

Potenzial von nicht-konstanter Rotorsteigung für Schraubenkompressoren

Zur Erlangung des akademischen Grades eines

Dr.-Ing.

von der Fakultät Maschinenbau
der Technischen Universität Dortmund
genehmigte Dissertation

Matthias Utri, M.Sc.

aus

Hagen

Tag der mündlichen Prüfung: 16.04.2021

1. Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Andreas Brümmer

2. Gutachter: o. Univ.-Prof. i.R. Dipl.-Ing. Dr. techn. Laurenz Rinder

Dortmund, 2021

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Fluidtechnik der Technischen Universität Dortmund. An dieser Stelle möchte ich mich bei allen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, herzlich bedanken.

Mein besonderer Dank gilt dem Leiter des Fachgebiet Fluidtechnik, Herrn Prof. Dr.-Ing. Andreas Brümmer, für die persönliche Betreuung und Förderung sowie für die Begleitung meines wissenschaftlichen Werdegangs. Die vielen fachlichen Gespräche und die eingeräumten Freiräume bei der inhaltlichen Gestaltung haben maßgeblich zum erfolgreichen Abschluss dieser Arbeit beigetragen. An die zahlreichen gemeinsamen Dienstreisen zu Konferenzen und Projekttreffen erinnere ich mich gerne zurück. Herrn o. Univ.-Prof. i.R. Dipl.-Ing. Dr. techn. Laurenz Rinder danke ich für die Übernahme des Korreferats und für die Bewältigung der damit verbundenen Herausforderungen in Zeiten der Corona-Pandemie.

Ein großer Dank gilt allen Mitarbeitenden des Fachgebiet Fluidtechnik, die mich während meiner Tätigkeit unterstützt und begleitet haben. Vielen Dank für eine tolle Zeit! Die arbeitsintensive und gleichzeitig freundschaftlich-unkomplizierte Atmosphäre werde ich in bester Erinnerung behalten. Besonders hervorheben möchte ich das Engagement meiner studentischen bzw. wissenschaftlichen Helfer Simon Höckenkamp, Matthias Heselmann sowie Patrick Wehrel und mich für die vielen intensiven und unterhaltsamen gemeinsamen Bürostunden bedanken. Ebenfalls bedanken möchte ich mich bei der „Arbeitsgruppe Schraubenmaschine“ um Manuel Grieb, Hanushan Vasuthevan und Alexander Nikolov für den konstruktiven Austausch und die freundschaftliche Verbundenheit.

Darüber hinaus möchte ich mich herzlich bei Susanne Kralemann, Patrick Miosga und Ralf van de Straat für ihr großartiges Engagement bei der Realisierung des Prototyps bedanken. Christopher Huck danke ich für die vielen Diskussionen rund um die Bestimmung von Spaltmassenströmen und Timo Jünemann für die Durchsicht meiner Arbeit.

Nicht zuletzt gilt ein großer Dank meiner Familie für die Unterstützung, die Ermöglichung meines Werdegangs und für die formale Durchsicht der Arbeit. Insbesondere meiner Frau Laura danke ich für das entgegengebrachte Verständnis und dass ich mich stets auf einen grenzenlosen Rückhalt verlassen konnte. Meinem Sohn Elian danke ich für die dringend benötigte und wunderbare Ablenkung.

Hagen, im Mai 2021

Matthias Utri

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird das Potenzial nicht-konstanter Rotorsteigung zur Verbesserung der Energiewandlungsgüte von trockenlaufenden Schraubenkompressoren analysiert. Mithilfe von Kammermodellsimulationen und der Kopplung an einen Optimierungsalgorithmus wird die optimale Rotorgeometrie für eine Vielzahl von Randbedingungen bestimmt. Zur Erhöhung der Genauigkeit des Simulationsansatzes wird zuvor der dimensionslose Strömungsbeiwert für die Stirn- und Gehäusespaltströmungen als Funktion der Ein- und Austrittsbedingungen quantifiziert.

Zur Beschreibung des Spaltdurchflusses werden dimensionslose Kennzahlen hergeleitet und deren Einfluss auf den Strömungsbeiwert bestimmt. Die Untersuchung der Spalte geschieht mittels numerischer Strömungssimulation und zur experimentellen Validierung anhand eines entwickelten Spaltmodells in einem offenen Luftkreislauf. Als entscheidende Einflussparameter auf den Strömungsbeiwert der untersuchten Spalte stellen sich dabei die Reynoldszahl sowie jeweils eine geometrische Kennzahl, die ein Verhältnis aus Spalthöhe und -länge beschreibt, heraus. Zudem wird die Durchströmung des Stirnspaltes stark von einer Berandungsbewegung beeinflusst. Für den Stirnspalt wird außerdem ein analytischer Ansatz vorgestellt, über den der Spaltdurchfluss im Bereich niedriger Reynoldszahlen bestimmt werden kann. Die Ergebnisse der simulativen Spaltuntersuchungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Experimenten und werden, angenähert über Funktionale, in die Kammermodellsimulation integriert.

Für die benötigte Vielzahl an Kammermodellen wird ein effizienter Ansatz der Modellerstellung unter Nutzung der geometrischen Periodizität der Rotoren vorgestellt. Das entwickelte Programm wird gemeinsam mit dem Simulationsprogramm „KaSim“ an einen Simplex-Algorithmus zur Optimierung der Rotorsteigung trockenlaufender Schraubenkompressoren gekoppelt. Dimensionslose Kennzahlen zur Beschreibung der Energiewandlungsgüte der Kompressoren werden hergeleitet und in der Auswertung verwendet.

Für die untersuchten Randbedingungen stellt sich ein Rotor mit zwei Segmenten unterschiedlicher Länge und Rotorsteigung als optimal heraus. Durch ein kurzes, hochdruckseitiges Segment mit geringer Rotorsteigung können die Auslassfläche und das innere Volumenverhältnis vergrößert, die Auslassdrosselung reduziert und die Gesamtverwindung der Rotoren verringert werden. Dadurch ergeben sich insbesondere bei großen Verdichtungsverhältnissen und Umfangsmachzahlen sowie geringen Spalthöhen gegenüber konstanter Rotorsteigung eine Vergrößerung des Fördermassenstroms und eine Erhöhung des inneren isentropen Gütegrades, die bei den untersuchten Randbedingungen bis zu sechs Prozentpunkte beträgt. Insbesondere für öleingespritzte Kältekompressoren bietet die nicht-konstante Rotorsteigung damit ein großes Potenzial.

Das aufgedeckte theoretische Potenzial wird anhand eines öleingespritzten Prototyps mit nicht-konstanter Rotorsteigung experimentell mit dem Arbeitsmedium Luft untersucht. Die Rotoren mit zwei Segmenten mit jeweils konstanter Steigung werden dazu auf einer Fräsmaschine gefertigt. Gegenüber der kommerziell vertriebenen Referenzmaschine konstanter Rotorsteigung kann der effektive isentrope Gütegrad für große Verdichtungsverhältnisse und Umfangsgeschwindigkeiten um vier Prozentpunkte gesteigert werden und bestätigt damit das energetische Potenzial von Schraubenkompressoren mit nicht-konstanter Rotorsteigung.

Abstract

The present work analyses the potential of non-constant rotor lead in order to enhance the energy-related efficiency of dry-running screw compressors. Chamber model simulation is performed and coupled with an optimisation algorithm to determine the optimal rotor geometry for various boundary conditions. Prior to this, the dimensionless flow coefficient for the flow through front and housing clearances is examined in the interest of increasing the accuracy of the simulation approach.

Dimensionless numbers describing the clearance flow are derived and varied to determine their impact on the flow coefficient. The clearance flow is examined by means of numerical flow simulation and validated using an experimental clearance model which is integrated into an air test rig. The Reynolds number as well as a geometrical number which describes a ratio between clearance height and length turn out to be crucial parameters for the flow coefficient of the clearance types under examination. Furthermore, the consideration of a moving boundary influences the flow through the front clearance. The flow through the front clearance can also be determined for low Reynolds numbers using an analytical approach. The simulation results show good accordance with the experimental results and are integrated into the chamber model simulation as approximated mathematical functions.

The optimisation task requires a high number of chamber models. A new and efficient approach to generate chamber models using the geometrical periodicity of the screw rotors is presented. The approach is linked to the chamber model simulation tool „KaSim“ and coupled with a simplex algorithm in order to optimise the rotor lead of dry-running screw compressors. Dimensionless numbers describing the efficiency of the compressors are derived and used for the evaluation of the simulation results.

Rotors consisting of two segments with different rotor lead and length turn out to be the optimal geometry for the examined boundary conditions. The internal volume ratio and the discharge area can be increased using a short segment with a low rotor lead on the high pressure side. This reduces discharge throttling so that the total wrapping of the rotors can be decreased. This increases the internal isentropic efficiency as well as the mass flow rate of the compressor, especially for high compression ratios, circumferential Mach numbers and small clearance heights. In comparison to compressors with constant rotor lead, internal isentropic efficiency can be increased by up to six percentage points for the examined boundary conditions. Thus, non-constant rotor lead shows high potential for oil-injected refrigeration compressors.

An oil-injected prototype with non-constant rotor lead is examined in order to validate the theoretically revealed potential using air as working fluid. The rotors consist of two segments, each with constant rotor lead, which are manufactured on a milling machine. The effective isentropic efficiency can be increased by four percentage points for high compression ratios and circumferential speeds when compared to the commercial reference machine, thus confirming the high energy-related potential for screw compressors with non-constant rotor lead.

Inhaltsverzeichnis

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis.....	V
Spalt- und Maschinenkonvention.....	XII
1 Einleitung	1
2 Stand der Technik von Schraubenkompressoren	3
2.1 Einordnung und Historie.....	3
2.2 Aufbau, Arbeitsspiel und arbeitsraumbegrenzende Spalte	4
2.3 Volumenkurve und Ladungswechselflächen.....	7
2.4 Geometrische und thermodynamische Kenngrößen.....	10
2.5 Simulationskonzepte	13
2.6 Untersuchungen einphasiger Spaltmassenströme	16
2.7 Untersuchungen zur geometrischen Optimierung.....	23
3 Ziele der Arbeit und Vorgehensweise	31
4 Grundlagen der Spaltuntersuchungen	33
4.1 Dimensionsanalyse und Kennzahlen	33
4.2 Untersuchte Spaltgeometrien.....	36
4.2.1 Stirnspalt.....	36
4.2.2 Gehäusespalte.....	37
4.3 Numerische Simulation der Spaltströmung.....	40
4.3.1 Grundgleichungen	40
4.3.2 Turbulente Strömungen und Turbulenzmodelle	41
4.3.3 Grenzschichttheorie und Transitionsmodell.....	45
4.3.4 Finite-Volumen-Methode, Rechengitter und Simulationsgenauigkeit	48
4.4 Experimentelle Spaltuntersuchung	50
4.4.1 Versuchsstand und untersuchtes Spaltmodell.....	50
4.4.2 Verwendete Messtechnik und Messunsicherheiten.....	54
5 Ergebnisse der Spaltuntersuchung	59
5.1 Randbedingungen, untersuchte Fluide und Netzstudie	59
5.2 Stirnspalt.....	62
5.2.1 Untersuchung der Ähnlichkeitsbeziehung und der Prandtl-Zahl.....	63

5.2.2	Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle und Experiment	66
5.2.3	Analytische Bestimmung des Strömungsbeiwertes	70
5.2.4	Ergebnisse bei unbewegter Berandung.....	73
5.2.5	Ergebnisse bei bewegter Berandung.....	79
5.2.6	Zwischenfazit und Implementierung der Ergebnisse	81
5.3	Nebenrotorgehäusespalt.....	85
5.3.1	Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle und Experiment	86
5.3.2	Ergebnisse bei unbewegter Berandung.....	88
5.3.3	Variation der Rotorsteigung und Vergleich mit dem Stirnspalt	92
5.3.4	Ergebnisse bei bewegter Berandung.....	94
5.3.5	Zwischenfazit und Implementierung der Ergebnisse	95
5.4	Hauptrotorgehäusespalt.....	98
5.4.1	Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle und Experiment	99
5.4.2	Ergebnisse bei unbewegter Berandung.....	99
5.4.3	Ergebnisse bei bewegter Berandung.....	103
5.4.4	Zwischenfazit und Implementierung der Ergebnisse	104
6	Grundlagen der thermodynamischen Optimierung.....	107
6.1	Untersuchte Rotorgeometrien	107
6.2	Simulationsprogramm KaSim.....	108
6.3	Automatisierte Kammermodellerstellung	109
6.3.1	Vorüberlegungen und Einschränkungen der Modellsynthese	109
6.3.2	Geometrieanalyse des Rotorprofils	111
6.3.3	Kammervolumina und Kammerverbindungsfläche	113
6.3.4	Ladungswechselflächen	115
6.3.5	Spaltverbindungen.....	118
6.4	Optimierungsalgorithmus	124
6.4.1	Optimierung des inneren Volumenverhältnisses	126
6.4.2	Optimierung der Rotorsteigung.....	126
6.5	Kennzahlen trockenlaufender Schraubenkompressoren	130
7	Potenzial nicht-konstanter Rotorsteigung.....	133
7.1	Randbedingungen und Variationsparameter	133
7.2	Verifizierung des Optimierungsalgorithmus	135

7.3 Vergleich zwischen konstanter und nicht-konstanter Steigung.....	137
7.4 Ergebnisse der Optimierungen	150
7.4.1 Variation von Umfangsmachzahl und Verdichtungsverhältnis.....	150
7.4.2 Variation von Spalthöhe-Durchmesser-Verhältnis und Umfangsreynoldszahl	158
7.4.3 Variation des Isentropenexponenten	162
7.5 Fazit und Bewertung des Potenzials.....	168
8 Experimentelle Prototypuntersuchung	173
8.1 Serienmaschine und Prototyp	173
8.2 Maschinenprüfstand und Messergebnisse.....	178
8.3 Fazit	184
9 Zusammenfassung und Ausblick	187
Literaturverzeichnis	191
Anhang	203
A.1 Dimensionsanalyse und Kennzahlen	203
A.1.1 Maschinenspalte.....	203
A.1.2 Schraubenkompressor.....	205
A.2 Sensorpositionen im Gehäuse des Spaltmodells.....	207

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Lateinische Zeichen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
A	[m ²]	Fläche
a	[m/s]	Schallgeschwindigkeit
a	[m]	Achsabstand
a, b	[m]	Parameter in Bisuperellipsengleichung (Gl. 4.4)
B	[-]	Empirische Konstante (Gl. 4.26)
b	[m]	Breite
\vec{b}	[m/s ²]	Körperbeschleunigungsvektor
c, \vec{c}	[m/s]	Geschwindigkeit bzw. Geschwindigkeitsvektor
$c_{b1}, c_{b2}, c_{w1}, c_{w2}, c_{w3}, c_{v1}$	[-]	Konstanten (Spalart-Allmaras-Turbulenzmodell, Gl. 4.19)
c_p	[J/kg/K]	Isobare Wärmekapazität
c_v	[J/kg/K]	Isochore Wärmekapazität
$C_\eta, C_{\varepsilon1}, C_{\varepsilon2}$	[-]	Konstanten (k - ε -Turbulenzmodell, Gl. 4.20, Gl. 4.21)
c^+	[-]	Dimensionslose Geschwindigkeit
c_τ	[m/s]	Schubspannungsgeschwindigkeit
\bar{c}_t	[m/s]	Mittlere Geschwindigkeit parallel zur Wand
c_∞	[m/s]	Geschwindigkeit der ungestörten Anströmung
D	[m]	Durchmesser (ohne Index auf Hauptrotor bezogen)
h	[m]	Höhe
h	[m ² /s ²]	Spezifische Enthalpie
i, j	[-]	Zählvariablen
k	[m ² /s ²]	Turbulente kinetische Energie
k	[-]	Karman-Konstante (Gl. 4.26)
L	[m]	Rotorlänge, Länge
l_{char}	[m]	Charakteristische Länge
M	[Nm]	Drehmoment

M	[kg/mol]	Molare Masse
m	[-]	Anzahl der Grundeinheiten (Pi-Theorem)
\dot{m}	[kg/s]	Massenstrom
m, n	[-]	Exponenten in Bisuperellipsengleichung Gl. 4.4
Ma	[-]	Machzahl
Ma_u	[-]	Umfangsmachzahl am Hauptrotordurchmesser
$Ma_{u,Sp}$	[-]	Umfangsmachzahl am Spalt (> 0, wenn Bewegung der Berandung in Strömungsrichtung erfolgt)
n	[-]	Variationsparameter (Simplex-Algorithmus)
n	[-]	Zahl dimensionsbehafteter Parameter (Pi-Theorem)
n	[1/s]	Drehzahl (ohne Index auf Hauptrotor bezogen)
n	[-]	Anzahl der Rotorsegmente (Multiple-Lead)
P	[W]	Leistung
p	[-]	Ordnung des Verfahrens (Richardson-Extrapolation, Gl. 4.28)
p	[Pa]	Druck
\bar{p}	[Pa]	Gemittelter Kammerdruck (Gl. 7.1)
P_f	[kg/m/s ³]	Volumenspez. Leistung der externen Volumenkräfte (Gl. 4.9)
Pr	[-]	Prandtl-Zahl
\dot{q}_h	[kg/m/s ³]	Volumenspez. Wärmestrom (Gl. 4.9)
R_s	[J/kg/K]	Spezifische Gaskonstante
R_{v_i}	[-]	Residuum der v_i -Optimierung (Gl. 6.5)
R_Z	[m]	Gemittelte Rautiefe
R_φ	[m ² /s ²]	Residuum der φ -Optimierung (Gl. 6.15)
Re	[-]	Reynoldszahl
Re_u	[-]	Umfangsreynoldszahl
S	[-]	Simplex (Gl. 6.6)
s	[m]	Rotorsteigung (ohne Index auf Hauptrotor bezogen)
$\vec{s}^{(max)}$	[-]	Schwerpunkt (Simplex-Algorithmus)
T	[K]	Temperatur

T	[s]	Zeitintervall (Gl. 4.13)
t	[s]	Zeit
Tu	[-]	Turbulenzgrad
u	[m ² /s ²]	Spezifische innere Energie
u	[m/s]	Umfangsgeschwindigkeit (ohne Index auf Hauptrotor bezogen)
V	[m ³]	Volumen
v_i	[-]	Inneres Volumenverhältnis
w	[m ² /s ²]	Spezifische Arbeit
x, y, z	[m]	Raumkoordinaten
x_i	[parameterabhängig]	Messwert (Gl. 4.30)
$\vec{x}^{(i)}, \vec{x}^{(i^*)}$	[-]	Vektor zur Beschreibung des Simplex
y^+	[-]	Dimensionsloser Wandabstand
z	[-]	Zähnezahl (ohne Index auf Hauptrotor bezogen)

Griechische Zeichen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
α	[-]	Strömungsbeiwert
α	[-]	Kontraktionskonstante (Simplex-Verfahren, Gl. 6.11, Gl. 6.12)
$\alpha_{anström}$	[-]	Anströmkoefizient (Gl. 5.13)
α, β^*, β	[-]	Konstanten (k - ω -Turbulenzmodell, Gl. 4.23)
β	[-]	Expansionskonstante (Simplex-Verfahren, Gl. 6.10)
Γ_{turb}	[Pa s]	Turbulente Diffusivität
γ	[-]	Reflektionskonstante (Simplex-Verfahren, Gl. 6.9)
γ	[-]	Intermittenzfaktor
Δ	[-]	Differenz
δ	[m]	Grenzschichtdicke
δ_i	[-]	Parameter der Regressionsanalyse
δ_{ij}	[-]	Kronecker-Delta

ε	[m ² /s ³]	Dissipationsrate
ε_i	[-]	Koeffizienten der Regressionsanalyse
ε_h^d	[parameterabhängig]	Diskretisierungsfehler
η	[-]	Gütegrad, Wirkungsgrad
η	[Pa s]	Dynamische Viskosität
η_{turb}	[Pa s]	Turbulente Wirbelviskosität
Θ	[m]	Impulsverlustdicke
$\vartheta_{öl}$	[°C]	Öltemperatur
κ	[-]	Isentropenexponent
κ	[-]	Konstante (Spalart-Allmaras-Turbulenzmodell, Gl. 4.19)
λ	[W/m/K]	Wärmeleitfähigkeit
λ	[-]	Rohrreibungsbeiwert
λ_i	[-]	Eigenwert
λ_L	[-]	Liefergrad
ν	[m ² /s]	Kinematische Viskosität
Π, Π_*	[-]	Druckverhältnis (definiert als p_{ND}/p_{HD})
$\Pi_1 - \Pi_{10}$	[-]	Dimensionslose Kennzahlen
$\rho, \tilde{\rho}$	[kg/m ³]	Dichte, mittlere Dichte
σ	[-]	Konstante (Spalart-Allmaras-Turbulenzmodell, Gl. 4.19)
σ_ε	[-]	Konstante (k - ε -Turbulenzmodell, Gl. 4.21)
$\sigma_k^*, \sigma_\omega^*$	[-]	Konstanten (k - ω -Turbulenzmodell, Gl. 4.23)
$\bar{\tau}, \tau_{ij}$	[Pa]	Schubspannungstensor bzw. Tensoreintrag
$\bar{\bar{\tau}}^V$	[Pa]	Mittlerer viskoser Spannungstensor
$\bar{\bar{\tau}}^R$	[Pa]	Reynoldsspannungstensor
τ_w	[Pa]	Wandschubspannung
φ	[°]	Umschlingungswinkel (konstante Rotorsteigung, ohne Index auf Hauptrotor bezogen)
φ_{ges}	[°]	Gesamtumschlingung am Hauptrotor (nicht-konstante Rotorsteigung)
φ_i	[°]	Umschlingungswinkel eines Rotorsegments am Hauptrotor (nicht-konstante Rotorsteigung)

φ_1, φ_2	[°]	Winkel zur Erstellung des asymm. SRM-Profiles
ϕ	[parameterabhängig]	Skalargröße
ϕ'	[parameterabhängig]	Fluktuierender Anteil der Skalargröße
$\bar{\phi}$	[parameterabhängig]	Gemittelter Anteil der Skalargröße
ϕ_{exakt}	[parameterabhängig]	Exakte Lösung der DGL
ϕ_h	[parameterabhängig]	Diskretisierte Lösung der DGL (mit dem Netz h)
ψ	[°]	Hauptrotordrehwinkel (definiert in Abbildung 2.6)
ω	[1/s]	Winkelgeschwindigkeit (ohne Index auf Hauptrotor bezogen)
ω_{turb}	[1/s]	Turbulente Frequenz

Hoch- und tiefgestellte Indizes

Zeichen	Bedeutung
<i>akon</i>	Äußere Kontraktion
<i>ana</i>	Analytisch
<i>CFD</i>	Ergebnis der CFD-Simulation
<i>Co</i>	Couette
<i>d</i>	Durchschnitt
<i>Dual – Lead</i>	Dual-Lead-Maschine
<i>e</i>	Effektiv
<i>exp</i>	Expansion
<i>f</i>	Gefördert
<i>ges</i>	Gesamt
<i>h</i>	Hydraulisch
<i>h, 2h, 4h</i>	Netzqualitäten
<i>HD</i>	Hochdruck
<i>HR</i>	Hauptrotor
<i>i</i>	Innerer/ innen
<i>ikon</i>	Innere Kontraktion
<i>i, j</i>	Zählvariablen

<i>Kompr</i>	Kompressor
<i>Kompr, Ende</i>	Ende der Kompression
<i>konst</i>	Konstante Rotorsteigung
<i>krit</i>	Kritisch
<i>lam</i>	Laminar
<i>m</i>	Mechanisch
<i>max</i>	Maximal
<i>mid</i>	Mittlere
<i>min</i>	Minimal
<i>ND</i>	Niederdruck
<i>NR</i>	Nebenrotor
<i>opt</i>	Optimal
<i>Po</i>	Poiseuille
<i>ref</i>	Reflektion
<i>Reg</i>	Ergebnis der Regressionsanalyse
<i>s</i>	Isentrop
<i>Sp, Sp*</i>	Spalt
<i>Stirn</i>	Stirnspalt
<i>th</i>	Theoretisch
<i>t</i>	Total
<i>turb</i>	Turbulent
<i>x</i>	x-Richtung
<i>w</i>	Wand
1 ... 7	Messstellen

Abkürzungen

Zeichen	Bedeutung
CAD	Computer-aided design
CFD	Computational Fluid Dynamics

CO ₂	Kohlenstoffdioxid
CRC	Clausius Rankine Cycle
DNS	Direct Numerical Simulation
EU	Europäische Union
HD	Hochdruck
HR	Hauptrotor
LES	Large Eddy Simulation
ND	Niederdruck
NR	Nebenrotor
ORC	Organic Rankine Cycle
PE	Profileingriff
RANS	Reynolds-averaged Navier-Stokes
RMS	Root Mean Square
SA	Spalart-Allmaras
SRM	Svenska Rotor Maskiner
SST	Shear Stress Transport

Spalt- und Maschinenkonvention

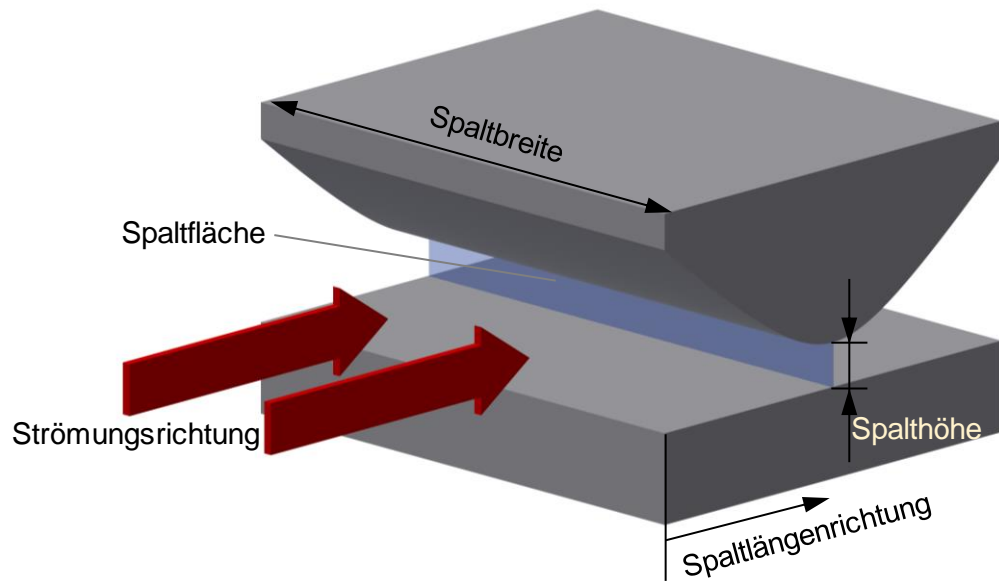


Abbildung 0.1: Spaltkonvention.

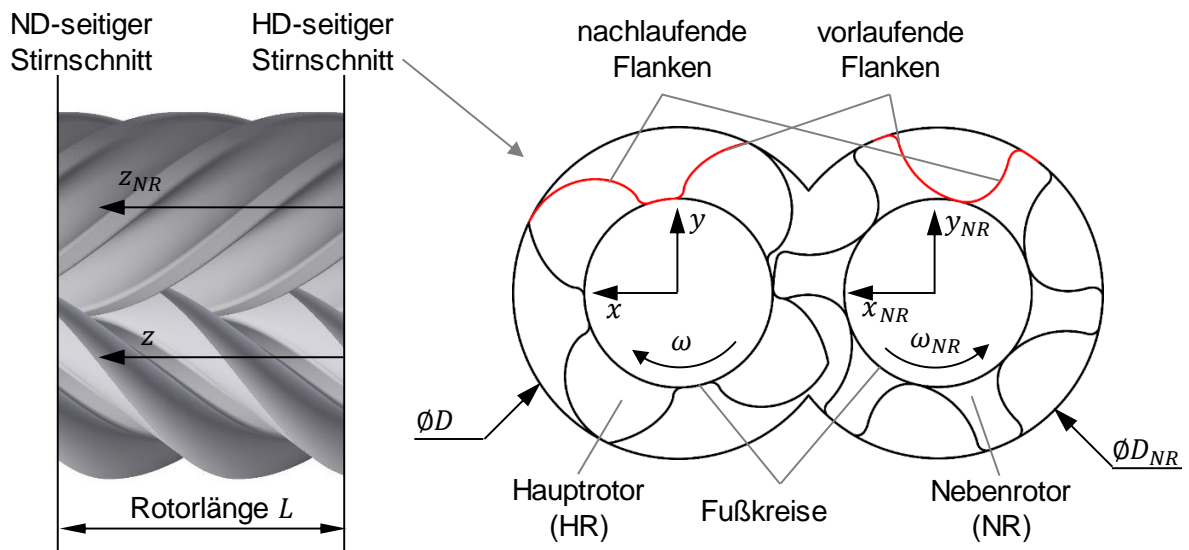


Abbildung 0.2: Maschinenkonvention.

1 Einleitung

Die Verdichtung von Gasen mithilfe von Kompressoren wird heutzutage in nahezu allen industriellen Bereichen angewendet. Sie umfasst unter anderem die Erzeugung von Druckluft, die Kompression von Prozessgasen sowie die Nutzung von Kompressoren in Wärmepumpen und als Kälteverdichter zur Klimatisierung, deren Bedarf mit dem Anstieg der weltweiten Temperatur weiter anwachsen dürfte. Mit der zunehmenden globalen CO₂-Emission und dem damit einhergehenden, menschengemachten Klimawandel steigen die Anforderungen an die Nachhaltigkeit zukünftiger Technologien. Gemessen am Energiebedarf ist die industrielle Verdichtung von Gasen einer der weltweit größten Verursacher von CO₂-Emissionen. Etwa zehn Prozent der elektrischen Energie in der Europäischen Union (EU, inklusive Großbritannien) werden für die Druckluftherzeugung benötigt [Rad01], was etwa 80 Terrawattstunden (TWh) jährlich entspricht. Andere Studien geben 15 % der elektrischen Gesamtenergie in Industrienationen bzw. 17 % der weltweiten elektrischen Gesamtenergie als Aufwand für Kompressoren an [Wai11], [Cip14]. Etwa 320.000 Luftkompressoren sind in der EU im Einsatz, von denen jährlich etwa 21.000 ausgetauscht werden [Rad01]. 72 % dieser Kompressoren besitzen eine elektrische Leistung zwischen 10 und 110 kW. Der Schraubenkompressor ist aufgrund seiner kompakten Bauform und seines zuverlässigen Betriebs sowie der rein rotatorischen Bauteilbewegungen eines der meistgenutzten Verdichterkonzepte. Öleingespritzte Schraubenkompressoren dominieren den Verdichtermarkt in der EU und machen etwa 75 % aller Kompressoren aus [Rad01]. Damit entfällt in der EU allein auf diesen Kompressortyp eine elektrische Energie von jährlich etwa 60 TWh, was einem CO₂-Ausstoß von 31,4¹ Megatonnen entspricht. Die Verbesserung der Effizienz von Schraubenkompressoren kann daher einen nicht unerheblichen Beitrag leisten, die im Pariser Klimaabkommen [Uni15] beschlossene Begrenzung der Erderwärmung auf deutlich unter zwei Grad Celsius im Vergleich zur vorindustriellen Zeit und die damit notwendige Reduzierung von Treibhausgasen zu realisieren. Neben Möglichkeiten der direkten Energieeinsparung, z.B. durch Beseitigung von Leckagen in Druckluftsystemen und durch Verbesserung der Kompressorregelung, ist die Verbesserung der Effizienz von Schraubenkompressoren ein Weg, den weltweiten CO₂-Ausstoß signifikant zu reduzieren.

Das Kernstück eines Schraubenkompressors bilden die beiden verwundenen Schraubenrotoren, die während ihrer Drehung eine Volumenänderung ihrer Zahnlückenräume erfahren und dadurch das darin befindliche Arbeitsfluid komprimieren. Die Rotoren kommerziell vertriebener Schraubenkompressoren weisen in der Regel eine konstante Rotorsteigung auf, vgl. **Abbildung 1.1** links. Eine technisch vielversprechende Möglichkeit zur Verbesserung der Energiewandlungsgüte sind Rotoren mit nicht-konstanter Rotorsteigung, die auch als variable Rotorsteigung bezeichnet wird, vgl. **Abbildung 1.1** rechts. Das Konzept nicht-konstanter Rotorsteigung bietet einen weiteren Freiheitsgrad bei der Maschinenauslegung und geht auf Patente aus den 1960er Jahren zurück. Im Vergleich zu Schraubenkompressoren mit konstanter Rotorsteigung, die Gegenstand zahlreicher wissenschaftlicher Studien sind, ist das Konzept nicht-konstanter Rotorsteigung bisher jedoch kaum erforscht. Im Rahmen dieser Arbeit wird das Potenzial nicht-konstanter Rotorsteigung in Schraubenkompressoren sowohl theoretisch als auch experimentell untersucht, um diese Lücke zu schließen.

¹ Unter der Annahme von 523 g CO₂ / kWh (Angabe für den deutschen Strommix von 2016) [Ich19].

Für die theoretische Untersuchung wird eine Optimierung der Rotorsteigung für unterschiedliche Betriebsbedingungen angestrebt. Zur Abbildung des Betriebsverhaltens von Schraubenkompressoren hat sich neben der dreidimensionalen numerischen Strömungssimulation die Simulation auf Basis von Kammermodellen etabliert, die auch in dieser Arbeit angewendet und mit einem Optimierungsalgorithmus gekoppelt wird. Um das Verbesserungspotenzial nicht-konstanter Rotorsteigung direkt quantifizieren zu können, werden sowohl die konstante als auch die nicht-konstante Rotorsteigung für eine große Bandbreite an Randbedingungen optimiert. Durch die Variation der Randbedingungen kann so ermittelt werden, für welche Anwendungsbereiche Potenzial für die Verwendung nicht-konstanter Rotorsteigung besteht. Um das Potenzial ebenfalls praktisch zu untersuchen, wird ein Prototyp mit nicht-konstanter Rotorsteigung für einen sinnvollen Einsatzbereich realisiert. Dazu wird ein industriell vertriebener, nasslaufender Schraubenkompressor mit Rotoren mit nicht-konstanter Rotorsteigung modifiziert. Der Prototyp wird auf einem Maschinenprüfstand getestet und die Ergebnisse mit denen der Maschine konstanter Rotorsteigung verglichen.

Für die Anwendung von Kammermodellsimulationen ist eine Modellierung der maschineninternen Spaltmassenströme, die einen wichtigen Verlustmechanismus darstellen und das Ergebnis der Simulation erheblich beeinflussen, nötig. Meist kommen nur stark vereinfachte, teilweise ungenaue Modelle, wie beispielsweise das einer isentropen Blendenströmung ohne weitere Anpassung des bestimmten Massenstroms, zur Abschätzung der Spaltmassenströme zum Einsatz. Um eine sinnvolle, kammermodellbasierte Optimierung der Rotorgeometrie realisieren zu können, stellt daher die Untersuchung von Spaltmassenströmen einen weiteren Schwerpunkt dieser Arbeit dar. Zwei Maschinenspalte werden detailliert mittels numerischer Simulation und in Experimenten in einem Luftkreislauf untersucht und dabei für unterschiedliche Randbedingungen der Durchfluss bestimmt. Die Ergebnisse werden in Form eines dimensionslosen Strömungsbeiwertes zusammengefasst, um sie anschließend in der kammermodellbasierten Optimierung der Rotorsteigung der Schraubenkompressoren zu verwenden und damit einen Beitrag zur Verbesserung der Abbildungsgüte der Simulationen zu leisten.

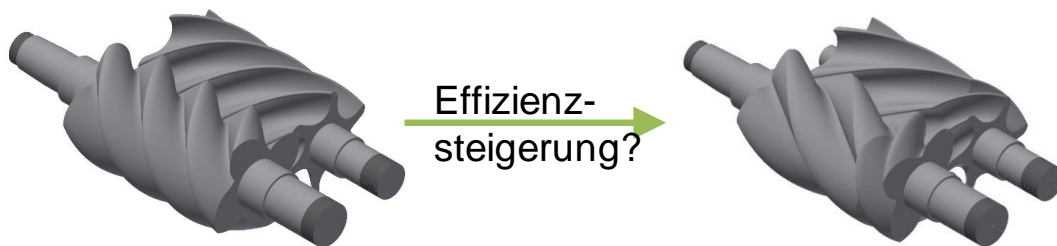


Abbildung 1.1: Rotoren mit konstanter (links) und nicht-konstanter Rotorsteigung (rechts, beispielhaft mit zwei Bereichen konstanter Rotorsteigung).

2 Stand der Technik von Schraubenkompressoren

Der folgende Abschnitt erläutert die zum Verständnis dieser Arbeit nötigen Grundlagen bezüglich der untersuchten Maschine und gibt einen Überblick über bereits geleistete Forschungsarbeiten.

2.1 Einordnung und Historie

Schraubenkompressoren werden wegen ihres volumetrischen Arbeitsprinzips der Gruppe der Verdrängermaschinen zugeordnet, die sich durch einen gekapselten Arbeitsraum und ein zyklisch wiederkehrendes Arbeitsspiel auszeichnen. Aufgrund ihrer rotierenden Kinematik gehören Schraubenkompressoren zu den Rotationsverdrängermaschinen, vgl. **Abbildung 2.1**. Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der zweiwelligen Schraubenmaschine, die sich durch die Verwindung der Rotoren und die damit verbundene innere Verdichtung auszeichnet.

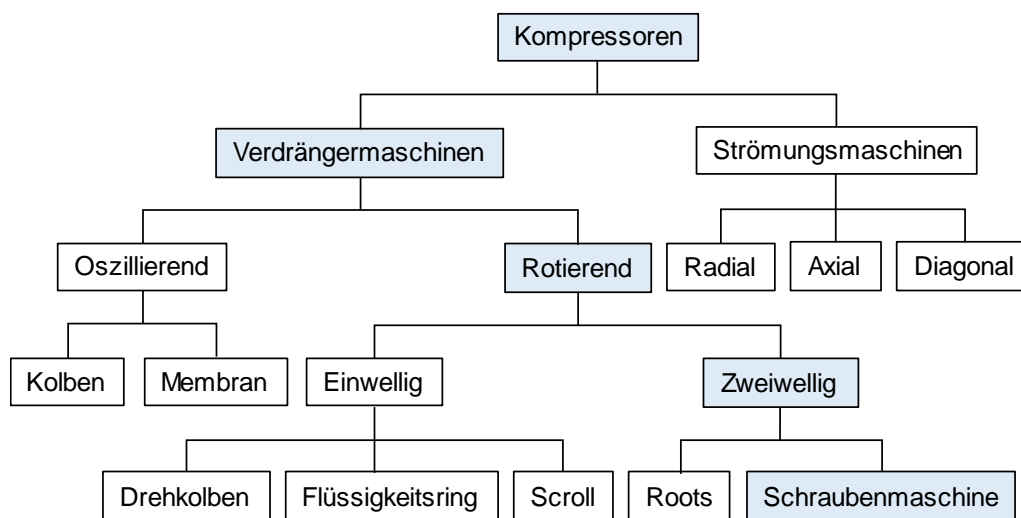


Abbildung 2.1: Einordnung der Schraubenmaschine.

Die Idee, ein schraubenförmiges Rotorpaar zur Verdichtung gasförmiger Medien zu nutzen, geht auf den deutschen Ingenieur Heinrich Krigar zurück, der 1878 einen Patententwurf beim deutschen Patentamt einreicht [Kri78]. Die damaligen Fertigungsmöglichkeiten verhindern jedoch eine Realisierung seines Vorhabens. Erst in den 1930er Jahren wird das Konzept von dem Schweden Alf Lysholm [Lys41], [Lys43], damals Chefsingenieur der Firma Ljungstroem Steam Turbine Company [Kon88], wieder aufgegriffen, was schließlich zu einem ersten Prototyp eines Schraubenverdichters führt. Die großen Undichtheiten der symmetrischen Läuferprofile in Verbindung mit den komplexen Fertigungsverfahren konnten zunächst nicht mit den etablierten Kolbenmaschinen konkurrieren. Neue Fertigungsmöglichkeiten und die Entwicklung der asymmetrischen Profile in den 1970er Jahren, vorangetrieben durch die Firma Svenska Rotor Maskiner (SRM, hervorgegangen aus der Ljungstroem Steam Turbine Company), haben der Schraubenmaschine zum Durchbruch verholfen. So hat die Verwendung des asymmetrischen SRM-Profiles eine erhebliche Verringerung der internen Leckagen und damit eine Wirkungsgradsteigerung von zehn Prozent gebracht [Rin79]. Seitdem werden die Läuferprofile für verschiedene Anwendungsbereiche von Industrie und Forschungseinrichtungen weiterentwickelt, sodass heute eine Vielzahl verschiedener Läuferprofile für die unterschiedlichen Anwendungsbereiche vorhanden sind, deren wichtigste Vertreter in [Sto05] zusammengestellt sind.

Bereits vor der Entwicklung der asymmetrischen Profile ist versucht worden, die internen Leckagen und die Verdichtungstemperatur durch die Einspritzung von Öl zu verringern [Rin79]. Diese nasslaufende Bauform ermöglicht wirtschaftliche Verdichtungsverhältnisse bis zu 16 bei moderaten Endtemperaturen. Gute Wirkungsgrade werden bereits bei Umfangsgeschwindigkeiten zwischen 20 und 40 m/s erreicht, was die Lagerung erheblich vereinfacht. Des Weiteren kann durch die Ölschmierung auf eine Synchronisation der Rotoren über ein Getriebe verzichtet werden. Die Rotoren trockenlaufender Schraubenmaschinen müssen hingegen synchronisiert werden und benötigen deutlich höhere Umfangsgeschwindigkeiten (bis zu 150 m/s [Kon88]) zur Reduzierung der inneren Leckagen. Durch die fehlende Kühlung des zu verdichtenden Fluids sind die realisierbaren Verdichtungsverhältnisse deutlich geringer. Vorteilhaft ist jedoch, dass eine Kontamination mit dem eingespritzten Fluid vermieden wird.

Die vorrangigen Einsatzgebiete von Schraubenkompressoren sind die Drucklufterzeugung sowie die Verdichtung von Kältemitteln und Prozessgasen. Neben dem Verdichterkonzept gibt es die Möglichkeit, durch Umkehr der Kinematik und Durchströmungsrichtung die Schraubenmaschine als Schraubenexpander zu betreiben. Diese werden zur Erzeugung elektrischer Energie eingesetzt und können beispielsweise zur Nutzung industrieller Abwärme in ORC- oder CRC-Kreisläufen verwendet werden [Hüt16]. Da die Dimensionen des Schraubenexpanders jeweils an das vorhandene Abwärmepotenzial angepasst werden müssen, werden Schraubenexpander in der Regel nicht in Serie gefertigt. Stattdessen werden häufig die bereits etablierten Kompressorkonzepte genutzt und modifiziert.

