

GRÜNIG, Fabian; STEINER, Peter; LEININGER, Stephanie;
HOCHWEBER, Jan & SCHÖNENBERGER, Stephan
St.Gallen (Schweiz)

Entwicklung eines feingranularen Kompetenzmodells für den Themenbereich „Lineare Funktionen“ in der Sekundarstufe: Einblicke in das Projekt „Investigating the Spaces and Trajectories in Mathematics Learning“ (SaTiM)

Eine detaillierte, empirisch gestützte Beschreibung individueller Lernwege (Learning Trajectories; Confrey et al., 2020; Peck, 2020) ist zentraler Baustein einer förderorientierten Kompetenzdiagnostik. Ein speziell dafür geeigneter diagnostischer Ansatz sind kompetenzbasierte Wissensräume (CbKST; Heller & Stefanutti, 2024), doch sind einschlägige Anwendungen selten.

Im Projekt „Investigating the Spaces and Trajectories in Mathematics Learning“ (SaTiM) wird derzeit entlang der folgenden Forschungsfragen für den Themenbereich „Lineare Funktionen“ der Sekundarstufe I ein CbKST-orientiertes Kompetenzmodell entwickelt: (1) Welche (holistischen) Kompetenzen, Konzepte und Terminologien umfasst der Themenbereich Lineare Funktionen der Sekundarstufe 1? (2) Welche feingranularen Kompetenzbeschreibungen lassen sich ausdifferenzieren, sodass sich diese zur Klassifikation von curricular-validen Testaufgaben eignen?

Zum aktuellen Zeitpunkt wurden 110 Kompetenzbeschreibungen in den folgenden inhaltsbezogenen Subdimensionen identifiziert: Grundlagen, Funktionaler Zusammenhang und Zuordnungsaspekt; Darstellungsvernetzung; y-Achsenabschnitt; Steigung; Parallelität; Nullstellen; Schnittpunkte.

Die bisherigen Schritte zur Modellkonstruktion erscheinen vielversprechend, sodass im nächsten Schritt Bestände von bestehenden Testaufgaben differenziert klassifiziert werden sollen, um perspektivisch im Rahmen einer empirischen Prüfung des Modells eingesetzt zu werden.

Literatur

- Confrey, J., Toutkoushian, E., & Shah, M. (2020). Working at scale to initiate ongoing validation of learning trajectory-based classroom assessments for middle grade mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior*, 60, 100818. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100818>
- Heller, J., & Stefanutti, L. (2024). Knowledge Structures and Their Competence-Based Extension. In J. Heller & L. Stefanutti, *Advanced Series on Mathematical Psychology* (Vol. 07, pp. 3–26). World Scientific. https://doi.org/10.1142/9789811280481_0001
- Peck, F. A. (2020). Beyond Rise Over Run: A Learning Trajectory for Slope. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(4), 433–467. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc-2020-0045>

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0>

Entwicklung eines feingranularen Kompetenzmodells für den Themenbereich „Lineare Funktionen“ in der Sekundarstufe I

Einblicke in das Projekt „Investigating the Spaces and Trajectories in Mathematics Learning“ (SaTiM)

Grünig, F.¹; Steiner, P.¹; Leininger, S.¹; Hochweber, J.¹; & Schönenberger, S.¹
¹Pädagogische Hochschule St.Gallen

Theorie

Eine detaillierte, empirische Beschreibung individueller Lernstände und Lernwege (Learning Trajectories; Confrey et al., 2020) ist zentraler Baustein einer förderorientierten Kompetenzdiagnostik. Die kompetenz-basierte Wissensraumtheorie (CbKST; Heller & Stefanutti, 2024) bietet sich hierfür als testtheoretische Grundlage an. Derzeit sind kaum Studien oder Diagnoseangebote bekannt, die Testentwicklung und Diagnostik auf Basis der CbKST durchführen (Cosyn et al., 2021).

Im Projekt *Investigating the Spaces and Trajectories in Mathematics Learning (SaTiM)* wird für den zentralen Themenbereich *Lineare Funktionen* der Sekundarstufe ein CbKST-orientiertes Kompetenzmodell entwickelt, um darauf eine umfassende Itementwicklung sowie die Implementierung einer Diagnoseplattform aufzubauen.

