnung und die Anordnung der Messgrößen in der Tabelle vorgeben, sondern den Graphen der Funktion s(t). Die Erstellung des Graphen s(t) ist aus physikalischer Perspektive sinnvoll, um die Steigung des Graphen in Hinblick auf das zugrunde liegende Weg-Zeit-Gesetz untersuchen zu können. Zumal der Versuch im geplanten Unterrichtsverlauf der Studierendengruppe eigentlich zum Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung $s(t) = \frac{1}{2}\, g\, t^2$ hinführen soll und nicht zu dessen Umkehrung. Die Differenz zwischen physikalischer Theorie und Realisation dieser Theorie in der Empirie durch eine bestimmte Messanordnung scheint also das eigentliche Problem für die Lernenden beim Übertragen der Messdaten aus der Tabelle in das Diagramm zu sein.

Der Student Thomas stößt im Einstieg der beschriebenen Unterrichtsstunde bei der Hypothesenbildung bereits auf dieselbe Schwierigkeit wie die Lernenden in der Arbeitsphase. Die Lerngruppe sollte laut Unterrichtsverlaufsplan zunächst eine Hypothese zur Fallhöhe eines Steins in einen Brunnen aufstellen. Da trotz mehrfacher Aufforderung keine Reaktion seitens der Lernenden erfolgt, knüpft Thomas als Lehrkraft selbst eine Argumentationskette und lässt die Klasse durch lautes Denken daran teilhaben.

Hat da jemand eine Idee? (7s) Ich meine (kreist mit den Schultern von links nach rechts um seine eigene Achse), je höher man etwas fallen lässt, (schaut abwechselnd in seine Hände und auf die Schüler*innen) desto länger braucht es dann auf den Boden zu fallen. Also (schaut auf die Tafel und wieder zurück zu den Schüler *innen) aufzuschlagen sozusagen. (7s) Das heißt, (wendet sich wieder der Tafel zu) dass eigentlich die Zeit, also t, ja irgendwie (schreibt "t" an die Tafel) muss abhängig von ähm. Ach Quatsch (wischt "t" mit dem Handballen aus und schreibt stattdessen "s" an die Tafel). Die Fallhöhe. Die Strecke soll abhängig (ergänzt das Tafelbild zu "s abhängig t" (6s)) von der Zeit sein. (Blickt über seine rechte Schulter, um die Schüler*innen anzuschauen; geht wieder zurück zu seiner Ausgangsposition (7s)) Das heißt, man könnte herausfinden (schaut auf die Tafel (...)) (Schaut die Schüler*innen an) wie tief der Brunnen ist durch eine Formel (schaut auf die Tafel (4s)) mit der Zeit (schaut auf den Boden links neben sich (.); blickt die Schüler*innen an) und das wollen wir herausfinden durch ein Experiment in dieser Stunde. (...) (gibt Bernd durch Handzeichen zu verstehen, dass er fertig ist)

Thomas Schlussfolgerung lautet, dass die Zeit abhängig ist von der Strecke (Z. 5–7). Er korrigiert diese vermeintlich falsche Aussage jedoch unverzüglich (Z. 7–9). Die Überlegung „je tiefer der Brunnen ist, desto länger ist die

Zeitspanne zwischen Loslassen und Aufschlagen des Steins“ führt natürlich zu einer Hypothese der Form „die gemessene Zeit ist abhängig von der Brunnentiefe“. Eben diese Hypothese kann in der eingangs beschriebenen Schüler*innenaktivität überprüft werden. Die Lernenden bestimmen eine Zeit in Abhängigkeit von der Fallhöhe. Dieses Vorgehen steht jedoch der Idee einer aus der physikalischen Theorie heraus zu entwickelnden Formel zur Bestimmung der Brunnentiefe entgegen. Die offene Impulsfrage laut Unterrichtsverlaufsplan zum Übergang vom Einstieg in die erste Erarbeitungsphase lautet: „Wie lässt sich die Hypothese überprüfen, dass die Fallhöhe von der Fallzeit abhängt?“. Diese Frage stellt Thomas nicht explizit, er kündigt jedoch an, dass das Ziel der Unterrichtsstunde die Bestimmung einer Formel zur Berechnung der Tiefe des Brunnens ist (Z. 11–15). Thomas hat dieses Ziel bei seinem Vortrag vor Augen, denn ihm fällt der Widerspruch zu seiner Argumentation auf, wenn er seine Schlussfolgerung, t sei abhängig von s, an der Tafel notieren möchte. Eine Erklärung seines Fehlers bleibt aus. Thomas, der nicht Physik als Unterrichtsfach studiert, fehlt vermutlich der dazu nötige Zugriff auf die *syntaktische Struktur* (Shulman, 1986) der Kinematik als Fachgebiet. Bernd hat eine Schwierigkeit für die Schüler*innen im Darstellungswechsel erkannt. Er nimmt die Umkehrung des Weg-Zeit-Gesetzes zwar nicht in den Blick, ist aber zumindest ebenfalls durch seine eigene Ausführung irritiert. Die eigentliche, in der Seminarsitzung unerkannte Schwierigkeit der Schüler*innen, besteht beim Darstellungswechsel m. E. in der durch die Messanordnung provozierten Invertierung der aufgenommenen Messwerte bei der Übertragung in das Diagramm. Um diese Hürde zu umgehen, könnte beispielsweise der Versuchsaufbau verändert werden. Eine Bild-für-Bild-Analyse eines Handyvideos vom Fall einer Kugel vor einem Metermaß, würde den Lernenden eine Messung der Strecke in Abhängigkeit von der Zeit ermöglichen. In der ursprünglichen Messanordnung wird die Verbindung von Physik und Mathematik jedoch zum Problem für die Studierenden und schließlich auch für die Lernenden.