2.2 Aufbau, Arbeitsspiel und arbeitsraumbegrenzende Spalte

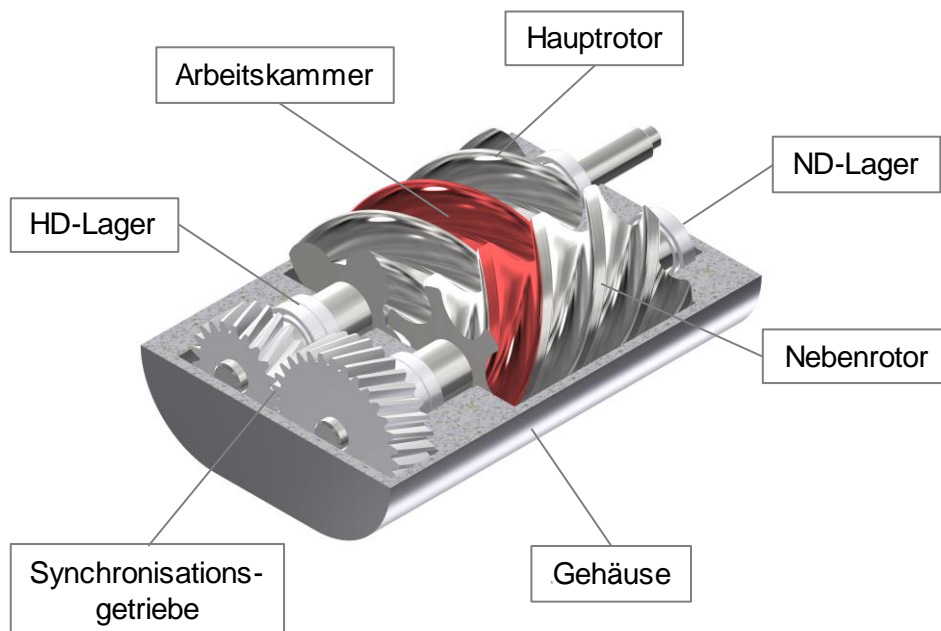


Abbildung 2.2: Synchronisiertes Läuferpaar und schematisches Gehäuse im Halbschnitt.

Die beiden schraubenförmig verwundenen Rotoren sind in einem eng umschließenden Gehäuse gelagert, vgl. **Abbildung 2.2**. Die Zahnluken von Hauptrotor (HR) und Nebenrotor (NR) bilden gemeinsam mit dem Gehäuse eine gekapselte Arbeitskammer, im Folgenden kurz als Kammer bezeichnet. Charakterisierend für alle Verdrängermaschinen ist das zyklisch wiederkehrende Arbeitsspiel ihrer Arbeitsräume. Das Arbeitsspiel des Schraubenkompressors umfasst die Änderung einer Kammer von ihrem Erscheinen bis zu ihrem Verschwinden und lässt sich in drei charakteristische Phasen gliedern, die in

Abbildung 2.3 für die rot gefärbte Kammer dargestellt sind: Das Ansaugen des Arbeitsfluids aus dem Niederdruckstutzen, die Kompression des Fluids in der gekapselten Kammer sowie das Ausschieben des Fluids in den Hochdruckstutzen. Abhängig von der Anzahl der Zahnlückenräume laufen stets mehrere Arbeitsspiele gleichzeitig ab, die unterschiedlich weit fortgeschritten sind.

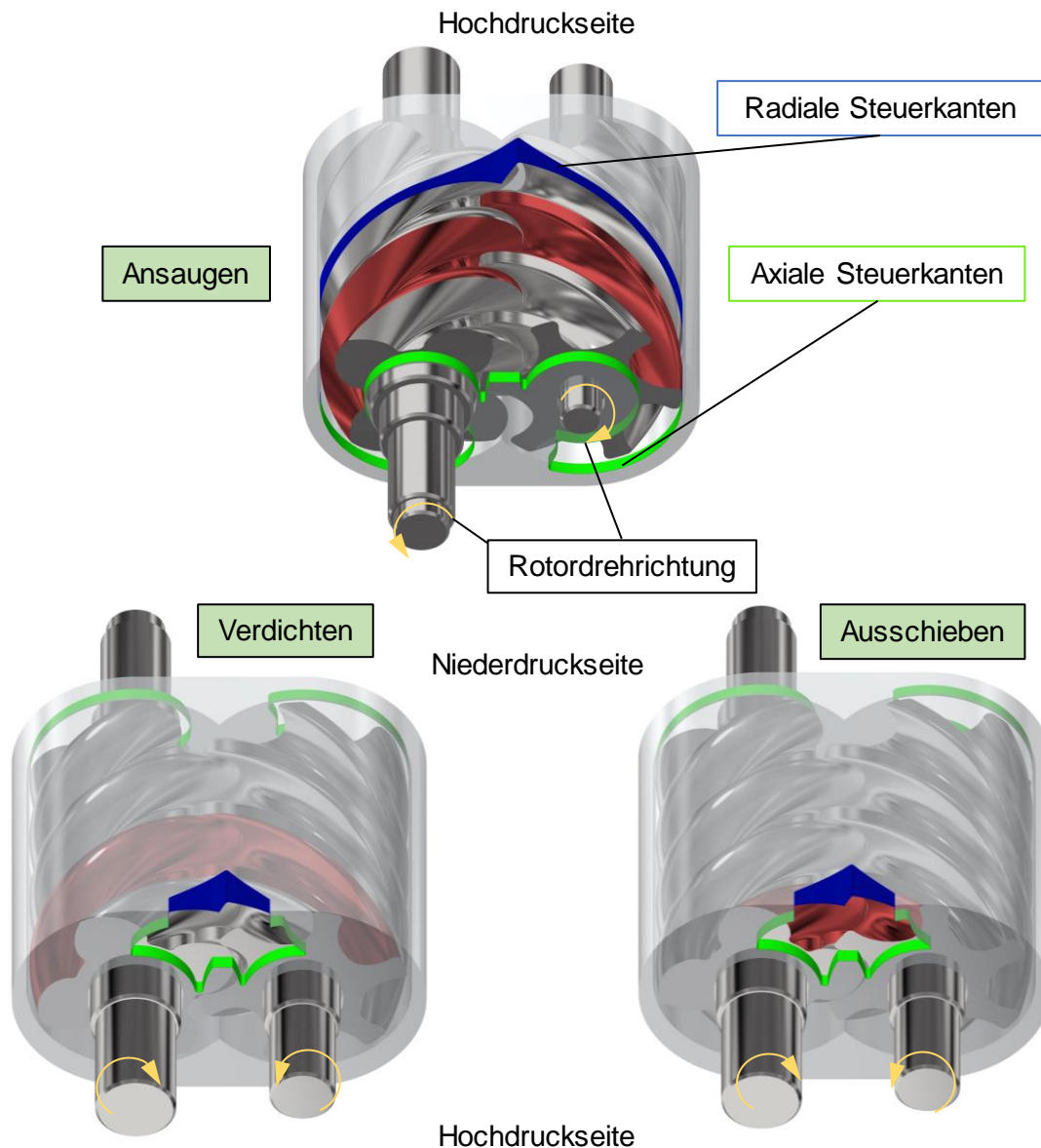


Abbildung 2.3: Die drei Phasen des Arbeitsspiels von Schraubenkompressoren.

Die Kammer entsteht zunächst im ND-seitigen Stirnschnitt (vgl. Abbildung 0.2) und vergrößert sich durch die fortlaufende Rotordrehung. Währenddessen ist die Kammer mit dem Niederdruckstutzen, in dem sich das zu komprimierende Fluid befindet, verbunden. Durch die stetige Vergrößerung des Kammer Volumens entsteht ein Druckgradient, der zum Ansaugen des Fluids führt. Das Fluid strömt durch die Einlassfläche, deren Berandungslinien als Steuerkanten bezeichnet werden, in die Kammer. Überfahren die nachlaufenden Rotorzahnflanken (Bezug ist die Kammer, vgl. Abbildung 0.2) diese Steuerkanten, wird die Kammer vom Niederdruckstutzen getrennt und damit der Ansaugvorgang beendet. Um einen maximalen Massenstrom zu realisieren, geschieht dies in der Regel bei Erreichen des maximalen

Kammervolumens. Durch die fortlaufende Rotordrehung bewegen sich die Rotoren wieder in den Zahn-eingriff, wodurch sich das Volumen der gekapselten Kammer verringert und das Fluid komprimiert wird. Erreichen die vorlaufenden Rotorflanken der Kammer die hochdruckseitigen Steuerkanten, so ist die innere Verdichtung beendet und das Fluid wird durch die fortlaufende Kammerverkleinerung durch die Auslassfläche in den Niederdruckstutzen ausgeschoben. Das Volumen der Kammer verschwindet am Ende des Arbeitsspiels gänzlich, weshalb der Schraubenkompressor als schadraumfrei bezeichnet wird.

Aufgrund der Relativbewegungen zwischen den bewegten Rotoren und dem statischen Gehäuse sind Spalte zwischen den Bauteilen zur Vermeidung von Bauteilkontakt zwingend erforderlich. Über diese Spalte sind die einzelnen Kammern untereinander, aber auch mit dem Hoch- bzw. Niederdruckstutzen, verbunden. Da sich die Kammern an unterschiedlichen Stellen des Arbeitsspiels befinden, kommt es zu einem ungewollten Massenaustausch entgegen der Förderrichtung des Kompressors, der schädlich für die Energiewandlungsgüte ist. Aus diesem Grund wird versucht, die Spaltflächen so klein wie möglich zu dimensionieren bzw. abzudichten. Zu berücksichtigen sind jedoch Aspekte wie Wärmedehnung und Verformung der Bauteile im Betrieb, Fertigungstoleranzen und Lagerspiele. In Schraubenmaschinen existieren vier verschiedene Spalte, die im Folgenden vorgestellt werden.

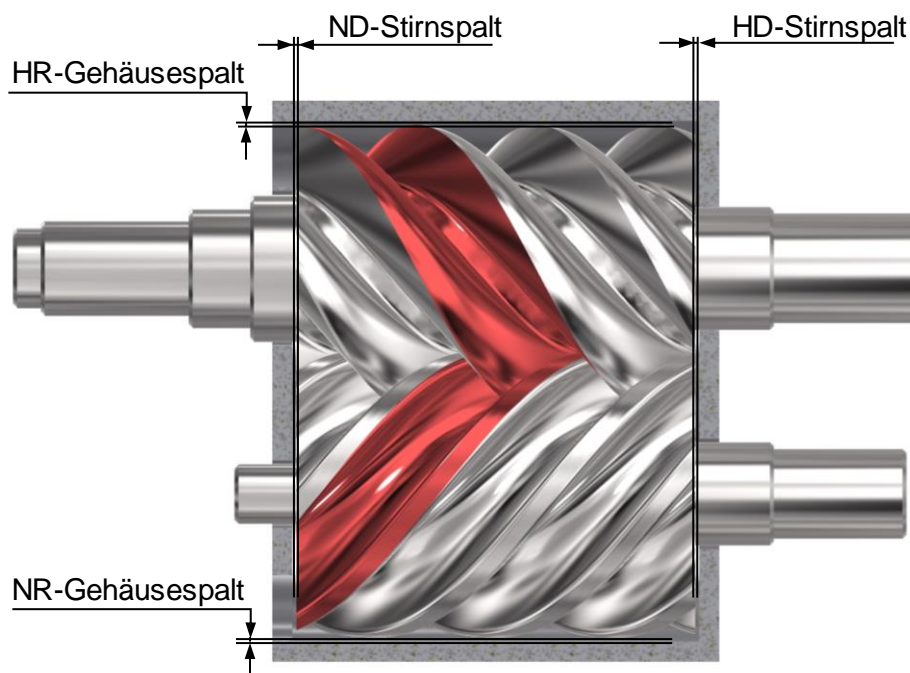


Abbildung 2.4: Lage von Stirn- und Gehäusespalt.

Der Stirrspalt befindet sich zwischen der saug- bzw. der druckseitigen Stirnfläche der Rotoren und dem Gehäuse, vgl. **Abbildung 2.4**. Er stellt über jeden Rotorzahn eine Verbindung zwischen benachbarten Kammern sowie zwischen Kammern und dem Hoch- bzw. Niederdruckstutzen her. Der Stirrspalt lässt sich – je nach Konstruktion – bei der Montage der Maschine einstellen. Da das Leckagepotenzial auf der Druckseite deutlich größer ist, wird dabei die Spalthöhe auf der Druckseite zu Lasten der Höhe auf der Saugseite so klein wie möglich eingestellt.

Der Gehäusespalt verläuft entlang der Verwindungslinie zwischen dem Zahnkopf der Rotoren und der Gehäusebohrungen (vgl. Abbildung 2.4) und verbindet benachbarte Kammern miteinander. Die Spaltgeometrie sowie die Spaltbreite und -länge sind an Haupt- und Nebenrotor unterschiedlich.

Der Profileingriffsspalt verläuft entlang der Quasieingriffslinie, die den geringsten Abstand zwischen Haupt- und Nebenrotor kennzeichnet, vgl. **Abbildung 2.5** links. Er verbindet Kammern auf der Druckseite mit Kammern der Saugseite, weshalb sich am Profileingriffsspalt große Druckgefälle einstellen. Während des Ausschiebevorgangs kann so das komplette Anlagendruckverhältnis am Spalt anliegen.

Die Kopfrundungsöffnung, auch als Blasloch (von engl. „Blowhole“) bezeichnet, befindet sich zwischen der Verschneidungskante des Gehäuses und den Flanken der beiden Rotoren, vgl. Abbildung 2.5 rechts. Sie verbindet benachbarte Kammern miteinander. Die Größe der Kopfrundungsöffnung hängt stark vom Rotorprofil ab. Sie entsteht, da der Profileingriffsspalt nicht bis an das Gehäuse grenzt. Mit der Einführung der asymmetrischen Rotorprofile konnte die Fläche der Kopfrundungsöffnung auf der Druckseite signifikant verkleinert werden. Die Fläche auf der Saugseite ist dadurch zwar deutlich größer, jedoch liegen hier nur geringe Druckdifferenzen über dem Spalt an. Darüber hinaus befindet sich auf der Saugseite ein Großteil der potenziellen Spaltverbindung im Bereich der radialen Einlassfläche (vgl. Abbildung 2.3), sodass die Kopfrundungsöffnung hier nicht relevant ist.

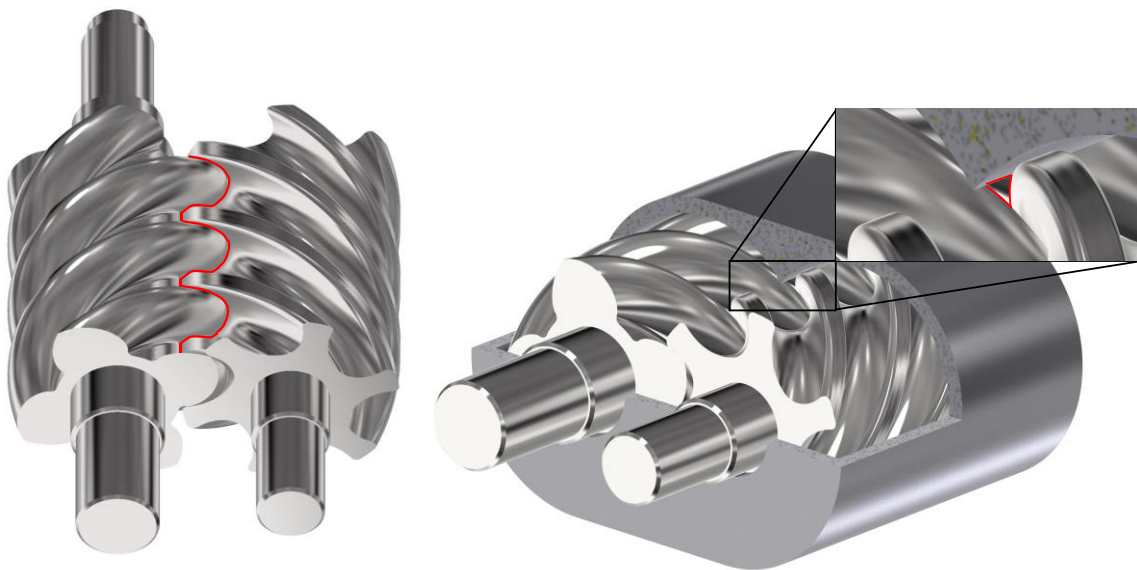


Abbildung 2.5: Lage von Profileingriffsspalt (links) und Kopfrundungsöffnung (rechts).

2.3 Volumenkurve und Ladungswechselflächen

Die geometrischen Eigenschaften der Maschine werden in der Regel als Funktion des Hauptrotordrehwinkels ψ dargestellt. Dieser Drehwinkel gibt an, um wieviel Grad sich der Hauptrotor aus einer definierten Rotorposition gedreht hat. Diese Rotorposition, die auch als Rotornullstellung bezeichnet wird, ist in der Literatur jedoch nicht einheitlich beschrieben. Im Rahmen dieser Arbeit ist der Hauptrotordrehwinkel wie in **Abbildung 2.6** dargestellt definiert und bedingt, dass bei $\psi > 0^\circ$ im ND-seitigen Stirnschnitt am Hauptrotorzahnkopf ein Kammervolumen entsteht. Dadurch besteht in der Hauptrotornullstellung ein Winkel von 33° zwischen der Linie zum Hauptrotorzahnkopf und der dargestellten Horizontalen.

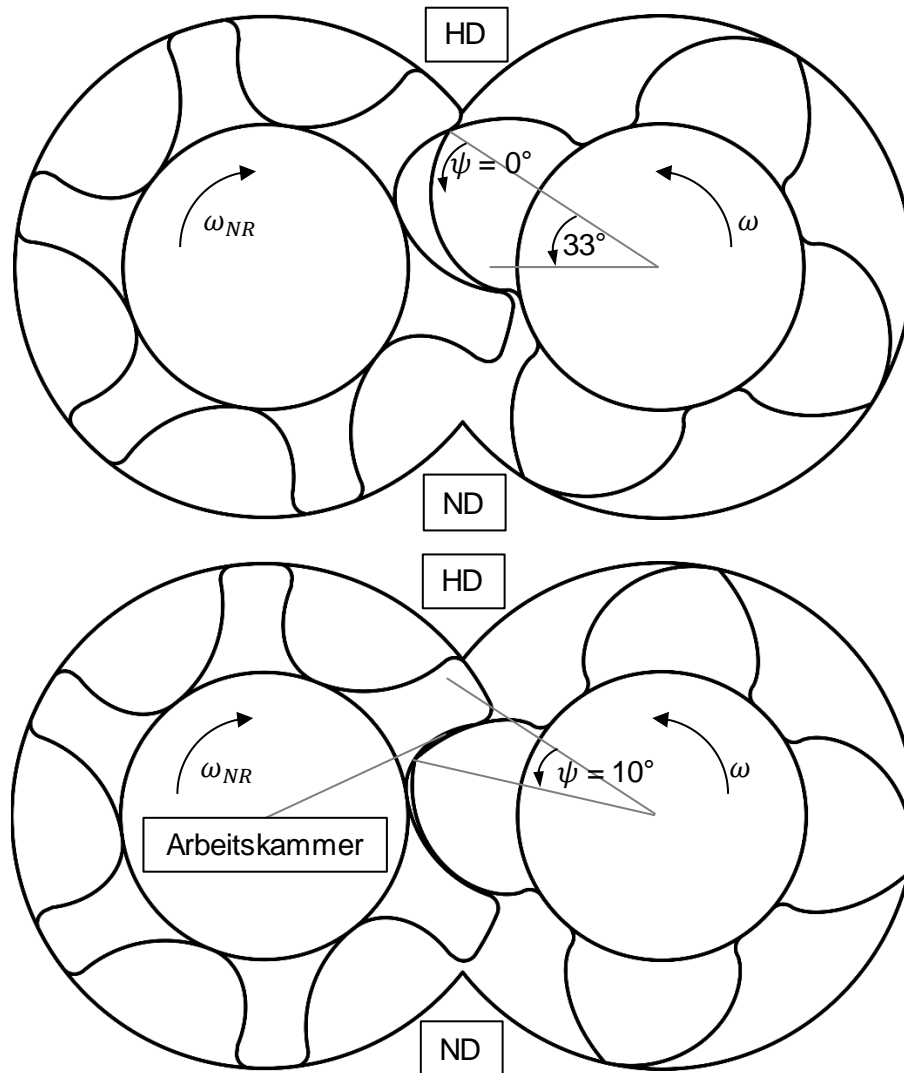


Abbildung 2.6: Definition des Hauptrotordrehwinkels ψ , Blick auf den ND-seitigen Stirnschnitt bei $\psi = 0^\circ$ (oben) und $\psi = 10^\circ$ (unten).

Der im letzten Abschnitt beschriebene zyklische Verlauf des Kammervolumens kann in Abhängigkeit des Hauptrotordrehwinkels dargestellt werden, vgl. **Abbildung 2.7**, und wird als Volumenkurve bezeichnet. Nach der Kammerentstehung verzeichnet das Kammervolumen einen progressiven Anstieg, bis die nachlaufenden Zahnflanken der Kammer im saugseitigen Stirnschnitt die Gehäuseverschneidungskante überfahren haben. Anschließend steigt das Kammervolumen linear² an. Dieser lineare Zuwachs geht in einen degressiven über, wenn die Kammer den druckseitigen Stirnschnitt erreicht und dadurch der Zuwachs der Kammer in Richtung der z-Koordinate endet. Bei großen Rotorverwindungen kann es außerdem dazu kommen, dass sich die Rotoren der Kammer im saugseitigen Stirnschnitt schon wieder in den Zahneingriff bewegen, bevor die Kammer den druckseitigen Stirnschnitt erreicht hat, was ebenfalls zu einem Abflachen der Volumenkurve führt. Da die Rotoren in der Regel unterschiedliche Anzahlen an Rotorzähnen aufweisen, finden Verdichten und Ausschleiben nicht mit derselben Zahnli-

² Bei großen Umschlingungswinkeln sind zwei lineare Phasen möglich [Utr18a], wenn die Kammer auf der Hauptrotorseite durch den erneuten Zahneingriff ihr Maximum bereits erreicht hat, auf der Nebenrotorseite jedoch noch nicht. Bei nicht-konstanter Rotorsteigung ist es ebenfalls möglich, dass es keinen linearen Bereich gibt.

ckenpaarung statt wie das Ansaugen. Um dennoch einen gemeinsamen Ausschlebevorgang der ansaugenden Kammer zu visualisieren, wird der Volumenverlauf des Hauptrotors bei Erreichen des maximalen Kammervolumens künstlich verlängert [Jan07]. Auf diese Weise entsteht für Rotoren mit konstanter Rotorsteigung eine symmetrische Volumenkurve. Analog zur Kammervergrößerung verringert sich das Kammervolumen nach Erreichen des Maximums durch den fortlaufenden Zahneingriff wieder. Die Aufteilung der Volumenkurve auf Haupt- und Nebenrotorseite wird bei der Beschreibung der Geometrieanalyse in Abschnitt 6.3.3 detaillierter erläutert.

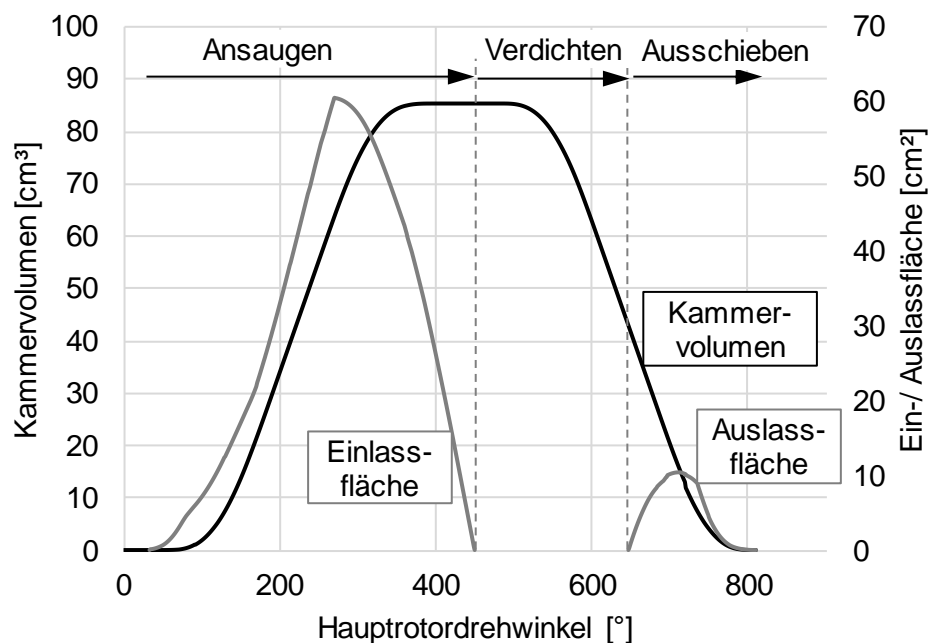


Abbildung 2.7: Exemplarischer Verlauf von Kammervolumen sowie Ein- und Auslassfläche als Funktion des Hauptrotordrehwinkels.

Neben der Volumenkurve zeigt Abbildung 2.7 beispielhaft die Querschnittsflächen, die dem Fluid zum Ladungswechsel zur Verfügung stehen. Die in Abbildung 2.3 dargestellten saugseitigen Steuerkanten sind so angeordnet, dass die Kammer bei Erreichen ihres maximalen Volumens vom Saugstutzen getrennt wird, wodurch die axialen Steuerkanten die charakteristische Form der nachlaufenden Zahnflanken der Kammer aufweisen. Die ebenfalls in Abbildung 2.3 dargestellten saugseitigen radialen Steuerkanten sind hingegen von der Geometrie der Zahnköpfe abgeleitet und bieten in der Regel eine vielfach größere Fläche zum Durchströmen. Beim Erreichen der druckseitigen Ladungswechselflächen wird die Kammer mit dem HD-Stutzen verbunden und die innere Verdichtung des Schraubenkompressors beendet. Die Kontur der Steuerkanten ist den vorlaufenden Rotorzähnen der Kammer nachempfunden. Haben die vorlaufenden Rotorzähne die Gehäuseverschneidungskante am Ende der inneren Verdichtung noch nicht überfahren, so ist ebenfalls eine radiale Auslassfläche möglich. Auf die Bestimmung der Ladungswechselflächen wird in Abschnitt 6.3.4 näher eingegangen.

2.4 Geometrische und thermodynamische Kenngrößen

Im Folgenden werden einige Kenngrößen erläutert, die die Geometrie und damit das Betriebsverhalten des Schraubenkompressors beeinflussen und bei der Auslegung von Schraubenkompressoren ausgewählt werden müssen. Für Kenngrößen, die auf die Geometrie des Hauptrotors bezogen sind, wird auf die Angabe eines Index verzichtet. Für den Nebenrotor wird hingegen der Index NR verwendet.

Als Maß für die innere Verdichtung des Kompressors dient das innere Volumenverhältnis:

$$v_i = \frac{V_{max}}{V_{Kompr,Ende}} \quad \text{Gl. 2.1}$$

Es setzt das maximale Kammervolumen ins Verhältnis zum Kammervolumen bei Erreichen der druckseitigen Steuerkanten. Je größer das innere Volumenverhältnis, desto größer ist das von der Maschine realisierte Druckverhältnis. Gleichzeitig verringern große innere Volumenverhältnisse die Auslassfläche, da die Steuerkanten zu einem späteren Drehwinkel erreicht werden.

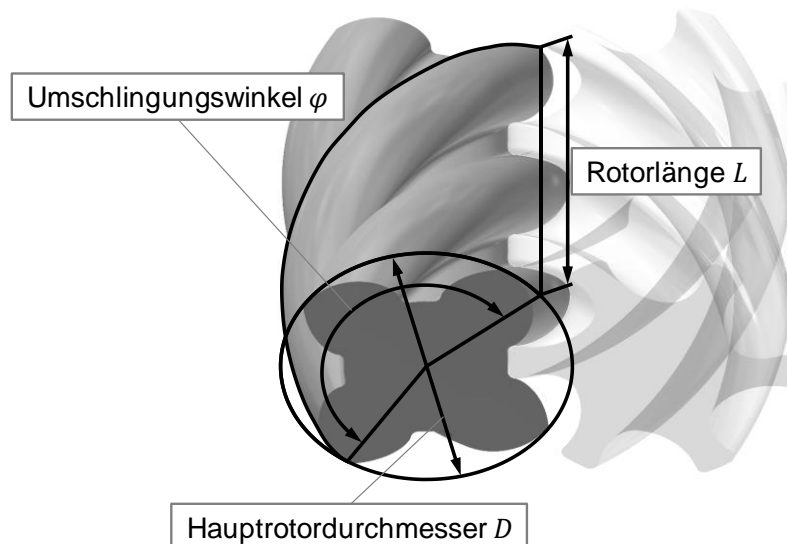


Abbildung 2.8: Definition von Hauptrotordurchmesser, Rotorlänge und Umschlingungswinkel.

Eine weitere Kenngröße stellt die Anzahl der Rotorzähne (im Folgenden als Zähnezahl z bezeichnet) dar. Die Zähnezahl besitzt einen signifikanten Einfluss auf die Anzahl der parallel ablaufenden Arbeitsspiele, auf die Größe der Ladungswechsel- und Spaltflächen und auf den Verlauf des Kammervolumens. Sie variiert in der Regel zwischen drei und sieben, die Zähnezahl am Hauptrotor ist dabei geringer oder gleich der des Nebenrotors.

Neben der Zähnezahl besitzt die Verwindung der Rotoren großen Einfluss auf die Charakteristika der Maschine. Diese Verwindung wird zwischen den Stirnseiten des Hauptrotors gemessen, vgl. **Abbildung 2.8**, und als Umschlingungswinkel φ bezeichnet. Der Umschlingungswinkel ist eine zentrale Kenngröße dieser Arbeit und nimmt bei industriellen Anwendungen üblicherweise Werte zwischen 100° und 400° an [Sto04]. Große Umschlingungswinkel führen zu mehr Spaltflächen, das Arbeitsspiel besitzt jedoch einen großen Hauptrotordrehwinkelbereich, was zu großen Auslassflächen führt. Kleine Umschlingungswinkel hingegen zeichnen sich durch ein kurzes Arbeitsspiel und kleinere Auslass- sowie Spaltflächen aus. Mit der Länge L der Rotoren lässt sich die Steigung s der Rotoren bestimmen:

$$s = \frac{360^\circ}{\varphi} \cdot L \quad \text{Gl. 2.2}$$

Über den Durchmesser D und die Länge L des profilierten Rotorabschnittes lässt sich außerdem das Länge-Durchmesser-Verhältnis ermitteln. Es nimmt üblicherweise Werte zwischen eins und zwei an, wird am Hauptrotor gemessen und im Folgenden kurz als L/D -Verhältnis bezeichnet. Das L/D -Verhältnis beeinflusst bei konstantem Durchmesser und Umschlingungswinkel das maximale Kammervolumen, während der Drehwinkelbereich des Arbeitsspiels sowie die Größe der axialen Ladungswechselflächen und Stirnspalte konstant bleiben.

Neben diesen geometrischen Kenngrößen gibt es thermodynamische Kennzahlen, mit deren Hilfe unterschiedliche Maschinenkonfigurationen und Arbeitspunkte verglichen und damit die Energiewandlungsgüte bewertet werden kann. Die spezifische Innenarbeit

$$w_i = \frac{P_i}{\dot{m}_f} = \frac{-\oint p dV \cdot n \cdot z}{\dot{m}_f} \quad \text{Gl. 2.3}$$

gibt die zur Realisierung des Fördermassenstroms \dot{m}_f nötige spezifische Arbeit³ an. Die Innenleistung P_i des Kompressors kann über die eingeschlossene Fläche des pV-Diagramms (wird in Abschnitt 7.3 im Detail vorgestellt) und die aus Hauptrotordrehzahl und -zähnezahl gebildete Kammerwiederholfrequenz $n \cdot z$ bestimmt werden. Der innere isentrope Gütegrad η_{is} setzt die theoretisch nötige isentrope Leistung P_s ins Verhältnis zur Innenleistung des Kompressors:

$$\eta_{is} = \frac{P_s}{P_i} = \frac{\dot{m}_f \cdot w_s}{\dot{m}_f \cdot w_i} = \frac{\Delta h_s}{w_i} \quad \text{Gl. 2.4}$$

Die isentrope Leistung entspricht der spezifischen isentropen Arbeit w_s , die im Fall einer isentropen Kompression des Arbeitsfluids vom Nieder- zum Hochdruck nötig wäre, in Verbindung mit dem vom Kompressor geförderten Massenstrom. Die spezifische isentrope Arbeit kann dabei anhand des spezifischen isentropen Enthalpiegefälles Δh_s bestimmt werden.

Im Fall des angetriebenen Hauptrotors lässt sich mithilfe des effektiven Drehmomentes M_e der Maschine die effektive Leistung P_e und damit der effektive isentrope Gütegrad bestimmen:

$$\eta_{es} = \frac{P_s}{P_e} = \frac{\dot{m}_f \cdot \Delta h_s}{2\pi \cdot n \cdot M_e} \quad \text{Gl. 2.5}$$

Im Gegensatz zur Innenleistung sind in der effektiven Leistung die mechanischen Verluste, die z.B. aus Lager- und Dichtungsreibung resultieren, enthalten. Diese können über den mechanischen Wirkungsgrad quantifiziert werden, der das Verhältnis aus innerer und effektiver Leistung bildet:

$$\eta_m = \frac{P_i}{P_e} \quad \text{Gl. 2.6}$$

³ In der Industrie wird die Kompressorleistung häufig auf den Ansaugvolumenstrom bezogen und als spezifische Leistung mit der Einheit [kW min / m³] bezeichnet.

Eine Aussage über das Maß der volumetrischen Spaltverluste der Maschine liefert der Liefergrad:

$$\lambda_L = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_{f,th}} = \frac{\dot{m}_f}{V_{max} \cdot \rho_{ND} \cdot n \cdot z} \quad \text{Gl. 2.7}$$

Er setzt den vom Kompressor tatsächlich geförderten Massenstrom \dot{m}_f ins Verhältnis zum theoretischen Massenstrom $\dot{m}_{f,th}$, der von einer ideal dichten Maschine ohne jegliche dissipative Vorgänge beim Ladungswechsel gefördert werden würde.

Neben dem Fördermassenstrom des Kompressors ist der innerhalb der Maschine über die Ladungswechselflächen und Spaltflächen ausgetauschte Massenstrom von Interesse. Das einfachste Modell zur Bestimmung dieses theoretischen Massenstroms \dot{m}_{th} ist das einer isentropen Blendenströmung für ideale Gase, welches bereits 1839 von de Saint Venant und Wantzel aufgestellt worden ist [Sai39]. Der Massenstrom wird dabei zwischen einem Hoch- und einem Niederdruckvolumen, die sich in Ruhe befinden und über eine Fläche A verbunden sind, ausgetauscht. Diese analytische Bestimmung des Massenstroms beruht auf der Massen- und Energieerhaltung. Der theoretisch zwischen den beiden Volumina ausgetauschte Massenstrom lässt sich demnach über folgende Gleichung bestimmen:

$$\dot{m}_{th} = p_{HD} \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{(\kappa - 1) \cdot R_s \cdot T_{HD}} \cdot \left((\Pi_*)^{\frac{2}{\kappa}} - (\Pi_*)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)} \quad \text{Gl. 2.8}$$

$$\text{mit } \frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi \text{ und } \Pi_* = \Pi \text{ für } \Pi > \Pi_{krit} \text{ und } \Pi_* = \Pi_{krit} \text{ für } \Pi \leq \Pi_{krit}$$

Die Fläche A beziffert den minimal verfügbaren Strömungsquerschnitt und es wird angenommen, dass in dieser Fläche der Niederdruck vorherrscht. Liegt das Druckverhältnis Π_* unterhalb des fluidspezifischen kritischen Druckverhältnisses, so muss statt Π das kritische Druckverhältnis Π_{krit} in die Formel eingesetzt werden, das für ideale Gase wie folgt bestimmt werden kann:

$$\Pi_{krit} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad \text{Gl. 2.9}$$

Die Definition des Druckverhältnisses als Quotient zwischen Nieder- und Hochdruck bedingt, dass aus großen Druckverhältnissen kleine Massenströme resultieren. Über Gl. 2.8 lässt sich ein zwischen zwei Volumina ausgetauschter Massenstrom einfach bestimmen. Die Gleichung ist aufgrund der Annahmen jedoch nur bedingt zur Bestimmung des tatsächlich vorherrschenden Massenstroms \dot{m} geeignet. Aus diesem Grund hat sich für den hier vorgestellten theoretischen Massenstrom ein Korrekturfaktor, der Strömungsbeiwert α , etabliert:

$$\alpha = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{th}} \quad \text{Gl. 2.10}$$

Ist der Strömungsbeiwert bekannt, so kann durch Multiplikation mit dem theoretischen Massenstrom der reale Massenstrom bestimmt werden. Der Strömungsbeiwert vereint damit die Auswirkungen aller im theoretischen Ansatz nicht berücksichtigten Effekte und kann sowohl Werte kleiner eins – beispielsweise, wenn die Strömung stark reibungsbehaftet ist – als auch größer eins – beispielsweise, wenn der

Druck im engsten Strömungsquerschnitt aufgrund einer speziellen Geometrie des Strömungskanals unterhalb des Niederdruckes liegt – annehmen. Eine Übersicht über geleistete Vorarbeiten bezüglich des Strömungsbeiwertes liefert Abschnitt 2.6.

2.5 Simulationskonzepte

Zu Schraubenmaschinen ist nur wenig Literatur in Form von Büchern verfügbar. Zu ihnen zählen die Werke von Rinder [Rin79], der unter anderem die analytischen Gleichungen zur Erzeugung des asymmetrischen SRM-Profiles und zur Bestimmung der zugehörigen geometrischen Eigenschaften angibt, und Konka [Kon88], der bei Auswahl und Konstruktion des Kompressors für verschiedene Anwendungen unterstützt. Neben diesen deutschsprachigen Büchern gibt es außerdem Werke in russisch [Sak70], [Amo77], chinesisch [Xin00] und englisch [Sto05]. Die Forschung an Schraubenmaschinen wird seit dem kommerziellen Erfolg der Maschine von Industrie- und Forschungseinrichtungen intensiv betrieben und die Ergebnisse regelmäßig auf internationalen Tagungen ausgetauscht und in Journals veröffentlicht. Ziel der wissenschaftlichen Forschung ist häufig die Simulation der Schraubenmaschine mit dem Vorhaben, thermodynamische Effekte zu verstehen und die Schraubenmaschine für gegebene Randbedingungen zu optimieren und damit den Aufwand für experimentelle Untersuchungen zu reduzieren.

Heutzutage kommt der Simulation neuer Maschinenkonzepte in nahezu allen Bereichen des Maschinenbaus eine große Bedeutung zu. Das Ziel von Simulationen ist die Ermittlung des Betriebsverhaltens der Maschine, ohne dass sie in der Realität existieren muss. Die zeit- und kostenintensive Fertigung und Untersuchung von Prototypen kann auf diese Weise unterstützt und auf ein Minimum reduziert werden. Grundlage einer Simulation sind Methoden und Modelle, die die Geometrie der zu untersuchenden Maschine und ihre physikalischen Zusammenhänge hinreichend genau abbilden. Die Geometrieanalyse und Modellsynthese der komplexen Schraubengeometrie stellt den Anwender jedoch vor Herausforderungen. Dazu gehören:

- Erscheinen und Verschwinden von Kammern sowie Existenz mehrerer Kammern gleichzeitig.
- Bewegung der Kammer in axiale und radiale Richtung.
- Verbindung der Kammern über komplexe Spaltgeometrien mit unterschiedlichen Relativbewegungen.
- Auswahl von geeigneten Modellen zur Bestimmung von Massen- und Wärmeströmen sowie Phasenübergängen.

Für eine Grobauslegung der Maschine können die funktionalen Zusammenhänge zwischen der auszulegenden Größe (z.B. Innenleistung), der Maschinengeometrie (z.B. inneres Volumenverhältnis) und den Betriebsrandbedingungen (z.B. Anlagendruckverhältnis) aufgestellt werden [Jan07]. Bei dieser analytischen Betrachtung werden dissipative Vorgänge wie Spaltmassenströme meist vernachlässigt oder durch empirische bzw. halbempirische Beziehungen berücksichtigt, sodass die Abbildungsgüte der Simulation in der Regel gering ist. Für detailliertere Simulationen von Schraubenmaschinen haben sich

zwei unterschiedliche Simulationsansätze etabliert, die nulldimensionale Kammermodellsimulation⁴ sowie die dreidimensionale Simulation mittels numerischer Strömungssimulation (engl. Computational Fluid Dynamics, CFD) und hybride Simulationsansätze, die im Folgenden vorgestellt werden.

Kammermodellsimulationen werden heutzutage in diversen Anwendungsbereichen zur Vorhersage des Verhaltens von Verdrängermaschinen genutzt. Die Simulation beruht auf einem Kammermodell, welches die geometrischen Eigenschaften der zu untersuchenden Maschine, wie die Verläufe von Kammervolumen und Stutzenflächen sowie die Spaltflächen als Funktion z.B. des Hauptrotordrehwinkels, beinhaltet. Die Ermittlung dieser Daten ist aufgrund der Geometrie der Schraubenmaschine komplex und eine akkurate Abbildung der Geometrie für genaue Simulationsergebnisse von großer Bedeutung. Eine Methode zur Analyse der Rotorprofile zur Ableitung der benötigten Geometriedaten mit dem Ziel der Optimierung geometrischer Parameter wird von Singh und Onuschak [Sin84] vorgestellt. Buckney et al. [Buc12] ermitteln die Verläufe von Kammervolumen, Stutzenflächen sowie von Profileingriffsspalt und Kopfrundungsöffnung und validieren die Daten mit CAD-Daten. Nadler [Nad17] zeigt eine detaillierte dreidimensionale geometrische Analyse der gesamten Maschine zur Kammermodellerzeugung.

Während der Kammermodellsimulation wird der Fluidzustand in den Kammern unter Berücksichtigung zu- und abfließender Massen- und Energieströme und der Volumenänderung auf Basis der Massen- und Energieerhaltung bestimmt. Dabei gilt die Annahme, dass die kinetische Energie innerhalb der Kammern im Vergleich zur inneren Energie des Fluids vernachlässigbar ist. Der Fluidzustand in der Kammer wird außerdem zu jedem Zeitschritt als homogen betrachtet. Über die Stutzen- und die Spaltflächen stehen die Kammern hinsichtlich Masse und Energie im Austausch miteinander. Die Bestimmung der ausgetauschten Massenströme geschieht in der Regel anhand einfacher Berechnungsansätze, deren Genauigkeit jedoch von großer Bedeutung für die Abbildungsgüte der Gesamtsimulation ist. Für einen stationären Betrieb der Verdrängermaschine wird der während eines Berechnungszyklus bestimmte Verlauf des Kammerzustandes mit dem Ergebnis des Vorgängerzyklus verglichen und auf Konvergenz überprüft und auf diese Weise der Kammerzustand iterativ bestimmt, bis ein nutzerdefiniertes Konvergenzkriterium erreicht ist.