Ziele und Fragestellung

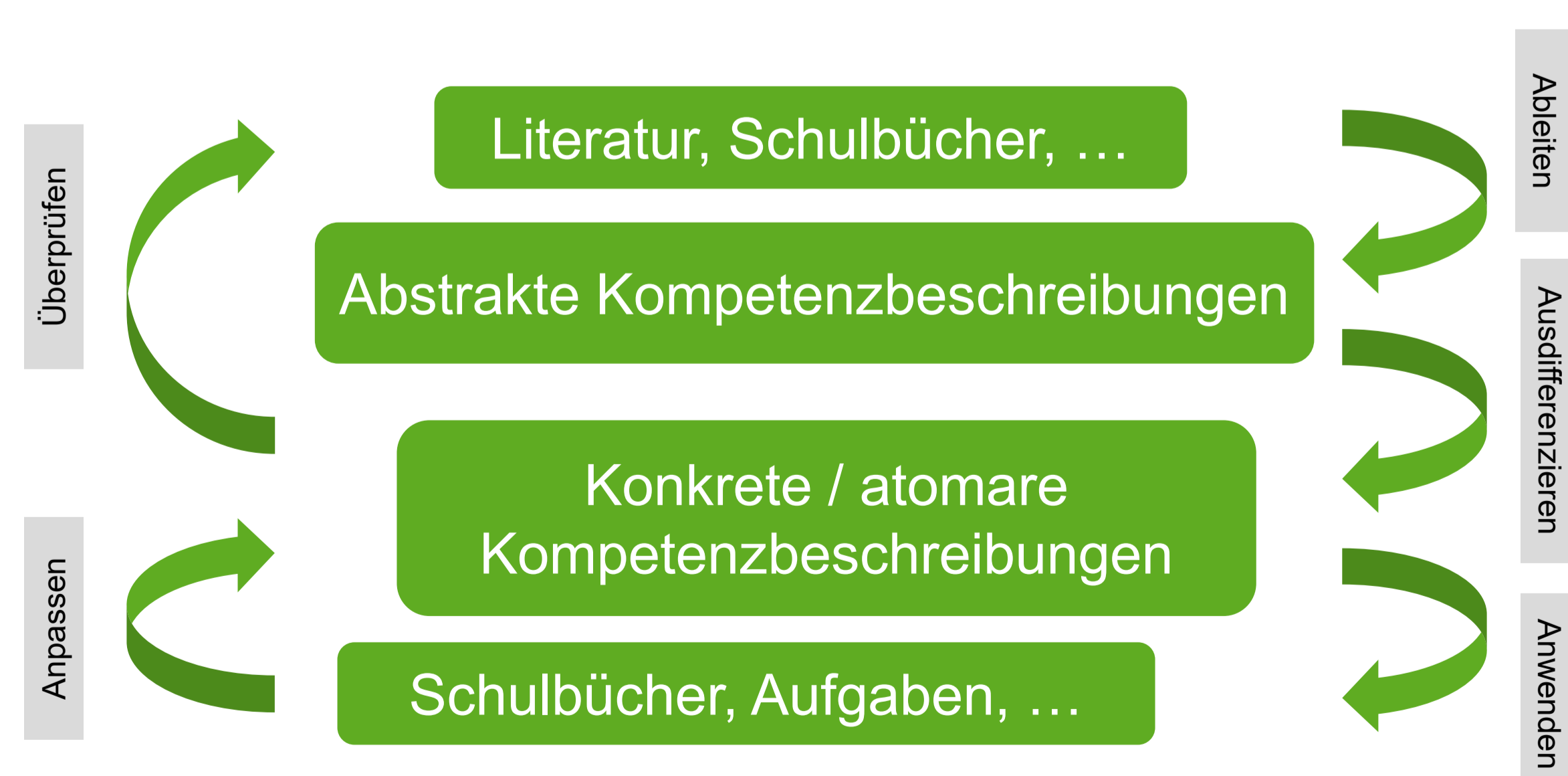
Entwicklung eines flexiblen, netzwerkartigen Kompetenzmodells für die Beschreibung individueller Lernwege im Themenbereich *Lineare Funktionen* von Schüler:innen der Sekundarstufe 1.

- Welche (holistischen) Kompetenzen, Konzepte und Terminologien umfasst der Themenbereich *Lineare Funktionen* der Sekundarstufe 1?
- Welche feingranularen Kompetenzbeschreibungen lassen sich auf dieser Basis ausdifferenzieren, sodass sich diese zur Klassifikation von curricular-validen Testaufgaben eignen?
- Welche Voraussetzungsbeziehungen sind zwischen den Kompetenzbeschreibungen anzunehmen?

Methode

In einem iterativen Prozess aus Literaturrecherche, Aufgaben- und Schulbuchanalysen wurden Kompetenz- und Inhaltsbereiche des Themengebiets *Lineare Funktionen* identifiziert und feingranulare Kompetenzbeschreibungen entwickelt.

