

Udo KÄSER, Bonn

## **Stochastisches Wissen und Entscheidungskompetenz in probabilistischen Problemsituationen ,know that' und ,know how' von Viert- und Siebtklässlern über Häufigkeit, Zufall und Wahrscheinlichkeit**

### **1. Einleitung**

Fehlvorstellungen kennzeichnen oft das Verständnis von stochastischen Problemen. Ursachen sind die unzureichende Reflektion informeller Erfahrungen (Konold, 1990) und die Bedeutungsdivergenz zwischen stochastischen Begriffen im Alltag bzw. im Kontext der Mathematik (Hauer-Typelt, 2011). So wird das spielerische Erleben von Chancen im Alltag im Regelfall nicht reflektiert. Auch wird Zufall alltäglich entgegen der Fachbedeutung oft so aufgefasst, dass ein Ereignis zufällig ist, wenn es selten eintritt. Insofern besteht eine Aufgabe von Stochastikunterricht darin, inadäquate, primäre Intuitionen in sicheres, Handlung leitendes Wissen zu überführen (Käser, 2010, Hauer-Typelt, 2011).

### **2. Theoretische Grundlagen**

Grundsätzlich kann zwischen deklarativem Begriffswissen, das propositional ist und über welches explizit verfügt wird, und prozeduralem Gebrauchswissen, das nicht-propositionalen Charakter hat und nur implizit vorliegt, differenziert werden (Käser & Röhr-Sendlmeier, 2012).

Zur Frage, inwieweit Schülerinnen und Schüler über ein deklaratives Wissen von Grundbegriffen der Stochastik verfügen, also Begriffe der Stochastik adäquat definieren, erklären oder erläutern können, bzw. inwieweit sie in probabilistischen Problemsituationen adäquat handeln oder entscheiden können, liegen nur wenige fundierte empirische Studien vor. Einige Studien geben Hinweise darauf, dass die Fähigkeit von Schülerinnen und Schülern stochastische Situationen begrifflich exakt auszudrücken und ihr Verständnis für stochastische Probleme altersunabhängig nur schwach ausgeprägt sind und Unterricht in Stochastik wenig wirksam ist (Green 1982, Engel & Sedelmeier 2004, Rasfeld 2004). Die Studie von Hirsch & O'Donnell (1993) zeigt an, dass nur ein Stochastikunterricht, der kognitive Konflikte erzeugt, mittel- und langfristig zu einer Verbesserung probabilistischer Vorstellungen führt. Die Studie von Fischbein & Schnarch (1997) liefert Hinweise darauf, dass für verschiedene inhaltliche Aspekte der Stochastik in unterschiedlicher Weise Alterseffekte hinsichtlich der Adäquatheit von Schülervorstellungen vorliegen. Für die Bewertung dieser Studien ist allerdings zu beachten, dass sie in verschiedenen Ländern mit unter-

schiedlichem Schulsystem erhoben wurden und teilweise methodischen Limitationen unterliegen. Insgesamt ist daher weitgehend unklar, welches stochastische Verständnis deutsche Schulkinder heutzutage besitzen.

Vor diesem Hintergrund zielt die vorliegende Studie darauf ab zu erhellen, über welches Begriffswissen von Häufigkeit, Zufall und Wahrscheinlichkeit Schülerinnen und Schüler verfügen, inwieweit sie in der Lage sind mit probabilistischen Problemsituationen umzugehen und korrekt zu entscheiden sowie den Zusammenhang zwischen Begriffswissen und Handlungs- / Entscheidungskompetenz zu untersuchen.

## **2. Methodik**

91 Viert- und 109 gymnasiale Siebtklässlern nahmen an der Studie teil. Die Grundschul Kinder waren im Mittel ca. neun ( $M = 9.3$ ,  $SD = 0.6$  Jahre), die Gymnasiasten zwölf einhalb Jahren alt ( $M = 12.5$  Jahre,  $SD = 0.5$  Jahre). Jeweils lag in etwa eine Gleichverteilung des Geschlechts vor (4. Klasse: 46 Mädchen, 45 Jungen; 7. Klasse: 52 Mädchen, 57 Jungen).