Für eine erste Näherung ist es möglich, nur eine repräsentative Kammer zu betrachten, was als Einkammersimulation bezeichnet wird. Dabei wird die eigentlich auf Haupt- und Nebenrotor aufgeteilte Kammer als eine Kammer betrachtet, was jedoch aufgrund der Transportphase bei unterschiedlichen Zähnezahlen der Rotoren eine Vereinfachung darstellt. Um dies zu umgehen, werden häufig nicht das komplette Arbeitsspiel, sondern nur die Kompression und das Ausschieben (bzw. bei Expandern die Füllung und die Expansion) betrachtet. Spaltmassenströme werden in der Regel nur zur vor- bzw. nachlaufenden Kammer modelliert. Spaltmassenströme zu nicht direkt benachbarten Kammern werden nicht oder nur vereinfacht berücksichtigt, da die Kammer während des Ansaugens (bzw. bei Expandern während des Ausschiebens) häufig nicht modelliert ist. Über das Ergebnis einer Kammer kann anschließend aufgrund des zyklischen Arbeitsspiels auf das Verhalten der Gesamtmaschine geschlossen werden. Eine Verbesserung der Abbildungsgüte wird durch die Mehrkammersimulation erreicht. Statt das komplette Arbeits-

⁴ Die Kammermodellsimulation wird als nulldimensional bezeichnet, da bei diesem Simulationsansatz das Fluid in der Kammer keine Geschwindigkeit besitzt.

spiel einer Kammer zu modellieren, werden hier alle Kammern gleichzeitig betrachtet und in ihre Anteile auf der Haupt- und Nebenrotorseite aufgeteilt. Auf diese Weise können alle Spaltflächen ohne Vereinfachungen berücksichtigt und beispielsweise instationäre Vorgänge, wie das Anfahren des Kompressors, simuliert werden. Die Verbindung der zu einer Kammer vereinten Zahnlückenräume wird über eine Verbindungsfläche modelliert. Durch die gleichzeitige Betrachtung aller Kammern reicht es aus, nur den Drehwinkelbereich eines Zahnteilungswinkels ($360^\circ / z$) des Hauptrotors zu modellieren, da sich anschließend der geometrisch identische Zustand einstellt. Ergebnisse der Kammermodellsimulation sind unter anderem der zeitliche Druck- und Temperaturverlauf in den Kammern sowie der Fördermassenstrom, wodurch sich Kennzahlen wie der innere isentrope Gütegrad sowie der Liefergrad bestimmen lassen.

Ein kontrollvolumenbasiertes Modell zur Simulation eines Kolbenverdichters ist bereits 1974 von Prakash und Singh [Pra74] aufgestellt worden. 1982 sind durch Naujoks [Nau82] Kammermodellsimulationen für trockenlaufende Schraubenkompressoren genutzt worden. Im selben Jahr haben Bein und Hamilton [Bei82] ein Simulationsmodell für nasslaufende Kompressoren aufgestellt. Das Simulationsprinzip findet seitdem häufig Verwendung, Vergleiche mit experimentellen Daten belegen die Eignung zur Simulation von Schraubenmaschinen [Buc13], [Hau13], [Tem07], [Jan07], [Nau82]. Zur Vergrößerung der Modellierungstiefe kann der Simulationsansatz erweitert werden, sodass Kammermodellsimulationen heute neben nass- und trockenlaufenden Kompressoren auch für Expander [Hüt16] sowie Vakuum-Anwendungen [Roh05], [Nad17] genutzt werden. Das Verfahren eignet sich außerdem zur Bestimmung der mechanischen Rotormomente [Tem07] und lässt durch Zuhilfenahme geeigneter Wärmeübergangsmodelle eine diabate Betrachtung der Maschine zu [Hüt16], [Kel97], [Rof97], [Roh05]. Eine große Unsicherheit des Modells bleibt jedoch die Bestimmung der Spaltmassenströme.

Mehrdimensionale Strömungssimulationen auf Basis der Navier-Stokes-Gleichungen werden heutzutage in vielen Bereichen des Maschinenbaus genutzt, sodass eine Vielzahl kommerzieller und nicht-kommerzieller Solver zur Verfügung stehen. Im Bereich der Schraubenmaschine erschweren jedoch die komplexe Geometrie und die damit verbundenen Probleme bei der Netzerstellung die Anwendung. Problematisch sind die großen Unterschiede der geometrischen Abmessungen: Während Länge und Durchmesser der Rotoren im Bereich dutzender Zentimeter liegen können, sind die Spalthöhen häufig wenige hundertstel Millimeter groß. Zur realitätsnahen Abbildung der Spaltmassenströme werden daher hohe Anforderungen an das Rechenetz gestellt, sodass anfänglich – trotz vorhandener Solver – keine geeigneten Netze generiert werden konnten [Kov02]. Stosic et al. [Sto03] entwickeln eine Methode zur Vernetzung der Arbeitskammern. Die Ergebnisse von Rane et al. [Ran15b] verdeutlichen jedoch, wie sensibel das Simulationsergebnis von der Qualität des verwendeten Netzes abhängen kann. Pascu et al. [Pas14] zeigen, dass ein feines Netz im Spalt zur hinreichend genauen Abbildung nötig ist. In den vergangenen Jahren ist verstärkt an der Entwicklung von Netzen mit einer akkuraten Abbildung der Spalte gearbeitet worden, sodass heute eine zufriedenstellende Abbildungsgüte erreicht werden kann [Kov13], [Kov14a], [Ran15b], [Row18] und einige kommerzielle Programme zur (teil)automatisierten Netzgenerierung zur Verfügung stehen. Dazu zählen unter anderem SCORG[™] [Kov07a] und Twinmesh[™] [Spi15], [Hes14], eine weitere Methode wird von Rowinski et al. [Row18] vorgestellt. Ein neuer Ansatz

ist die Netzerstellung und Simulation mittels isogeometrischer Analyse [Hin18], [Möl18], was dem Nutzer die Maschinenauslegung erleichtert, da der Design- und der Simulationsprozess auf dem gleichen Datenformat basieren können.

Neben dem Rechennetz hängt das Simulationsergebnis stark davon ab, wie die Turbulenz in der Maschine modelliert wird. Kethidi et al. [Ket11] untersuchen verschiedene Netze und Turbulenzmodelle, wobei sich teilweise starke Unterschiede für die Fluidgeschwindigkeit in der Kammer herausstellen. Kovacevic et al. [Kov14a], [Kov14b] stellen ebenfalls Unterschiede bei Benutzung verschiedener Solver und Turbulenzmodelle fest und kommen zu dem Schluss, dass für die bewegten Netze der Schraubenmaschine die Standardturbulenzmodelle nicht ausreichend genau sind und schlagen eine Neuentwicklung vor.

Im Vergleich zur Kammermodellsimulation ist die Simulation mittels CFD viel rechenintensiver und die Simulationsvorbereitung sowie die Ergebnisbewertung nehmen deutlich mehr Zeit in Anspruch, sodass CFD-Simulationen meist zur Nachrechnung einzelner Maschinen sowie zur Ermittlung detaillierter Informationen, z.B. der Kammerzustände, genutzt werden. Papes et al. [Pap15] stellen CFD- und Kammermodellsimulation für einen Schraubenexpander gegenüber und können hinsichtlich der Maschinenkennwerte Unterschiede im Bereich weniger Prozent feststellen. Heiyanthuduwage et al. [Hei11] vergleichen die Eigenschaften von Kammermodell- und CFD-Simulationen. Vorteil der CFD-Simulation sind die vielen detaillierten Informationen, die über den Fluidzustand gewonnen werden können und über die Ergebnisse der Kammermodellsimulation hinausgehen, beispielsweise die örtliche Druckverteilung in der Arbeitskammer. Kennedy et al. [Ken17] simulieren einen trockenlaufenden Schraubenkompressor mittels Kammermodellsimulation und numerischer Strömungssimulation. Ein Abgleich mit experimentellen Daten zeigt eine höhere Abbildungsgüte bei der Kammermodellsimulation.

Die Optimierung von Schraubenkompressoren bedingt zwangsläufig die Simulation vieler verschiedener Maschinenkonfigurationen, wofür die aufwendige CFD-Simulation der Gesamtmaschine aufgrund der komplexen Netzerstellung und der langen Rechenzeiten ungeeignet ist. Es gibt Versuche, die Vorteile der beiden vorgestellten Simulationsansätze zu vereinen. So nutzen Kovacevic et al. [Kov07b] eine dreidimensionale Simulation der ansaugenden und ausschubenden Kammer zur verbesserten Abbildung von Ein- und Ausströmverlusten, während die in der Kompression befindliche Kammer nur ein-dimensional abgebildet wird. Papes et al. [Pap16] simulieren einen Schraubenkompressor mittels Kammermodellsimulationen und koppeln das Modell mit einer dreidimensionalen Strömungssimulation für den Einlassstutzen, um auftretende Pulsationen besser abzubilden. Bei nur geringem Genauigkeitsverlust kann so die Rechenzeit stark reduziert werden. Darüber hinaus wird häufig versucht, den Spaltdurchfluss in Experimenten oder mehrdimensionalen Strömungssimulationen zu untersuchen und die Ergebnisse anschließend in das Kammermodell einzubinden, um den Simulationsaufwand der Schraubenmaschine zu reduzieren, [Dre89], [Roh05]. Die Einbindung kann beispielsweise über eine Datenbank, die die Ergebnisse der Durchflussuntersuchung enthält, geschehen.

2.6 Untersuchungen einphasiger Spaltmassenströme

Der folgende Abschnitt beschäftigt sich mit der Bestimmung von Spaltmassenströmen in Verdrängermaschinen. Der im Folgenden aufgezeigte Forschungsstand bezieht sich auf die trockenlaufende Schraubenmaschine und beschränkt sich damit auf einphasige Spaltströmungen. Phasenübergänge des

Arbeitsfluids oder ein Fluidgemisch aus gasförmigem Arbeitsfluid und flüssigem Hilfsfluid werden im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt.

Die Bestimmung der Durchflusscharakteristika durch die verschiedenen Spalttypen einer Schraubenmaschine ist aufgrund der Geometrie der Strömungspassage und des bewegten Bezugssystems komplex. Für den Schraubenkompressor im Überdruckbereich sind zwei sich überlagernde Strömungseffekte ursächlich für Spaltmassenströme, die druckgetriebene Strömung (Poiseuille-Strömung) sowie die aus der Rotorbewegung resultierende Schleppströmung (Couette-Strömung). Genaue Werte für den Massenstrom lassen sich nur in aufwendigen Experimenten und Simulationen ermitteln. Darüber hinaus werden in der Literatur analytische Berechnungsansätze und numerische Verfahren zur Bestimmung des Spaltdurchflusses beschrieben. Zur Bestimmung der Spaltmassenströme in Kammermodellen wird häufig der in Abschnitt 2.4 vorgestellte analytische Ansatz nach Gl. 2.8 genutzt. Durch die Einfachheit der Massenstrombestimmung lässt sich der Ansatz gut in Kammermodellsimulationen integrieren, ist jedoch aufgrund der gemachten Annahmen für die meisten Anwendungen nicht zur Bestimmung des tatsächlich vorherrschenden Massenstroms \dot{m} geeignet. So vergleichen beispielsweise Yuan et al. [Yua92] und Fan und Chen [Fan94] den Ansatz mit experimentellen Daten und zeigen, dass der Massenstrom für den untersuchten Spalt zu groß berechnet wird. Aus diesem Grund wird in der Regel zusätzlich der in Gl. 2.10 definierte Strömungsbeiwert α genutzt, um den tatsächlichen Massenstrom abzubilden. Zahlreiche Veröffentlichungen thematisieren die Bestimmung des Strömungsbeiwertes für verschiedene Geometrien bei unterschiedlichen thermodynamischen Randbedingungen. Die Kenntnis des Strömungsbeiwertes ist für eine sinnvolle Kammermodellsimulation der Schraubenmaschine von großer Wichtigkeit, weshalb verstärkt an der Bestimmung des Strömungsbeiwertes für Spaltgeometrien gearbeitet wird. Im Folgenden werden Untersuchungen an statischen und bewegten Spalten vorgestellt. Neben Untersuchungen in Schraubenmaschinen sind Arbeiten zu Spalten anderer Verdrängermaschinen verfügbar. Die Spaltgeometrien, wie z.B. der Stirnspalt, sind ähnlich bzw. identisch, weshalb auch auf Ergebnisse anderer Verdrängermaschinen zurückgegriffen wird. Einen Überblick über unterschiedliche Strömungsmodelle und die Anwendung in verschiedenen Verdrängermaschinen liefern Bell et al. [Bel13b], [Bel13a]. Gängige Praxis ist die experimentelle oder simulative Bestimmung des Strömungsbeiwertes für relevante Geometrien und die anschließende Einbindung in Kammermodellen. Dieser Ansatz wird unter anderem von Dreißig [Dre89], Peveling [Pev87a], Sauls [Sau96] und Rohe [Roh05] verwendet.

Im Folgenden werden zunächst die Ergebnisse von Forschungsarbeiten bis 1980 ohne direkten Bezug zur Schraubenmaschine vorgestellt. Von großem technischen Interesse sind die Strömungsbeiwerte von Wellendichtungen, weshalb viele Untersuchungen für Ringspalte verfügbar sind. Obwohl die Bauteile rotieren, werden die Strömungsbeiwerte aufgrund der komplexen Abdichtung häufig in statischen Experimenten ermittelt. Trutnovsky [Tru73] gliedert den Strömungsbeiwert in ein Produkt aus einer Kontraktionszahl und einer Reibungszahl. Die Kontraktionszahl berücksichtigt die Reduzierung des verfügbaren Strömungsquerschnittes, beispielsweise durch die Einschnürung der Strömung, welche unter anderem von Bell [Bel57] und von von Mises [Mis17] untersucht wird. Die Reibungszahl beinhaltet die Reduzierung der Strömungsgeschwindigkeit infolge von Reibung. Im Experiment, wenn einzig der Durchfluss durch eine Kontur gemessen wird, ist eine Unterteilung des Strömungsbeiwertes in Reibungszahl und Kontraktionszahl jedoch nicht möglich. Viele Veröffentlichungen ermitteln den Strömungsbeiwert bei Variation der thermodynamischen und geometrischen Randbedingungen. Kearton

und Keh [Kea52] zeigen, dass der Strömungsbeiwert mit kleinerer Spalthöhe und steigendem Druckverhältnis sinkt. Snow [Sno52] ergänzt weitere Untersuchungen und zeigt einen deutlichen Abfall des Strömungsbeiwertes für große Verhältnisse von Spaltlänge zu -höhe (vgl. Abbildung 0.1). Beide Quellen vernachlässigen jedoch, dass bei ihren Untersuchungen die Reynoldszahl variiert wird, die ebenfalls Einfluss auf den Strömungsbeiwert hat. Egli [Egl35] hingegen zeigt den Strömungsbeiwert von Dampf für Lochblenden mit scharfen Kanten in Abhängigkeit der Reynoldszahl und gibt für seine Untersuchungen eine kritische Reynoldszahl von 1000 an, ab welcher der Strömungsbeiwert konstant ist. Tang und Fenn [Tan78] untersuchen den Durchfluss durch symmetrische, konvergierende Kreisblenden für verschiedene Fluide und stellen einen kontinuierlichen Anstieg des Strömungsbeiwertes mit der Reynoldszahl sowie einen Einfluss des Isentropenexponenten fest. Bragg [Bra60] erweitert ein inkompressibles Modell, um es auch für Gase anwendbar zu machen und stellt größere Strömungsbeiwerte für kleinere Isentropenexponenten fest. Trojanovsky [Tro50] zeigt den Strömungsbeiwert für Spalte mit verschiedenen Ein- und Auslaufgeometrien und stellt im Vergleich zu scharfen Kanten deutlich größere Strömungsbeiwerte für abgerundete Einlaufkonturen fest. Zusammengefasst ist damit bereits in den 1960er Jahren festgestellt worden, dass der Strömungsbeiwert von Gasen ohne Betrachtung der Bewegung der Systemberandung im Allgemeinen abhängt von:

- Dem Druckverhältnis.
- Dem Fluid bzw. dem Isentropenexponenten (bzw. der Machzahl).
- Der Reynoldszahl.
- Der Geometrie der Strömungspassage.

Im Folgenden werden die Ergebnisse von Spaltuntersuchungen in Verdrängermaschinen ohne Einbezug der Systembewegung vorgestellt. Huang [Hua94] berechnet laminare Spaltströmungen in einem Rechteckspalt mit Ein- und Auslaufbereich. Dazu benutzt er sowohl die Navier-Stokes-Gleichungen in Verbindung mit einem Finite-Volumen-Verfahren als auch einen vereinfachten eindimensionalen Ansatz. Ist die Spalthöhe im Verhältnis zur Spaltlänge klein, so ergeben beide Ansätze nahezu dieselben Massenströme. Bei steigenden Spalthöhen sinkt die Abbildungsgüte des eindimensionalen Verfahrens. Generell ergeben sich für größere Reynoldszahlen und Spalthöhen sowie kleinere Druckverhältnisse größere Massenströme.

Peveling [Pev87a], [Pev87b] untersucht verschiedene statische Konturen und nutzt zur Bestimmung unabhängiger Einflussgrößen das Pi-Theorem. Neben geometrischen Kennzahlen werden so die Reynoldszahl, die Machzahl sowie das Druckverhältnis bestimmt. Der ihm zur Verfügung stehende experimentelle Aufbau – der Niederdruck entspricht dem Atmosphärendruck – lässt eine unabhängige Variation der Kennzahlen jedoch nicht zu, sodass in den dargestellten Ergebnissen mehrere Kennzahlen gleichzeitig variiert werden. So wird nicht klar, ob ein Anstieg des Strömungsbeiwertes bei steigenden Reynoldszahlen tatsächlich auf die Variation der Reynoldszahl oder auf die Änderung des Druckverhältnisses zurückzuführen ist. Peveling teilt die 27 untersuchten, symmetrischen Spalte in drei Klassen ein: Blendenähnliche Spalte mit einer geringen Spaltlänge und einem Radius, die durch den geringen Reibungseinfluss Strömungsbeiwerte nahe eins besitzen, Spalte mit einem länglichen Strömungskanal konstanter Spalthöhe, die aufgrund der Reibung geringe Strömungsbeiwerte besitzen, und Spalte mit einer moderaten Düse-Diffusor Geometrie, die aufgrund der Druckrückgewinnung im Diffusor im engsten Querschnitt einen Druck unter dem Niederdruck aufweisen, wodurch der Strömungsbeiwert größer

als eins werden kann. Prins [Pri06] erweitert diese Spaltklassen um eine vierte, bei der nach einem länglichen Strömungskanal mit großem Reibungseinfluss eine geometrische Strömungsablösung durch eine Abrisskante provoziert wird, was durch die reduzierte Druckrückgewinnung einen verringerten Strömungsbeiwert zur Folge hat. Prins und Infante Ferreira [Pri98b] vergleichen Pevelings Strömungsbeiwerte mit den Ergebnissen eines analytischen inkompressiblen und eines kompressiblen numerischen Ansatzes, können die Daten jedoch nicht validieren und führen dies auf eine unzureichende Abbildung der viskosen Effekte zurück. In einem zweiten Ansatz [Pri98a] verbessern sie das kompressible Modell durch die temperaturabhängige Bestimmung der Viskosität und passen die reynoldszahlabhängige Bestimmung des Reibungskoeffizienten über einen Optimierungsalgorithmus an, sodass die Strömungsbeiwerte bestmöglich berechnet werden. In einem weiteren Beitrag [Pri03] stellen sie einen reibungsfreien Ansatz mit einem Modell gegenüber, bei dem der Druckabfall gänzlich durch Reibung hervorgerufen wird, wobei hier als Randbedingung die Annahme eines Geschwindigkeitsprofils im Spalt nötig ist. Besonders für große Druckverhältnisse (nach Gl. 2.8) reduziert sich für das reibungsbehaftete Modell in dem untersuchten Beispiel der durchgesetzte Massenstrom. Für eine Erklärung der von Peveling gemessenen Massenströme ist das Modell jedoch weiterhin ungeeignet. Derselbe Ansatz wird jedoch von Mathison et al. [Mat08] für die Simulation der druckgetriebenen Spaltströmungen genutzt und führt zu einer guten Abbildung der Gesamtmaschine. Prins [Pri04] versucht in einem weiteren Ansatz den Grenzschichtcharakter der Strömung in Form des Geschwindigkeitsprofils bei der Ermittlung des Durchflusses zu berücksichtigen. Die resultierenden Strömungsbeiwerte weichen je nach Spaltart zwischen 12 und 25 % vom Experiment ab und unterstreichen die Komplexität der Spaltsimulation. 2013 greifen Sauls und Branch [Sau13] die Ergebnisse von Peveling erneut auf und versuchen, die Strömungsbeiwerte mittels kommerzieller Software (Ansys^{®5} CFX, SST Turbulenzmodell) zu simulieren. Die simulierten Massenströme sind, besonders für eine geringe Spalthöhe, stets größer als die von Peveling gemessenen. Fehlende Angaben zu Messungenauigkeiten der von Peveling erfassten Werte erschweren die Einordnung der Simulationen. Die qualitativen Verläufe stimmen jedoch sehr gut mit den gemessenen überein, besonders im transitionellen Reynoldszahlbereich kann die Abbildungsgüte über die Wahl einer entsprechenden Übergangsturbulenzoption deutlich verbessert werden.

Weitere experimentelle Untersuchungen zu Strömungen durch den Gehäuse- und Profileingriffsspalt von Schraubenmaschinen sind von Sachs verfügbar [Sac02]. Mithilfe der Schlierentechnik visualisiert er den Dichtegradienten im Spalt und kann daraus Rückschlüsse auf geometrie- und stoßinduzierte Ablösungen sowie auf Orte und Intensität von Verdichtungsstößen bzw. Verdünnungsfächern ziehen. Mithilfe von Dichtleisten werden gezielt geometrisch bedingte Ablösungen hervorgerufen und damit der Spaltmassenstrom beeinflusst. Über eine Anpassung der Hauptrotorzahnkontur mit vielen Einkerbungen („Labyrinthspalt“) wird eine Verwirbelung des Fluids erzeugt und dadurch der Strömungsbeiwert gesenkt. Außerdem kann eine Verringerung des Strömungsbeiwertes mit steigender Oberflächenrauheit und eine Abhängigkeit vom Druckverhältnis nachgewiesen werden. Am Nebenrotor mit einer Dichtleiste werden Strömungsablösungen an Rotor und Gehäuse hervorgerufen, wodurch die Strömung eingeschnürt wird und der engste Strömungsquerschnitt hinter der Dichtleiste vorliegt. Im Vergleich mit abgerundeten Konturen können scharfkantige Dichtleisten den Spaltdurchfluss merklich reduzieren. Die erzeugten Schlierenbilder bilden die Grundlage für weitere Untersuchungen mittels mehrdimensionaler

⁵ Ansys, Inc., Canonsburg, Pennsylvania.

Strömungssimulation. Erste Versuche zur Nachrechnung der Schlierenbilder am Nebenrotorzahnkopf sind von Vimmr mithilfe eines nicht-viskosen Modells verfügbar [Vim02]. Sachs [Sac02] nutzt für die Simulation der Hauptrotorströmung die Software Fluent und nutzt dabei ebenfalls ein nicht-viskoses Modell sowie das k - ε -Turbulenzmodell und ein Reynolds-Stress-Modell. Keines der drei Modelle kann das Schlierenbild genau wiedergeben. Die beste Übereinstimmung für das untersuchte Spaltdruckverhältnis von 0,5 wird mit dem Reynolds-Stress-Modell erreicht, wobei jedoch Stoßreflexionen nicht akkurat abgebildet werden können. Kauder und Stratmann [Kau02b] nutzen ebenfalls Fluent und können die Übereinstimmung mit dem Schlierenbild durch das Spalart-Allmaras Turbulenzmodell verbessern. Analog nutzen Utri et al. [Utr18c] die Software Ansys[®] CFX und untersuchen dabei die Abbildungsgüte des Spalart-Allmaras- und des k - ω -SST-Turbulenzmodells. Beide Turbulenzmodelle können den Strömungsbeiwert in dem experimentell untersuchten Druckverhältnissbereich mit hoher Genauigkeit reproduzieren.

Ishii et al. [Ish96] untersuchen den Stirn- und den Radialspalt (Spalt zwischen den Windungen von Stator und Rotor) in Scrollkompressoren mit dem Kältemittel R22 experimentell und simulativ. Ein einfacher inkompressibler, turbulenter Ansatz mit reynoldszahlabhängiger Ermittlung eines Reibbeiwertes reicht aus, um die experimentell bestimmten Druckabfallmessungen durch kleine Spalte (10 bzw. 20 Mikrometer Spalthöhe) mit Abweichungen zwischen 10 und 15 % nachzubilden. Dies verdeutlicht, dass die Reibung der entscheidende Einflussfaktor bei länglichen Spalten mit geringen Spalthöhen ist. Die analytische Bestimmung des Massenstroms durch den konvergenten-divergenten Radialspalt hingegen hat Abweichungen bis zu 35 % zur Folge. Die Anwendung der kompressiblen Fannoströmung führt zu einer Verschlechterung der Abbildungsgüte. Aus neueren Experimenten zu den beiden Spalttypen mit Kohlendioxid berechnen Ishii et al. [Ish08] in Analogie zu Blasius für Rohre [Bla13] den Reibungsbeiwert für beide Spalte in Abhängigkeit der Reynoldszahl. Der inkompressible Ansatz genügt auch hier zur näherungsweisen Bestimmung des Spaltdurchflusses. Ebenfalls durchgeführte Untersuchungen für Spalte mit verschiedenen Oberflächen zeigen eine deutliche Abnahme des Durchflusses bei raueren Oberflächen. Kim et al. [Kim16] untersuchen ebenfalls Radialspaltströmungen und gleichen ihre CFD-Simulationen (inkompressible Simulation mit Ansys[®] Fluent) mit experimentell ermittelten Verläufen ab. Dabei stellen sie eine starke Abhängigkeit des Strömungsbeiwertes von der Spalthöhe, dem Druckverhältnis sowie dem Hochdruck fest, eine Abhängigkeit von der Spaltbreite geht aus den Ergebnissen nicht hervor.

Bell et al. [Bel13a] stellen ein allgemeines Modell zur Berechnung der Spaltdruckströme in Rotationsverdrängermaschinen unter Berücksichtigung von Massen-, Energie- und Impulserhaltung und veränderlichen Strömungsquerschnitten auf. Die im Spalt entstehende Reibung wird über einen Reibungsbeiwert berücksichtigt. Es werden beispielhaft ein Ringspalt und der bereits beschriebene Radialspalt von Scrollkompressoren simuliert und die Ergebnisse anhand eines Strömungsbeiwertes (Definition in [Bel13a] reziprok zu Gl. 2.10) als Funktion von Spalthöhe und Reynoldszahl dargestellt. Die resultierenden Strömungsbeiwerte variieren stark, von 1000 im Bereich kleiner Reynoldszahlen bis nahezu null für Reynoldszahlen größer 3000. Die Ergebnisse werden mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate approximiert, wobei nur die Abhängigkeit von der Spalthöhe, -länge sowie der Reynoldszahl angenommen wird. Die mittlere Abweichung von den Simulationswerten ist mit elf bzw. 15 % vergleichsweise hoch und lässt vermuten, dass nicht alle Abhängigkeiten in der Formel enthalten sind.

Im Folgenden werden die Ergebnisse zu Spaltuntersuchungen unter Berücksichtigung der Bauteilbewegung vorgestellt. Während beispielsweise bei Wellendichtungen die Bauteilbewegung quer zur druckgetriebenen Strömungsrichtung und der Einfluss auf den Durchfluss entsprechend gering ist, kann die Bewegung der Bauteile in Verdrängermaschinen in der Regel nicht vernachlässigt werden. Aufgrund der Dichtproblematik sind experimentelle Untersuchungen zu bewegten Spalten jedoch aufwendig. Auch die theoretische Betrachtung ist aufgrund der Überlagerung von druckgetriebener Strömung und Schlepplströmung deutlich komplexer. Analytische Lösungen der Navier-Stokes-Gleichungen existieren nur für wenige Spezialfälle wie die inkompressible, eingelaufene Strömung zwischen zwei ebenen Platten [Sch06].

Fister und Neumann [Fis84] stellen ein iteratives numerisches Verfahren zur Ermittlung der Strömung in den Arbeitskammern und den Spalten auf Basis der Navier-Stokes-Gleichungen auf. Ihrer Abschätzung nach ist die Strömung durch die Spalte, mit Ausnahme des Blaslochs, laminar. Für die Gehäusepalte mit Dichtleiste ergibt sich ein Strömungsbeiwert von 0,7, der nur geringfügig vom Druckverhältnis abhängt. Ein Einfluss der Relativbewegung zwischen Rotor und Gehäuse ist nur für Druckverhältnisse größer als 0,7 zu erkennen. Aufgrund der Couette-Strömung ergeben sich dadurch bei Bewegung in Strömungsrichtung deutlich größere Strömungsbeiwerte und vice versa. Den Profileingriffsspalt nähern Fister und Neumann über die Strömung zwischen zwei Zylindern an. Der Strömungsbeiwert ist im Vergleich zum Gehäusespalt etwas größer und stärker von der bewegten Berandung beeinflusst. Darüber hinaus kann eine geringe Reduzierung des Strömungsbeiwertes mit steigenden Temperaturen ermittelt werden, was auf die mit der Temperatur steigende Viskosität der Luft zurückgeführt wird. Durch Verwirbelungen der Strömung an einer Dichtleiste kann der Strömungsbeiwert im Profileingriffsspalt merklich gesenkt werden. Die Stirnspaltströmungen werden unter Nutzung der Randbedingung eines parabolischen Geschwindigkeitsprofils im Spalt ermittelt. Im Vergleich zum Nebenrotor ergeben sich für den Hauptrotor aufgrund der größeren Spallänge geringere Strömungsbeiwerte und eine größere Abhängigkeit von der Wandbewegung. Im unbewegten Fall sind die Strömungsbeiwerte beider Rotorzähne kleiner als 0,5, basierend auf einer Spalthöhe von 0,1 mm und 100 mm Rotordurchmesser. Für das Blasloch wird eine Abhängigkeit des Strömungsbeiwertes von der Umfangsreynoldszahl (gebildet mit Umfangsgeschwindigkeit, Blaslochfläche und kinematischer Viskosität) festgestellt. Der Strömungsbeiwert steigt von 0,5 im laminaren Bereich bis auf 0,8 für Umfangsreynoldszahlen im Bereich von 10^6 .

Vimmr [Vim07] untersucht zunächst den Hauptrotorgehäusespalt ohne Bewegung der Berandung mittels CFD und verwendet dabei eine von ihm beschriebene Methode auf Basis der Navier-Stokes-Gleichungen mit dem Baldwin-Lomax Turbulenzmodell und vergleicht die Ergebnisse mit denen aus Fluent unter Verwendung des Spalart-Allmaras- und RNG- $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodells. Dabei ergibt sich hinter dem engsten Strömungsquerschnitt ein Absinken des statischen Druckes unter den Gegendruck in Verbindung mit Überschallströmungen. Die Ergebnisse der verschiedenen Turbulenzmodelle unterscheiden sich laut Vimmr nur unerheblich. Gemeinsam mit Fryc untersucht Vimmr [Vim06] außerdem die Hauptrotorgehäusespaltströmung unter Berücksichtigung der Rotorbewegung, indem das Netz um die Rotorachse rotiert. Der Einfluss der Relativbewegung auf den Druckverlauf ist für das untersuchte Spaltdruckverhältnis von 0,5 jedoch unerheblich.

Dreißig [Dre89] ermittelt dimensionslose Kennzahlen für die Spaltströmung unter Berücksichtigung der Bauteilbewegung und bestimmt die Strömungsbeiwerte experimentell in einem Strömungskanal, dessen obere Berandung ein drehbarer Zylinder ist. Als Gegenkonturen werden eine ebene Platte sowie verschiedene konvexe Konturen untersucht. Bei engen Strömungskanälen führt die Couette-Strömung dazu, dass der Strömungsbeiwert bei Zylinderbewegung in Strömungsrichtung um mehrere Prozent vergrößert und analog bei entgegengesetzter Bewegung verkleinert wird. Bei konvergenten-divergenten Strömungskanälen hingegen führt die Bewegung grundsätzlich dazu, dass der Strömungsbeiwert im Vergleich zur unbewegten Kontur verringert wird. Dreißig führt dies bei Umfangsgeschwindigkeit in Strömungsrichtung auf eine im Vergleich zum unbewegten Fall frühere Ablösung der Strömung zurück. Wie Peveling [Pev87a] kann Dreißig die hergeleiteten Kennzahlen jedoch nicht unabhängig voneinander variieren, sodass der Strömungsbeiwert stets von mehreren physikalischen Wirkmechanismen gleichzeitig beeinflusst wird.

Sauls und Branch [Sau13] untersuchen den Hauptrotorgehäusespalt mit und ohne Umfangsgeschwindigkeit. Die Strömungsbeiwerte für das untersuchte Kältemittel R134a sind nahe eins und werden durch die bewegte Berandung, die am Gehäuse angesetzt wird, nur geringfügig und hauptsächlich im Bereich großer Druckverhältnisse (nach Gl. 2.8) beeinflusst. Die Ergebnisse werden genutzt, um den Strömungsbeiwert als Funktion von Spalthöhe, Wandgeschwindigkeit und Druckverhältnis zu approximieren. Simulationen zur Kopfrundungsöffnung ergeben, bei Vernachlässigung der Wandgeschwindigkeiten, Strömungsbeiwerte zwischen 0,68 und 0,78.

Neben den Spaltmassenströmen ist die Kenntnis der Massenströme während der Ladungswechsel ebenfalls von großer Bedeutung. Peveling [Pev87a] und Dreißig [Dre89] untersuchen den Massenstrom durch die hochdruckseitigen Ladungswechselflächen. Im Gegensatz zu Spaltkonturen besitzen diese Strömungspassagen jedoch eine geringe Spaltlänge bei gleichzeitig – für den Großteil der Rotorstellungen – großem Strömungsquerschnitt, wodurch der Durchflussbeiwert für diese Konturen in beiden Untersuchungen Werte zwischen 0,6 und 0,9 annimmt.

Neben den Verdrängermaschinen, die oberhalb des Atmosphärendruckes arbeiten, gibt es die Anwendung als Vakuumpumpe, wozu ebenfalls diverse Untersuchungen zu Spaltströmungen verfügbar sind. Für die Berechnung dieser Vakuumströmungen sind die bei Kontinuumsströmungen verwendeten Navier-Stokes-Gleichungen nicht mehr uneingeschränkt gültig, stattdessen muss auf die Boltzmann-Gleichung für molekulare Strömungen zurückgegriffen werden. Zur Überprüfung, ob eine Strömung als Kontinuum betrachtet werden kann, wird die Knudsen-Zahl verwendet. Strömungen durch Kanäle von wenigen Mikrometern Höhe können, obwohl sie Volumina mit Umgebungsbedingungen verbinden, bereits der molekularen bzw. der transitionellen Knudsenströmung unterliegen. Das Durchströmungsverhalten unterscheidet sich stark vom Kontinuumsbereich. Wenderott [Wen01] variiert in seinen Strömungsuntersuchungen von ebenen, statischen Spaltsegmenten sowohl die Spaltgeometrie als auch die thermodynamischen Randbedingungen. Die Ergebnisse werden in Form eines dimensionslosen Massenstroms zum Aufbau einer Messdatenbank genutzt, die wiederum in ein Kammermodellsimulationsprogramm integriert wird [Roh05]. Während der Simulation wird auf Grundlage der Messdatenbank der Spaltdurchfluss interpoliert und dadurch die Abbildungsgüte von Vakuumpumpen verbessert.

Startmann [Str10] untersucht physikalische Wirkmechanismen, die das Betriebsverhalten von Wälzkolbenvakuumumpumpen beeinflussen. Der Schwerpunkt liegt dabei auf den Spaltströmungen, unter anderem mit bewegter Berandung. Die Berechnung des Durchflussverhaltens erfolgt in Abhängigkeit der Strömungsform anhand von experimentellen Daten (Kontinuumsströmung), statistischen numerischen Methoden (Molekularströmung), oder durch eine Interpolation im Übergangsbereich (Knudsenströmung).

Müller [Mül13] untersucht die Durchströmung sowie die Wärmeübertragung von Gehäusespalten von Schraubenspindelvakuumumpumpen mit einem konstanten Strömungsquerschnitt im Vakuum- und Kontinuumsbereich. Dabei baut er ein eindimensionales Modell auf, das auf Grundlage der gekoppelten Erhaltungssätze und unter Berücksichtigung von Verdünnungseffekten den Spaltdurchfluss sowie Wärmeströme bestimmen kann. Dabei berücksichtigt er Wandreibung sowie Zu- und Einströmverluste. Die Ergebnisse validiert Müller experimentell und bildet damit eine Grundlage zur Verwertung der Ergebnisse in Kammermodellen.

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnisse zur Spaltuntersuchung zeigen, dass der Strömungsbeiwert von diversen physikalischen und geometrischen Randbedingungen abhängt. Große Abweichungen zwischen gemessenem Spaltdurchfluss und Simulationen verdeutlichen außerdem die Komplexität der Untersuchungen. Viele Arbeiten ermitteln den Spaltdurchfluss für stark vereinfachte Spaltgeometrien unter Variation der absoluten physikalischen Randbedingungen. Dimensionslose Kennzahlen zur Beschreibung des Spaltdurchflusses sind zwar hergeleitet, aber nur unzureichend angewendet worden. Dies hinterlässt Potenzial zur systematischen Untersuchung des Spaltdurchflusses anhand dimensionsloser Kennzahlen für die Spalte des Schraubenkompressors.

2.7 Untersuchungen zur geometrischen Optimierung

Seit dem wirtschaftlichen Durchbruch der Schraubenmaschine wird kontinuierlich an der Verbesserung der Maschine gearbeitet. Neben der Optimierung des Gesamtkompressors, bei dem Kompressorkomponenten wie beispielsweise der Antrieb der Läufer und deren Lagerung verbessert werden, wird die Geometrie der Schraubenrotoren selbst optimiert. Ziele können dabei die Optimierung von Güte- oder Liefergrad, eine kompakte Bauweise oder verringerte mechanische Belastungen im Profileingriff sein. Dabei hängt das optimale Maschinendesign, neben fertigungstechnischen Einschränkungen und Grenzen der Bauteilfestigkeit, stark von den Randbedingungen ab, in denen die Maschine eingesetzt werden soll. Dazu gehören unter anderem:

- Druckverhältnis und Temperaturbereich.
- Zu realisierender Massenstrom.
- Fluid und Einschränkungen bezüglich der Fluidreinheit.
- Einschränkungen bezüglich der Drehzahl.

Die Optimierung kann entweder durch Variation geometrischer Parameter bzw. geometriebeschreibender Kennzahlen zur Erstellung eines Kennfeldes oder durch gezielte Optimierungsalgorithmen vorgenommen werden. Die Auswirkungen der Variationen können anhand von geometriebewertenden Kennzahlen (z.B. Spaltkennzahlen, vgl. [Fos03]) oder durch die Simulation der unterschiedlichen Maschinenkonfigurationen und der anschließenden Bildung bewertender thermodynamischer Kennzahlen (z.B. dem inneren isentropen Gütegrad) untersucht werden. Zur Optimierung der Rotorgeometrie können verschiedene Ansätze verfolgt werden, die im Folgenden vorgestellt werden. Dazu gehören:

- Optimierung des flankenbeschreibenden, zweidimensionalen Stirnschnittprofils.
- Optimierung der makroskopischen geometrischen Kenngrößen aus Abschnitt 2.4 (inneres Volumenverhältnis, L/D -Verhältnis, Umschlingungswinkel, Zähnezahl).
- Optimierung mittels nicht-konstanter Rotorsteigung, -profilierung und -durchmesser.

Ein Ansatz zur Kompressoroptimierung ist die Optimierung der zweidimensionalen Zahnflanken. Dazu werden in der Regel die flankenbeschreibenden Gleichungen variiert, um dadurch Einfluss auf die Spalte sowie das Kammervolumen zu nehmen. Eine Änderung des Profils beeinflusst dabei stets die Geometrie der Spalte und dadurch auch die Energiewandlung der Maschine.

Buthmann [But85] nutzt von ihm hergeleitete Flankengleichungen, um den Spaltdurchfluss zu minimieren. Das von ihm entwickelte Profil kann den Liefergrad sowie den Wirkungsgrad der Maschine gegenüber dem asymmetrischen SRM-Profil um 1,6 % verbessern, indem der Profileingriffsspalt verkürzt und das Blasloch verkleinert wird. Hanjalic und Stosic [Han94] nutzen ein selbst entwickeltes Optimierungsprogramm zur Verbesserung der Energiewandlungsgüte von Schraubenexpandern. Dabei ermitteln sie den optimalen Radius an der Zahnflanke am Nebenrotorkopf. Aufgrund des Einflusses auf das hochdruckseitige Blasloch hat dieser starken Einfluss auf die Energiewandlungsgüte. Kauder et al. [Kau02a] nutzen einen evolutionären Algorithmus zur Optimierung unterschiedlicher Kriterien und zeigen optimale Läuferpaare, z.B. für eine kleine Blaslochhöhe und für ein maximiertes Kammervolumen. Darauf aufbauend zeigt Helpertz [Hel06] einen Optimierungsansatz mithilfe von Paretofronten. Eine Maximierung des Kammervolumens wird ebenfalls von Svirgler und Albl [Svi02] durchgeführt, die die Monte-Carlo-Methode anwenden. Eine Beschreibung von Rotorprofilen auf Grundlage des Verzahnungsgesetzes wird von Steffens mit der Profilsteigungsfunktion beschrieben [Ste93]. Der Ansatz dient der einfachen Beschreibung von Profilen. Die Methode wird auch von Grafinger [Gra10] angewandt und am Beispiel der Minimierung der Blaslochfläche verwendet. Die Profilsteigungsfunktion wird ebenfalls von Hauser [Hau10] zur Darstellung des Rotorprofils bei der Durchführung kennzahlbasierter Optimierungen des Rotorprofils genutzt. Mujic et al. [Muj11] optimieren das Profil eines Kälteverdichters mit dem Ziel der Verbesserung des Wirkungsgrades und der Kühlkapazität. Das neu entwickelte Profil besitzt ein größeres Kammervolumen und ein deutlich kleineres Blasloch, während der Gehäusespalt und der Profileingriffsspalt vergrößert werden. In Summe kann dadurch der isentrope Gütegrad um vier Prozent verbessert werden. Die Profilerstellung des asymmetrischen SRM-Profils überlässt dem Anwender die Wahl geometriebeschreibender Winkel sowie des Achsabstandes [Rin79]. Diese Parameter sind Gegenstand der Optimierung von You et al. [You96b], die die freien Parameter des SRM-D-Profils untersuchen und dabei starke Auswirkungen auf die Kontaktkräfte, den inneren isentropen Gütegrad und das Nebenrotormoment feststellen. Stosic et al. [Sto07] verringern die Geräuschentwicklung eines nasslaufenden Kompressors, indem sie durch die Profilmodifikation das Vorzeichen des Nebenrotormoments und dadurch die Anlageflanke verändern. In einem weiteren Beitrag optimieren Stosic et al. [Sto02] das Rotorprofil durch Änderung von Radien und zeigen die optimalen Lösungen für einen ölfreien, einen ölgefluteten sowie einen Kältekompressor. Mori et al. [Mor86] modifizieren ein Rotorprofil, um einen ölfreien Kompressor zu entwickeln, der ein Druckverhältnis von acht in nur einer Stufe realisieren kann.