Die Literaturrecherche fokussierte sich auf die Bereiche *Learning Trajectories* (Peck, 2020; Graf & Arieli-Attali, 2015; Richter, 2014), *Competence Modelling* (Niss & Hojgaard, 2019; Leuders et al., 2017), *Functional Thinking* und *Darstellungsvernetzung* (Zindel, 2019; Bayrhuber et al., 2010), sowie auf allgemeine Fachliteratur zu *Linearen Funktionen* (Vollrath & Weigand, 2017).



Vorläufige Ergebnisse

Zum aktuellen Zeitpunkt wurden die folgenden inhaltsbezogenen Subdimensionen identifiziert: Grundlagen, Funktionaler Zusammenhang und Zuordnungsaspekt; Darstellungsvernetzung; y-Achsenabschnitt; Steigung; Parallelität, Nullstellen, Schnittpunkte

Insgesamt wurden etwa 110 Kompetenzbeschreibungen identifiziert. Ein exemplarischer Auszug aus den Kompetenzbeschreibungen ist in der Tabelle aufgelistet.

Kompetenzbeschreibung (Die Schüler:innen...)	Mathematikbez. kognitive Prozesse	Literatur
begründen die Parallelität von linearen Funktionen anhand der Steigungszahlen.	Argumentieren und Begründen	Wilkie & Ayalon (2018), Youkap (2021)
begründen die Parallelität von linearen Funktionen anhand der stellenweisen Abstände der Funktionswerte.	Argumentieren und Begründen	Youkap (2021)
identifizieren Parallelitätseigenschaften in einem innermathematischen Kontext.	Argumentieren und Begründen	
wissen, dass die Steigungszahl das Verhältnis der Differenz der y-Koordinaten und x-Koordinaten angibt.	Wissen, Erkennen und Beschreiben	Peck (2020)
identifizieren die Steigungszahl einer linearen Funktion anhand des Funktionsterms in Normalform $m \cdot x + b$.	Wissen, Erkennen und Beschreiben	Peck (2020), Nitsch et al. (2012)
bestimmen die Steigungszahl einer linearen Funktion anhand des Funktionsterms mit Bruchtermen.	Operieren und Berechnen; Wissen, Erkennen und Beschreiben	
bestimmen die Steigungszahl einer linearen Funktion anhand des Funktionsterms mit Klammerausdrücken.	Operieren und Berechnen; Wissen, Erkennen und Beschreiben	
zeichnen ein auswertbares Steigungsdreieck an den Funktionsgraphen einer steigenden linearen Funktion.	Darstellen und Formalisieren	
zeichnen ein auswertbares Steigungsdreieck an den Funktionsgraphen einer fallenden linearen Funktion.	Darstellen und Formalisieren	
identifizieren in einem gegebenen außermathematischen Sachkontext die konstante Änderungsrate eines linearen Wachstumsprozesses.	Mathematisieren und Modellieren	Peck (2020), Zindel (2019)
wissen, dass die Änderungsrate in linearen Wachstumsprozessen die Veränderung des Bestands in einem Zeitschritt angibt.	Wissen, Erkennen und Beschreiben; Mathematisieren und Modellieren	Peck (2020)
wissen, dass der y-Achsenabschnitt (Funktionsterm) den Schnittpunkt des Funktionsgraphen mit der y-Achse angibt.	Wissen, Erkennen und Beschreiben	
identifizieren den y-Achsenabschnitt einer linearen Funktion anhand des Funktionsterms in Normalform $m \cdot x + b$.	Wissen, Erkennen und Beschreiben	
identifizieren in einem gegebenen außermathematischen Sachkontext den Anfangsbestand eines linearen Wachstumsprozesses.	Mathematisieren und Modellieren	
wissen, dass der y-Achsenabschnitt in linearen Wachstumsprozessen den Anfangsbestand angibt.	Wissen, Erkennen und Beschreiben; Mathematisieren und Modellieren	

Diskussion und Ausblick

Bisherige Schritte zur Konstruktion eines feingranularen und vollständigen Kompetenzmodells, das bestehende Testaufgaben anhand nötiger Lösungsschritte klassifizieren kann, scheinen vielversprechend. Eine theoretische Einbettung der Kompetenzbeschreibung konnte bisher erst teilweise oder nur durch unsystematische Literaturrecherche erfolgen – dürfte allerdings auf Basis der Literaturlage auch nicht immer möglich sein.

Nächste Schritte zur Validierung und Weiterentwicklung des Modells umfassen die vollständige Klassifizierung bestehender Aufgabenpools, Befragung von Expert:innen und die Durchführung von Thinkaloud-Interviews mit Lernenden.



Ergänzendes Material & Literatur