Die Erhebung wurde im Klassenverband schriftlich mit Hilfe eines zweiteiligen Fragebogens durchgeführt. Der erste Teil erfasst mittels offener Fragen das Verständnis der Schülerinnen und Schüler für die stochastischen Grundbegriffe Häufigkeit, Zufall und Wahrscheinlichkeit. Der zweite Teil erhebt mittels 25 Multiple-Choice-Aufgaben die Entscheidungskompetenz in probabilistischen Problemsituationen.

Bei unabhängiger Analyse ergab sich für die Angaben im ersten Teil des Instrumentariums als Inter-Rater-Reliabilität eine Übereinstimmung von 95 Prozent. Für die Items im zweiten Teil des Instrumentariums lag nach Ausschluss zweier Items aufgrund unzureichender Trennschärfe eine gute Homogenität von  $\alpha = .816$  vor. Die Auswertung des zweiten Teils wird so vorgenommen, dass die Anzahl der richtigen Antworten gezählt wird und der Score linear auf eine Skala von 0 bis 100 Punkte transformiert wird.

## **3. Ergebnisse**

Mit Häufigkeit sind drei Vorstellungen verknüpft: die inadäquate Vorstellung von Häufigkeit als Vielheit (d. h. etwas liegt vielfach vor oder passiert sehr oft), als absolute (Anzahlkonzept) bzw. als relative Häufigkeit. Die letzten beiden Konzepte sind nur bei Siebtklässlern zu finden (34 bzw. 21 Prozent). Die Unterschiede der Jahrgangsstufen werden signifikant ( $p < 0.001$ ,  $\phi = 0.414$  bzw.  $p < 0.001$ ,  $\phi = 0.321$ ). Das Konzept der Vielheit formulieren 87 Prozent der Viert- und 88 Prozent der Siebtklässler, ohne dass der Unterschied signifikant wäre.

Der Begriff Zufall ist ebenfalls mit drei Vorstellungen verbunden: Zufall als Unvorhersehbarkeit, als Unbeeinflussbarkeit und als Gleichverteilung von Chancen. Letztere inadäquate Vorstellung zeigt sich nur vereinzelt bei wenigen Siebtklässlern (6 Prozent). In beiden Teilstichproben zeigt sich das Konzept der Unvorhersehbarkeit (40 bzw. 47 Prozent) häufiger als das Konzept der Unbeeinflussbarkeit (7 bzw. 29 Prozent), wobei der Unterschied im Jahrgangsstufenvergleich nur für die Sichtweise von Zufall als Unvorhersehbarkeit signifikant wird ( $p < 0.001$ ,  $\phi = 0.289$ ).

Für den Begriff Wahrscheinlichkeit liegen sechs Konzepte vor: Wahrscheinlichkeit als Trefferchance (4 bzw. 39 Prozent), als kleiner-größer-Relation eines möglichen Eintretens (1 bzw. 16 Prozent), als Maß in  $[0;1]$  zwischen unmöglichem und sicherem Ereignis (4 bzw. 5 Prozent), als Ausdruck in Zusammenhang mit relativen Häufigkeiten (6 bzw. 30 Prozent), als Maß zum Schätzen (44 bzw. 26 Prozent) bzw. zur Berechnung von Unsicherheit (0 bzw. 13 Prozent). Die Auffassung von Wahrscheinlichkeit als Maß in  $[0;1]$  findet sich in beiden Jahrgangsstufen nur vereinzelt. Das Verständnis von Wahrscheinlichkeit als Schätzer für Unsicherheit findet sich signifikant häufiger bei Viertklässlern ( $p < 0.001$ ,  $\phi = 0.192$ ). Die übrigen Vorstellungen werden signifikant häufiger von Siebtklässlern formuliert ( $p < 0.001$  mit jeweils mittleren Effektstärken).

Des Weiteren sind die Beispiele und Erklärungen der Siebtklässler häufiger adäquat ( $p < 0.001$  mit jeweils mittleren Effektstärken) mit Ausnahme der Erklärungen für Zufall bzw. Wahrscheinlichkeit, für die aber kleine Effekte vorliegen ( $p = 0.068$  bzw.  $p = 0.057$ ). In beiden Jahrgangsstufen gelingt am ehesten ein adäquater Zugang zum Begriff Zufall (37 bzw. 81 Prozent). Schwieriger sind die Begriffe Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit (Häufigkeit: 29 bzw. 61 Prozent; Wahrscheinlichkeit: 16 bzw. 59 Prozent).