Neben dem zweidimensionalen Stirnschnittprofil haben die in Abschnitt 2.4 beschriebenen geometrischen Kenngrößen einen entscheidenden Einfluss auf das Betriebsverhalten des Schraubenkompressors.

Zähnezahl, Umschlingungswinkel, inneres Volumenverhältnis sowie Länge und Durchmesser der Rotoren sind daher häufig Parameter, die zur Optimierung der Maschine variiert werden. Die Auswirkungen dieser Parameter auf die geometrischen Eigenschaften der Maschine, wie z.B. Kammervolumen und Spaltflächen, können eindeutig beschrieben werden. Allgemeingültige Abhängigkeiten zwischen den geometrischen Kenngrößen und der Energiewandlungsgüte der Maschine sind hingegen nicht vorhanden, da die Energiewandlungsgüte aus dem Zusammenspiel der Maschinengeometrie und den thermodynamischen Randbedingungen resultiert. Zur Vergleichbarkeit der Maschinenkonfigurationen werden die Optimierungen daher meist für festgelegte thermodynamische Randbedingungen durchgeführt.

Der Einfluss des Umschlingungswinkels auf die geometrischen Kompressoreigenschaften, den Liefergrad und den inneren isentropen Gütegrad wird ausführlich von Peveling [Pev87b] untersucht. Die Auswirkungen einer Verkleinerung des Umschlingungswinkels (bei sonst konstanten Parametern) fasst er wie folgt zusammen:

- Steilerer Verlauf der Volumenkurve, kürzeres Arbeitsspiel und dadurch eine kleinere Auslassfläche, wodurch größere Ausströmgeschwindigkeiten nötig sind und die Drosselgefahr erhöht wird.
- Verkürzung des Gehäusespaltes.
- Verkürzung der Gesamtlänge des Profileingriffspaltes, jedoch Vergrößerung des Spaltes einer einzelnen Kammer bei gleichzeitig weniger Arbeitskammern.
- Kleinere Strömungsbeiwerte für Gehäuse- und Profileingriffsspalt.
- Vergrößerung des Blaslochs.
- Größere Druckgefälle zwischen den Arbeitskammern.
- Vergrößerung des Liefergrades, bis der Einfluss der Blaslochfläche überwiegt.

Damit wird deutlich, dass eine Vergrößerung oder Verkleinerung des Umschlingungswinkels stets energetische Vor- und Nachteile mit sich bringt. Des Weiteren untersucht Peveling [Pev87b] die Auswirkungen der Umschlingungswinkelvariation auf die Energiewandlungsgüte. Der optimale Umschlingungswinkel hängt vom Druckverhältnis und vom inneren Volumenverhältnis ab. Aufgrund der Drosselwirkung während des Ausschlebens steigt der optimale Umschlingungswinkel mit dem Druckverhältnis. Für kleine Umschlingungswinkel und große Druckverhältnisse kann es sinnvoll sein, das innere Volumenverhältnis nicht zu stark zu erhöhen, da sonst die Drosselwirkung der kleinen Auslassfläche energetisch schädlicher ist, als eine Unterkompression. Darüber hinaus ergeben sich – bei konstantem inneren Volumenverhältnis – für kleine Schallgeschwindigkeiten des Arbeitsfluids größere optimale Umschlingungswinkel. Ein Verfahren zur Auslegung der Geometrieparameter von Schraubenexpandern mit dem Ziel der Gütegradoptimierung wird beispielsweise von Kauder und Dreißig [Kau90] vorgestellt.

Rau [Rau94] variiert geometrische und thermodynamische Parameter von Schraubenkompressoren und dokumentiert deren Auswirkungen auf Liefer- und Gütegrad. Das optimale innere Volumenverhältnis und die damit verbundene Größe der Auslassfläche hängen stark von der Umfangsgeschwindigkeit ab. Des Weiteren steigt der Liefergrad mit zunehmendem L/D -Verhältnis und sinkendem Umschlingungswinkel. Die optimalen Werte von Umschlingungswinkel und L/D -Verhältnis steigen mit der Umfangsgeschwindigkeit, dem Druckverhältnis und dem Volumenstrom.

Weckes [Wec94] optimiert in seiner Arbeit die Geometrie eines Schraubenladern mit vier Haupt- und fünf Nebenrotorzähnen. Für große Umschlingungswinkel (300°) und geringe Umfangsgeschwindigkeiten (40 m/s) stellt er im Vergleich zu kleinen Umschlingungswinkeln aufgrund der Leckagen und des längeren Arbeitsspiels deutlich kleinere Gütegrade fest. Große Umfangsgeschwindigkeiten (120 m/s) und kleine Umschlingungswinkel (100°) sind aufgrund der bereits beschriebenen Drossel effekte ebenfalls schädlich für die Energiewandlungsgüte. Das Optimum des Schraubenladern bildet also der Kompromiss aus Spalt- und Drosselverlusten und ist nach Weckes Auslegung (Druckerhöhung von 1 auf 1,8 bar) in Abhängigkeit der Drehzahl zwischen 100 und 150° zu finden. Das gütegradoptimierte L/D -Verhältnis liegt zwischen 0,9 und 1,6. Das innere Volumenverhältnis ist bei der Optimierung nicht variiert worden.

Fost [Fos03] untersucht das Optimierungspotenzial des Füllungsvorgangs von Schraubenexpandern. Dazu definiert er geometriebeschreibende Kennzahlen zur Spalt- und zur Einlassflächensituation. Anschließend ermittelt er den Einfluss von Umschlingungswinkel und L/D -Verhältnis auf diese Kennzahlen. Während sich mit steigendem Umschlingungswinkel die Einlassfläche vergrößert, verschlechtert sich die Spaltsituation. Zur Verringerung der Spaltmassenströme schlägt Fost eine Reduzierung des Umschlingungswinkels und der HR-Zähnezahl sowie eine Erhöhung der Drehzahl vor. Die Einlassflächensituation wird jedoch als deutlich relevanter für die Energiewandlungsgüte eingestuft.

Herlemann et al. [Her14] untersuchen den Einfluss von Umschlingungswinkel und L/D -Verhältnis für drei unterschiedliche Profile anhand von Kammermodellsimulationen. Für ein industriell genutztes Profil wird für die Randbedingungen einer Verdichtung von 1 auf 3,5 bar bei festgelegtem inneren Volumenverhältnis eine optimale Maschine mit 300° Umschlingung und einem L/D -Verhältnis von 2 ermittelt (5 Haupt- und 6 Nebenrotorzähne).

You et al. [You96a] untersuchen diverse Zähnezahlkombinationen des SRM-Profiles für einen Kälteverdichter mit R22 als Arbeitsfluid und einem Verdichtungsverhältnis von 3,6. Gütegrad und Liefergrad steigen im Allgemeinen mit dem L/D -Verhältnis und alle untersuchten Profile zeigen optimale Umschlingungswinkel bei 325° .

Singh und Bowman [Sin86] untersuchen die geometrischen und thermodynamischen Auswirkungen von Zähnezahl, Umschlingungswinkel und L/D -Verhältnis für einen Luftkompressor bei einem Verdichtungsverhältnis von 7,8. Auch hier liegen die optimalen Umschlingungswinkel zwischen 300° und 325° . Aufgrund der drohenden Drosselung beim Ausschleiben wird auch hier geraten, vom idealen inneren Volumenverhältnis zu Gunsten einer größeren Auslassfläche abzuweichen.

Hütker [Hüt16] optimiert die geometrischen Maschinenparameter für einen Schraubenexpander bei konstanten Anlagenbedingungen und stellt dabei die Ergebnisse bei einem konstanten Druckverhältnis für Luft und Wasserdampf gegenüber. Dabei ergeben sich für Luft deutlich größere optimale Umschlingungswinkel als für Wasserdampf.

Die Variationsbreite der hier vorgestellten optimalen makroskopischen geometrischen Parameter zeigt, wie stark die optimale Lösung von den jeweiligen Randbedingungen abhängt. Mit steigendem Verdichtungsverhältnis sinkt durch die Anpassung des inneren Volumenverhältnisses in der Regel die Größe

der Auslassfläche, was wiederum über eine Vergrößerung des Umschlingungswinkels korrigiert werden kann. Dies geht jedoch mit einer Verlängerung des Arbeitsspiels und Vergrößerung der Spaltflächen einher. Wie von Weckes [Wec94] beschrieben, bildet sich daher der optimale Umschlingungswinkel in der Regel durch den besten Kompromiss aus Drossel- und Spaltverlusten.

Die in der Industrie gängigen Schraubenmaschinen besitzen in der Regel Rotoren mit über der Rotorlänge konstantem Profil, Durchmesser und konstanter Rotorsteigung. Es gibt jedoch Ansätze, diese Parameter in Abhängigkeit der Rotorlänge zu variieren und damit die Effizienz der Maschine zu verbessern. Diese nicht-konstante Rotorgeometrie bietet die Möglichkeit, den im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen festgelegten Zusammenhang zwischen Auslassfläche und Umschlingungswinkel zu umgehen. Aufgrund des großen fertigungstechnischen Aufwandes gehen die Überlegungen jedoch häufig nicht über eine theoretische Betrachtung hinaus. Einige dieser Studien werden im Folgenden vorgestellt.

Fost [Fos03] untersucht die geometrischen Eigenschaften eines Schraubenexpanders mit konischen Rotoren. Der Außendurchmesser des Hauptrotors – und folglich auch das Kammervolumen – wird dabei kontinuierlich von der Nieder- zur Hochdruckseite verringert, während der Außendurchmesser des Nebenrotors zylindrisch ist. Bei gleicher Lage der Steuerkanten kann so ein größeres inneres Volumenverhältnis realisiert und damit die nötige Vergrößerung des Umschlingungswinkels bei Vergrößerung des inneren Volumenverhältnisses umgangen werden. Darüber hinaus ergibt sich eine deutlich vergrößerte radiale Ladungswechselfläche. Liefergrad und Gütegrad können auf diese Weise gesteigert werden. Fost [Fos03] zeigt außerdem die Möglichkeit, den Füllvorgang über profilierte Rotorscheiben, die vor den eigentlichen Rotoren sitzen, zu optimieren. Diese Scheiben besitzen einen anderen Durchmesser und ein anderes Profil als die Rotoren. Über die Breite der Scheiben lässt sich die Lage der Steuerkanten und damit auch die Dauer des hochdruckseitigen Ladungswechsels beeinflussen. Auch dieser Ansatz verbessert Liefer- und Gütegrad, jedoch nicht in dem Maße wie die konischen Rotoren.

In zwei Studien untersuchen Kovacevic et al. [Kov14b] sowie Rane et al. [Ran14] einen ölfreien Schraubenkompressor mit konischen Rotoren mit numerischer Strömungssimulation. Für die untersuchten Betriebsparameter, Luft mit einem Verdichtungsverhältnis von zwei bzw. drei, konnte die spezifische Leistung (nach Gl. 2.3) jedoch nicht verbessert werden. Auch die Spaltsituation ändert sich nicht entscheidend. Die Änderung des Fußkreises führt jedoch zu einem steiferen Nebenrotor und reduziert damit mögliche Verformungen. Rane [Ran15a] stellt darüber hinaus weitere Varianten variabler Geometrie vor. Eine vielversprechende Möglichkeit sind Schraubenrotoren mit nicht-konstanter Rotorsteigung, worauf im Folgenden detaillierter eingegangen wird.

Eine Änderung der Rotorsteigung mit der Rotorlänge gibt dem Anwender weitere Gestaltungsmöglichkeiten zur Anpassung der Maschinengeometrie an die vorliegenden Randbedingungen. Im Gegensatz zum Konzept der konischen Rotoren wird das Stirnschnittprofil des Rotors nicht geändert und die Rotordurchmesser bleiben konstant. Die Idee, die Energiewandlungsgüte von Kompressoren über eine nicht-konstante Rotorsteigung zu verbessern, geht bereits in die 1960er Jahre zurück, als ein Konzept mit kontinuierlicher Rotorsteigungsänderung von Gardner patentiert worden ist [Gar69]. Durch eine geschickte Änderung der Rotorsteigung, vgl. **Abbildung 2.9** links, kann der Verlauf der Volumenkurve so beeinflusst werden, dass die hochdruckseitigen Steuerkanten bei einem früheren Hauptrotordrehwinkel erreicht und damit die Auslassflächen vergrößert werden, vgl. **Abbildung 2.9** rechts. Damit ergibt

sich die Möglichkeit der Realisierung einer größeren Druckerhöhung in der Maschine. Des Weiteren verspricht sich Gardner von dem Aufbau eine Verringerung von Drossel- und Spaltverlusten sowie eine schnelle Kompression. Zur praktischen Realisierung schlägt er vor, Scheiben mit dem Rotorprofil aneinanderzulegen, bis der gewünschte Rotorsteigungsverlauf erreicht ist. Anschließend werden die Scheiben verschweißt und können geschichtet und beschichtet werden.

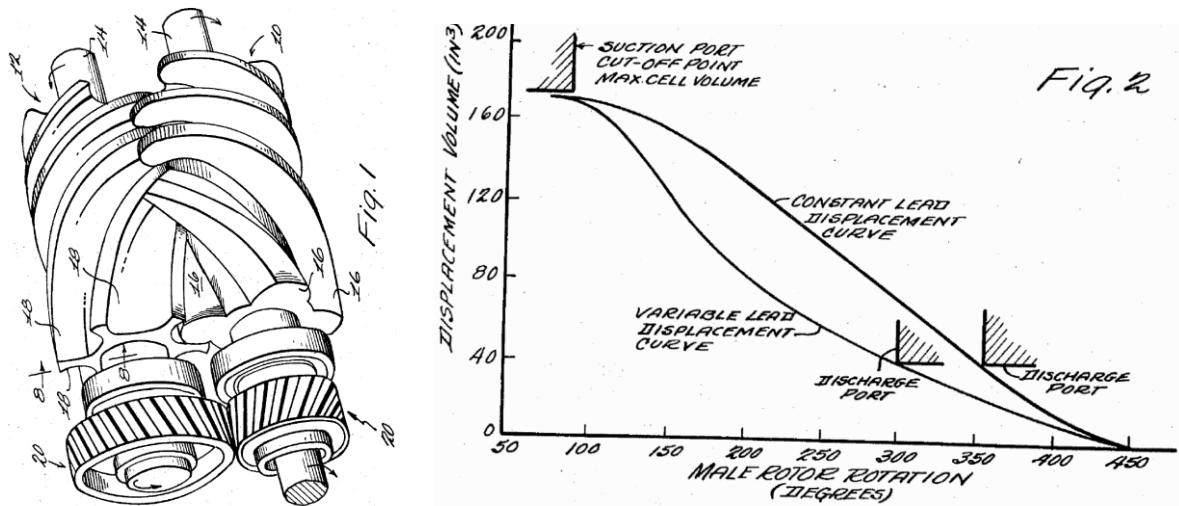


Abbildung 2.9: Konzept der nicht-konstanten Rotorsteigung mit kontinuierlicher Steigungsänderung von Gardner, links: Rotorpaar, rechts: Volumenkurve und Lage der Steuerkanten im Vergleich mit konstanter Rotorsteigung [Gar69].

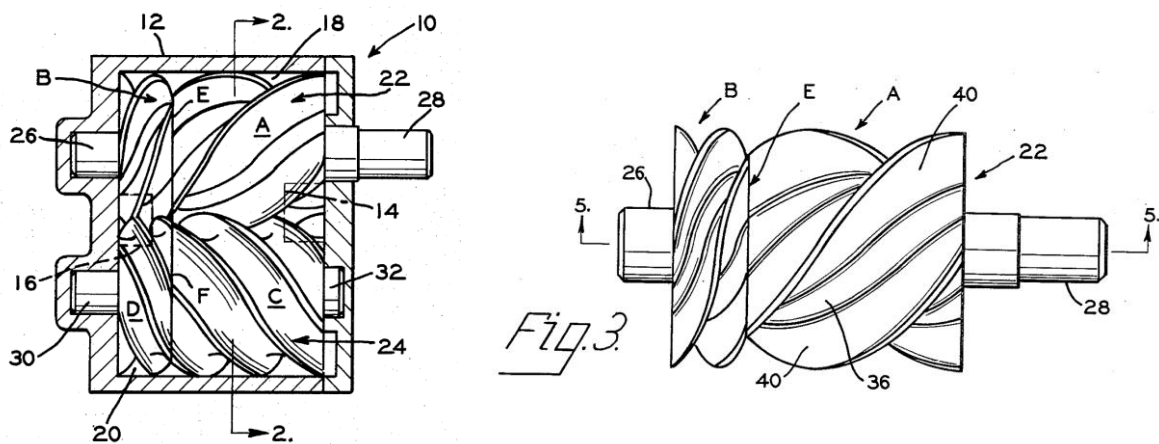


Abbildung 2.10: Konzept der nicht-konstanten Rotorsteigung mit zwei Steigungsbereichen von Caffrey [Caf74].

Ein anderes Konzept nicht-konstanter Rotorsteigung ist von Caffrey patentiert worden [Caf74]. Statt einer kontinuierlich veränderlichen Rotorsteigung besteht der Rotor aus zwei Abschnitten unterschiedlicher, aber konstanter Rotorsteigung, vgl. **Abbildung 2.10**. Auch hier besteht das größte Potenzial im Vergleich zur konstanten Rotorsteigung in der Vergrößerung der Auslassfläche. Nach Caffreys Überle-

gungen sollte das Steigungsverhältnis der beiden Abschnitte etwa 3:1 und der Gesamtumschlingungswinkel, gemessen zwischen den beiden Planseiten der Rotoren, etwa 270° betragen. Zur praktischen Realisierung schlägt er vor, den kürzeren Steigungsbereich separat zu fertigen und mithilfe von Schrauben unterhalb des Fußkreises an dem längeren Steigungsbereich zu fixieren, was fertigungstechnisch eine deutliche Vereinfachung im Vergleich zur kontinuierlich veränderlichen Rotorsteigung darstellt. Die beiden Maschinenkonzepte sind Gegenstand mehrerer Untersuchungen, deren Ergebnisse im Folgenden vorgestellt werden.

Schulze-Beckinghausen et al. [Sch14] untersuchen Schraubenkompressoren sowohl mit einer kontinuierlichen Reduzierung als auch mit einer kontinuierlichen Vergrößerung der Rotorsteigung von der Nieder- zur Hochdruckseite. Die geometrischen Eigenschaften der Maschinen werden mit der Maschine konstanter Rotorsteigung verglichen und anhand von Kammermodellsimulationen der Einfluss auf die spezifische Leistung ermittelt. Dabei nutzen sie das asymmetrische SRM-Profil mit vier Haupt- und sechs Nebenrotorzähnen und einem L/D -Verhältnis von 1,65, der Gesamtumschlingungswinkel ist auf 300° und das innere Volumenverhältnis auf etwa zwei festgelegt. Als Arbeitsfluid ist Luft mit einem Verdichtungsverhältnis von 3,5 gewählt. Durch eine kleine Rotorsteigung auf der Niederdruckseite steigt die Gefahr der Auslassdrosselung, weshalb diese Maschine eine im Vergleich zur konstanten Rotorsteigung schlechtere spezifische Leistung aufweist. Für den umgekehrten, wie in den Patenten beschriebenen Fall einer Verringerung der Rotorsteigung zur Hochdruckseite, ergibt sich ein schlechterer Liefergrad und die spezifische Leistung kann ebenfalls nicht verbessert werden. Auffällig ist jedoch, dass bereits in den Indikatordiagrammen der konstanten Rotorsteigung keine nennenswerten Drossel effekte zu sehen sind, die über eine größere Auslassfläche hätten kompensiert werden können. Huang [Hua15] untersucht ebenfalls verschiedene zunehmende und abnehmende Steigungsverläufe und stellt Potenzial zur Verbesserung des Liefergrades fest.

Kovacevic et al. [Kov14b] und Rane et al. [Ran14] untersuchen verschiedene Rotorkonfigurationen mit einer linearen Verringerung der Rotorsteigung zur Hochdruckseite. Im Bereich der energetisch relevanteren Hochdruckseite kann die Spaltfläche im Vergleich zur Maschine mit konstanter Rotorsteigung reduziert und die Auslassfläche um 22 % vergrößert werden. Besonders signifikant ist die Reduzierung der Blaslochfläche im Bereich der Hochdruckseite. Eine nennenswerte Effizienzsteigerung kann über die Rotorkonfiguration nicht erreicht werden, jedoch sind auch hier das innere Volumen- und das Druckverhältnis gering. Die Autoren sagen für Rotoren mit variabler Geometrie ein größeres energetisches Potenzial bei Anwendungen mit größeren Verhältnissen von Hoch- zu Niederdruck voraus.

Utri und Brümmer [Utr14] untersuchen nicht-konstante Steigung für Schraubenexpander in einem ORC-Kreislauf mit Ethanol. Dabei untersuchen sie verschiedene Konfigurationen mit zwei Abschnitten jeweils konstanter Steigung und variieren dabei sowohl Steigung als auch Länge der einzelnen Segmente. Mittels Kammermodellsimulation werden für einen Vergleich zunächst die optimalen Konfigurationen mit konstanter Steigung ermittelt, wobei Umschlingungswinkel, inneres Volumenverhältnis und Umfangsgeschwindigkeit variiert werden. Die untersuchten Druckverhältnisse sind im Bereich von 1:6 bis 1:27 und zeigen einen deutlichen Anstieg der Effizienz im Bereich hoher Verhältnisse aus Hoch- und Niederdruck durch eine Verringerung der Drosselung auf der Hochdruckseite.

2018 ist eine kommerzielle Maschine für den Überdruckbereich mit nicht-konstanter Steigung von der Firma Gardner Denver⁶ auf den Markt gebracht worden. Diese Maschine mit drei Haupt- und fünf Nebenrotorzähnen kann Hochdrücke bis zu ca. 2,5 bar realisieren und besitzt eine kontinuierliche Steigungsänderung [Gar19], vgl. **Abbildung 2.11**. Durch die im Vergleich mit konventionellen Maschinen schnellere Kompression sowie die reduzierten Auslassverluste gibt der Hersteller ein Energiesparpotenzial von bis zu 35 % an [Gar18] und unterstreicht damit trotz des fertigungstechnischen Mehraufwandes das Potenzial sowie die technologische Relevanz der variablen Rotorgeometrie.

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Studien zur Optimierung der Geometrie von Schraubenmaschinen hinterlassen Potenzial für weitere Untersuchungen. Während die Anpassung des zweidimensionalen Stirnschnittprofils und der makroskopischen geometrischen Kenngrößen an die Betriebsrandbedingungen intensiv untersucht und bei der Auslegung neuer Schraubenkompressoren angewendet wird, sind für Schraubenmaschinen mit nicht-konstanter Rotorsteigung nur wenige Studien bekannt. Die Komplexität der Maschinengeometrie führt dazu, dass die Maschinen meist nur für beispielhafte Randbedingungen simuliert werden. Der nicht-konstanten Rotorsteigung wird insbesondere im Bereich großer Verdichtungsverhältnisse ein großes Potenzial zur Verbesserung der Energiewandlungsgüte eingeräumt. Eine systematische Untersuchung des Potenzials von Schraubenmaschinen mit nicht-konstanter Rotorsteigung für variierende Randbedingungen ist bisher nicht durchgeführt worden.

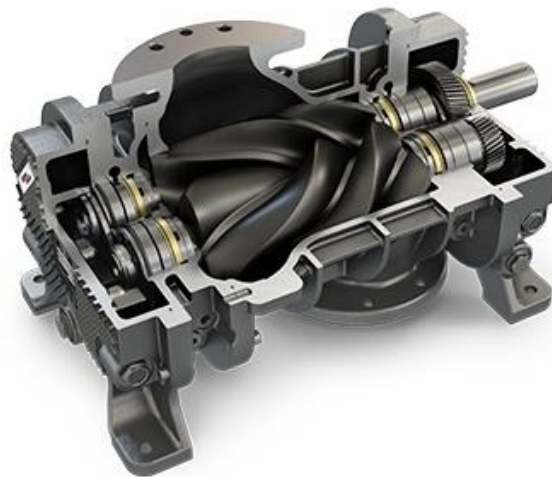


Abbildung 2.11: Gardner Denver CycloBlower VHX-A [Gar19].

⁶ Gardner Denver, Inc., Milwaukee, Wisconsin.

3 Ziele der Arbeit und Vorgehensweise

Die vorliegende Arbeit untersucht das Potenzial von Schraubenkompressoren mit nicht-konstanter Rotorsteigung. Während die energetischen Auswirkungen einer Variation der konventionellen geometrischen Kenngrößen anhand zahlreicher Studien dokumentiert sind, sind für Schraubenmaschinen mit nicht-konstanter Rotorsteigung nur Einzelfallstudien bekannt. Die verfügbaren Untersuchungen konzentrieren sich auf beispielhaft gewählte Maschinenkonfigurationen und Randbedingungen. Eine systematische Untersuchung von Kompressoren mit nicht-konstanter Rotorsteigung steht noch aus, wodurch sich folgende Fragestellungen ergeben:

1. Welches Potenzial bietet eine nicht-konstante Rotorsteigung in Abhängigkeit der Betriebsrandbedingungen?
2. Wie sieht der optimale Rotorsteigungsverlauf aus?

Zur Beantwortung dieser Fragestellungen soll der optimale Steigungsverlauf der Rotoren mit dem Ziel der Maximierung des inneren isentropen Gütegrades für verschiedene Randbedingungen bestimmt werden. Der angestrebte Optimierungsablauf ist in **Abbildung 3.1** skizziert und wird im Folgenden beschrieben. Die Betriebs- und Fluidparameter sowie Länge und Durchmesser der Rotoren werden für einen Optimierungsdurchlauf konstant gehalten. Die zur Optimierung nötige Vielzahl an Simulationsrechnungen wird mithilfe von Kammermodellsimulationen und der Kopplung an einen Optimierungsalgorithmus durchgeführt. Dabei beschränken sich die in dieser Arbeit durchgeführten Simulationen auf trockenlaufende Schraubenkompressoren. Die dazu benötigten Kammermodelle werden mit einem automatisierten Kammermodellgenerator erstellt, dessen Prinzip in dieser Arbeit beschrieben wird. Die Ergebnisse der Kammermodellerstellung umfassen alle relevanten Informationen über die abstrahierte Maschine, wie die Volumenkurve und die Ladungswechsel- und Spaltflächen. Die anschließende Kammermodellsimulation geschieht mithilfe des Simulationsprogramms KaSim. Ein Problem von Kammermodellsimulationen ist jedoch die häufig unzureichend genaue Bestimmung der Spaltmassenströme. Aufgrund der Vielzahl an Rechnungen ist eine detaillierte Simulation der Spalte während der Simulation der Schraubenmaschine mit derzeitigen Rechenressourcen nicht umsetzbar. Der Spaltmassenstrom wird daher über den vorgestellten Ansatz der isentropen Blendenströmung bestimmt und mit einem Strömungsbeiwert verrechnet, der in dieser Arbeit für zwei Spalttypen bestimmt wird. Um eine hohe Abbildungsgüte bei der Simulation zu erreichen, ist die Kenntnis der Strömungsbeiwerte für die Spaltströmungen wesentlich. Hierzu wird auf dimensionslose Kennzahlen aufgebaut. Die Bestimmung der Strömungsbeiwerte in Abhängigkeit dimensionsloser Kennzahlen ist in der Literatur nur unvollständig durchgeführt worden. Im Rahmen dieser Arbeit werden daher die Kennzahlen systematisch einzeln variiert. Auf diese Weise können die Haupteinflussparameter auf den Strömungsbeiwert und damit auf die Spaltmassenströme identifiziert werden. Die Strömungsbeiwerte werden mithilfe von CFD-Simulationen mit Ansys® CFX ermittelt und für unbewegte Konturen experimentell validiert. Die Ergebnisse dieser Spaltuntersuchungen fließen anschließend in Form des Strömungsbeiwertes in die Kammermodellsimulation ein und verbessern damit die Genauigkeit der Simulation. Das Resultat der Kammermodellsimulation ist unter anderem der zeitliche Druckverlauf in den Kammern sowie der Fördermassenstrom, wodurch im anschließenden Post-Processing bewertende Kennzahlen wie der innere isentrope Gütegrad bestimmt werden können. Mithilfe eines Optimierers werden die Energiewandlungsgüte der

Maschine bewertet und neue Geometrieparameter in Form der Rotorsteigung bestimmt. Anschließend beginnt der Optimierungsablauf mit einer erneuten Kammermodellerstellung für diese Maschinengeometrie. Die in der Literatur beschriebenen Optimierungen der geometrischen Rotorparameter basieren meist auf einem konstanten inneren Volumenverhältnis, welches im Rahmen dieser Arbeit jedoch als zusätzlich freier Optimierungsparameter behandelt wird.

Ein Vergleich von Messungen zwischen konstanter und nicht-konstanter Rotorsteigung ist bisher nicht veröffentlicht. Ein weiteres Ziel dieser Arbeit ist daher die Untersuchung der nicht-konstanten Rotorsteigung anhand eines Prototyps. Das theoretisch ermittelte Potenzial soll bei geeigneten Randbedingungen experimentell untersucht werden, um die Eignung dieses Optimierungsprinzips auch praktisch zu belegen.

In Abschnitt 4 werden die Grundlagen der Spaltuntersuchung vermittelt. Zur Bestimmung dimensionsloser Einflussparameter wird zunächst eine Dimensionsanalyse für eine allgemeine Spaltströmung durchgeführt. Anschließend werden die in dieser Arbeit untersuchten Spalttypen und die Grundlagen der numerischen Spaltsimulation sowie der experimentelle Versuchsaufbau zur Spaltmassenstrombestimmung erläutert. Die Ergebnisse der Spaltuntersuchung werden in Abschnitt 5 diskutiert. Die gewonnenen Erkenntnisse werden für die untersuchten Spalte in das Kammermodellsimulationsprogramm implementiert und der Strömungsbeiwert während der Simulation auf Grundlage der jeweils vorliegenden dimensionslosen Kennzahlen bestimmt.

Der Ansatz zur Kammermodellerstellung, der Optimierungsalgorithmus, die untersuchten Rotorgeometrien mit nicht-konstanter Rotorsteigung sowie die für die Maschinenuntersuchung relevanten Kennzahlen werden in Abschnitt 6 vorgestellt. Die gezeigten Grundlagen werden anschließend in Abschnitt 7 zur kennzahlbasierten Optimierung der Schraubengeometrie genutzt. Dazu werden die beiden vorgestellten Konzepte nicht-konstanter Rotorsteigung hinsichtlich ihres Potenzials untersucht und mit konstanter Rotorsteigung verglichen. Das aufgezeigte Potenzial wird in Abschnitt 8 schließlich anhand eines Kompressor-Prototyps mit nicht-konstanter Rotorsteigung experimentell validiert.

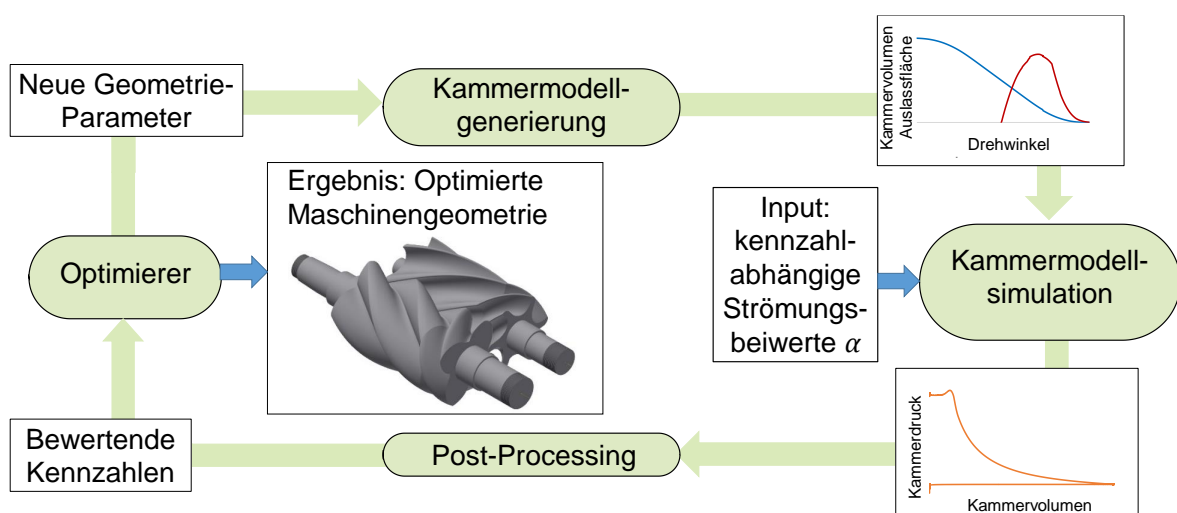


Abbildung 3.1: Ablaufschema zur Bestimmung der optimalen Maschine mit nicht-konstanter Rotorsteigung.

4 Grundlagen der Spaltuntersuchungen

Die Kenntnis des Durchströmungsverhaltens der verschiedenen Spalttypen ist für eine sinnvolle Kammermodellsimulation unerlässlich. Die Durchströmung des PE-Spaltes wird von Peveling [Pev87a] detailliert betrachtet. Die Kopfrundungsöffnung weist hingegen nur eine geringe Ausdehnung in Spaltlängsrichtung auf, sodass das Durchströmungsverhalten strömungsmechanisch weniger komplex ist. Im Rahmen dieser Arbeit werden daher die Stirn- und Gehäusespalte des Schraubenkompressors hinsichtlich ihres Durchflussverhaltens untersucht. Die komplexen Spaltgeometrien werden vereinfacht, um eine zweidimensionale Betrachtung der Spaltgeometrie zu ermöglichen, was insbesondere den Simulationsaufwand erheblich reduziert. Zunächst werden mithilfe einer Dimensionsanalyse Kennzahlen zur Beschreibung des Spaltdurchflusses hergeleitet und die untersuchten Spaltgeometrien vorgestellt. Anschließend werden die zur simulativen Bestimmung des Spaltdurchflusses nötigen Grundlagen der CFD-Simulationen sowie der Versuchsaufbau zur experimentellen Validierung der Simulationsergebnisse erläutert.

4.1 Dimensionsanalyse und Kennzahlen

Die Nutzung dimensionsloser Kennzahlen ist ein bewährtes Mittel, um die Anzahl von Experimenten oder Simulationen zu reduzieren und Ergebnisse zu verallgemeinern. Zwei geometrisch ähnliche Systeme verhalten sich auch physikalisch ähnlich, wenn sie dieselben Ähnlichkeitskennzahlen aufweisen [Sch06]. Der folgende Abschnitt beschäftigt sich mit der Bestimmung dieser Kennzahlen für Spaltströmungen mithilfe der Dimensionsanalyse. Weitere Methoden zur Kennzahlbestimmung werden beispielsweise in [Tru08] vorgestellt.

Das betrachtete System, hier ein Spalt des Schraubenkompressors, wird durch verschiedene dimensionsbehaftete Parameter beschrieben. Diese lassen sich durch Kombination zu dimensionslosen Potenzprodukten verrechnen, da jede physikalische Größe als Potenzprodukt der Grundeinheiten dargestellt werden kann [Tru08]. Die Dimensionsanalyse wird mithilfe des von Buckingham [Buc14] vorgestellten Pi-Theorems durchgeführt. Demnach resultieren aus einer mathematischen Funktion mit n dimensionsbehafteten Parametern, die m Grundeinheiten aufweisen, $n - m$ dimensionslose Kennzahlen. Um die dimensionslosen Kennzahlen zu bestimmen, wird ein Gleichungssystem auf Grundlage der in den Parametern vorkommenden Grundeinheiten aufgestellt. Neben der Verallgemeinerung dient die Arbeit mit Kennzahlen damit auch der Reduzierung der Einflussgrößen, die untersucht werden müssen. Beispiele zur mathematischen Durchführung der Dimensionsanalyse sind unter anderem in [Tru08] zu finden. Häufig wird das untersuchte System durch Annahmen vereinfacht, um die Zahl der Einflussparameter und damit auch die Zahl der resultierenden dimensionslosen Kennzahlen zu reduzieren.

Im Folgenden wird die Dimensionsanalyse für einen in **Abbildung 4.1** beispielhaft dargestellten Maschinenspalt durchgeführt. Als Zielgröße wird der durch den Spalt strömende Massenstrom \dot{m}_{sp} aufgefasst. Für die Dimensionsanalyse gelten folgende Annahmen:

- Die Spaltgeometrie ist konstant, Spalllänge und -breite (vgl. Abbildung 0.1) ergeben sich aus der betrachteten Rotorposition und sind keine freien Parameter.
- Der Spalt wird von einem einphasigen Fluid normal zur Spaltbreite stationär durchströmt.

- Es wird das Relativsystem betrachtet, in dem das Fluid bereits auf die Geschwindigkeit der Kammer beschleunigt ist. Wie bei Sauls und Branch [Sau13] wird eine Umfangsgeschwindigkeit u_{sp} am Gehäuse aufgeprägt, die positiv in Richtung der Strömungsrichtung definiert ist.
- Zwischen Fluid und angrenzenden Bauteilen findet kein Wärmeübergang statt.
- Änderungen der spezifischen Wärmekapazitäten, der Viskosität und der Wärmeleitfähigkeit sind vernachlässigbar klein.
- Das Arbeitsfluid kann als ideales Gas behandelt werden.

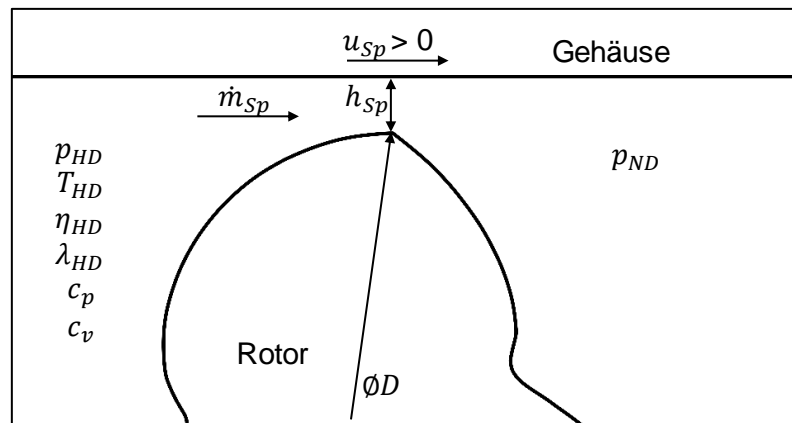


Abbildung 4.1: Beispielhafter Maschinenspalt.

Tabelle 4.1: Einflussparameter auf den Spaltmassenstrom \dot{m}_{sp} für eine einphasige, adiabate Strömung.

Physikalisch	Geometrisch
Isobare Wärmekapazität c_p [J/kg/K]	Hauptrotordurchmesser D [m]
Isochore Wärmekapazität c_v [J/kg/K]	Spalthöhe h_{sp} [m]
Dynamische HD-Viskosität η_{HD} [kg/m/s]	Hauptrotorsteigung s [m]
HD-Wärmeleitfähigkeit λ_{HD} [W/m/K]	
HD-Temperatur T_{HD} [K]	
HD-Druck p_{HD} [Pa]	
ND-Druck p_{ND} [Pa]	
Umfangsgeschwindigkeit u_{sp} [m/s]	

Obwohl in Abbildung 4.1 ein beispielhafter Gehäusespalt dargestellt ist, muss die Umfangsgeschwindigkeit am Spalt u_{sp} nicht zwangsweise der Hauptrotorumfangsgeschwindigkeit u entsprechen. Die Einflussparameter auf den Spaltmassenstrom sind in **Tabelle 4.1** zusammengefasst. Neben den in Abbildung 4.1 gezeigten Einflussparametern ist hier zusätzlich die Rotorsteigung s als Parameter aufgeführt. Diese beeinflusst maßgeblich die Form des Spaltkanals, worauf bei der Vorstellung der in dieser Arbeit untersuchten Spaltgeometrien in Abschnitt 4.2 eingegangen wird.

Der theoretische Massenstrom \dot{m}_{th} nach Gl. 2.8 ist eine Funktion der in Tabelle 4.1 aufgeführten Parameter und kann daher die Hochdrucktemperatur T_{HD} ersetzen. Für den tatsächlich durchgesetzten Spaltmassenstrom \dot{m}_{Sp} ergeben sich damit folgende Abhängigkeiten:

$$\dot{m}_{Sp} = f(c_p, c_v, \eta_{HD}, \lambda_{HD}, \dot{m}_{th}, p_{HD}, p_{ND}, u_{Sp}, D, h_{Sp}, s) \quad \text{Gl. 4.1}$$

Damit ergibt sich die Zielfunktion zu:

$$f(\dot{m}_{Sp}, c_p, c_v, \eta_{HD}, \lambda_{HD}, \dot{m}_{th}, p_{HD}, p_{ND}, u_{Sp}, D, h_{Sp}, s) = 0 \quad \text{Gl. 4.2}$$

Es ergeben sich zwölf Parameter mit vier Einheiten und damit acht dimensionslose Kennzahlen. Zur Lösung des resultierenden Gleichungssystems werden die Parameter \dot{m}_{Sp} , c_v , p_{HD} und D als unabhängige Parameter betrachtet. Die sich ergebenden Kennzahlen für den Spalt sind in **Tabelle 4.2** zusammengefasst und können in physikalische und geometrische Kennzahlen unterteilt werden. Die Herleitung ist in Anhang A.1.1 zu finden. Als Zielgröße wird der Strömungsbeiwert α aufgefasst, welcher im Rahmen dieser Arbeit in Abhängigkeit der übrigen Kennzahlen ermittelt wird. Der Isentropenexponent κ repräsentiert eine Fluideigenschaft und Π_{Sp} das am Spalt anliegende Druckverhältnis. Die Umfangsmachzahl am Spalt $Ma_{u,Sp}$ setzt die Umfangsgeschwindigkeit ins Verhältnis mit der isentropen Schallgeschwindigkeit auf der HD-Seite $a_{HD} = \sqrt{\kappa \cdot R_s \cdot T_{HD}}$. Die Reynoldszahl

$$Re = \frac{2\dot{m}_{Sp}}{\eta_{HD} \cdot b_{Sp}} \quad \text{Gl. 4.3}$$

verbindet die Betriebsparameter mit den Fluideigenschaften. Dabei wird auf die Spaltbreite b_{Sp} senkrecht zur Strömungsrichtung (vgl. Abbildung 0.1) zurückgegriffen, die unter den getroffenen Annahmen kein freier Parameter ist. Die Prandtl-Zahl Pr beinhaltet ebenfalls Fluideigenschaften und stellt eine Beziehung zwischen der Reibgrenzschicht und der Temperaturgrenzschicht her. Die geometrischen Kennzahlen beschreiben ein Spalthöhen-Durchmesser-Verhältnis sowie ein Steigung-Durchmesser-Verhältnis.