Der Übergang von der Realisation einer außermathematischen Theorie (Empirie) zur Mathematik (Theorie) ist als eigentliche Herausforderung für die Schüler*innen und für die lehrenden Studierenden aus der Fallgeschichte zu identifizieren. Es scheint, als müssten (angehende) Lehrkräfte für Hürden, die sich in einem „realitäts-orientierten Mathematikunterricht“ (Holten, 2022, in Anlehnung an Pielsticker, 2020) aus der Verbindung von Mathematik und angrenzenden Disziplinen (z. B. Physik) ergeben, sensibilisiert werden, um entsprechenden Lernschwierigkeiten angemessen begegnen zu können.

Ausblick

Eine analoge Beobachtung von Schwierigkeiten beim Darstellungswechsel in der Jgst. 8 eines Gymnasiums in NRW im Rahmen des Projektes *Realitätsbezogener Mathematikunterricht* (Holten & Witzke, 2021) am Bildungsconnector Olpe (bc:Olpe) in einer Lernumgebung zu linearen Funktionen am Beispiel verschiedener Bewegungsvorgänge einer Spielzeugeisenbahn (Holten et al., 2022) weckt weiteres Forschungsinteresse. Der Einsatz realer außermathematischer mathematikhaltiger Kontexte, z. B. aus der Physik, in einem realitäts-orientierten Mathematikunterricht wird im genannten Projekt qualitativ untersucht. In Kooperation mit erfahrenen Lehrkräften werden verschiedene Lernumgebungen entwickelt und Gelingensbedingungen für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht formuliert. Die Lehrkraft der Lerngruppe, die die Durchführung der Unterrichtsstunde durch die Forschenden lediglich beobachtet hatte, greift in einer an die Gruppenarbeit anschließenden Sicherungsphase aktiv in das Unterrichtsgeschehen ein. Sie äußert ihre Beobachtung, dass ein Diagramm „anders“ sei als die anderen Gruppenergebnisse. Die Lehrkraft hatte eine Vertauschung der Diagrammachsen durch die Lernenden erkannt und fordert die Klasse spontan dazu auf, die Andersartigkeit des Diagramms zu beschreiben und eine Erklärung dafür zu formulieren. Dies legt die Vermutung nahe, dass insbesondere solche Lehrkräfte, die sich der Chancen und Herausforderungen realitätsorientierten Mathematikunterrichts bewusst sind, sinnstiftende Wissensentwicklungsprozesse erfolgreich initiieren können.

Literatur

Holten, K. (2022). *Fachdidaktischverbindendes Forschen und Lehren in der Mathematiklehrer*innenbildung: Neue Perspektiven auf das Lehren und Lernen von Mathematik (und Physik).* Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-37514-0

Holten, K. & Krause, E. (2019). InForM PLUS vor der Praxisphase – Zwischenbericht eines interdisziplinären Elements in der Lehramtsausbildung an der Universität Siegen. In M. Degeling, N. Franken, S. Freund, S. Greiten, D. Neuhaus & J. Schellenbach-Zel (Hrsg.), *Herausforderung Kohärenz: Praxisphasen in der universitären Lehrerbildung: Bildungswissenschaftliche und fachdidaktische Perspektiven* (S. 259–273). Klinkhard.

Holten, K., Plack, J. & Witzke, I. (2022). Mit der Holzeisenbahn zu Funktionen: Bewegungsvorgänge mathematisch beschreiben. *mathematik lehren, 231*, 21–28.

Holten, K. & Witzke, I. (2021). *Realitätsbezogener Mathematikunterricht*. https://bc-olpe.de/portfolio-item/realitaetsbezogener-mathematikunterricht/

Pielsticker, F. (2020). *Mathematische Wissensentwicklungsprozesse von Schülerinnen und Schülern: Fallstudien zu empirisch-orientiertem Mathematikunterricht mit 3D-Druck.* Springer Spektrum. https://doi.org/10.1007/978-3-658-29949-1

Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14. https://www.jstor.org/stable/1175860