Im Test der Entscheidungskompetenz liegen die Viertklässler mit im Mittel 44.0 Punkten ( $SD = 15.6$ ) signifikant über dem Rateniveau ( $p < 0.001$ ,  $d = 1.85$ ). Die Siebtklässler lösen knapp drei Viertel der Aufgaben ( $M = 71.6$ ,  $SD = 12.8$ ) und schneiden signifikant besser ab ( $p < 0.001$ ,  $d = 1.94$ ).

Schließlich zeigt sich je nachdem, ob adäquate oder inadäquate Vorstellungen vorliegen, kein signifikanter Unterschied hinsichtlich der Entscheidungskompetenz in probabilistischen Problemsituationen. Dies gilt gleichermaßen für Viert- und Siebtklässler.

#### **4. Diskussion**

Der Befund fehlender altersspezifischer Unterschiede hinsichtlich der Häufigkeit stochastischer Fehlvorstellungen bestätigt sich nicht. Ob dies auf die

Unterrichtsqualität zurückzuführen ist, bleibt offen und bedarf einer längsschnittlichen Überprüfung unter Berücksichtigung aller Schulformen. Unbefriedigend fällt die Qualität des begrifflichen Wissens aus: Dass etwa nur ein Drittel der Viert- und ca. 60 Prozent der gymnasialen Siebtklässler Häufigkeit adäquat ausdrücken können, spricht für Mängel in der mathematischen Sprachkultur. Problematisch ist auch der Befund, dass Begriffswissen und Entscheidungskompetenz weder bei Grundschulern noch bei Gymnasiasten korrelieren. Dies zeigt, dass stochastisches ‚know that‘ und ‚know how‘ ohne Bezug erworben wird. So wäre es wichtig, eine stärkere Vernetzung von stochastischem Wissen und Können anzustreben. Hierfür ist eine bessere Verschränkung von Unterrichtsinhalten der Stochastik über die verschiedenen Jahrgangsstufen hinweg unverzichtbar.

## Literatur

- Engel, J. & Sedlmeier, P. (2004): Zum Verständnis von Zufall und Variabilität in empirischen Daten bei Schülern. In: Unterrichtswissenschaft, 32, 169 - 190.
- Fischbein, E. & Schnarch, D. (1997): The Evolution with Age of Probabilistic, Intuitively Based Misconceptions. In: Journal for Research in Mathematics Education, 28, 96 - 105.
- Green, D. R. (1982): Probability concepts in 11-16 year old pupils. Loughborough, U.K.: Centre for Advancement of Mathematical Education in Technology, Loughborough, University of Technology.
- Hauer-Typpelt, P. (2011): Tragfähige Grundvorstellungen zu Wahrscheinlichkeit und Zufall entwickeln – Vorschläge für den Stochastikunterricht. In: Didaktikhefte der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft, 43, 75 - 87.
- Hirsch, L. & O'Donnell, A. (1993): An Evaluation of Instructional Interventions to Eradicate the Misconception of Representativeness. In Misconception Trust (ed.): The Proceedings of the Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics. Ithaca, NY: Misconception Trust.
- Käser, U. (2010): Fehler begehen – Mathematik verstehen. In M. Helmerich, K. Lengnink, G. Nickel & M. Rathgeb (Hrsg.): Mathematik Verstehen. Philosophische und Didaktische Perspektiven. Wiesbaden: Vieweg + Teubner, 167 - 178.
- Käser, U. & Röhr-Sendlmeier, U. M. (2012): Inzidentelles Lernen von Faktenwissen. In U. M. Röhr-Sendlmeier (Hrsg.): Inzidentelles Lernen. Wie wir beiläufig Wissen erwerben. Berlin: Logos, 11 - 42.
- Konold, C., Pollatsek, A., Well, A. D., Hendrikson, J. & Lipson, A. (1990): The origin of inconsistencies in probabilistic reasoning of novices. In D. Vere-Jones (ed.): Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics. Vol. 1. The Netherlands: ISI Publications in Statistical Education, 357 - 362.
- Rasfeld, P. (2004): Verbessert der Stochastikunterricht intuitives stochastisches Denken? In: Journal für Didaktik der Mathematik, 25, 33 - 61.