Tabelle 4.2: Dimensionslose Kennzahlen zur Beschreibung des Spaltmassenstroms \dot{m}_{Sp} für eine einphasige, adiabate Strömung.

Physikalisch	Geometrisch
$\Pi_1 = \frac{\dot{m}_{Sp}}{\dot{m}_{th}} = \alpha$	
$\Pi_2 = \frac{c_p}{c_v} = \kappa$	
$\Pi_3 = \frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi_{Sp}$	$\Pi_7 = \frac{h_{Sp}}{D}$
$\Pi_4 = \frac{2\dot{m}_{Sp}}{\eta_{HD} \cdot b_{Sp}} = Re$	$\Pi_8 = \frac{s}{D}$
$\Pi_5 = \frac{u_{Sp}}{a_{HD}} = Ma_{u,Sp}$	
$\Pi_6 = \frac{\eta_{HD} \cdot c_p}{\lambda_{HD}} = Pr$	

Dreißig [Dre89] führt das Pi-Theorem mit leicht veränderten Einflussparametern durch und erhält neben der Umfangsmachzahl und der Reynoldszahl auch die Machzahl $Ma = \frac{c_{Sp}}{a_{Sp}}$ anstelle des Isentropenexponenten. Da die Machzahl ein Ergebnis der Simulation ist und nicht gezielt eingestellt bzw. gemessen werden kann, wird in dieser Arbeit nicht auf die Machzahl als dimensionslose Kennzahl für die Spalte zurückgegriffen.

4.2 Untersuchte Spaltgeometrien

Im Folgenden werden die in dieser Arbeit untersuchten Spalte von Schraubenmaschinen zu einer zweidimensionalen Strömungskontur vereinfacht und Bezug zu den geometrischen Kennzahlen genommen.

4.2.1 Stirrspalt

Der Stirrspalt befindet sich hoch- sowie niederdruckseitig zwischen dem stehenden Gehäuse und dem bewegten Rotor, vgl. Abbildung 2.4. **Abbildung 4.2** zeigt links die Lage des Stirnspaltes auf der Rotorstirnfläche sowie rechts den daraus abgeleiteten Strömungskanal des Spaltes. Der Rotorzahn – und damit auch der Stirrspalt – wird in radialer Richtung in Segmente unterteilt. Es wird davon ausgegangen, dass die Stirrspaltströmung innerhalb dieser Segmente, wie in der Abbildung dargestellt, in Umfangsrichtung stattfindet. Die in Strömungsrichtung befindliche Spaltlänge entspricht der mittleren Länge eines Segmentes in Umfangsrichtung. Details über die Implementierung und Bestimmung der geometrischen Parameter sind in Abschnitt 6 beschrieben.

Die Spaltsegmente nehmen die Geometrie eines rechteckigen Kanals konstanter Höhe an. Für den prinzipiellen Strömungskanal wird stets von einer rechtwinkligen Rotorkontur ausgegangen und damit die Rotorsteigung vernachlässigt, die zu einer Schrägung der Kontur am Spalteinlass und -auslass führen würde. Die Länge L_{Sp} der Spaltsegmente variiert je nachdem, welche Position zwischen Fußkreis und Kopfkreis betrachtet wird, wobei sich der Hauptrotor gegenüber dem Nebenrotor aufgrund der größeren Zahnbreite durch deutlich längere Spalte auszeichnet. Die Spalthöhe h_{Sp} ist ein frei wählbarer Parameter bzw. konstruktiv vorgegeben.

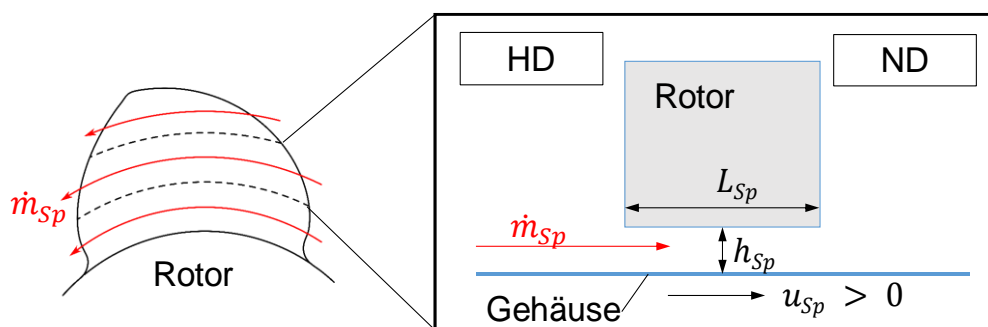


Abbildung 4.2: Skizze zur Stirrspaltströmung und abgeleitete, vereinfachte Spaltgeometrie.

Aus der vereinfachten Geometrie ergeben sich Änderungen gegenüber den in Tabelle 4.2 zusammengestellten geometrischen Kennzahlen. Der in Π_7 und Π_8 genutzte Hauptrotordurchmesser D hat auf die vereinfachte Geometrie aus Abbildung 4.2 keinen direkten Einfluss. Statt auf ein Spalthöhen-Rotordurchmesser-Verhältnis wird auf die für rechteckige Kanäle gängige Kennzahl des Spalthöhe-Länge-Verhältnisses (kurz: h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis) zurückgegriffen. Anhand des Rotordurchmessers kann dem

Stirnsplatt in der Kammermodellerstellung bzw. -simulation ein eindeutiger Längen- und Umfangsgeschwindigkeitsverlauf zugeordnet werden, um das h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis und die Umfangsmachzahl zu bestimmen, worauf in Abschnitt 6 näher eingegangen wird. Unter Einbezug des Relativsystems wird die Umfangsgeschwindigkeit am Gehäuse aufgeprägt. Wie eingangs erläutert, wird der Einfluss der Rotorsteigung auf die Stirnsplatte vernachlässigt, weshalb Π_8 aus Tabelle 4.2 nicht untersucht wird.

4.2.2 Gehäusespalte

Die Lage und die prinzipielle Form der Gehäusespalte sind in Abbildung 2.4 dargestellt. Die genaue Form des Strömungskanal ist von den geometrischen Rotorkenngrößen sowie dem zweidimensionalen Rotorprofil im Stirnschnitt der Schraubenrotoren abhängig. Das in dieser Arbeit untersuchte Rotorprofil ist das asymmetrische SRM-Profil, das ausführlich von Rinder [Rin79] beschrieben ist. Die Zähnezahl des untersuchten Rotorprofils beträgt vier am Haupt- und sechs am Nebenrotor, die Durchmesser der beiden Rotoren sind identisch und der Achsabstand nach der in [Rin79] vorgestellten üblichen Ausführung zu $a = 0,785 \cdot D$ gewählt. Die Rotorprofilerstellung überlässt dem Anwender außerdem die Wahl der Winkel φ_1 und φ_2 [Rin79], die hier beide zu null gewählt sind. Die für die Spaltuntersuchung zu variierenden geometrischen Kennzahlen sind das Spalthöhen-Durchmesser-Verhältnis (Π_7 , kurz h_{Sp}/D -Verhältnis) sowie das Steigung-Durchmesser-Verhältnis (Π_8 , kurz s/D -Verhältnis), die jeweils auf den Haupt- und den Nebenrotor zu beziehen sind. Zur Variation von Π_8 werden drei verschiedene Hauptrotorsteigungen sowie die zugehörigen Nebenrotorsteigungen bei konstantem Rotordurchmesser untersucht, vgl. **Abbildung 4.3**, die den für Schraubenkompressoren üblichen Bereich abdecken.

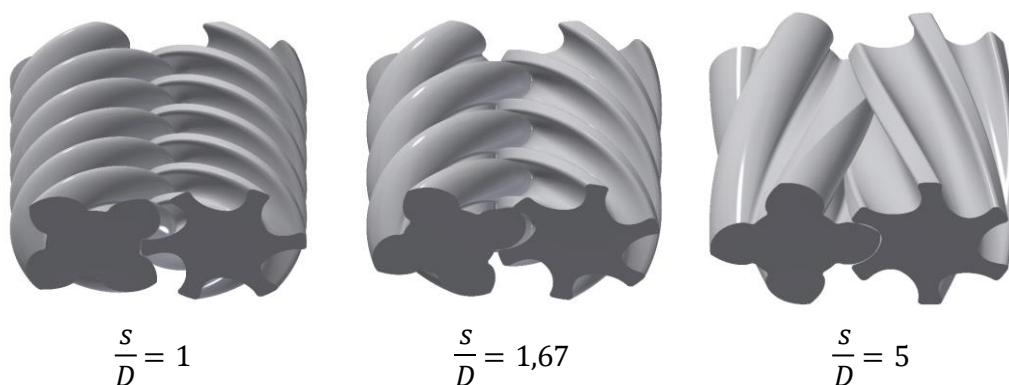


Abbildung 4.3: Rotorgeometrien zur Untersuchung des Gehäusespaltes.

Analog zur Untersuchung des Stirnspaltes soll die Betrachtung der Gehäusespaltgeometrie zweidimensional erfolgen. Die Annäherung der Gehäusespaltgeometrie ist für den Hauptrotor [Utr18c] zu entnehmen und wird im Folgenden für den Nebenrotor erläutert. Unter der Annahme, dass die Spaltströmung senkrecht zur Spaltbreite erfolgt, ergibt sich für den Nebenrotor die in **Abbildung 4.4** dargestellte Geometrie, die abhängig vom s/D -Verhältnis ist. Der resultierende Strömungskanal besteht aus der Zahn- sowie der Gehäusekontur, die am Nebenrotor einen Bereich konstanten Strömungsquerschnittes sowie einen abgerundeten Ein- und Auslauf bilden. Im Bereich konstanter Spalthöhe weisen sowohl Zahn- als auch Gehäusekontur einen Radius auf, weshalb sich die Kontur nicht direkt für die experimentelle Untersuchung in dem in dieser Arbeit verwendeten Messaufbau (vgl. Abschnitt 4.4.1) eignet, da hier eine ebene Gegenkontur vorliegt. Aus diesem Grund werden Zahn- und Gehäusekontur unter der Vorausset-

zung eines konstanten Strömungsquerschnittes hin zu einer geraden Gehäusekontur verändert. Ausgehend vom Rotorursprung wird dazu der radial verfügbare Strömungsquerschnitt bestimmt und damit der neue Strömungskanal mit einer ebenen Gehäusekontur ermittelt, die ebenfalls in Abbildung 4.4 dargestellt ist. Die Krümmung des ursprünglichen Gehäuses ist gering, weshalb sich die dargestellten Strömungskanäle im Bereich des engsten Strömungsquerschnittes optisch nicht merklich unterscheiden.

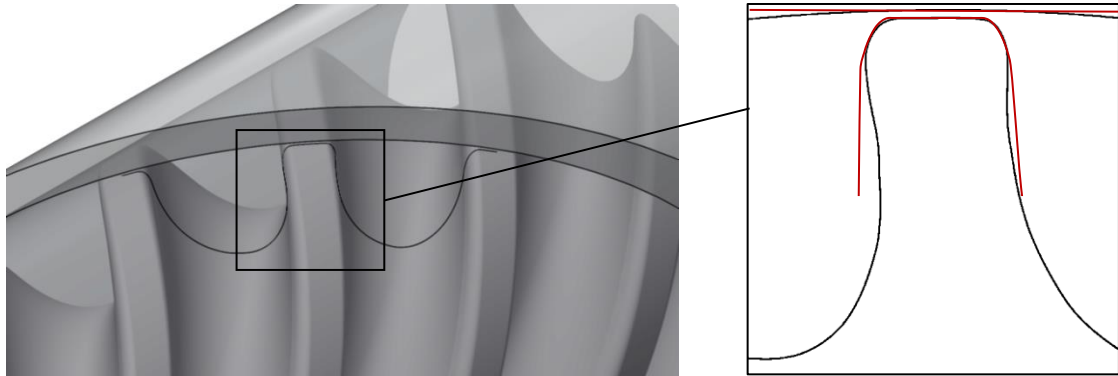


Abbildung 4.4: Nebenrotor und senkrecht zur Spaltbreite geschnittenes Gehäuse (links), resultierender Strömungskanal mit gerader (rot) und gebogener (schwarz) Gehäusekontur (rechts).

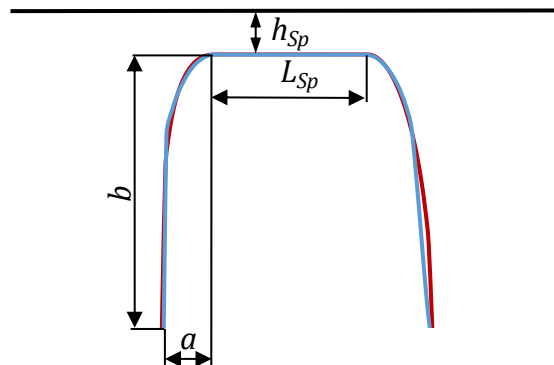


Abbildung 4.5: Vergleich zwischen NR-Zahnkontur mit geradem Gehäuse (rot) und über Bisuperellipsen angenäherter Kontur (blau); Kennzeichnung der Bisuperellipsenparameter a und b am Spalteinlauf ($s/D=1$).

Damit die in dieser Arbeit untersuchten Spaltgeometrien auf möglichst einfache Weise reproduzierbar sind, werden für die gerade Gehäusekontur die Zahnkonturen mathematisch angenähert, wozu sich Bisuperellipsen eignen.

$$\left| \frac{x}{a} \right|^m + \left| \frac{y}{b} \right|^n = 1 \quad \text{Gl. 4.4}$$

Die untersuchten Zahnkonturen für Haupt- und Nebenrotor setzen sich dabei jeweils aus zwei Bisuperellipsen zur Abbildung der Zahnkonturen am Ein- und Austritt sowie für den Nebenrotor zusätzlich aus einem geraden Abschnitt konstanter Spalthöhe mit der Länge L_{Sp} zusammen. Eine Gegenüberstellung der Zahnkontur mit geradem Gehäuse und der über Bisuperellipsen angenäherten Zahnkontur des Nebenrotors ist in **Abbildung 4.5** dargestellt. Die Parameter der Bisuperellipsengleichungen können

Tabelle 4.3 entnommen werden. Die Konturen sind dabei so dargestellt, dass links der Hochdruck vorliegt und es damit von links nach rechts strömt. Die Länge L_{Sp} variiert für den Bezugsdurchmesser von 72 mm je nach s/D -Verhältnis zwischen 2,8 und 5,8 mm. Die drei resultierenden angenäherten Zahnkonturen des Nebenrotors sind in **Abbildung 4.6** dargestellt. Der Strömungskanal ähnelt dem Stirnspalt, die Spaltlänge konstanten Strömungsquerschnitts ist jedoch kurz und statt des scharfkantigen Spalteintritts und -austritts liegt hier jeweils eine abgerundete Kontur vor.

Die über Bisuperellipsen angenäherten Zahnkonturen am Hauptrotor sind in **Abbildung 4.7** dargestellt. Wie bereits beim Nebenrotor ergibt sich für das größte s/D -Verhältnis die längste Strömungspassage, die im Vergleich mit den anderen beiden Zahnkonturen eine moderate Änderung des Strömungsquerschnitts in Spaltlängenrichtung aufweist. Allen drei Zahnkonturen ist eine scharfe Kante im engsten Querschnitt und eine anschließende starke Konturaufweitung gemein. Die vorgestellten angenäherten Spaltkonturen bilden die Basis für die simulative und die experimentelle Untersuchung.

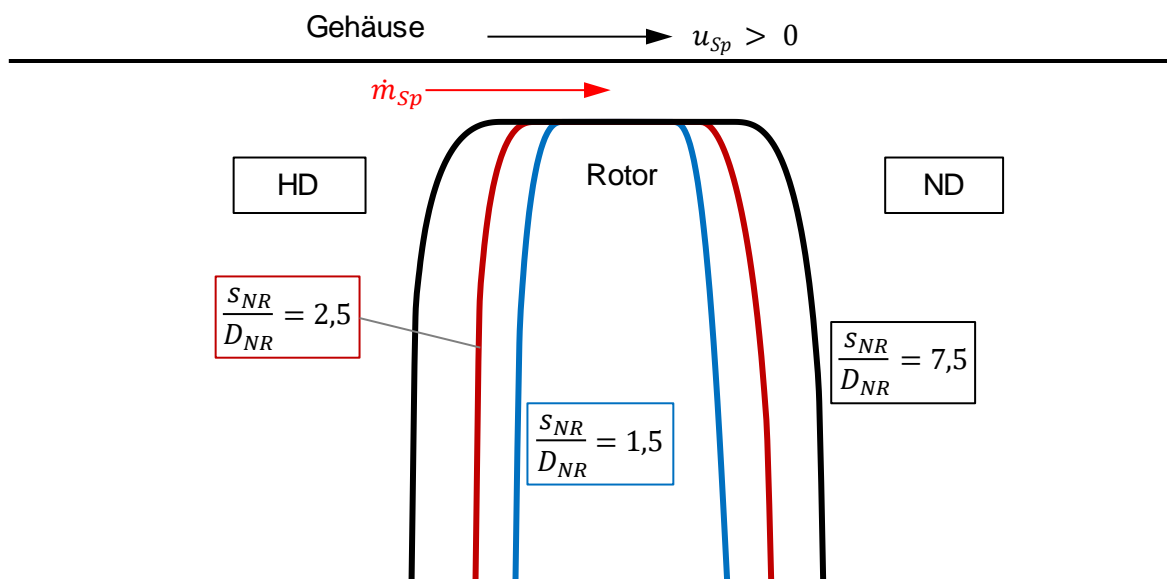


Abbildung 4.6: Angenäherte Konturen der drei untersuchten Nebenrotorgehäusespalte.

Tabelle 4.3: Parameter der Bisuperellipsengleichungen zur Beschreibung der Gehäusespalte.

	Hauptrotor					Nebenrotor					
	$\frac{s}{D}$ [-]	$a \cdot \frac{D}{72mm}$ [mm]	$b \cdot \frac{D}{72mm}$ [mm]	m [-]	n [-]	$\frac{s_{NR}}{D_{NR}}$ [-]	$a \cdot \frac{D_{NR}}{72mm}$ [mm]	$b \cdot \frac{D_{NR}}{72mm}$ [mm]	m [-]	n [-]	$L_{Sp} \cdot \frac{D_{NR}}{72mm}$ [mm]
Einlauf	1	9,4	10	1,8	0,85	1,5	1,2	5	2,5	2,5	2,8
Auslauf		4,7	10	1	1		1,4	5	2,7	0,95	
Einlauf	1,67	13,5	10	1,8	1	2,5	1,5	5	2,5	3,5	4,2
Auslauf		6,9	10	1	1		1,8	5	2	1,9	
Einlauf	5	21,2	10	2	1,05	7,5	2,3	5	2,5	4,1	5,8
Auslauf		10,8	10	1,1	1		2,3	5	2,8	2,3	

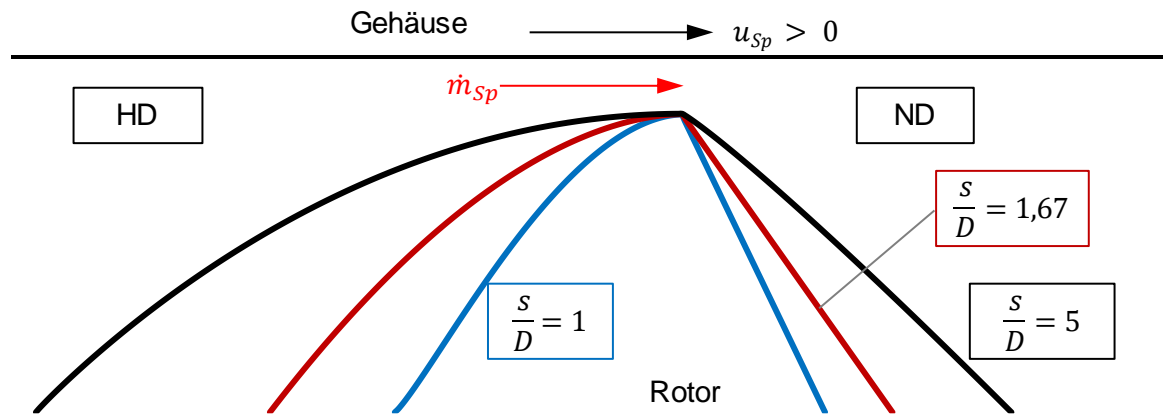


Abbildung 4.7: Angenäherte Konturen der drei untersuchten Hauptrotorgehäusespalte.

4.3 Numerische Simulation der Spaltströmung

Der folgende Abschnitt stellt die nötigen Grundlagen zur Simulation der Spaltströmungen mittels CFD vor. Der Massen-, Impuls- und Energietransport in Strömungen wird über ein partielles Differentialgleichungssystem beschrieben, für das keine allgemeine analytische Lösung bekannt ist. Zur Approximierung der Lösung werden Diskretisierungsmethoden in Kombination mit numerischen Lösungsverfahren verwendet. Die meistverwendete Lösungsmethode, die auch im Rahmen dieser Arbeit mit der Software Ansys® CFX verwendet wird, ist die Finite-Volumen-Methode. Im Weiteren werden die in dieser Arbeit zur Simulation verwendeten Ansätze und Modelle kurz skizziert. Für ein tiefergehendes Verständnis wird auf die entsprechende Fachliteratur verwiesen.

4.3.1 Grundgleichungen

Das für ein Kontrollvolumen zu lösende Gleichungssystem setzt sich im Kern aus den Gleichungen der Massen- und Impulserhaltung sowie der Energieerhaltung zusammen. Die Erhaltungsgleichungen werden im Folgenden in ihrer differentiellen Form nach [Hir07] vorgestellt.

Die Massenerhaltung

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{c}) = 0 \quad \text{Gl. 4.5}$$

sagt aus, dass die zeitliche Dichteänderung dem konvektiven Massenaustausch entsprechen muss.

Die Impulserhaltung wird über folgende Gleichung ausgedrückt:

$$\frac{\partial \rho \vec{c}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{c} \otimes \vec{c}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{b} \quad \text{Gl. 4.6}$$

Im Gegensatz zur Massenerhaltung existiert in jede Raumrichtung eine Impulserhaltung, weshalb die Gleichung vektoriell ist. Die linke Seite beschreibt die zeitliche Impulsänderung sowie den konvektiven Impulsaustausch. Die rechte Seite der Gleichung enthält die wirkenden Druckkräfte sowie die zusätzlich wirkenden Normal- und Scherspannungen, zusammengefasst in dem Spannungstensor $\bar{\bar{\tau}}$, und die Volumenkräfte, beispielsweise durch Gravitation, mit dem Körperbeschleunigungsvektor \vec{b} . Für

Newton'sche Fluide gilt für den Schubspannungstensor $\bar{\tau}$ unter Verwendung der Stokes'schen Hypothese:

$$\tau_{ij} = \eta \left(\left(\frac{\partial c_j}{\partial x_i} + \frac{\partial c_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} (\vec{\nabla} \cdot \vec{c}) \delta_{ij} \right) \quad \text{Gl. 4.7}$$

Hier bezeichnet δ_{ij} das Kronecker-Delta mit $\delta_{ij} = 1$ für $i = j$, sonst gilt $\delta_{ij} = 0$. Nach Einsetzen von Gl. 4.7 in Gl. 4.6 ergibt sich für die Impulserhaltung unter der Annahme einer konstanten Viskosität:

$$\frac{\partial \rho \vec{c}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{c} \otimes \vec{c}) = -\vec{\nabla} p + \eta \left(\Delta \vec{c} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{c}) \right) + \rho \vec{b} \quad \text{Gl. 4.8}$$

Die Energieerhaltung kann über folgende Gleichung ausgedrückt werden:

$$\frac{\partial \rho u_t}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{c} h_t - \lambda \vec{\nabla} T - \bar{\tau} \cdot \vec{c}) = P_f + \dot{q}_h, \quad \text{Gl. 4.9}$$

mit der inneren Totalenergie $u_t = u + \frac{\vec{c}^2}{2}$ und dem Zusammenhang zwischen Totalenthalpie h_t , Enthalpie h und u_t :

$$h_t = h + \frac{\vec{c}^2}{2} = u_t + \frac{p}{\rho} \quad \text{Gl. 4.10}$$

Die linke Seite der Energieerhaltung enthält die zeitliche Änderung der Gesamtenergie, den konvektiven Energieaustausch, die diffusive Wärmeleitung sowie die von den viskosen Kräften geleistete Arbeit. Die rechte Seite enthält die Leistung der externen Volumenkräfte P_f sowie den Wärmestrom weiterer Wärmequellen \dot{q}_h . Das Gleichungssystem, bestehend aus Masse-, Impuls- und Energieerhaltung, wird auch als Navier-Stokes-Gleichungen bezeichnet.

Zur Bestimmung aller Unbekannten sind weitere Gleichungen nötig, weshalb in der Regel Zustandsgleichungen herangezogen werden. Aufgrund der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Gase wird die ideale Gasgleichung sowie die kalorische Zustandsgleichung verwendet:

$$p = \rho R_s T \quad \text{Gl. 4.11}$$

$$du = c_v dT \quad \text{Gl. 4.12}$$

4.3.2 Turbulente Strömungen und Turbulenzmodelle

Strömungen können als laminar oder turbulent charakterisiert werden. Laminare Strömungen zeichnen sich durch nebeneinander verlaufende Stromlinien aus. Störungen dieser geordneten Strömungsform, bedingt durch Querbewegungen, die beispielsweise durch Querschnittssprünge oder Wandreibung hervorgerufen werden, führen ab einer gewissen Reynoldszahl zur Ausbildung einer turbulenten Strömung. In diesen turbulenten Strömungen kommt es zu zeitlich und räumlich unregelmäßigen, dreidimensionalen Querbewegungen und infolgedessen zu einer starken Durchmischung der Strömung. Dies führt zu

einer zusätzlichen Wandlung von kinetischer Energie in innere Energie [Fer08]. Als entscheidendes Kriterium, ob eine Strömung laminar oder turbulent ist, ist die Reynolds-Zahl identifiziert [Rey95] und für Rohr- bzw. Kanalströmungen intensiv untersucht worden [Sch06]. Während die meisten technischen Strömungen turbulent sind, kann es in den zu untersuchenden Spalten aufgrund der geringen Spalthöhen und den damit verbundenen kleinen Spaltmassenströmen zu niedrigen Reynoldszahlen und damit zu laminarer Strömung bzw. Strömungen im Übergangsbereich laminar-turbulent, der transitionellen Strömung, kommen. In der Regel kann eine kritische Reynoldszahl beziffert werden, die den Umschlagspunkt von der laminaren zur turbulenten Strömung angibt. Der Einfluss der Turbulenz auf den Massendurchfluss ist so groß, dass er in der Simulation nicht vernachlässigt werden kann. Die Turbulenz kann auf unterschiedliche Arten in die Simulation eingebunden werden, wobei mit steigender Abbildungsgüte der Rechenaufwand steigt.

Die höchste Abbildungsgüte der Turbulenz wird durch direkte numerische Simulation (engl. direct numerical simulation, DNS) erreicht. Dabei werden die Navier-Stokes-Gleichungen ohne eine Modellierung der Turbulenz gelöst. Zur sinnvollen Durchführung der DNS ist jedoch eine sehr feine zeitliche und räumliche Diskretisierung nötig. Darüber hinaus steigt der Rechenaufwand mit der Reynoldszahl derart stark an, dass die DNS mit derzeitigen Rechenressourcen nur für geringe Reynoldszahlen einsetzbar ist [Fer08]. Sie wird daher größtenteils zur Erforschung der Entstehung und Struktur der Turbulenz genutzt.

Statt die Navier-Stokes-Gleichungen direkt zu lösen, besteht die Möglichkeit, die Turbulenz ganz oder teilweise zu modellieren. Die Grobstruktursimulation (engl. large eddy simulation, LES) löst die Gleichungen ähnlich wie die DNS für große Wirbelstrukturen, die den größten Einfluss auf die Strömung haben, während kleinskalige Wirbelstrukturen durch Modelle approximiert werden. Auf diese Weise kann im Vergleich zur DNS ein Großteil der Rechenressourcen eingespart und der anwendbare Simulationsbereich ohne großen Genauigkeitsverlust in Richtung größerer Reynoldszahlen verschoben werden. [Fer08]

Eine weitere Reduzierung der Rechenzeit wird durch die Verwendung der Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (engl. Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, RANS equations) erreicht, bei denen alle Instationaritäten der Turbulenz modelliert werden. Eine solche Betrachtung ist für die meisten ingenieurtechnischen Anwendungen ausreichend und findet daher auch bei der hier durchgeführten Spaltsimulation Anwendung. Bei der Methode werden die instationären Variablen (hier eine beliebige Skalargröße ϕ) der Transportgleichungen in einen über das Zeitintervall T gemittelten Anteil $\bar{\phi}$ und einen zeitabhängig fluktuierenden Anteil ϕ' aufgeteilt: [Fer08]

$$\phi(x_i, t) = \bar{\phi}(x_i) + \phi'(x_i, t) \quad \text{mit} \quad \bar{\phi}(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \phi(x_i, t) dt \quad \text{Gl. 4.13}$$

Neben dem beschriebenen zeitlich fluktuierenden Anteil gibt es für kompressible Medien weitere Fluktuationen zwischen der Dichte und anderen Variablen wie der Geschwindigkeit [Hir07]. Um diese Terme zu umgehen, wird in der Literatur eine Dichte gewichtete Mittelung (sog. Favre-Mittelung

[Hir07]) vorgeschlagen. Im Folgenden wird angenommen, dass diese Dichtefluktuationen vernachlässigbar gering sind. Durch Anwendung des Ansatzes aus Gl. 4.13 auf die Navier-Stokes-Gleichungen ergeben sich die RANS-Gleichungen, z.B. für die Impulserhaltung (Gl. 4.8):

$$\frac{\partial \rho \bar{c}}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{c} \otimes \bar{c}) = -\bar{\nabla} \bar{p} + \bar{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}}^V + \bar{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}}^R + \rho \bar{b} \quad \text{Gl. 4.14}$$

Neben dem mittleren viskosen Spannungstensor $\bar{\bar{\tau}}^V$ ergibt sich dadurch der Reynolds-Spannungstensor:

$$\bar{\bar{\tau}}^R = -\rho \overline{c' \otimes c'} \quad \text{Gl. 4.15}$$

Diese zusätzlichen Terme sind Folge der fluktuierenden nicht-linearen gemittelten Anteile und müssen modelliert werden. Analog zu diesen Reynolds-Spannungen der Form $\rho \overline{c'_i c'_j}$ entsteht in der Energieerhaltung der turbulente Skalarfluss $\rho \overline{c'_i \phi'}$, der ebenfalls nicht eindeutig durch gemittelte Größen ausgedrückt werden kann. Dies führt dazu, dass mehr Unbekannte als Gleichungen vorhanden sind, was als Schließungsproblem bezeichnet wird. Die zur Schließung der RANS-Gleichungen eingeführten Ansätze werden als Turbulenzmodelle bezeichnet. [Fer08]

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Turbulenzmodelle gehören zur Gruppe der Wirbelviskositätsmodelle. Der durch Turbulenz entstehende Impulsaustausch und die dadurch entstehende sogenannte Scheinreibung können demnach näherungsweise über eine erhöhte Viskosität abgebildet werden. Neben der stoffspezifischen, molekularen Viskosität η wird zusätzlich die turbulente Wirbelviskosität η_{turb} eingeführt, was allerdings in der Regel die Isotropie der Turbulenz voraussetzt. Die Komponenten des Reynolds-Spannungstensors lassen sich darüber wie folgt bestimmen [ANS16a]:

$$-\rho \overline{c'_i c'_j} = \eta_{turb} \left(\frac{\partial \bar{c}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{c}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \quad \text{Gl. 4.16}$$

Hier bezeichnet k die turbulente kinetische Energie [Fer08]

$$k = \frac{1}{2} \overline{c'_i c'_i} = \frac{1}{2} (\overline{c'_x c'_x} + \overline{c'_y c'_y} + \overline{c'_z c'_z}). \quad \text{Gl. 4.17}$$

Der turbulente Skalarfluss kann mithilfe der turbulenten Diffusivität Γ_{turb} , die das Verhältnis aus turbulenter Viskosität und turbulenter Prandtl-Zahl beschreibt, bestimmt werden [Fer08]:

$$-\rho \overline{c'_i \phi'} = \Gamma_{turb} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x_i} \quad \text{Gl. 4.18}$$

Die Bestimmung der turbulenten Viskosität ist je nach Turbulenzmodell unterschiedlich komplex und kann algebraisch (Nullgleichungs-), mit einer (Eingleichungs-) oder mit zwei zusätzlichen Gleichungen (Zweigliedungs-Turbulenzmodell) beschrieben werden. Das von Vimmr [Vim07] zur Simulation der Gehäusespaltströmung verwendete Baldwin-Lomax-Turbulenzmodell ist ein Null-Gleichungs-Turbulenzmodell, während Sachs [Sac02] und Kauder und Stratmann [Kau02b] bei ihren Spaltsimulationen mit dem Spalart-Allmaras-Turbulenzmodell (kurz: SA-Modell) auf ein Eingleichungs-Turbulenzmodell zurückgreifen, das, neben anderen, auch in dieser Arbeit verwendet wird. Das Modell geht auf Spalart

und Allmaras zurück [Spa92] und ist ursprünglich ein low-Reynoldsnumber-model, das für gute Ergebnisse eine hinreichend gute Auflösung im Grenzschichtbereich benötigt. Auf die Vorstellung aller verwendeten Gleichungen der Turbulenzmodelle wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet und stattdessen die verwendeten Modellkonstanten zusammengefasst. Die in dem Spalart-Allmaras-Turbulenzmodell verwendeten Konstanten sind Gl. 4.19 zu entnehmen.⁷

$$c_{b1} = 0,1355; \quad c_{b2} = 0,622; \quad \sigma = \frac{2}{3}; \quad \kappa = 0,41; \quad \text{Gl. 4.19}$$

$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}; \quad c_{w2} = 0,3; \quad c_{w3} = 2; \quad c_{v1} = 7,1$$

Im Folgenden werden die gängigsten Zweigleichungs-Turbulenzmodelle vorgestellt, die ebenfalls in dieser Arbeit verwendet werden. Das k - ε -Turbulenzmodell (kurz: k - ε -Modell) berechnet die turbulente Viskosität η_{turb} mithilfe der turbulenten kinetischen Energie k und der Dissipationsrate ε [ANS16a], [ANS16b]:

$$\eta_{turb} = C_\eta \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad C_\eta = 0,09 \quad \text{Gl. 4.20}$$

Die turbulente kinetische Energie und die Dissipationsrate werden dabei über weitere partielle Transportdifferentialgleichungen mithilfe empirischer Werte bestimmt, die verwendeten Konstanten lauten [ANS16a], [Fer08]:

$$C_{\varepsilon1} = 1,44; \quad C_{\varepsilon2} = 1,92; \quad \sigma_\varepsilon = 1,3 \quad \text{Gl. 4.21}$$

Das k - ε -Modell wird insbesondere zur Bestimmung freier Strömungen genutzt. Die Berechnung von druckinduzierten Ablösungen ist hingegen problematisch.

Das k - ω -Turbulenzmodell (kurz: k - ω -Modell) geht auf die Überlegungen von Wilcox [Wil88] zurück und berechnet die turbulente Viskosität mithilfe der turbulenten kinetischen Energie k und der turbulenten Frequenz ω_{turb} [ANS16a]:

$$\eta_{turb} = \rho \frac{k}{\omega_{turb}} \quad \text{Gl. 4.22}$$

Die Gleichung für die turbulente kinetische Energie ist im Vergleich zum k - ε -Modell leicht modifiziert und verwendet folgende Konstanten [ANS16a], [Fer08]:

$$\beta^* = 0,09; \quad \sigma_k^* = 2 \quad \text{Gl. 4.23}$$

$$\alpha = \frac{5}{9}; \quad \beta = 0,075; \quad \sigma_\omega^* = 2; \quad \varepsilon = \beta^* \omega_{turb} k$$

⁷ Das Spalart-Allmaras-Turbulenzmodell ist als Beta-Feature in Ansys® CFX implementiert. Die Koeffizienten sind daher nicht in [ANS16b] oder [ANS16a] dokumentiert, sind jedoch auf Nachfrage von CFX Berlin bestätigt worden.

Gegenüber dem k - ε -Modell zeichnet sich das k - ω -Modell durch eine deutliche Verbesserung der Rechenergebnisse in Wandnähe aus. In der freien Strömung liefert hingegen das k - ε -Modell bessere Ergebnisse.

Um die Stärken der beiden Modelle zu kombinieren, hat Menter [Men93] das k - ω -Shear-Stress-Transport-Turbulenzmodell (kurz: SST-Modell) entwickelt, das heute in vielen Simulationsbereichen Anwendung findet und auch in dieser Arbeit verwendet wird. Dieses Modell wechselt, abhängig vom Rechengebiet, zwischen dem k - ω - und dem k - ε -Modell. Entscheidendes Wechselkriterium ist dabei die von der Wand beeinflusste Grenzschicht der Strömung, innerhalb derer das k - ω - und außerhalb derer das k - ε -Modell verwendet wird.

4.3.3 Grenzschichttheorie und Transitionsmodell

Wie oben beschrieben, unterscheidet das SST-Modell bei der Berechnung zwischen der Strömung in der Grenzschicht und der freien Strömung. In der freien Strömung kann die Reibung und damit die Viskosität in der Regel vernachlässigt werden („reibunglose Außenströmung“ [Sch06]). In der Grenzschicht muss die Viskosität hingegen berücksichtigt werden, die Strömung kann hier laminar oder turbulent sein. **Abbildung 4.8** zeigt die Entwicklung der Grenzschicht am Beispiel einer längsangeströmten Platte. Direkt an der Plattenwand gilt bei reibungsbehafteten Strömungen die Haftbedingung, verbunden mit der Geschwindigkeit null der Strömung. Die Dicke δ der Grenzschicht nimmt mit zunehmendem Abstand zur Plattenvorderkante zu. Die Grenzschichtdicke δ gibt an, in welchem Wandabstand die Strömung 99 % der Geschwindigkeit der freien Außenströmung erreicht hat [Sch06].

Bei den untersuchten Spaltströmungen kommt der korrekten Abbildung der Grenzschicht eine besondere Bedeutung zu, da die Grenzschichtströmung aufgrund der geringen Höhe der Strömungskanäle einen Großteil der Strömung ausmachen kann. Um die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht in der numerischen Strömungssimulation möglichst realitätsnah abbilden zu können, müssen die wandnahen Bereiche ausreichend fein aufgelöst sein. Zur Überprüfung werden in der Literatur der dimensionslose Wandabstand y^+ und die dimensionslose Geschwindigkeit c^+ eingeführt [Fer08]:

$$y^+ = \frac{\rho c_\tau y}{\eta}, \quad \text{mit } c_\tau = \sqrt{\frac{|\tau_w|}{\rho}} \quad \text{Gl. 4.24}$$

$$c^+ = \frac{\bar{c}_t}{c_\tau} \quad \text{Gl. 4.25}$$

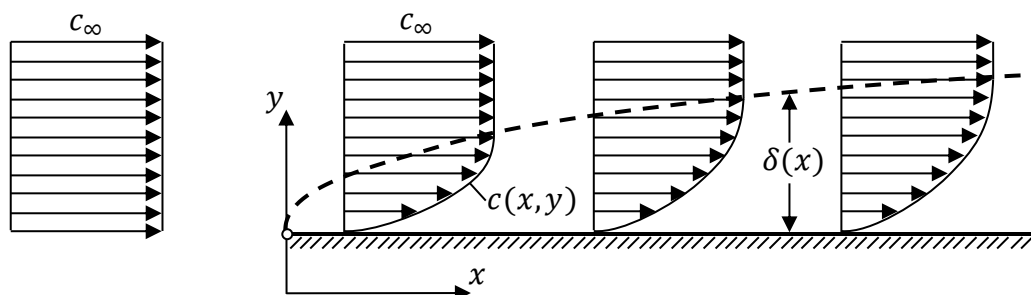


Abbildung 4.8: Grenzschicht an einer längsangeströmten ebenen Platte (schematisch) nach [Sch06].

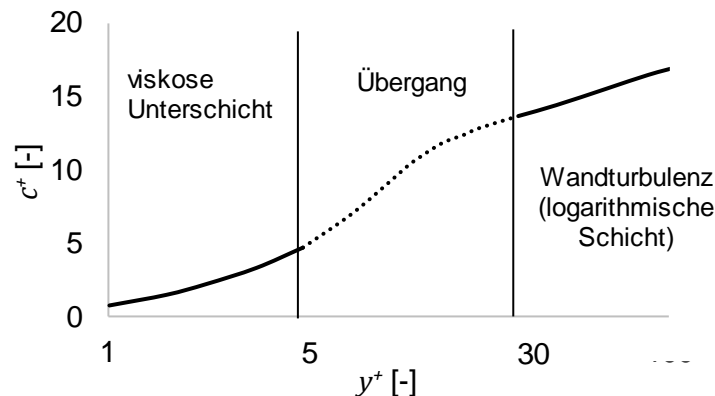


Abbildung 4.9: Turbulente Grenzschicht: dimensionsloses Geschwindigkeitsprofil als Funktion des dimensionslosen Abstands von der Wand nach [Fer08].

Hier bezeichnet τ_w die Wandschubspannung und \bar{c}_t die mittlere Strömungsgeschwindigkeitskomponente parallel zur Wand [Fer08]. Die dimensionslose Geschwindigkeit beschreibt die Geschwindigkeit in Wandnähe und ist in **Abbildung 4.9** als Funktion des dimensionslosen Wandabstandes dargestellt. Die Grenzschicht lässt sich in weitere Abschnitte unterteilen. Für $0 < y^+ < 5$ ergibt sich ein viskoser Bereich, in dem die Strömungsgeschwindigkeit eine lineare Funktion des Wandabstandes ist und sich die Strömung nahezu laminar verhält. Es schließt sich für $5 < y^+ < 30$ ein Übergangsbereich an, in dem viskose und turbulente Spannungen etwa gleich ausgeprägt sind, bevor die Grenzschicht für $30 < y^+ < 350$ in einen logarithmischen Bereich übergeht, in dem sowohl viskose als auch turbulente Effekte vorherrschen [Ver07], [Oer11]. Das Geschwindigkeitsprofil kann hier über folgende Gleichung bestimmt werden [Oer11], [Fer08]:

$$c^+ = \frac{1}{k} \ln(y^+) + B, \text{ mit } k = 0,41; \quad B = 5,5 \text{ für eine glatte, ebene Platte [Fer08]} \quad \text{Gl. 4.26}$$

k bezeichnet hier die Karman-Konstante und B eine empirische Konstante. Mit noch größerem Wandabstand ($y^+ > 350$) schließt sich die äußere Zone an, die, wie die freie Strömung, primär durch Trägheitskräfte dominiert wird und den größten Teil der Grenzschicht einnimmt [Ver07].

Zur Abbildung des Geschwindigkeitsprofils in der Grenzschicht stehen dem Nutzer von Ansys® CFX zwei Möglichkeiten zur Verfügung: Zum einen können empirische Wandfunktionen genutzt werden, die den Geschwindigkeitsverlauf in der Grenzschicht widerspiegeln und von allen in Ansys® CFX verfügbaren Turbulenzmodellen genutzt werden könnte. Größter Vorteil dieses Ansatzes ist, dass das Lösungsgebiet in Wandnähe nicht hoch aufgelöst sein muss, was hinsichtlich der Rechenzeit eine deutliche Ersparnis bedeutet. Zum anderen besteht die Möglichkeit, mit einem hinreichend feinen Netz die Grenzschicht aufzulösen. Die nötige Zellausdehnung orthogonal zur Wand wird dadurch in Wandnähe sehr gering. Die Zunahme der Zellausdehnung benachbarter Zellen sollte 20 % nicht übersteigen, wodurch sich in Wandnähe eine sehr hohe Zelldichte ergibt und der Rechenaufwand steigt. In Ansys® CFX wird anhand der Netzdichte automatisch entschieden, ob Wandfunktionen zum Einsatz kommen. [ANS16a] Die in dieser Arbeit verwendeten Netze weisen in der direkten Spaltregion für alle Simulationen $y^+ < 2$

auf, um die Grenzschicht möglichst ohne Wandfunktionen aufzulösen. Stichproben mit größeren Netzen in Wandnähe zeigten jedoch keine relevanten Änderungen des untersuchten Spaltmassenstroms.

Die Änderung der Strömungsart von laminar nach turbulent wird als Transition oder Entstehung der Turbulenz bezeichnet [Sch06]. Für die inkompressible Rohr- und Kanalströmung ist jeweils eine kritische Reynoldszahl bestimmt worden, ab der die Strömung turbulent wird. Jedoch ist ebenfalls nachgewiesen worden, dass die kritische Reynoldszahl stark von der Störung der Zuströmung abhängt. Durch eine besonders ungestörte Zuströmung kann so die kritische Reynoldszahl von Rohrströmungen auf bis zu 40.000 angehoben werden. Hingegen bleibt die Strömung auch bei großen Störungen für Reynoldszahlen unter 2000 laminar [Sch06]. Des Weiteren ist festgestellt worden, dass eine Strömung zeitweise laminar und zeitweise turbulent sein kann. Der Intermittenzfaktor γ gibt den zeitlichen Anteil der Turbulenz an, wobei $\gamma = 0$ einer dauerhaft laminaren und $\gamma = 1$ einer dauerhaft turbulenten Strömung entspricht. Rotta [Rot56] untersucht das Verhalten von Rohrströmungen für unterschiedliche Reynoldszahlen im Übergangsbereich als Funktion des Weges in einem Rohr, vgl. **Abbildung 4.10**. Am Rohreintritt befindet sich dabei eine scharfkantige Kreisblende mit einem Durchmesser von zwei Drittel des Rohrdurchmessers. Das Diagramm zeigt deutlich, dass die Strömung ein Vielfaches des Rohrdurchmessers zurücklegen muss, bevor sich auch bei der größten untersuchten Reynoldszahl eine nahezu voll turbulente Strömung einstellt. Ein ähnliches Verhalten kann bei den in dieser Arbeit durchgeführten Spaltuntersuchungen erwartet werden. Der Stirnspalt sowie der Nebenrotorgehäusespalt weisen einen rechteckigen Kanal auf. Die meisten Länge-Höhe-Verhältnisse der in dieser Arbeit untersuchten Spaltgeometrien sind in der linken Hälfte von **Abbildung 4.10** anzusiedeln.

Das beschriebene erwartete Verhalten stellt die Herausforderung, die Intensität der Turbulenz in der Simulation korrekt abzubilden. Das SST-Modell geht bei Nutzung der Standard-Einstellungen in Ansys® CFX von einer voll turbulenten Strömung aus. Es gibt jedoch die Möglichkeit, die Transition auf Grundlage verschiedener Modelle zu berücksichtigen. Das bevorzugte Modell zur Abbildung der Transition ist das empirisch bestimmte Gamma-Theta-Modell (γ - θ -SST-Modell), das eine Erweiterung des SST-Modells darstellt und auf Langtry und Menter [Lan05] zurückgeht. Das Modell definiert auf Grundlage der Impulsverlustdicke θ eine kritische Reynoldszahl und verrechnet diese mit dem Turbulenzgrad:

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{2}{3}k}}{\sqrt{c_x^2 + c_y^2 + c_z^2}} \quad \text{Gl. 4.27}$$

Das Modell macht das Lösen zwei zusätzlicher Gleichungen nötig, eine für den Intermittenzfaktor γ und eine für den Aufbau der Turbulenz in Abhängigkeit einer mit der Impulsverlustdicke θ gebildeten Reynoldszahl [ANS16a]. Das Modell ist für diverse transitionelle Strömungen validiert. Die Rechen-dauer erhöht sich durch Verwendung des Modells um etwa 18 % und benötigt ein feines Netz, da das Modell nicht in Verbindung mit Wandfunktionen zu benutzen ist [ANS16b].

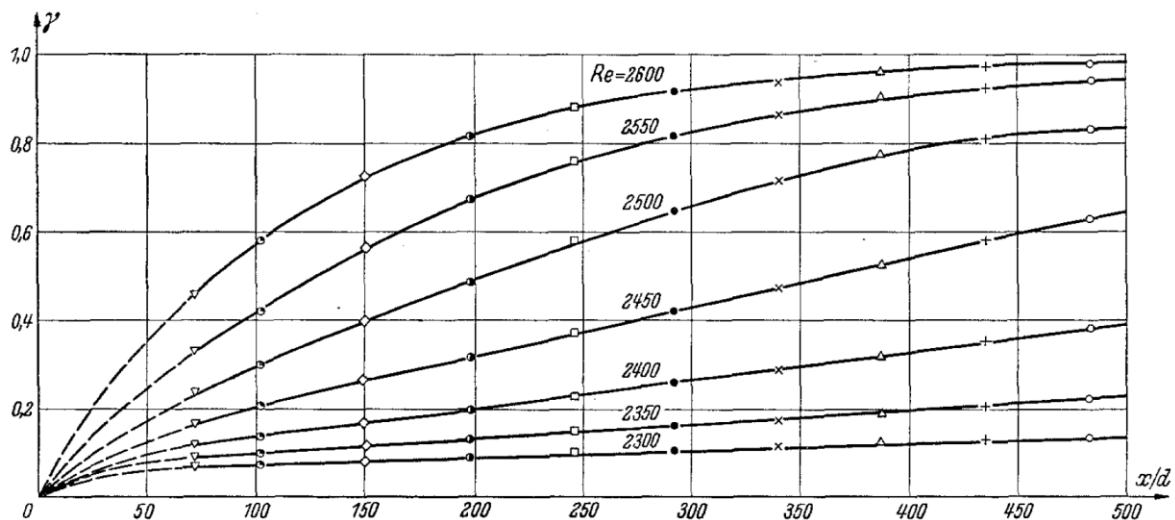


Abbildung 4.10: Intermittenzfaktor γ als Funktion der Lauflänge x im Rohr (Rohrdurchmesser d) [Rot56].

4.3.4 Finite-Volumen-Methode, Rechengitter und Simulationsgenauigkeit

Eine direkte Lösung der in Abschnitt 4.3.1 vorgestellten Grundgleichungen ist nur für wenige Spezialfälle bekannt. Die numerische Lösung wird in Ansys[®] CFX mithilfe der Finite-Volumen-Methode erreicht, die neben der noch existierenden Finite-Elemente- und der Finite-Differenzen-Methode die am häufigsten verwendete Lösungsmethode für Strömungen ist. Dabei wird das Rechengebiet in einzelne Kontrollvolumina aufgeteilt. Das resultierende Gleichungssystem wird pro Kontrollvolumen iterativ gelöst, um den Fluidzustand für jedes Volumenelement zu bestimmen. Es wird die integrale Form der Erhaltungsgleichungen genutzt, die bei Einhaltung einfacher Regeln bei der Diskretisierung in der Regel konservativ ist. Dazu werden die vorgestellten differentiellen Erhaltungsgleichungen integriert und die entstehenden Volumenintegrale, die einen Divergenzoperator enthalten, über den Satz von Gauß in Oberflächenintegrale überführt [ANS16a]. In Ansys[®] CFX befinden sich die Rechenknoten an den Eckpunkten der vom Benutzer definierten Kontrollvolumina, für die die Variablenwerte zu bestimmen sind. Die Variablenwerte auf der Kontrollvolumenoberfläche werden mittels Interpolation bestimmt. Es ergibt sich ein nichtlineares Gleichungssystem, welches iterativ zu lösen ist. Die Gleichungen werden dazu in der Regel in ein Nullstellenproblem umformuliert und in jeder Iteration die Residuen ermittelt [Fer08]. In Ansys[®] CFX wird das Gleichungssystem mithilfe eines gekoppelten Solvers gelöst, der zunächst die Geschwindigkeitskomponenten sowie den Druck bestimmt. Die Gleichungen zur Bestimmung der weiteren Strömungsparameter (Energie, Turbulenz etc.) werden anschließend nacheinander gelöst. Die Lösung der stationären Simulation gilt als konvergiert, wenn ein nutzerdefiniertes Konvergenzkriterium erreicht ist. [ANS16a]

Zur Simulation wird das zu untersuchende Strömungsgebiet in eine benutzerdefinierte Anzahl an Kontrollvolumina diskretisiert, die gemeinsam als Rechengitter oder -netz bezeichnet werden. Die Anordnung des Rechengitters kann strukturiert oder unstrukturiert sein. Strukturierte Gitter werden auch als regelmäßige Gitter bezeichnet und bestehen aus Sätzen von Gitterlinien. Die Gitterlinien eines Satzes schneiden sich nicht untereinander und mit Gitterlinien fremder Sätze schneiden sie sich genau einmal, vgl. **Abbildung 4.11** links. Dies kann zu Nachteilen führen, da viele Gitterlinien in einem relevanten

Strömungsbereich gleichzeitig zu einer hohen Konzentration in weniger relevanten Bereichen führen und dadurch der Rechenaufwand unnötig steigt. Daher ist dieser Gittertyp nur für einfache Geometrien geeignet. Unstrukturierte Gitter, vgl. Abbildung 4.11 rechts, eignen sich im Gegensatz dazu zur Vernetzung komplexer Geometrien, wobei die Vernetzung automatisiert erfolgen kann. Darüber hinaus können unstrukturierte Gitter ohne großen Mehraufwand lokal verfeinert werden, wenn beispielsweise der Gradient der Strömungsgrößen räumlich stark variiert. Nachteilig ist jedoch, dass die Abbildungsgüte abnimmt. [Fer08] Da die in dieser Arbeit simulierten Geometrien nicht von hoher Komplexität sind und eine möglichst hohe Genauigkeit gefordert ist, wird mit strukturierten Gittern gearbeitet.

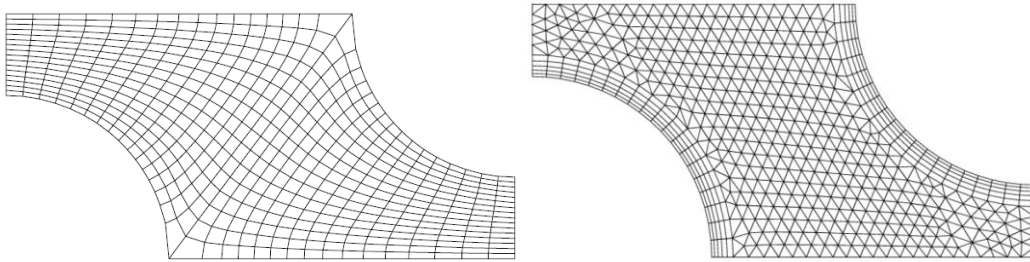


Abbildung 4.11: Beispielhaftes strukturiertes Netz (links) und unstrukturiertes Netz (rechts) [Fer08].

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Modelle sowie das numerische Verfahren selbst führen dazu, dass das berechnete Strömungsfeld vom realen Strömungsfeld abweicht. Zur Einordnung der simulativ erlangten Ergebnisse ist es daher wichtig, diese Abweichung einschätzen zu können. Diese systematischen Fehlerquellen werden im Folgenden vorgestellt.

Der Modellfehler ist die Differenz zwischen der exakten mathematischen Lösung der benutzten Differentialgleichungen und der realen Strömung [Fer08]. Ursächlich sind beispielsweise die Vereinfachungen, die zur Abbildung der Turbulenz eingeführt worden sind, aber auch Vereinfachungen der realen Geometrie oder vereinfachte Stoffeigenschaften. Die Abschätzung dieses Fehlers gestaltet sich schwierig, da eine möglichst genaue Lösung, beispielsweise durch DNS oder Experimente, zur Bewertung vorliegen muss. Im Rahmen der hier durchgeführten Spaltsimulationen werden verschiedene Turbulenzmodelle miteinander und mit experimentellen Daten verglichen. Auf diese Weise kann zumindest ein Eindruck hinsichtlich des Einflusses der Turbulenzmodellierung auf diesen Fehler gewonnen werden.

Der Diskretisierungsfehler beziffert die Differenz zwischen der mathematisch exakten Lösung der Erhaltungsgleichungen und der mathematisch exakten Lösung des aus der Diskretisierung hervorgegangenen Gleichungssystems [Fer08] und ist damit abhängig von der Auflösung des Rechengebietes. Eine einfache Methode zur Bestimmung des Diskretisierungsfehlers ist die Richardson-Extrapolation [Ric11b], [Fer08], wofür die Strömung auf mindestens drei Netzen mit unterschiedlicher Zellenanzahl simuliert werden sollte. Die unterschiedlichen Netze werden hier mit den Indizes h , $2h$ und $4h$ bezeichnet. Hintergrund ist, dass ein Netz mit unendlich großer Zellenanzahl für ein konvergentes Verfahren mit der exakten Lösung der verwendeten Erhaltungsgleichung übereinstimmt. Der Diskretisierungsfehler ϵ_h^d einer Strömungsgröße ϕ lässt sich bei einer Halbierung der Maschenweite in allen Richtungen folgendermaßen bestimmen [Fer08]:

$$\epsilon_h^d = \frac{\phi_h - \phi_{2h}}{2^p - 1} \quad \text{mit der Ordnung } p = \frac{\log\left(\frac{\phi_{2h} - \phi_{4h}}{\phi_h - \phi_{2h}}\right)}{\log 2} \quad \text{Gl. 4.28}$$

Üblich ist jeweils eine Halbierung der Maschenweite. Es kann jedoch auch jeder andere Faktor unter Anpassung des Faktors 2 in Gl. 4.28 verwendet werden. Voraussetzung für die Anwendung der Richardson-Extrapolation ist, dass sich die Strömungsgröße ϕ mit dem Netz monoton ändert. Die gitterunabhängige Lösung kann anschließend abgeschätzt werden [Fer08]:

$$\phi_{\text{exakt}} \approx \phi_h + \epsilon_h^d \quad \text{Gl. 4.29}$$

Auf diese Weise kann bestimmt werden, wie weit das Ergebnis eines endlichen Gitters von der exakten Lösung der verwendeten Erhaltungsgleichung abweicht. Das Verfahren wird auch als Netzstudie bezeichnet und wird für alle in dieser Arbeit genutzten Netze angewendet.

Der Iterationsfehler ist die Differenz zwischen der exakten und der iterativ bestimmten Lösung der algebraischen Gleichungssysteme [Fer08]. Nach jeder Iteration werden die Residuen bestimmt und die Rechnung auf Konvergenz geprüft. Für einen geringen Iterationsfehler müssen die Residuen möglichst klein sein, wodurch jedoch der Rechenaufwand steigt.

4.4 Experimentelle Spaltuntersuchung

Die Einführung in die numerische Strömungsmechanik im letzten Abschnitt macht deutlich, dass CFD-Simulationen mit Unsicherheiten verbunden sind. Eine experimentelle Validierung der Simulationsergebnisse ist daher unerlässlich. Zu diesem Zweck steht am Fachgebiet Fluidtechnik der TU Dortmund ein offener Heißluftkreislauf zur Verfügung, in den ein statisches Spaltmodell zur Untersuchung verschiedener Spaltgeometrien integriert wird. Neben der Untersuchung von Spaltmassenströmen bietet der Kreislauf die Möglichkeit, nass- und trockenlaufende Rotationsverdränger als Expansionsmaschine zu untersuchen [Hüt16], [Nik14]. Die Vorstellung der Anlage beschränkt sich hier auf den für diese Arbeit relevanten Teil zur Untersuchung von Spaltkonturen ohne Bewegung der Systemberandung. Das folgende Kapitel stellt den Versuchsstand und das Spaltmodell sowie die verwendete Messtechnik vor. Anschließend wird das Fehlerpotenzial der Messungen anhand ungewollter Leckagen und Messunsicherheiten beschrieben.

4.4.1 Versuchsstand und untersuchtes Spaltmodell

Der schematische Versuchsaufbau ist in **Abbildung 4.12** dargestellt. Ein nasslaufender Schraubenkompressor fördert Luft in einen Druckbehälter, der als Pulsationsdämpfer dient. Der Kompressor verfügt über einen Kältetrockner, der das eingespritzte Wasser wieder aus der Druckluft entfernt. Über ein Drosselventil wird die Druckluft anschließend in das Rohrleitungsnetz geleitet. Die Druckluft durchläuft einen Strömungserhitzer und passiert anschließend die Messstrecke, die aus Coriolis-Massendurchflusssensor und Spaltmodell besteht. Anschließend wird die Luft wieder in die Umgebung entlassen.

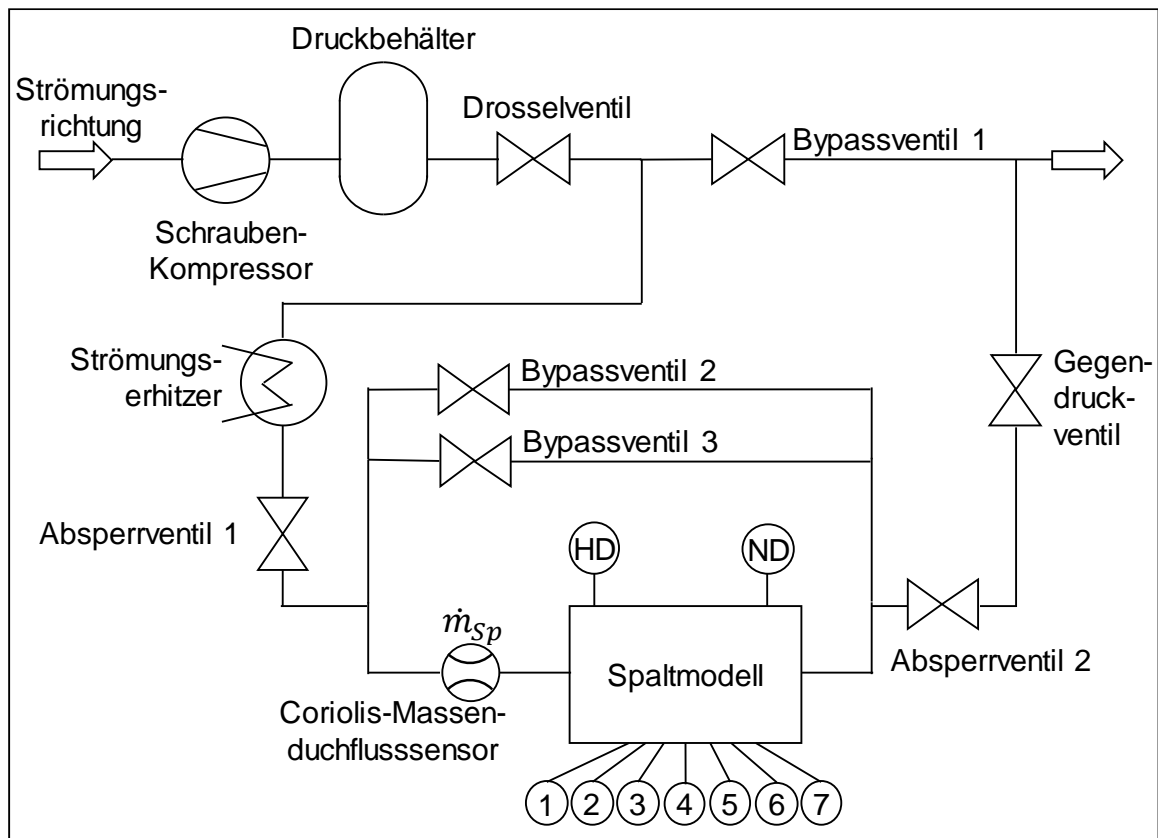


Abbildung 4.12: Schematischer Aufbau des offenen Luftkreislaufes.

Zur Regelung von Massenstrom und Druckverhältnis stehen diverse Ventile in der Anlage zur Verfügung. Über drei Bypassventile kann der tatsächlich das Spaltmodell passierende Massenstrom \dot{m}_{sp} geregelt werden. Das Bypassventil 1 stellt hinter dem Druckbehälter eine direkte Verbindung zwischen Hochdruckleitung und Niederdruck her und dient der Grobregelung des Eintrittsdruckes am Spaltmodell. Bei den Bypassventilen 2 und 3 handelt es sich um ein Handventil und ein fein einstellbares elektrisches Regelventil, die der Feineinstellung des Druckes sowie dem zügigen Druckaufbau hinter dem Spalt dienen. Die Betätigung der Bypassventile bewirkt durch die Variation der Hochdruckbedingungen eine Änderung des Spaltmassenstroms und bei konstantem Gegendruck eine Änderung des Druckverhältnisses. Über das Gegendruckventil, ein pneumatisch steuerbares Regelventil, kann die Luft hinter dem Spaltmodell aufgestaut und damit ein Gegendruck zur Einstellung des Druckverhältnisses aufgebaut werden. Bei entsprechender Einstellung des Druckes auf der Hoch- und Niederdruckseite können beispielsweise bei gleichem Druckverhältnis unterschiedliche Massenströme – und dadurch unterschiedliche Reynoldszahlen – realisiert werden. Über die Regelung der Ventile können damit die Reynoldszahl und das Druckverhältnis in gewissen Grenzen unabhängig voneinander eingestellt werden. Der Gegendruck entspricht jedoch minimal den Umgebungsbedingungen und limitiert dadurch den untersuchbaren Reynoldszahlbereich. Die zur Berechnung der Reynoldszahl nötige Viskosität wird nach der Sutherland-Formel [Tru08] mithilfe der Hochdrucktemperatur T_{HD} bestimmt.

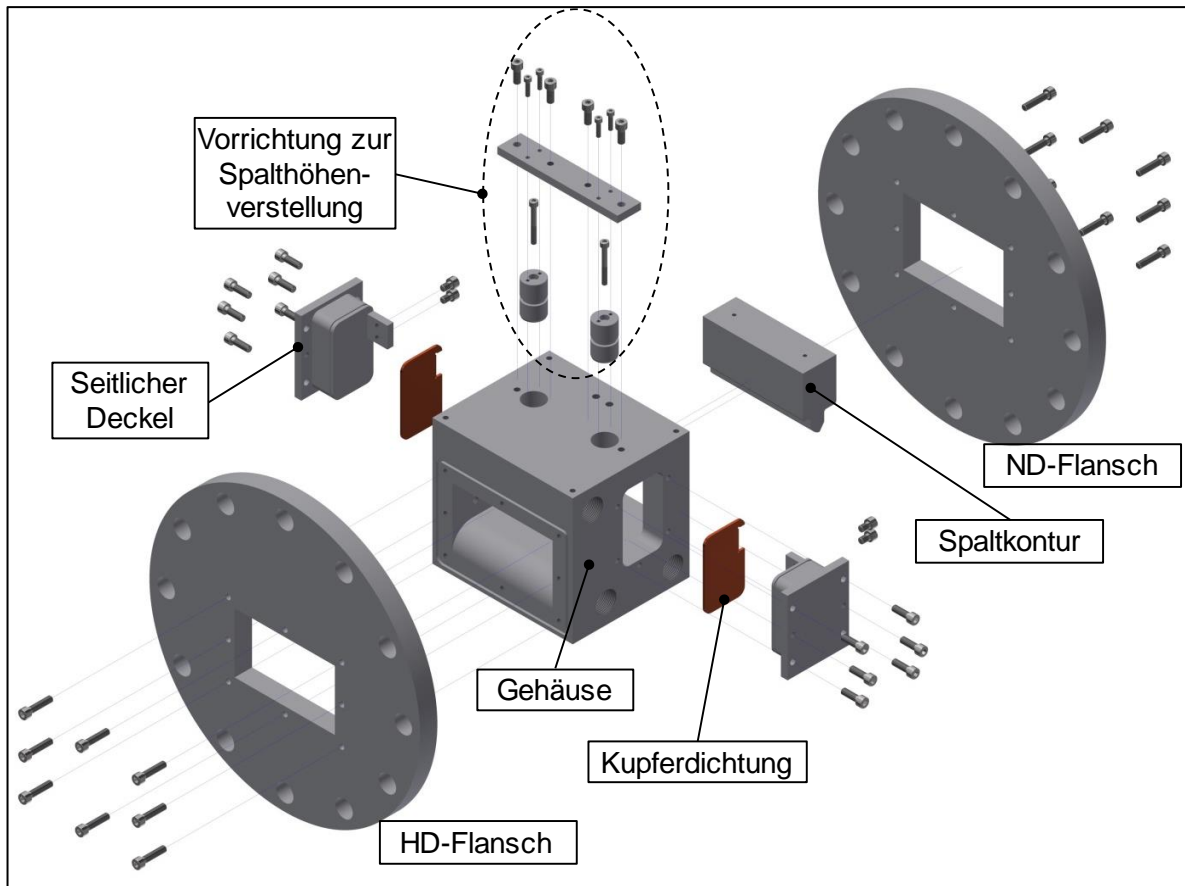


Abbildung 4.13: Explosionszeichnung des Spaltmodells.

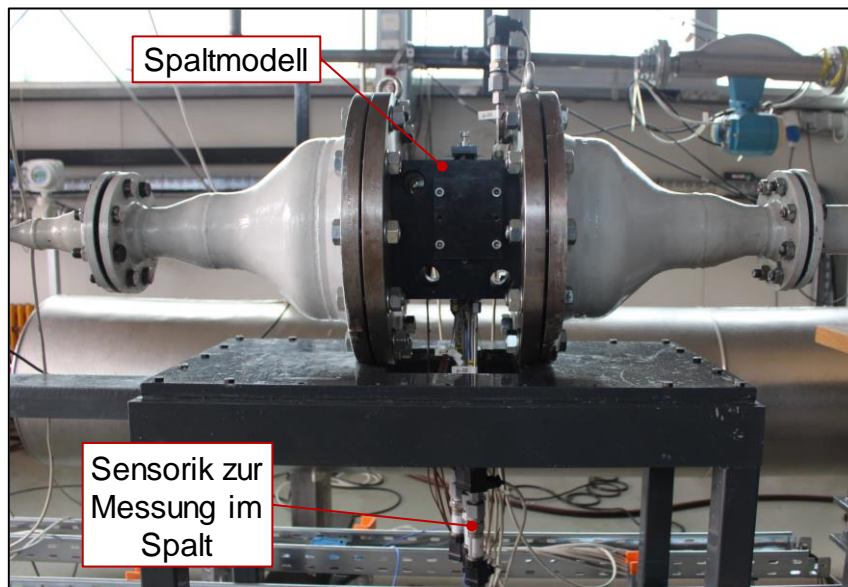


Abbildung 4.14: Installiertes Spaltmodell mit angeschlossener Sensorik.

Das Spaltmodell ist über Flansche in das Rohrleitungssystem integriert und in **Abbildung 4.13** sowie **Abbildung 4.14** dargestellt. Kern des Modells ist das Gehäuse mit einer Strömungsbreite von $b_{Sp} = 150$ mm, durch das die Luft geleitet wird. Ein abgerundeter Einlaufbereich soll dabei für eine möglichst ungestörte Zuströmung sorgen. Die zu untersuchende Spaltkontur wird von hinten in das Gehäuse eingeschoben und oben an zwei Zylinder geschraubt, die der Spalthöheneinstellung dienen. Über

Feingewindeschrauben kann die Spaltkontur angehoben bzw. abgesenkt und so ohne Demontage der gesamten Kontur die Spalthöhe neu eingestellt werden. Seitlich wird die Spaltkontur über zwei Deckel verspannt. Die seitlichen Leckagen werden über Dichtplatten aus Kupfer minimiert. Die Spaltkontur wird außerdem von der Niederdruckseite aus mit Schrauben gegen das Gehäuse gedrückt, um das Modell auch frontseitig abzudichten.

Unmittelbar vor dem Spaltmodell wird der von dem Spalt durchgesetzte Massenstrom \dot{m}_{sp} gemessen, der anschließend das Spaltmodell durchströmt. Die geringen Massenströme bedingen eine kleine Nennweite für den Coriolis-Massendurchflusssensor (DN15), sodass der geringe Rohrdurchmesser hinter dem Massensensor über Konen aufgeweitet werden muss. In 33 Millimetern Abstand vor der Spaltmitte werden Druck und Temperatur gemessen, vgl. **Abbildung 4.15**. Die Messung auf der Niederdruckseite findet in 25 Millimetern Abstand von der Spaltmitte und außerhalb der Hauptströmung statt. Auf diese Weise können das Spaltdruckverhältnis und die Fluidichte bestimmt werden, was die Berechnung des theoretischen Massenstroms \dot{m}_{th} nach Gl. 2.8 und damit die Bestimmung des gesuchten Strömungsbeiwertes α (Gl. 2.10) erlaubt. Auf der Unterseite des Gehäuses sind Messbohrungen eingebracht, über die direkt im Spalt Messungen durchgeführt werden können. Um die Auswirkung auf die Strömung möglichst gering zu halten, sind die Messbohrungen mit einem Durchmesser von 0,5 bzw. einem Millimeter erodiert. An sieben Stellen (Messstellen 1 bis 7), im Abstand von fünf Millimetern in Spaltlängenrichtung, können so Drücke und Temperaturen gemessen werden, um detailliertere Informationen über den Verlauf der Zustandsgrößen im Spalt zu erhalten. Des Weiteren sind rechts und links im Gehäuse, mittig unter der Spaltkontur, zwei kapazitive Abstandssensoren angeordnet, mit denen die Spalthöhe h_{sp} im Betrieb gemessen werden kann. Die Sensoren besitzen einen Durchmesser von acht Millimetern und sind wandbündig verbaut. Ebenfalls in **Abbildung 4.15** dargestellt sind drei große Bohrungen in Spaltbreitenrichtung, über die das Spaltmodell gekühlt oder aufgeheizt werden kann, um den Einfluss von Wärmeübergängen auf den Spaltdurchfluss zu untersuchen. Im Rahmen dieser Arbeit kommen diese jedoch nicht zum Einsatz. Detaillierte Informationen über die Messbohrungen und Abmessungen des Gehäuses können Anhang A.2 entnommen werden.

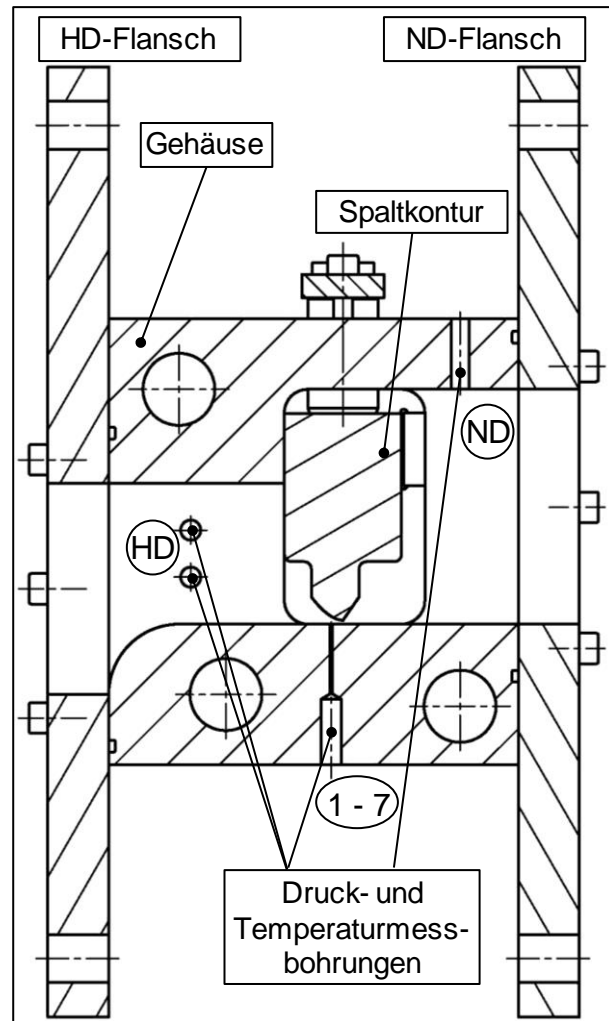


Abbildung 4.15: Schnittansicht des Spaltmodells.

4.4.2 Verwendete Messtechnik und Messunsicherheiten

Die verwendeten Sensoren und die zugehörigen Spezifikationen sind in **Tabelle 4.4** aufgelistet. Zur Messung des Spaltmassenstroms kommt ein Coriolis-Massendurchflusssensor der Firma Endress und Hauser zum Einsatz. Diese Massenmesser weisen einen großen Messfehler im unteren Messbereich, also bei der Messung kleiner Massenströme, auf. Der absolute Messfehler für den verwendeten Sensor beträgt $\pm 0,2$ kg/h, bis mit steigendem Massenstrom der minimale relative Messfehler von 0,35 % erreicht ist [End19]. Der Messfehler nimmt mit steigendem Durchfluss rasch ab (vgl. **Abbildung 4.16**) und erreicht bereits bei 4,4 % des maximalen Durchflusses den minimalen Messfehler, der für den weiteren Messbereich konstant bleibt. Die für diese Arbeit relevanten Messungen sind bis auf wenige Ausnahmen im Bereich der kleinsten Ungenauigkeit angesiedelt, die größte Ungenauigkeit beträgt 3 % v.M.. Die Messwerte sind darüber hinaus im oberen Messbereich von einem ebenfalls in den Heißluftkreislauf integrierten, zweiten Coriolis-Massendurchflusssensor (Endress und Hauser Promass 83F, beispielsweise in [Hüt16] verwendet) überprüft und bestätigt. Im unteren Messbereich sind die Messwerte mithilfe eines thermischen Sensors (MKS Type 1500 Series Mass-Flow Controller (50 slm), beispielsweise in [Huc20] verwendet) bestätigt.

Die Drucktransmitter der Firma STS sind Relativdrucksensoren und arbeiten nach dem piezoelektrischen Prinzip. Die Messbereiche der Sensoren sind entsprechend der jeweiligen Messstelle ausgewählt, weshalb vier verschiedene Transmitter zum Einsatz kommen. Die Temperatur wird mithilfe von Mantel-thermoelementen vom Typ T gemessen. Diese nutzen den thermoelektrischen Effekt („Seebeck-Effekt“), sodass der gemessenen Spannung eine Temperatur zugeordnet werden kann.

Tabelle 4.4: Verwendete Messtechnik mit zugehöriger Genauigkeit und Messbereich (v.M.: vom Messwert, v.E.: vom Endwert, r.: relativ).

Bezeichnung	Messgröße x_i	Genauigkeit Δx_i	Messbereich
Endress + Hauser Promass F300 DN15	\dot{m}_{Sp}	$\pm 0,2$ kg/h, minimal $\pm 0,35$ % v.M.	0 .. 1300 kg/h
STS 124848 ATM.1ST	p_{HD}	$\pm 0,05$ % v.E.	0 .. 10 bar r.
STS 124847 ATM.1ST	p_{ND}	$\pm 0,05$ % v.E.	0 .. 6 bar r.
STS 124846 ATM	$p_1 .. p_3$	$\pm 0,1$ % v.E.	-1 .. 10 bar r.
STS 123300 ATM	$p_4 .. p_7$	$\pm 0,1$ % v.E.	-1 .. 3 bar r.
TC Direct Thermoelement 405-370 Typ T	$T_{HD}, T_{ND},$ $T_1 .. T_7$	$\pm 0,5$ K	-185 .. 400 °C
Micro-Epsilon capaNCDT 6110 CS05	h_{Sp}	$\pm 0,03$ % v.M. (+0,013 %/K)	0 .. 0,5 mm
Fühlerlehre	h_{Sp}	$\pm 0,01$ mm	-

Zur Messung der Spalthöhe werden zwei kapazitive Abstandssensoren der Firma Micro-Epsilon verwendet. Die Sensoren sind mit einer Auswerteeinheit verbunden, die das zur weiteren Auswertung nötige Spannungssignal erzeugt. Die Abstandssensoren benötigen eine möglichst gerade Gegenkontur, für

abgerundete und zu schmale Konturen reduziert sich die Genauigkeit [Mic18]. Die Sensoren können daher nicht zur Messung der Höhe aller Spaltkonturen herangezogen werden, weshalb bei der Spalteinstellung auch mit Fühlerlehren gearbeitet wird. Hier wird von einer Einstellgenauigkeit der Spalthöhe von $10\ \mu\text{m}$ ausgegangen. Des Weiteren sind die Sensoren über eine Passbohrung in das Gehäuse integriert und mit einem Gewindestift seitlich fixiert. Die Montage der Sensoren bietet ebenfalls Fehlerpotenzial, weshalb auch bei der Verwendung der Sensoren von einer Ungenauigkeit von $\pm 10\ \mu\text{m}$ ausgegangen wird.

Die Weiterverarbeitung der von den Sensoren erzeugten analogen Signale erfolgt mit dem A/D-Wandler SPARTAN der Firma IMC Meßsysteme GmbH. Neben den Eingangssignalen bietet das Messsystem die Möglichkeit, mithilfe entsprechender Ausgänge die Ventile zu regeln und damit einen gewünschten Messpunkt einzustellen.

Wie in Tabelle 4.4 dargestellt, arbeiten alle verwendeten Sensoren mit einer bestimmten Genauigkeit, sodass sich der wahre Messwert in einem definierten Intervall um diesen Messwert befindet. Diese Messunsicherheit soll bei der Darstellung der Ergebnisse berücksichtigt werden. Im Folgenden wird dafür die Sensitivität des Strömungsbeiwertes auf die Messunsicherheiten ermittelt, um die Genauigkeit der ermittelten Beiwerte einschätzen zu können. Diese hier behandelten Unsicherheiten werden auch als systematische Unsicherheiten bezeichnet. Darüber hinaus gibt es zufällige, statistische Unsicherheiten, die ebenfalls die Messung beeinflussen. Diese können über eine Mittelwertbildung mehrerer Messungen reduziert werden [Rat15]. Die im Rahmen dieser Arbeit ermittelten Strömungsbeiwerte werden stets über einen Zeitraum von mehreren Sekunden gemittelt, wobei mit einer Abtastrate von zwei Hertz gemessen wird. Die zufälligen Fehler werden daher nicht näher berücksichtigt und die im Folgenden behandelten systematischen Messunsicherheiten als Unsicherheiten bezeichnet.

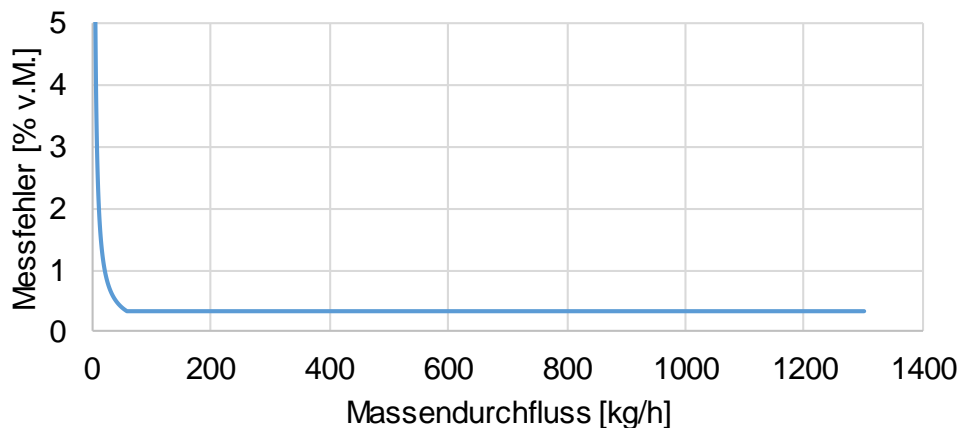


Abbildung 4.16: Verlauf des maximalen Messfehlers (v.M.) des Coriolis-Massendurchflusssensors als Funktion des Durchflusses, berechnet nach [End19].

Zur Bestimmung der Unsicherheiten wird die sog. beste Schätzung der Unsicherheiten nach [Rat15] verwendet und auf die Zielgröße der Messungen, den Strömungsbeiwert α , angewendet. Die Unsicherheit $\Delta\alpha$ des zu ermittelnden Strömungsbeiwertes kann in Abhängigkeit der einzelnen Sensorwerte x_i wie folgt bestimmt werden [Rat15]:

$$\Delta\alpha = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial\alpha}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2} \quad \text{Gl. 4.30}$$

Über die Quadratur wird sichergestellt, dass sich die Unsicherheiten der einzelnen Sensorwerte nicht gegenseitig aufheben. Unter Einbezug der für den Strömungsbeiwert relevanten Messgrößen ergibt sich folgende Gleichung:

$$\Delta\alpha = \left[\left(\frac{\partial\alpha}{\partial \dot{m}_{Sp}} \cdot \Delta \dot{m}_{Sp} \right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial p_{HD}} \cdot \Delta p_{HD} \right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial p_{ND}} \cdot \Delta p_{ND} \right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial T_{HD}} \cdot \Delta T_{HD} \right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial h_{Sp}} \cdot \Delta h_{Sp} \right)^2 \right]^{0,5} \quad \text{Gl. 4.31}$$

Dabei wird davon ausgegangen, dass die Spaltbreite, die vor der Montage mit Messschiebern gemessen wird, keiner Ungenauigkeit unterliegt. Für die Bestimmung der partiellen Ableitungen muss Gl. 2.8 in Gl. 2.10 eingesetzt und nach den jeweiligen Messgrößen differenziert werden. Die finiten Störungen Δx_i können Tabelle 4.4 entnommen werden. Der in Abbildung 4.16 dargestellte Fehlerverlauf des Coriolis-Massendurchflusssensors für Gase ist ebenfalls in die Berechnung miteinbezogen. Das Ergebnis der Berechnung der Unsicherheiten ist ein Werteintervall $\alpha \pm \Delta\alpha$ für jeden Messpunkt, in dem der wahre Strömungsbeiwert α liegt. Es zeigt sich, dass die Spalthöhe den größten Einfluss auf die Messunsicherheit hat, was sich besonders bei der Untersuchung geringer Spalthöhen bemerkbar macht. Die Unsicherheiten werden bei der Vorstellung der Ergebnisse in Abschnitt 5 in den Diagrammen mit dargestellt. Neben den Unsicherheiten des Strömungsbeiwertes ergeben sich Unsicherheiten bezüglich der weiteren Kennzahlen, wie der Reynoldszahl und dem Druckverhältnis, über denen der Strömungsbeiwert in den Diagrammen aufgetragen wird. Diese sind in der Regel jedoch derart gering, dass auf eine Darstellung verzichtet wird.

Die absoluten Spaltmassenströme können bei kleinen Spalthöhen gering werden. Neben den vorgestellten Messunsicherheiten der Sensoren können daher ungewollte Leckagen, bei denen die Druckluft zwischen Massenmesser und Spaltkontur aus dem Versuchsstand entweicht, potenziell zu großen Messfehlern führen. Zur Bestimmung dieser Leckagen wird eine beispielhafte Druckabfallmessung im Gehäuse durchgeführt. Dazu wird das montierte Spaltmodell auf der HD-Seite mit einem Blindflansch versiegelt und die Spalthöhe mithilfe der Höhenverstellung auf null gefahren, sodass idealerweise von einem dichten System ausgegangen werden kann. Über einen Ventilanschluss im Blindflansch wird anschließend der Hochdruckbereich des Messkanals mit fünf bar beaufschlagt und der folgende zeitliche Druckabfall gemessen. Es werden daher die Massenströme erfasst, die durch den Messbereich sowie durch die seitlichen und frontseitigen Abdichtungen an der Spaltkontur vorbeiströmen. Über das ideale Gasgesetz kann die in einem Zeitintervall entweichende Masse bestimmt werden:

$$\Delta m = \frac{\Delta p V}{R_s T} \quad \text{Gl. 4.32}$$

Das Volumen V des eingeschlossenen Fluids ist mit 0,8 Litern bekannt. Die Fluidtemperatur T im inneren des Kanals ist nicht gemessen worden, da aufgrund des langsamen Druckabfalls von einer isothermen Zustandsänderung bei Umgebungstemperatur (293 K) ausgegangen werden kann. Der Druck wird alle 30 Sekunden gemessen und daraus der resultierende Massenstrom bestimmt, die zeitlichen Verläufe sind in **Abbildung 4.17** dargestellt. Die geringsten im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Spaltmassenströme betragen 0,002 kg/s (7,2 kg/h). Der Einfluss der ungewollten Leckagen des Spaltmodells beträgt selbst in diesem Betriebspunkt nur ca. 0,1 % und ist damit vernachlässigbar gering. Der Einfluss von Leckagen auf den Spaltmassenstrom wird daher in der Bestimmung der Messunsicherheit nicht weiter berücksichtigt. Der kurze Rohrleitungsabschnitt zwischen Massenmessgerät und Spaltmodell sowie die Verschraubungen der Sensoren werden zudem regelmäßig mit Leckagespray untersucht, um Undichtigkeiten auszuschließen.

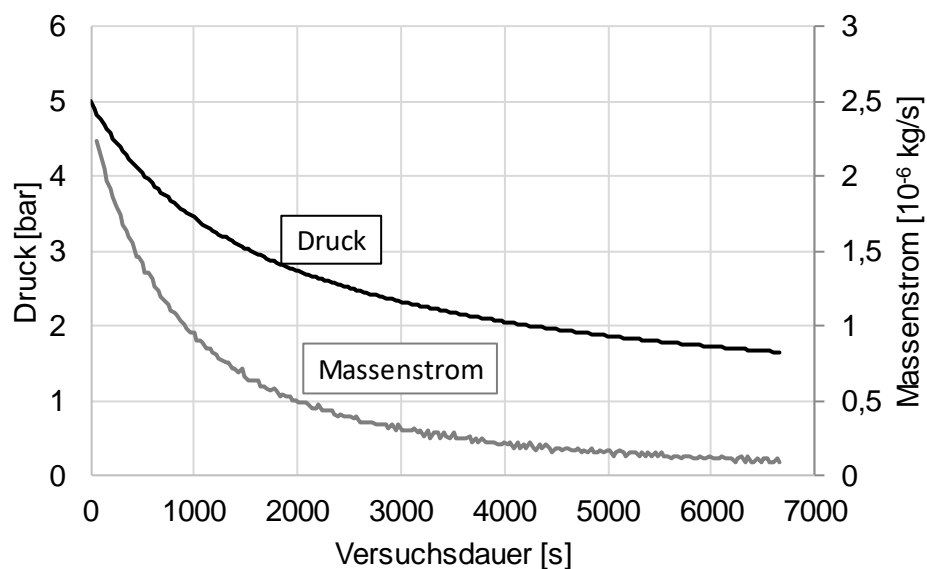


Abbildung 4.17: Zeitlicher Verlauf des gemessenen Absolutdrucks im Spaltmodell und berechneter Leckagemassenstrom während der Druckabfallmessung.

5 Ergebnisse der Spaltuntersuchung

Die in Abschnitt 4 erläuterten Grundlagen zur numerischen Strömungssimulation und experimentellen Vermessung von Spaltmassenströmen werden im Folgenden auf Basis der hergeleiteten Kennzahlen systematisch auf die vorgestellten Spaltgeometrien angewendet. Dabei wird der Strömungsbeiwert in Abhängigkeit der übrigen Kennzahlen bestimmt, um die Ergebnisse anschließend in der Kammermodellsimulation des Schraubenkompressors zu verwenden.

Zunächst werden die Randbedingungen der Simulation sowie eine beispielhafte Netzstudie vorgestellt. Die Ergebnisse der einzelnen Spalte gliedern sich jeweils in eine Untersuchung des Turbulenzmodells sowie eine Untersuchung der Kennzahlen mit und ohne Bewegung der Berandung, wobei ein Vergleich mit Messdaten nur für den unbewegten Spalt durchgeführt wird.

5.1 Randbedingungen, untersuchte Fluide und Netzstudie

Die Simulationsergebnisse werden mit Ansys[®] CFX, Release 17.2, erzeugt. Im Folgenden werden die verwendeten Randbedingungen der Simulationen erläutert und erklärt, wie die vorgestellten Kennzahlen variiert werden können. Die Standard-Randbedingungen der Simulation sind in **Tabelle 5.1** zusammengefasst. Sie sind für die Vorstellung der Ergebnisse gültig, solange keine anderen Angaben bezüglich der jeweiligen Parameter gemacht werden. In der Simulation wird stets ein stationärer Betriebspunkt simuliert und das RMS (root mean square) Residual Level genutzt. Dabei werden Simulationen mit Residuen $< 10^{-5}$ als konvergiert angesehen, was üblicherweise eine hinreichend genaue Konvergenz bedeutet [ANS16b]. Des Weiteren darf der Massenstrom am Ein- und Auslass weniger als 0,1% voneinander abweichen. Die meisten Simulationen liegen deutlich unter den genannten Konvergenzkriterien.

Tabelle 5.1: Randbedingungen der Simulation des Spaltdurchflusses.

Parameter	Einstellung/ Wert
Simulationstyp	Stationär
Fluidtyp	Ideales Gas
Turbulenzmodell	SST-Modell
Turbulenzgrad Tu der Zuströmung	5 %
Oberflächenrauheit	Ideal glatte, reibungsbehaftete Wand
Wärmeübergang Fluid-Wand	Adiabate Wände
Spaltbreite b_{sp}	1 mm (eine Zelle)
y^+ in Spaltregion	< 2
Eintrittstemperatur T_{HD}	298,15 K

Als Turbulenzmodell wird standardmäßig das SST-Modell verwendet. Der Einfluss des Turbulenzmodells auf die Simulationsergebnisse wird jedoch für die einzelnen Spaltgeometrien diskutiert. Die Wandungen werden als adiabat, ideal glatt und reibungsbehaftet angenommen, sodass die Haftbedingung (Wandgeschwindigkeit $c_w = 0$) gilt. Die Zuströmung besitzt einen Turbulenzgrad von 5 %. Untersuchungen zeigen jedoch keinen relevanten Einfluss der turbulenten Intensität der Zuströmung auf den

sich ergebenden Strömungsbeiwert. Die Spaltbreite beträgt $b_{sp} = 1$ mm mit einer Zelle und reibungsfreien Seitenwänden, wodurch ein unendlich breiter Spalt simuliert wird. Der Einfluss der Erdbeschleunigung wird in der Simulation vernachlässigt.

Zur Simulation unterschiedlicher Isentropenexponenten κ müssen die Fluideigenschaften verändert werden. In Ansys® CFX können dazu eine spezifische Wärmekapazität c_p bzw. c_v sowie die molare Masse M , die die spezifische Gaskonstante R_s bestimmt, vorgegeben werden. Neben Luft mit $\kappa = 1,4$ werden noch zwei weitere Fluide mit $\kappa = 1,06$ und $\kappa = 1,67$ simuliert, deren Stoffdaten etwa denen von Helium und dem Kältemittel R227ea bei einem bar und 25 °C entsprechen [Lem13] und **Tabelle 5.2** entnommen werden können. Die Fluide werden als ideales Gas behandelt und die Stoffeigenschaften werden in der Simulation konstant gehalten, um die Ergebnisse unabhängig von einem stoffabhängigen Viskositätsmodell und damit möglichst universell nutzbar zu machen. Da neben dem Isentropenexponenten aufgrund der unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten gleichzeitig die Prandtl-Zahl variiert wird, beschäftigt sich Abschnitt 5.2.1 mit einer Variation der Prandtl-Zahl bei sonst konstanten Randbedingungen. Durch die festgelegte Breite des simulierten Spaltes von einem Millimeter kann über die Vorgabe des Massenstroms eine gewünschte Reynoldszahl Re exakt eingestellt werden.

Als Randbedingungen werden in der Simulation der statische Druck am Auslass p_{ND} sowie der Massenstrom \dot{m}_{sp} am Einlass vorgegeben, da sich diese Kombination als numerisch stabil herausgestellt hat. Je nach Größe des Massenstroms ergibt sich dadurch der statische Druck am Einlass p_{HD} , der damit ein Ergebnis der Simulation ist und zur Berechnung des Druckverhältnisses Π_{sp} dient. Die Einstellung eines Druckverhältnisses in der Simulation geschieht daher iterativ. Zur Variation der Umfangsmachzahl $Ma_{u,sp}$ kann gehäuseseitig eine Umfangsgeschwindigkeit aufgeprägt werden (vgl. Abbildung 4.1), während die Schallgeschwindigkeit a_{HD} stets mit der Eintrittstemperatur $T_{HD} = 298,15$ K gebildet wird.

Die für die Untersuchung der Spalte variierten Kennzahlen sind in **Tabelle 5.3** zusammengefasst. Die Kennzahlen werden sowohl in der Simulation als auch im Experiment systematisch variiert, um ihren Einfluss auf den Strömungsbeiwert α festzustellen. Damit die Ergebnisse eindeutig den betreffenden Kennzahlen zugeordnet werden können, werden in den jeweiligen Diagrammen die übrigen Kennzahlen konstant gehalten. Der Einfluss des Isentropenexponenten κ , der Umfangsmachzahl $Ma_{u,sp}$ und der Prandtl-Zahl Pr wird nur simulativ untersucht. Ein Vergleich mit Messungen wird für Luft angestellt. Die dynamische Viskosität zur Bestimmung der Reynoldszahl wird nach der Sutherland-Formel [Tru08] mithilfe der HD-Temperatur bestimmt.

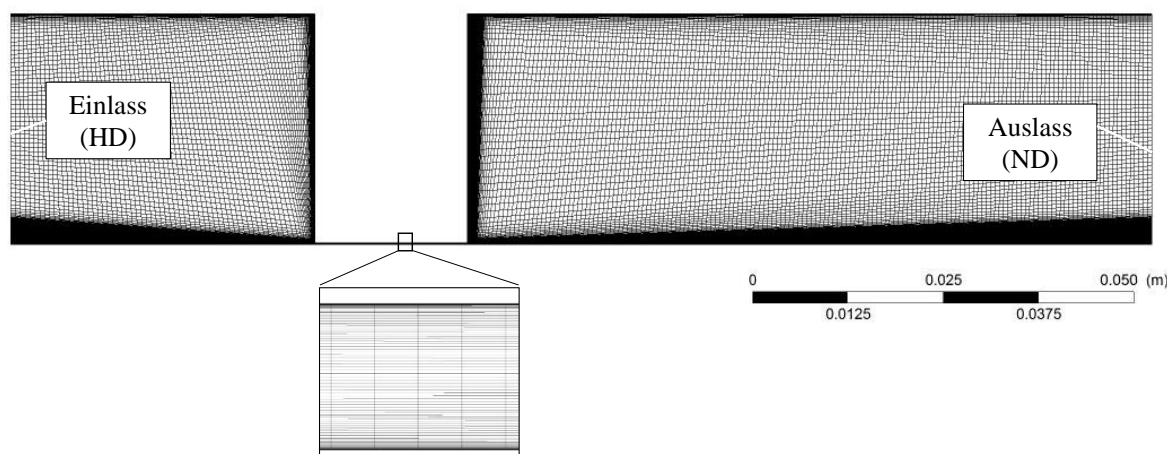
Tabelle 5.2: Konstante Stoffdaten der simulierten Fluide.

Fluid	c_p [J/kg/K]	R_s [J/kg/K]	η_{HD} [Pa·s]	λ_{HD} [W/m/K]	κ [-]	Pr [-]
Luft	1004,4	287,1	$1,83 \cdot 10^{-5}$	0,0261	1,4	0,705
Helium	5193,2	2077,3	$1,98 \cdot 10^{-5}$	0,1553	1,67	0,664
R227ea	813,1	48,9	$1,16 \cdot 10^{-5}$	0,0133	1,06	0,707

Tabelle 5.3: Variierte Kennzahlen zur Spaltuntersuchung.

Physikalisch	Geometrisch
$\Pi_1 = \frac{\dot{m}_{Sp}}{\dot{m}_{th}} = \alpha$	
$\Pi_2 = \frac{c_p}{c_v} = \kappa$ (nur Simulation)	Stirrspalt:
$\Pi_3 = \frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi_{Sp}$	$\Pi_7 = \frac{h_{Sp}}{L_{Sp}}$
$\Pi_4 = \frac{2\dot{m}_{Sp}}{\eta_{HD} \cdot b_{Sp}} = Re$	Gehäusespalte:
$\Pi_5 = \frac{u_{Sp}}{a_{HD}} = Ma_{u,Sp}$ (nur Simulation)	$\Pi_7 = \frac{h_{Sp}}{D}$
$\Pi_6 = \frac{\eta_{HD} \cdot c_p}{\lambda_{HD}} = Pr$ (nur Simulation)	$\Pi_8 = \frac{s}{D}$

Im Folgenden wird nach dem in Abschnitt 4.3.4 beschriebenen Verfahren eine beispielhafte Netzstudie für eine Stirrspaltgeometrie durchgeführt. Das verwendete Rechenetz für ein h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis von 0,01 ist in **Abbildung 5.1** dargestellt. Das strukturierte Netz besitzt 131724 Zellen mit lokaler Verfeinerung im und um den engsten Spaltquerschnitt, um im relevanten Strömungsbereich $y^+ < 2$ zu erreichen. Die Zahl der Zellen in Spalthöhenrichtung variiert je nach Spalthöhe zwischen 52 und 100. Der Einlass ist als „Inlet“ definiert, was bedeutet, dass nur einströmende Masse über die Fläche zulässig ist. Der Auslass hingegen ist als „Opening“ definiert und lässt ein- und ausströmende Masse zu, da sich in diesem Bereich größere Wirbel bilden können. Im Falle einströmender Masse besitzt diese eine Totaltemperatur von 298,15 K, wobei die dynamische Temperatur nur mit der Normalkomponente der Geschwindigkeit gebildet wird [ANS16b]. Der Einlaufbereich ist 40 mm und der Auslaufbereich 90 mm lang, die Höhe beträgt 30 mm. Die Länge von Ein- und Auslauf ist zuvor bei identischen thermodynamischen Randbedingungen variiert worden, um sicherzustellen, dass sie keinen Einfluss auf den Spaltmassenstrom besitzen.

Abbildung 5.1: Beispielhaftes Rechenetz ($h_{Sp} = 0,2$ mm; $L_{Sp} = 20$ mm) [Utr18b].

Die Ergebnisse der Richardson-Extrapolation (vgl. Gl. 4.28 und Gl. 4.29) sind in **Tabelle 5.4** aufgeführt. Als Zielparameter wird hier der Hochdruck aufgefasst, der ein Ergebnis der Simulation ist. Dem verwendeten Netz aus Abbildung 5.1 steht durch eine weitere Netzverfeinerung bei deutlich erhöhten Rechenressourcen nur eine geringe Genauigkeitsverbesserung gegenüber. Dementsprechend wird das Netz mit 131724 Zellen für die Simulationen verwendet. Auch die Netze der anderen Spalthöhen werden auf dieselbe Weise auf den Diskretisierungsfehler untersucht und ausgewählt.

Tabelle 5.4: Ergebnisse der Richardson-Extrapolation ($h_{Sp} = 0,2 \text{ mm}$; $L_{Sp} = 20 \text{ mm}$, $p_{ND} = 1 \text{ bar}$).

Zellenanzahl [-]	Gemittelter Druck am Einlass p_{HD} [Pa]	Rel. Abweichung zum th. exakten Wert [%]
66554	506282	0,127
131724	505800	0,0316
270789	505680	0,0079
Th. exakt (nach Richardson)	505640	-

5.2 Stirrspalt

Im Folgenden werden die Ergebnisse für die in Abschnitt 4.2.1 eingeführte Stirrspaltgeometrie vorgestellt. Zunächst werden die hergeleiteten Ähnlichkeitsbeziehungen sowie die Auswahl des Turbulenzmodells und der Einfluss der Prandtl-Zahl untersucht. Anschließend werden die Kennzahlen für die unbewegte und die bewegte Berandung systematisch variiert. Um die Bestimmung der Spaltmassenströme während der Kammermodellsimulation zu beschleunigen, sollen die Strömungsbeiwerte anhand möglichst einfacher Funktionale implementiert werden. Aus diesem Grund wird ebenfalls überprüft, ob die ermittelten Strömungsbeiwerte auch mithilfe einer analytischen bzw. halbanalytischen Methode bestimmt werden können. Die Ergebnisse werden schließlich mithilfe einer Regressionsanalyse in ein Funktional überführt. Teile dieses Abschnitts sind bereits von Utri und Brümmer veröffentlicht [Utr18b].

Zur Variation des h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisses werden Spalthöhen von 0,4; 0,2; 0,1 und 0,02 mm bei konstanter Spaltlänge von $L_{Sp} = 20 \text{ mm}$ simuliert. Zwei der für die experimentelle Untersuchung gefertigten Spaltkonturen sind in **Abbildung 5.2** dargestellt. Der relevante Spaltbereich ist in der Zentralwerkstatt der TU Dortmund durch Erodieren erzeugt worden. Die Konturen sind scharfkantig am Ein- und Auslauf und weisen eine Rauigkeit von $R_z \approx 3 \text{ }\mu\text{m}$ auf. Zur Variation des h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisses kann die Spalthöhe variiert werden. Des Weiteren stehen Spaltkonturen mit 10, 20 und 30 mm Spaltlänge zur Verfügung, mit deren Hilfe die Gültigkeit der Ähnlichkeitsbeziehungen überprüft werden kann.

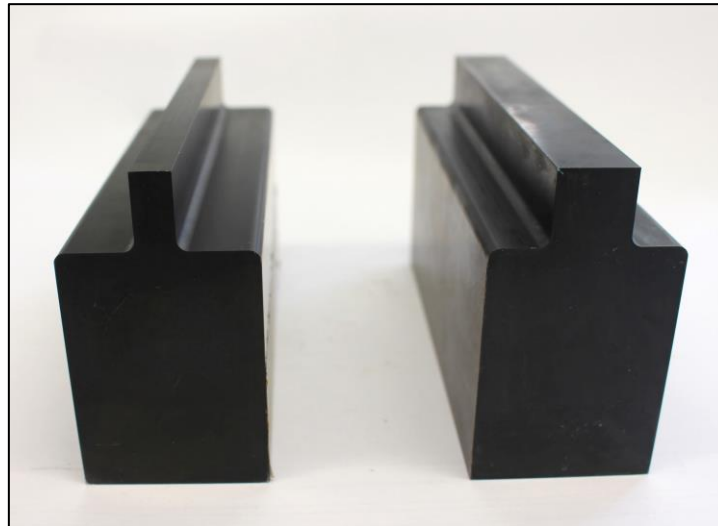


Abbildung 5.2: Experimentell untersuchte Spaltkonturen ($L_{Sp} = 10 \text{ mm}$ und $L_{Sp} = 20 \text{ mm}$, $b_{Sp} = 150 \text{ mm}$).

5.2.1 Untersuchung der Ähnlichkeitsbeziehung und der Prandtl-Zahl

Die Gültigkeit der Ähnlichkeitsbeziehung bedarf einer Überprüfung, da den in Tabelle 5.3 zusammengetragenen dimensionslosen Kennzahlen Annahmen unterliegen, die zwar in der Simulation, jedoch nicht im Experiment uneingeschränkt erfüllbar sind. Zu diesen Annahmen gehören die adiabaten und ideal glatten Wände sowie die vernachlässigbaren Änderungen der Stoffeigenschaften.

Tabelle 5.5: Absolute Randbedingungen (oben) und resultierende dimensionslose Kennzahlen (unten) der Vergleichssimulationen.

	T_{HD} [K]	\dot{m}_{Sp} [g/s]	p_{ND} [Pa]	c_p [J/kg/K]	R_s [J/kg/K]	η_{HD} [Pa·s]	λ_{HD} [W/m/K]	u_{Sp} [m/s]	h_{Sp} [mm]	L_{Sp} [mm]	b_{Sp} [mm]
1	298,15	0,15564	99558	1004,4	287,1	$1,83 \cdot 10^{-5}$	0,0261	0	20	0,2	1
2	298,15	0,05519	199845	2008	573,7	$1,29 \cdot 10^{-5}$	0,0368	0	10	0,1	0,5
3	298,15	0,07324	62461	1004,4	287,1	$1,83 \cdot 10^{-5}$	0,0261	90	20	0,2	1
4	1000	0,07324	99893	768	219,4	$1,83 \cdot 10^{-5}$	0,0261	144,1	20	0,2	1

	Π_{Sp} [-]	κ [-]	Re [-]	$Ma_{u,Sp}$ [-]	Pr [-]	h_{Sp}/L_{Sp} [-]	α [-]
1	0,197	1,4	17000	0	0,705	0,01	0,6589
2	0,197	1,4	17000	0	0,705	0,01	0,6594
3	0,273	1,4	8000	0,26	0,705	0,01	0,6831
4	0,272	1,4	8000	0,26	0,705	0,01	0,6831

Zunächst wird die Ähnlichkeit in der Simulation nachgewiesen. Dazu werden die absoluten Fluideigenschaften und Abmessungen variiert, während die Kennzahlen $\Pi_2 - \Pi_6$ konstant bleiben. Gemäß der

Theorie der Kennzahlen muss sich auf diese Weise auch ein identischer Strömungsbeiwert ergeben. Die beispielhaft untersuchten absoluten Werte und die daraus resultierenden Kennzahlen sind in **Tabelle 5.5** zusammengefasst. Dabei sind Simulation 1 mit 2 sowie 3 mit 4 zu vergleichen. Simulation 1 und 2 sind ohne aufgeprägte Umfangsgeschwindigkeit und unterscheiden sich bezüglich der Fluideigenschaften und Betriebsrandbedingungen. Des Weiteren sind Spalthöhe und Spaltlänge von Simulation 2 reduziert, wozu das in Simulation 1 verwendete Netz entsprechend skaliert wird, damit derselbe Diskretisierungsfehler vorherrscht. Die Kennzahlen κ , Re , $Ma_{u,Sp}$, Pr und h_{Sp}/L_{Sp} sind bereits durch die Fluideigenschaften und Simulationsrandbedingungen definiert und weisen dementsprechend keine Abweichung auf, Π_{Sp} und α sind hingegen Ergebnisse der Simulation. Die resultierenden Abweichungen zwischen Simulation 1 und 2 sind gering und betragen bezüglich des Strömungsbeiwertes 0,08 %, die der Genauigkeit der Simulation geschuldet sind. Für Simulation 3 und 4 ist zusätzlich eine Umfangsgeschwindigkeit auf die Gehäuseseite aufgeprägt. Ohne die Skalierung der Geometrie weichen die Strömungsbeiwerte nur um 0,01 % voneinander ab und zeigen ebenfalls die Gültigkeit der Ähnlichkeitsparameter in der Simulation.

Die Gültigkeit der Ähnlichkeit wird im Experiment anhand zweier Kombinationen aus Reynoldszahl und h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis untersucht. Der Strömungsbeiwert mit zugehöriger Messunsicherheit ist für unterschiedliche Spaltlängen in **Abbildung 5.3** dargestellt. Bei vollständiger Gültigkeit der Ähnlichkeit und fehlerfreien Messungen würde sich für die zwei Versuchsreihen jeweils derselbe Strömungsbeiwert einstellen, da die Kennzahlen konstant sind. Die gemessenen Strömungsbeiwerte liegen zwar innerhalb der Unsicherheiten der jeweiligen Messreihe, jedoch ist eine deutliche Abnahme des Strömungsbeiwertes mit steigender Spaltlänge zu beobachten. So verringert sich der Strömungsbeiwert mit der Spaltlänge für $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,02$ um 5,1 % und für $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,01$ um 6,4 %. Ein möglicher Grund ist die Wandrauigkeit, die mittels eines Prüfgerätes zu $R_z \approx 3 \mu\text{m}$ ermittelt worden ist. Dies bedeutet, dass dem Fluid zwischen den Rauigkeitsspitzen stellenweise ein zusätzlicher Strömungsquerschnitt von wenigen Mikrometern zur Verfügung steht, da die Rauigkeit sowohl gehäuse- als auch spaltkonturseitig vorhanden ist. Bei einer Spalthöhe von $h_{Sp} = 0,1 \text{ mm}$ ($h_{Sp}/L_{Sp} = 0,01$; $L_{Sp} = 10 \text{ mm}$) entspricht dies einer prozentual deutlich größeren Steigerung des Strömungsquerschnittes als bei größeren Spalthöhen und kann die höheren Strömungsbeiwerte für kurze Spaltlängen erklären. Die Unsicherheit aufgrund der Wandrauigkeit ist nicht gesondert in den Messunsicherheiten enthalten. Ein weiterer möglicher Grund ist der im Gegensatz zur Simulation stattfindende Wärmeübergang zwischen Fluid und Wand, da die in den Spalt hinein expandierende Luft durch die Wandungen wieder aufgeheizt wird. Der Wärmeübergang in Spalten wird intensiv von Müller [Mül13] untersucht, der ebenfalls einen sinkenden Spaltdurchfluss mit steigendem Wärmeübergang beschreibt. Der Effekt ist umso größer, je kleiner das Druckverhältnis und je länger der Spalt und damit die Wärmeübertragungsfläche sind. Ein Einbezug eines Wärmeübergangskoeffizienten in die Dimensionsanalyse würde zu einer weiteren Kennzahl, wie der Nusselt-Zahl zur Beschreibung des Wärmeübergangs, führen. Die Auswirkungen auf den Strömungsbeiwert sind jedoch in der Regel derart gering, dass sie in den Unsicherheiten der Messungen untergehen, weshalb eine diabate Betrachtung im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt wird. Darüber hinaus ist der Effekt bei einer Änderung der Spaltlänge von 20 auf 30 mm bereits deutlich reduziert, weshalb bei der Diskussion der Ergebnisse bevorzugt auf lange Spalte zurückgegriffen wird. Dies bedeutet geringe Messunsicher-

heiten, da die Spalthöhe bei gleichem h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis größer ausfällt, und auch ein reduziertes Leckagepotenzial, da dieselbe Reynoldszahl im Vergleich zu kürzeren Spalten bei geringeren Absolutdrücken erreicht wird.

Ein dem Verlauf entgegenstehender Effekt ist die Änderung der Rohrreibungszahl λ des Spaltkanals. Ein Verlauf der Rohrreibungszahl für vollausgebildete Rohrströmungen in Abhängigkeit der Reynoldszahl, des hydraulischen Durchmessers und der äquivalenten Sandrauigkeit zeigt das Rohrwiderstands-Diagramm nach H. Rouse [Sch06] und gilt in ähnlicher Weise für die hier untersuchte Spaltgeometrie. Eine Vergrößerung der Spalthöhe bei konstanter Wandrauigkeit führt bei turbulenter Strömung zu einer Verringerung der Rohrreibungszahl, wodurch der Spaltdurchfluss begünstigt wird. Dieser Effekt scheint jedoch nur von untergeordneter Bedeutung zu sein.

Der simulativ bestimmte Einfluss der Prandtl-Zahl auf den Strömungsbeiwert bei sonst konstanten Kennzahlen ist in **Tabelle 5.6** abzulesen. Ausgehend von den Stoffwerten von Luft (vgl. Tabelle 5.2) wird die Prandtl-Zahl über eine Änderung der Wärmeleitfähigkeit λ_{HD} um jeweils etwa 10 % variiert. Durch eine Variation der Prandtl-Zahl bei konstanter Reynoldszahl ändert sich die Wärmeleitung innerhalb der Strömung. Bei kleinerer Prandtl-Zahl ergibt sich eine bessere Wärmeleitung von der Hochdruckseite in die durch die Expansion abgekühlte Strömung. Die resultierende Temperaturerhöhung führt zu einer geringeren Dichte und damit zu einem geringeren Spaltmassenstrom. Die Auswirkungen auf den Strömungsbeiwert sind jedoch vernachlässigbar gering. Im laminaren Reynoldszahlbereich (nicht dargestellt) ist aufgrund einer nahezu isothermen Strömung, bedingt durch die geringen Strömungsgeschwindigkeiten, kein Einfluss der Prandtl-Zahl festzustellen. Aufgrund des insgesamt vernachlässigbaren Einflusses auf den Strömungsbeiwert wird auf eine weitere Untersuchung der Prandtl-Zahl in dieser Arbeit verzichtet.

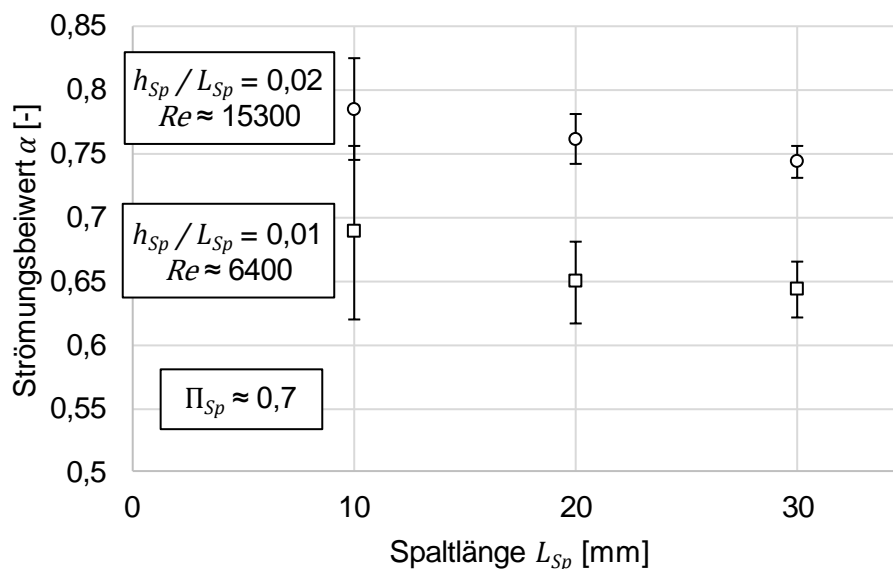


Abbildung 5.3: Experimentell ermittelter Strömungsbeiwert für Luft in Abhängigkeit der Spaltlänge für zwei Messreihen mit jeweils konstanten dimensionslosen Kennzahlen.

Tabelle 5.6: Einfluss der Prandtl-Zahl auf den Strömungsbeiwert in der Simulation.

Num-mer	Π_{Sp} [-]	κ [-]	Re [-]	$Ma_{u,Sp}$ [-]	Pr [-]	h_{Sp}/L_{Sp} [-]	α [-]
1	0,437	1,4	8000	0	0,641	0,05	0,5153
2	0,437	1,4	8000	0	0,705	0,05	0,5156
3	0,437	1,4	8000	0	0,783	0,05	0,5161

5.2.2 Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle und Experiment

Das Turbulenzmodell kann starke Auswirkungen auf die simulierte Strömung haben und bedarf daher einer Überprüfung anhand der experimentellen Daten. Dazu wird zunächst der potenzielle Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung betrachtet, der im Experiment für ein h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis von 0,005 ausreichend abgedeckt wird, vgl. **Abbildung 5.4**. Die Abweichungen zwischen den beiden dargestellten, geometrisch ähnlichen Spatllängen ist bereits im vorherigen Abschnitt diskutiert worden. Der Umschlag laminar-turbulent, der sich durch ein Abknicken des Strömungsbeiwertes über der Reynoldszahl bemerkbar macht, ist im Experiment für Reynoldszahlen zwischen 3200 und 5100 zu erkennen. Für den kürzeren Spalt ist ein früherer Umschlag zur turbulenten Strömung zu verzeichnen, was vermutlich auf den im letzten Abschnitt angesprochenen Rohrreibungsbeiwert zurückzuführen ist. Dieser ist für den kürzeren Spalt größer, wodurch eine stärkere Störung der Strömung vorliegt. Es wird versucht, die experimentellen Daten mittels verschiedener Turbulenzmodelle sowie mit laminarer Simulation zu reproduzieren. Im niedrigen Reynoldszahlbereich ($Re < 1000$) liefern alle Simulationen dieselben Ergebnisse, was zeigt, dass hier auch bei Nutzung eines Turbulenzmodells die Turbulenz im Spalt vernachlässigbar ist.

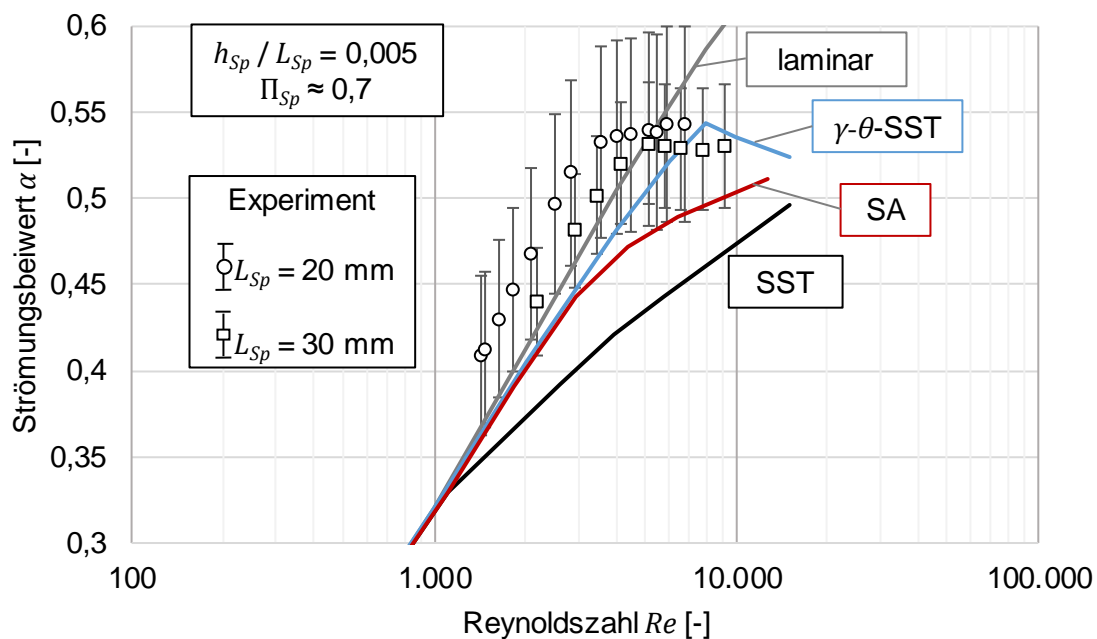


Abbildung 5.4: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion der Reynoldszahl, Vergleich zwischen Experiment ($L_{Sp} = 20$ mm; $h_{Sp} = 0,1$ mm sowie $L_{Sp} = 30$ mm; $h_{Sp} = 0,15$ mm) und Simulation mit verschiedenen Turbulenzmodellen für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$.

Für Reynoldszahlen im Bereich $10^3 < Re < 10^4$ ergeben sich je nach verwendetem Modell deutliche Unterschiede in den Verläufen. Im Fall der laminaren Simulation setzt sich der Verlauf des Strömungsbeiwertes bei der logarithmischen Auftragung ohne nennenswerte Steigungsänderung fort und eignet sich dementsprechend nicht für die Spaltsimulation im überkritischen Reynoldszahlbereich, da der Einfluss der Turbulenz auf die Verluste nicht berücksichtigt wird. Für das SST-Modell (vgl. Abschnitt 4.3.2) ergibt sich früh eine Steigungsänderung des Verlaufes, was dafür spricht, dass die Produktion von Turbulenz bereits bei niedrigen Reynoldszahlen geschieht. Dementsprechend ergeben sich größere Abweichungen zum Experiment, die bis zu 20 % betragen können. Mithilfe des Gamma-Theta-Modells, das im Transitionsbereich die Turbulenz besser abbilden soll (vgl. Abschnitt 4.3.3), scheint die Turbulenz im Spalt aufgrund der deutlich höheren Strömungsbeiwerte zunächst reduziert. Ab einer Reynoldszahl von 8000 flacht der Strömungsbeiwert jedoch wieder deutlich ab, was experimentell nicht bestätigt werden kann. Als Vertreter der Eingleichungs-Turbulenzmodelle ist außerdem der Verlauf des SA-Modells dargestellt, das die kritische Reynoldszahl deutlich besser abbildet. Darüber hinaus bleibt der absolute Abstand zum experimentellen Wert über einen großen Reynoldszahlbereich konstant, was für eine hohe qualitative Abbildungsgüte spricht. Grundsätzlich liegen die experimentell bestimmten Durchflussbeiwerte stets über den simulativ bestimmten. Im Gegensatz dazu liegen die von Sauls und Branch [Sau13] mit Ansys® CFX durchgeführten Simulationen stets über den von Peveling [Pev87a] durchgeführten Experimenten, was die Komplexität von Durchflusssimulation und der Realisierung möglichst genauer Messungen verdeutlicht.

Zur genaueren Analyse der Unterschiede der untersuchten Turbulenzmodelle zeigt **Abbildung 5.5** den Verlauf der turbulenten Wirbelviskosität η_{turb} bei 25, 50 und 75 % der Spalthöhe für $Re = 8000$, bei der die drei Modelle deutlich unterschiedliche Ergebnisse liefern. Die turbulente Wirbelviskosität ist um ein vielfaches höher als die fluidspezifische dynamische Viskosität und zeigt je nach Turbulenzmodell starke Unterschiede. Der Eintritt in den Spalt führt unmittelbar zur Turbulenzbildung. Für das SA-Modell stellt sich bereits nach etwa einem Viertel der Spaltlänge ein Zustand ein, bei dem die turbulente Wirbelviskosität unabhängig von der betrachteten Spalthöhenkoordinate ist. Einen ähnlichen Verlauf zeigt das SST-Modell, jedoch ist die turbulente Wirbelviskosität auf einem höheren Niveau und in der Spaltmitte zusätzlich erhöht. Für das transitionelle γ - θ -SST-Modell sind je nach Spalthöhenkoordinate starke Unterschiede im Verlauf sowie die größte Turbulenz am Spalteintritt zu verzeichnen. Darüber hinaus ist tendenziell eine Relaminarisierung der Strömung festzustellen, sodass die turbulente Wirbelviskosität am Spaltaustritt nahezu verschwindet.

Die Verläufe der Wirbelviskosität haben direkte Auswirkungen auf den mittleren Geschwindigkeitsverlauf im Spalt, der in **Abbildung 5.6** dargestellt ist. Unmittelbar hinter der Spalteintrittskante ist eine Ablösung der Strömung von der Spaltkontur zu erkennen, die Geschwindigkeitsprofile der drei Turbulenzmodelle unterscheiden sich nur geringfügig. Das γ - θ -SST-Modell zeichnet sich jedoch durch ein kleineres Totwassergebiet und das SST-Modell durch eine vergleichsweise geringe Maximalgeschwindigkeit aus. In der Mitte der Spaltlänge zeigt sich weiterhin für das γ - θ -SST-Modell dem Verlauf der turbulenten Wirbelviskosität entsprechend ein unsymmetrisches Geschwindigkeitsprofil. Das Geschwindigkeitsprofil ist noch deutlich von der Ablösung am Spalteintritt beeinflusst, weist jedoch im Vergleich mit den anderen Turbulenzmodellen eine größere Maximalgeschwindigkeit auf. Am Spaltaustritt ist das Profil hingegen vergleichmäßigt und erinnert – der geringen Wirbelviskosität in diesem

Bereich entsprechend – an ein laminares Geschwindigkeitsprofil mit einer maximalen Geschwindigkeit, die 25 % über der des SST-Modells liegt. Bei Simulationenpunkten mit größerer Reynoldszahl (vgl. Abbildung 5.4) ist dieser monoton abnehmende Verlauf der Wirbelviskosität nicht mehr zu verzeichnen, wodurch der Strömungsbeiwert mit steigender Reynoldszahl abnimmt. Die Geschwindigkeitsprofile erklären die Strömungsbeiwerte aus Abbildung 5.4 gut und bieten Potenzial zur experimentellen Untersuchung in zukünftigen Arbeiten.

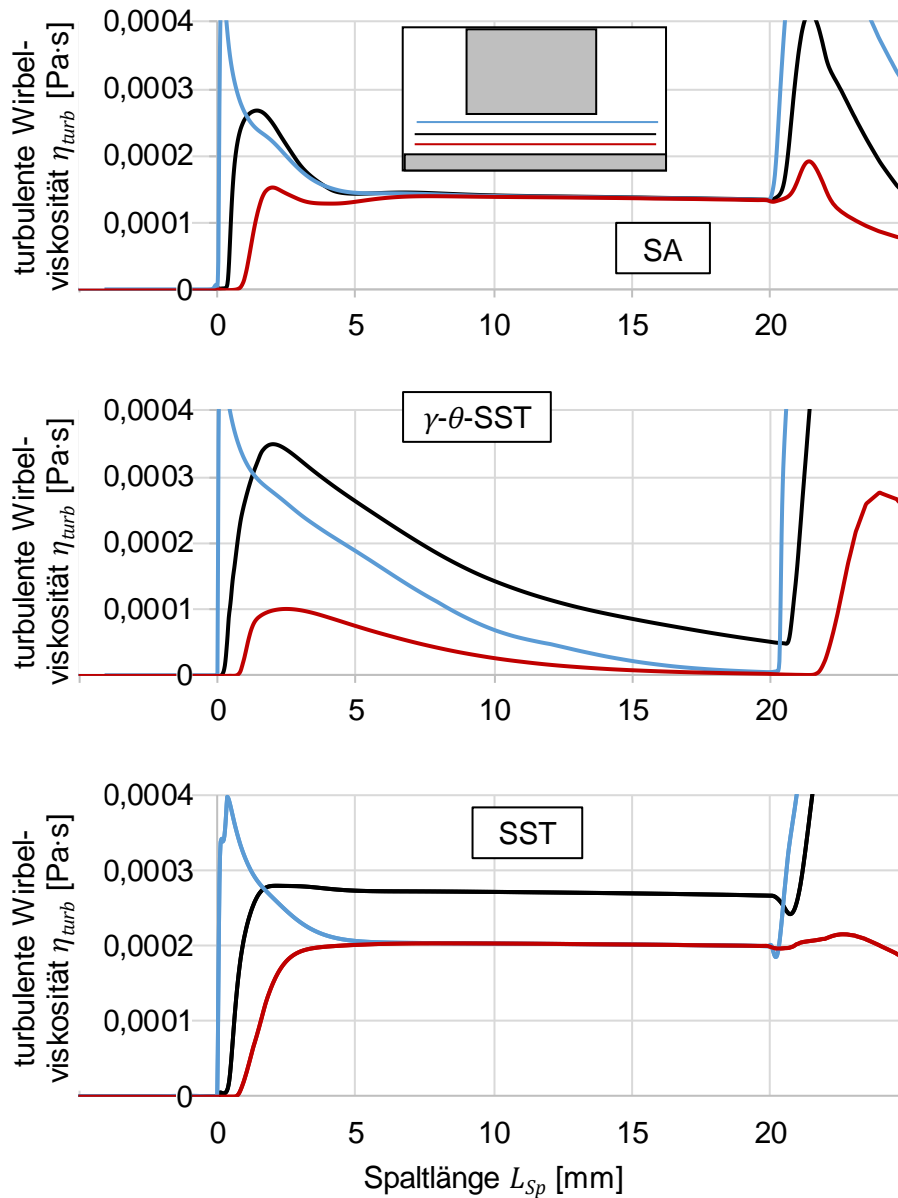


Abbildung 5.5: Verlauf der simulierten turbulenten Wirbelviskosität in Spaltlängenrichtung in verschiedenen Spalthöhen für SST-, γ - θ -SST- und SA-Modell, rot: $0,25 \cdot h_{Sp}$, schwarz: Spaltmitte, blau: $0,75 \cdot h_{Sp}$, Spalteintritt bei 0 mm, Spaltaustritt bei 20 mm ($Re = 8000$, $\Pi_{Sp} \approx 0,7$, $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,005$, $\kappa = 1,4$).

Abbildung 5.7 zeigt den Vergleich zwischen Simulation und Experiment für ein größeres h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis im turbulenten Reynoldszahlbereich. Keines der Turbulenzmodelle kann den Verlauf mit hoher Abbildungsgüte widerspiegeln. Während im niedrigeren Reynoldszahlbereich das SA-Modell noch im

Bereich der experimentellen Unsicherheiten liegt, sind hier größere Abweichungen zu verzeichnen. Der Unterschied zwischen SST- und SA-Modell ist gegenüber Abbildung 5.4 deutlich reduziert, der qualitativ ähnlichste Verlauf kann mit dem SST-Modell erreicht werden. Das SST-Modell mit Transitionsoption verzeichnet, wie im niedrigen Reynoldszahlbereich, vergleichsweise hohe Massenströme, bis ab einer Reynoldszahl von 45000 ein abrupter Abfall zu verzeichnen ist und der Verlauf schließlich auf den des SST-Modells trifft.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sich keines der untersuchten Turbulenzmodelle zur uneingeschränkten Abbildung der Stirnspaltströmungen eignet. Eine Berücksichtigung der hydraulisch rauen Wände, diabate Wände sowie eine temperaturabhängige Bestimmung der Viskosität führten zu keiner nennenswerten Änderung. Die höchste Übereinstimmung im Transitionsbereich besitzt das Spalart-Allmaras-Modell, das jedoch nur als Beta-Version in Ansys® CFX 17.2 implementiert, da die Gefahr von netzinduzierten Ablösungen besteht. Eine mögliche Ursache der Abweichungen kann der anisotrope Charakter der turbulenten Spaltströmung sein, die von keinem der verwendeten Turbulenzmodelle abgebildet werden kann. Simulationen mit Reynolds-Stress-Modellen führten jedoch zu keiner Verbesserung der Abbildungsgüte.

Darüber hinaus ist die Vermessung des Durchflusses durch planparallele Spalte erfahrungsgemäß anspruchsvoll und fehleranfällig und setzt eine genaue Fertigung und Montage des Messspaltes voraus. Eine marginale Schiefstellung der Spaltkontur als Folge der Druckbeaufschlagung würde den Strömungskanal bereits zu einer Düsen- bzw. Diffusorgeometrie verändern und damit die Strömungsverhältnisse beeinflussen. Des Weiteren sind in dem Strömungskanal diverse Messbohrungen für Druck- und Temperaturmessungen angeordnet, die einen lokalen Bypass bilden und dadurch den Massendurchsatz erhöhen. So nehmen die Druckmessbohrungen 3,5 mm (entspricht 2,3 % der Spaltbreite) und die Temperaturmessbohrungen 7 mm (entspricht 4,7 % der Spaltbreite) der experimentellen Gesamtbreite von 150 mm in Anspruch, wobei in den Temperaturmessbohrungen wandbündig verbaute Thermoelemente angeordnet sind (vgl. Anhang A.2). Eine abschließende Klärung der Abweichungen ist im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich und hinterlässt Potenzial zur experimentellen Bestimmung der genauen Strömungsverhältnisse im Spalt.

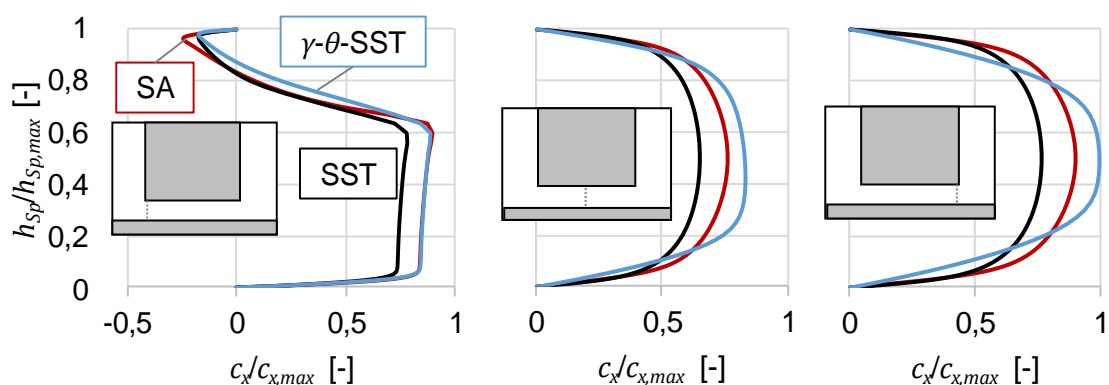


Abbildung 5.6: Normierter Geschwindigkeitsverlauf im Spalt für SST- (schwarz), γ - θ -SST- (blau) und SA-Modell (rot), links: 0,5 % der Spaltlänge, Mitte: 50 % der Spaltlänge, rechts: 99,5 % der Spaltlänge ($Re = 8000$, $\Pi_{Sp} \approx 0,7$, $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,005$, $\kappa = 1,4$).

Die im Folgenden dargestellten Ergebnisse zeigen, dass die restlichen Messwerte mit dem SST-Modell qualitativ gut wiedergegeben werden können. Darüber hinaus ergibt sich für dieses Turbulenzmodell das beste Konvergenzverhalten. Das SST-Modell hat bei der dreidimensionalen Simulation der Schraubenmaschine eine weite Verbreitung und führt zu zufriedenstellenden Ergebnissen. Aufgrund des Vorhabens, die Strömungsbeiwerte in die Kammermodellsimulation der Schraubenmaschine zu übernehmen, werden die simulativen Ergebnisse im Weiteren daher mit dem SST-Modell erzeugt.

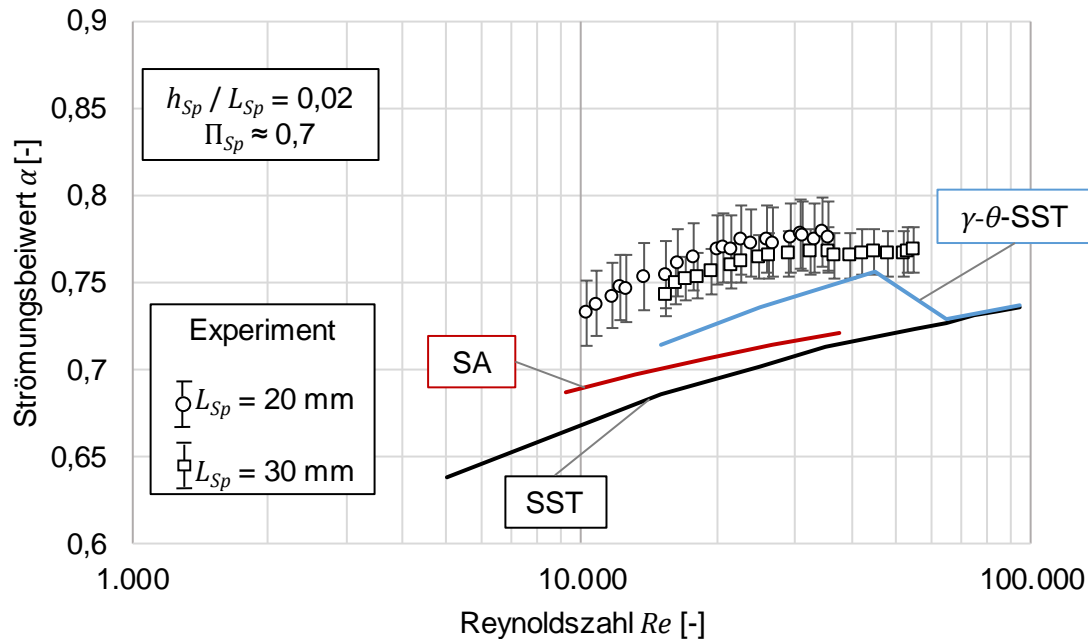


Abbildung 5.7: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion der Reynoldszahl mittels Experiment ($L_{Sp} = 20 \text{ mm}$; $h_{Sp} = 0,4 \text{ mm}$ sowie $L_{Sp} = 30 \text{ mm}$; $h_{Sp} = 0,6 \text{ mm}$) und Simulation mit verschiedenen Turbulenzmodellen für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$.

5.2.3 Analytische Bestimmung des Strömungsbeiwertes

Der konstante Strömungsquerschnitt des Stirrspaltes lässt unter bestimmten Randbedingungen eine analytische Betrachtung des Spaltdurchflusses zu [Utr18b]. Damit ist es in einigen Fällen möglich, den Strömungsbeiwert auf Grundlage der vorliegenden Randbedingungen zu bestimmen, ohne dass eine Simulation oder ein Experiment durchgeführt werden muss. Die über diesen Ansatz bestimmten Strömungsbeiwerte werden im Rahmen der Auswertung im nächsten Abschnitt mit den simulativ und experimentell bestimmten Werten verglichen und schließlich in Abschnitt 5.2.6 in einen halbempirischen Berechnungsansatz zusammengefasst.

Die im weiteren Verlauf erläuterten Formeln beruhen auf der Annahme, dass der Druckabfall über den Spalt einzig aus der Reibung im Spalt resultiert. Zuström- und Einströmverluste, wie sie beispielsweise von Müller [Mül13] diskutiert werden, sind nicht enthalten. Für letztere sind genauere Druckinformationen im Spalteintritt nötig, die jedoch in der Regel ein Ergebnis der Simulation und daher unbekannt sind. Die genutzten Ansätze beruhen auf einer eingelaufenen Strömung konstanter Dichte, sodass von

Abweichungen zu den simulativen und experimentellen Ergebnissen ausgegangen werden muss. Dennoch lässt die Untersuchung Schlüsse zu, in welchen Bereichen der Spaltdurchfluss mit den genannten Vereinfachungen bestimmt werden kann.

Die Druckdifferenz über dem Spalt aufgrund von Wandreibung lässt sich wie folgt bestimmen:

$$\Delta p = \lambda \cdot \tilde{\rho} \cdot \frac{L_{Sp}}{D_h} \cdot \frac{c^2}{2} \quad \text{Gl. 5.1}$$

λ bezeichnet hier die Rohrreibungszahl, $\tilde{\rho}$ eine repräsentative Dichte und D_h den hydraulischen Ersatzdurchmesser, der für $b_{Sp} \gg h_{Sp}$ der doppelten Spalthöhe $2h_{Sp}$ entspricht. Die Strömungsgeschwindigkeit kann über die Massenerhaltung bestimmt werden:

$$c = \frac{\dot{m}_{Sp}}{\tilde{\rho} \cdot A_{Sp}} = \frac{\alpha \cdot \dot{m}_{th}}{\tilde{\rho} \cdot A_{Sp}} \quad \text{Gl. 5.2}$$

Dadurch ergibt sich für die über dem Spalt anliegende Druckdifferenz:

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{L_{Sp}}{2 \cdot h_{Sp}} \cdot \frac{\alpha^2 \cdot \dot{m}_{th}^2}{2 \cdot \tilde{\rho} \cdot A_{Sp}^2} \quad \text{Gl. 5.3}$$

Die Rohrreibungszahl ist abhängig von der Reynoldszahl und kann im laminaren Fall für einen rechteckigen Kanal mit $D_h = 2h_{Sp}$ über

$$\lambda_{lam} = \frac{96}{Re} \quad \text{Gl. 5.4}$$

bestimmt werden [Tru08]. Ab der kritischen Reynoldszahl von $Re_{krit} = 3000$ wird davon ausgegangen, dass die Strömung turbulent wird [Sch06]. Die Rohrreibungszahl kann im turbulenten Bereich auch für nicht-kreisförmige Querschnitte über die von Blasius aufgestellte Formel bestimmt werden [Tru08]:

$$\lambda_{turb} = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad \text{Gl. 5.5}$$

Da die Reynoldszahl vom Massenstrom und damit von dem gesuchten Strömungsbeiwert abhängt, wird hier analog zu Gl. 4.3 mit der theoretischen Reynoldszahl Re_{th} gearbeitet:

$$Re_{th} = \frac{Re}{\alpha} = \frac{2\dot{m}_{th}}{\eta_{HD} \cdot b_{Sp}} \quad \text{Gl. 5.6}$$

Damit ergeben sich für die druckgetriebene Poiseuille-Strömung folgende Gleichungen für den analytisch bestimmten Strömungsbeiwert:

$$\alpha_{po,ana} = \begin{cases} \frac{\Delta p}{24} \cdot \frac{h_{Sp}}{L_{Sp}} \cdot \frac{Re_{th} \cdot \tilde{\rho} \cdot A_{Sp}^2}{\dot{m}_{th}^2}, & Re < 3000 \\ \left(\frac{\Delta p}{0,3164} \cdot \frac{h_{Sp}}{L_{Sp}} \cdot \frac{4 \cdot Re_{th}^{0,25} \cdot \tilde{\rho} \cdot A_{Sp}^2}{\dot{m}_{th}^2} \right)^{4/7}, & Re \geq 3000 \end{cases} \quad \text{Gl. 5.7}$$

Die Dichte wird dabei zwischen Hoch- und Niederdruck gemittelt:

$$\tilde{\rho} = \frac{p_{HD} + p_{ND}}{2 \cdot T_{HD} \cdot R_s} \quad \text{Gl. 5.8}$$

Damit lässt sich Gl. 5.7 entdimensioniert, d.h. nur abhängig von den charakteristischen Kennzahlen, darstellen als:

$$\alpha_{Po,ana} = \begin{cases} \left(\frac{(1 - \Pi_{Sp}) \cdot (1 + \Pi_{Sp})}{48} \frac{h_{Sp}}{L_{Sp}} Re_{th} \cdot \left(\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \cdot \left(\Pi_{Sp^*}^{\frac{2}{\kappa}} - \Pi_{Sp^*}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right) \right)^{-1} \right)^{-1}, & Re < 3000 \\ \left(\left(\frac{(1 - \Pi_{Sp}) \cdot (1 + \Pi_{Sp})}{0,3164} \frac{2h_{Sp}}{L_{Sp}} Re_{th}^{0,25} \cdot \left(\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \cdot \left(\Pi_{Sp^*}^{\frac{2}{\kappa}} - \Pi_{Sp^*}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right) \right)^{-1} \right)^{\frac{4}{7}} \right)^{-1}, & Re \geq 3000 \end{cases}$$

$$\text{mit } \frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi_{Sp} \text{ und } \Pi_{Sp^*} = \Pi_{Sp} \text{ für } \Pi_{Sp} > \Pi_{krit} \text{ und } \Pi_{Sp^*} = \Pi_{krit} \text{ für } \Pi_{Sp} \leq \Pi_{krit} \quad \text{Gl. 5.9}$$

Eine an der Gehäusewandkontur aufgeprägte Relativbewegung u_{Sp} verursacht zusätzlich zu der druckgetriebenen Poiseuille-Strömung eine Couette-Strömung aufgrund ihrer Schleppwirkung. Das Geschwindigkeitsprofil einer reinen, voll ausgebildeten Couette-Strömung kann aufgrund der Haftbedingung sowohl im laminaren als auch – aufgrund des punktsymmetrischen Geschwindigkeitsprofils – im turbulenten Bereich mathematisch über ein lineares Geschwindigkeitsprofil mit $c = u_{Sp}$ an der bewegten und $c = 0$ an der unbewegten Wand angenähert werden [Sch06], sodass gilt:

$$\dot{m}_{Co,ana} = \frac{u_{Sp}}{2} \cdot \tilde{\rho} \cdot A_{Sp} \quad \text{Gl. 5.10}$$

Die kritische Reynoldszahl für den Umschlagpunkt von der laminaren zur turbulenten Couette-Strömung wird in [Sch06] auf $Re_{Co,krit} = h_{Sp} \cdot u_{Sp} / \nu = 1300$ beziffert. Die in dieser Arbeit untersuchten Couette-Strömungen treten jedoch in der Regel in Verbindung mit einem Druckgradienten auf, sodass sich eine kombinierte Poiseuille-Couette-Strömung ergibt, für die es keine allgemeingültige analytische Lösung gibt. Die Strömung ist laminar, solange die Reynoldszahlen unterhalb der kritischen Reynoldszahlen $Re_{Co,krit}$ bzw. $Re_{Po,krit}$ liegen [Sch06]. Die in den Diagrammen genutzte Reynoldszahl ist weiterhin nach Gl. 4.3 definiert und schließt damit aufgrund des Gesamtmassenstroms beide Strömungsarten mit ein.

Analog zu der Untersuchung statischer Berandungen soll überprüft werden, inwieweit die Simulationsergebnisse mithilfe analytischer Ansätze reproduziert werden können. Dazu wird im Folgenden davon ausgegangen, dass eine lineare Superposition von Couette- und Poiseuille-Massenstrom angewendet werden kann. Damit ergibt sich für den kombinierten Strömungsbeiwert:

$$\begin{aligned} \alpha_{Po+Co,ana} &= \frac{\dot{m}_{Po,ana} + \dot{m}_{Co,ana}}{\dot{m}_{th}} = \frac{\alpha_{Po,ana} \cdot \dot{m}_{th} + \frac{u_{Sp}}{2} \cdot \tilde{\rho} \cdot A_{Sp}}{\dot{m}_{th}} \\ &= \alpha_{Po,ana} + \frac{\frac{u_{Sp}}{2} \cdot \tilde{\rho} \cdot A_{Sp}}{\dot{m}_{th}} = \alpha_{Po,ana} + \alpha_{Co,ana} \end{aligned} \quad \text{Gl. 5.11}$$

Der theoretische Massenstrom \dot{m}_{th} bezieht sich dabei weiterhin auf die rein druckgetriebene Strömung nach Gl. 2.8. Mit der Definition der Dichte aus Gl. 5.8 und $\alpha_{Po,ana}$ nach Gl. 5.9 lässt sich die Gleichung ebenfalls entdimensionieren [Utr18b]:

$$\alpha_{Po+Co,ana} = \alpha_{Po,ana} + \frac{Ma_{u,Sp} \cdot (1 + \Pi_{Sp})}{4} \cdot \left(\frac{2}{\kappa - 1} \cdot \left(\Pi_{Sp^*}^{\frac{2}{\kappa}} - \Pi_{Sp^*}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right) \right)^{-1/2} \quad \text{Gl. 5.12}$$

$$\text{mit } \frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi_{Sp} \text{ und } \Pi_{Sp^*} = \Pi_{Sp} \text{ für } \Pi_{Sp} > \Pi_{krit} \text{ und } \Pi_{Sp^*} = \Pi_{krit} \text{ für } \Pi_{Sp} \leq \Pi_{krit}$$

5.2.4 Ergebnisse bei unbewegter Berandung

Im Folgenden wird der Einfluss der Kennzahlen aus Tabelle 5.3 auf den Strömungsbeiwert α für den Fall der unbewegten Wand untersucht. Zunächst wird das Spaltdruckverhältnis zwischen Hoch- und Niederdruckseite systematisch variiert, während für die dargestellten Verläufe die restlichen Kennzahlen konstant bleiben. Auf diese Weise kann der Einfluss des Druckverhältnisses diskutiert werden, ohne dass sich beispielsweise die Reynoldszahl – und damit die Reibverhältnisse – im Spalt verändern. Um eine Druckverhältnisvariation bei konstanter Reynoldszahl realisieren zu können, müssen die Absolutdrücke der HD- und ND-Seite der simulierten bzw. gemessenen Punkte bei einem konstanten Massenstrom angepasst werden. Da der Massenstrom mit steigendem Druckverhältnis im Allgemeinen sinkt, weisen höhere Druckverhältnisse in der Regel größere Absolutdrücke auf als kleine Druckverhältnisse, was aus den dimensionslos dargestellten Ergebnissen nicht hervorgeht.

Abbildung 5.8 zeigt den Strömungsbeiwert als Funktion des Druckverhältnisses. Aufgrund des niedrigen h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisses resultieren kleine Spaltdruckverhältnisse, wodurch die Reynoldszahlen im laminaren Bereich anzusiedeln sind. Gleichzeitig gestaltet sich eine experimentelle Validierung schwierig, da sehr geringe Spalthöhen eingestellt werden müssten, die in dem genutzten Versuchsstand im Bereich der Messunsicherheit liegen würden. Die dargestellten Verläufe beschränken sich daher auf die Ergebnisse der CFD-Simulation sowie den analytischen laminaren Ansatz nach Gl. 5.9 für $Re < 3000$. Die kleinen Strömungsbeiwerte verdeutlichen, dass eine hinreichend genaue Bestimmung der Massenströme im Stirnspalt über eine isentrope Blendenströmung nach Gl. 2.8 im Bereich kleiner Reynoldszahlen nicht möglich ist. Darüber hinaus ist eine kontinuierliche Vergrößerung des Strömungsbeiwertes in Richtung kleinerer Druckverhältnisse zu verzeichnen. Dies spricht dafür, dass eine Verblockung des Massenstroms, wie sie im theoretischen Massenstrom nach Gl. 2.8 angenommen wird, unter den gegebenen Randbedingungen noch nicht stattgefunden hat. Stattdessen wird ein Großteil des Druckgefälles im Spalt aufgrund des großen Reibungseinflusses abgebaut, wodurch eine weitere Verringerung des Druckverhältnisses – trotz bereits anliegendem überkritischem Druckverhältnis – eine Vergrößerung des Strömungsbeiwertes zur Folge hat. Aufgrund der vergleichsweise hohen Reibkräfte stellt sich nur ein geringer Massenstrom und damit ein geringer Strömungsbeiwert ein. Die Ergebnisse der Simulation stimmen für die kleinere Reynoldszahl von $Re = 100$ nahezu mit den analytischen Werten überein. Eine Untersuchung des Druckverlaufes im Spalt (beispielhaft für $\Pi_{Sp} = 0,21$ dargestellt in **Abbildung 5.10**) zeigt für alle Druckverhältnisse einen annähernd linearen Verlauf und der Spalteintrittsdruck entspricht den Hochdruckbedingungen. Für den Verlauf von $Re = 655$ ist der Reibungseinfluss im Vergleich reduziert, wodurch sich der Strömungsbeiwert insgesamt auf einem höheren Niveau befindet. Für kleine

Druckverhältnisse zeigt sich eine kleine Abweichung zwischen der Simulation und dem analytischen Ansatz, da der Druckverlauf im Spalt (nicht dargestellt) hier stärker von einem linearen Verlauf abweicht. Dennoch ist die Abweichung bemerkenswert gering und rechtfertigt die analytische Bestimmung der Spaltmassenströme in dem untersuchten Kennzahlbereich.

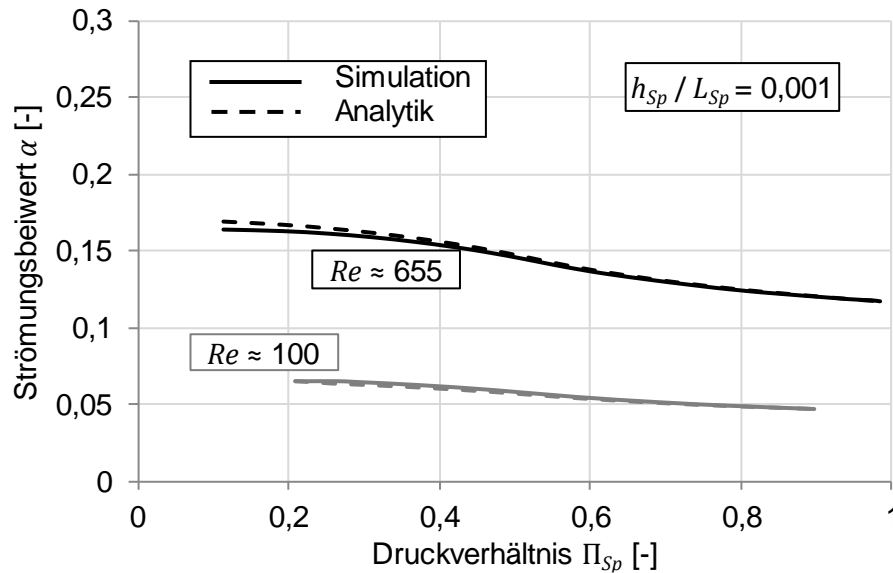


Abbildung 5.8: Strömungsbeiwert als Funktion des Druckverhältnisses für niedrige Reynoldszahlen für $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,001$ und $\kappa = 1,4$ (Vergleich Simulation und analytischer Ansatz).

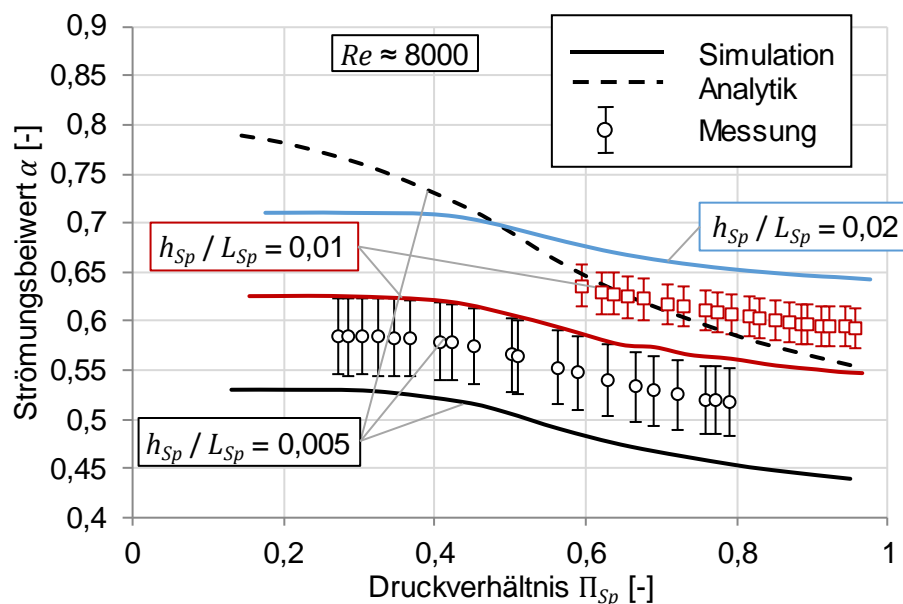


Abbildung 5.9: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion des Druckverhältnisses für verschiedene h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse für $Re = 8000$ (Vergleich Simulation, Experiment für $L_{Sp} = 30$ mm und analytischer Ansatz).

Abbildung 5.9 zeigt analog den Strömungsbeiwert für größere h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse, die einen Vergleich mit experimentellen Daten zulassen. Größere h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse werden bei den gegebenen Randbedingungen durch eine Vergrößerung der Spalthöhe erreicht, wodurch der Massendurchfluss steigt und eine im Vergleich zu Abbildung 5.8 größere Reynoldszahl resultiert. Insgesamt ist der relative

Einfluss des Druckverhältnisses für größere h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse reduziert. Im Vergleich zu den niedrigen Reynoldszahlen aus Abbildung 5.8 ergibt sich außerdem aufgrund des reduzierten Reibungseinflusses ein größerer Strömungsbeiwert. Neben der Reynoldszahl steigt der Strömungsbeiwert ebenfalls mit dem h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis, da der Einfluss der Wandreibung abnimmt. Mit steigendem h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis wird außerdem der Effekt der Verblockung mit sinkendem Druckverhältnis immer deutlicher. Dabei bleiben der durchgesetzte Massenstrom und der Druckverlauf im Spalt, wie auch der theoretische Massenstrom, bei einer weiteren Absenkung des Niederdruckes unverändert, eine Nachexpansion des Fluids findet dann in der freien Strömung hinter dem Spalt statt. Ein Vergleich mit den experimentellen Werten für $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,005$ und $0,01$ zeigt qualitativ eine gute Übereinstimmung. Der analytische turbulente Ansatz nach Gl. 5.9 für $Re \geq 3000$ zeigt hingegen starke Abweichungen zum Experiment und der Simulation. Zwei beispielhafte Druckverläufe entlang des Spaltes sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Während der Spalteintrittsdruck im laminaren Fall dem Hochdruck entspricht, ergibt sich für eine Reynoldszahl von 8000 eine deutliche Druckabsenkung am Spalteintritt, die das im Spalt abgebaute Druckgefälle reduziert. Dies ist in der analytischen Bestimmung nicht berücksichtigt und kann daher den deutlich erhöhten Strömungsbeiwert des analytischen Ansatzes erklären. Für größere Druckverhältnisse (nicht dargestellt) ergibt sich absolut betrachtet eine ähnlich starke Druckabsenkung am Eintritt, wodurch das ab Spalteintritt anliegende Druckverhältnis relativ gesehen stärker erhöht wird und dadurch der Massendurchsatz sinkt. Dies führt zu dem in Abbildung 5.9 dargestellten Abfall des Strömungsbeiwertes mit steigendem Druckverhältnis.

Das in den Spalt strömende Fluid besitzt eine große vertikale Geschwindigkeitskomponente, die Strömung löst insbesondere für große Reynoldszahlen an der Spalteintrittskante ab, vgl. **Abbildung 5.11**. Die daraus folgende Strömungseinschnürung führt zu einer Beschleunigung des Fluids in den Spalt hinein, wodurch sich auch im weiteren Spaltverlauf an der unteren Spaltwand eine größere Strömungsgeschwindigkeit ergibt. Ein Vergleich mit dem experimentell ermittelten Druckverlauf im Spalt aus Abbildung 5.10 zeigt im vorderen Spaltbereich eine gute Übereinstimmung, in der hinteren Spalthälfte ergibt die Messung hingegen einen geringeren Druck. Für die kleinere Reynoldszahl ergibt sich hingegen ein nahezu direktes Anlegen der symmetrisch erscheinenden Strömung an beiden Wänden.

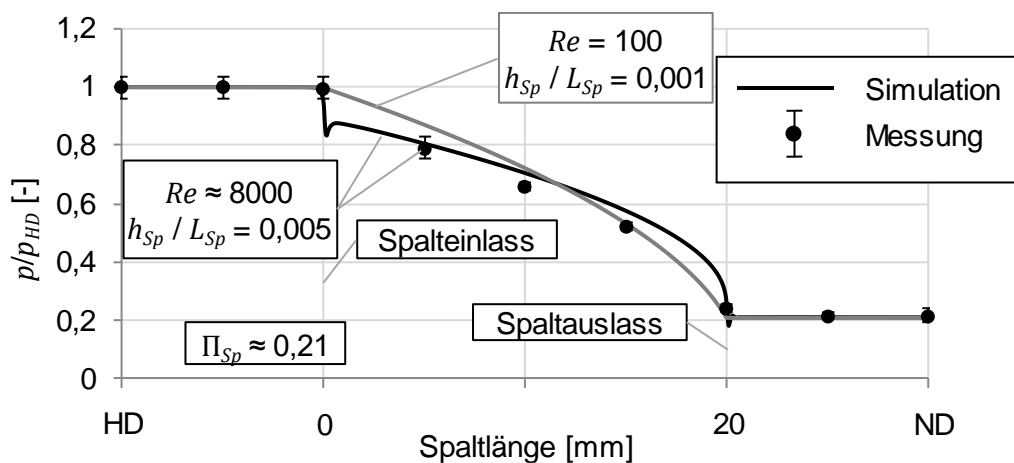


Abbildung 5.10: Simulierter und gemessener Druckverlauf im Spalt für Luft für verschiedene Reynoldszahlen und h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,21$ (Simulation, ausgewertet in mittlerer Spalthöhe, und Experiment für $L_{Sp} = 20$ mm, nur für $Re = 8000$).

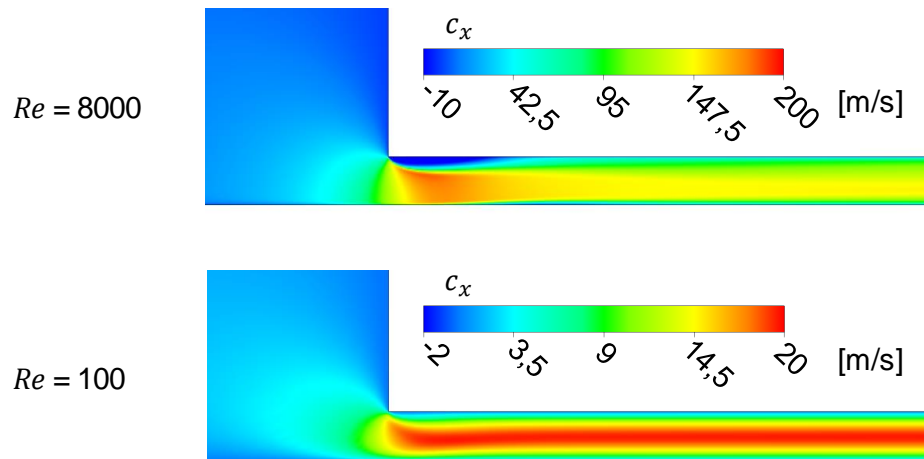


Abbildung 5.11: Simulierte Strömungsgeschwindigkeit in Spallängenrichtung im Bereich des Spalteinlasses für zwei verschiedene Reynoldszahlen ($\Pi_{Sp} = 0,21$; $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,005$ und $\kappa = 1,4$).

Im Folgenden werden die Auswirkungen einer Variation von Reynoldszahl und Isentropenexponent untersucht. Eine Erhöhung der Reynoldszahl bei konstantem Druckverhältnis wird erreicht, indem die Absolutdrücke auf Hoch- und Niederdruckseite entsprechend angehoben werden. Neben dem in diesem Abschnitt thematisierten Isentropenexponenten wird aufgrund der stark variierenden Stoffdaten ebenfalls die Prandtl-Zahl variiert, vgl. Tabelle 5.2. Der Einfluss der Prandtl-Zahl auf den Strömungsbeiwert ist jedoch schon in Abschnitt 5.2.1 untersucht worden und ist vernachlässigbar gering. Der resultierende Einfluss des Fluids auf den Strömungsbeiwert kann daher – bei sonst konstanten Kennzahlen – dem Isentropenexponenten zugeschrieben werden. **Abbildung 5.12** zeigt den Strömungsbeiwert für die drei Fluide und verschiedene h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse. Aufgrund der unterschiedlichen Stoffdaten und h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse wird eine große Bandbreite der Reynoldszahl untersucht. Der vorangegangene Abschnitt zeigte bereits, dass die Reynoldszahl und damit die Reibverhältnisse im Spalt entscheidend für den Masendurchfluss bzw. für den Strömungsbeiwert sind. Die resultierenden Strömungsbeiwerte variieren zwischen 0,005 und 0,78, wodurch sich h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis und Reynoldszahl als entscheidende Parameter zur Beeinflussung des Strömungsbeiwertes und damit der Spaltmassenströme herausstellen. Für alle h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse ergibt sich für den Strömungsbeiwert im Bereich $10^2 < Re < 10^4$ der größte Zuwachs. Darüber ist die Änderungsrate deutlich reduziert, sodass der Strömungsbeiwert für $Re > 10^5$ nahezu konstant bleibt und bei größeren h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnissen gegen den Grenzwert 0,8 strebt. Dieser Grenzwert für längliche Spalte mit geringen Spalthöhenänderungen ist bereits von Peveling [Pev87a] festgestellt worden.

Für $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,001$ ergeben sich für die kleinen Reynoldszahlen die geringsten Strömungsbeiwerte. Zunächst ist mit steigender Reynoldszahl ein starker Anstieg des Strömungsbeiwertes zu verzeichnen, da sich die Reibverhältnisse mit Vervielfachung der Reynoldszahl stark ändern. Anschließend geht der Verlauf in einen nahezu linearen Bereich über, der bis in den turbulenten Reynoldszahlbereich reicht, bis schließlich die stärkere Turbulenz zu einem Abflachen des Verlaufes führt. Für die verschiedenen Isentropenexponenten sind für das geringe h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis keine nennenswerten Unterschiede im

Strömungsbeiwert zu verzeichnen. Die geringen Reynoldszahlen führen zu kleinen Strömungsgeschwindigkeiten (vgl. Abbildung 5.11 für $Re = 100$) und damit zu geringen Machzahlen, wodurch sich die Strömung nahezu inkompressibel und damit unabhängig vom Isentropenexponenten verhält.

Mit steigender Strömungsgeschwindigkeit und damit größerer Machzahl steigt der Einfluss der Kompressibilität der Strömung. So ergeben sich im höheren Reynoldszahlbereich geringfügig größere Strömungsbeiwerte für kleinere Isentropenexponenten, die sich prinzipiell anhand der Gleichung für den theoretischen Massenstrom (Gl. 2.8) erklären lassen. Dieser setzt sich aus der Fluidgeschwindigkeit, der Fluidichte sowie der Spaltfläche zusammen. Zur Bestimmung des theoretischen Massenstroms wird die Dichte anhand einer isentropen Zustandsänderung auf den Niederdruck bzw. den kritischen Druck bestimmt. Wie in Abbildung 5.10 dargestellt, liegen diese Bedingungen jedoch erst hinter dem Spalt vor, weshalb die isentrop bestimmte Dichte in der Regel im Spalt nicht erreicht wird. Im Spalt liegt der Druck – und damit aufgrund der adiabaten Wände auch die Temperatur – deutlich über den Niederdruckbedingungen bzw. der in Gl. 2.8 genutzten, isentrop bestimmten Temperatur, wodurch es zu Abweichungen zur isentrop ermittelten Fluidichte kommt. Je kleiner der Isentropenexponent, desto geringer sind die Abweichungen zwischen der in Gl. 2.8 genutzten und der simulierten Temperatur und Dichte, da die Zustandsänderung mit dem Grenzwert $\kappa = 1$ isotherm abläuft und deshalb bei dem untersuchten Fluid mit $\kappa = 1,06$ deutlich weniger ins Gewicht fällt, wodurch sich ein größerer Strömungsbeiwert ergibt. Untersuchungen im überkritischen Druckverhältnisbereich (nicht dargestellt) zeigen eine Verstärkung des beschriebenen Effekts und dadurch geringfügig größere Differenzen zwischen den Strömungsbeiwerten der untersuchten Fluide.

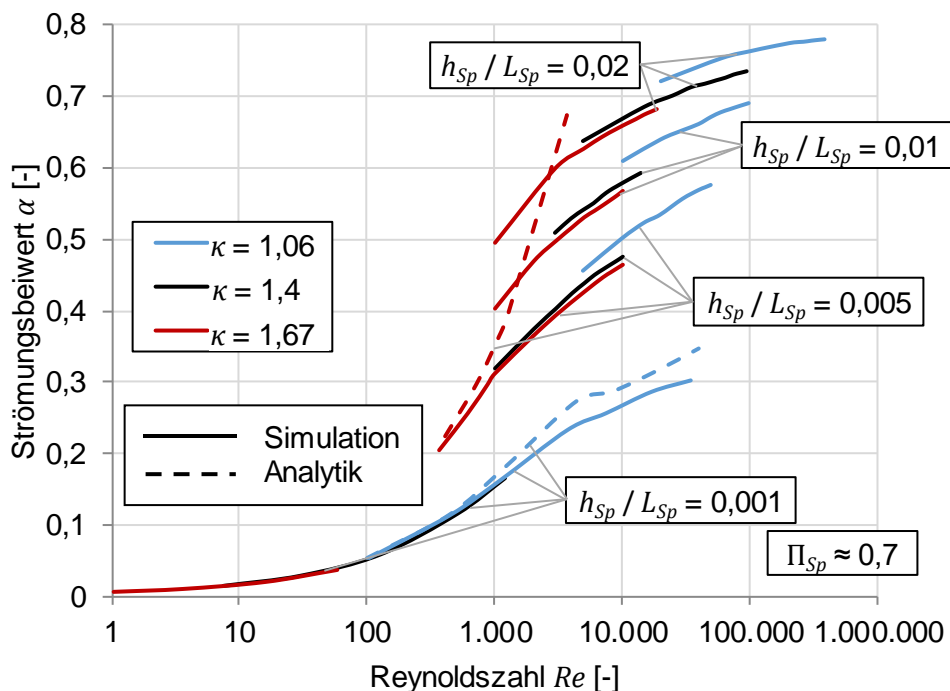


Abbildung 5.12: Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse und Isentropenexponenten für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ (Vergleich Simulation und analytischer Ansatz).

Für zwei Kombinationen aus h_{Sp}/L_{Sp} und κ sind die nach Gl. 5.9 analytisch bestimmten Strömungsbeiwerte ebenfalls dargestellt. Abbildung 5.8 zeigte für niedrige Reynoldszahlen bereits eine hohe Übereinstimmung zwischen dem analytisch bestimmten Strömungsbeiwert und der CFD-Simulation, der hier für $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,001$ bis zu einer Reynoldszahl von 1000 bestätigt werden kann. Bei weiterer Vergrößerung der Reynoldszahl ergeben sich geringe Abweichungen. Eine Untersuchung der Strömungsbilder analog zu Abbildung 5.11 zeigt am Spalteinlass bereits in diesem Reynoldszahlbereich Ablösungen. Für $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,005$ und $\kappa = 1,67$ zeigt sich eine geringere Übereinstimmung, die Abbildungsgüte nimmt mit steigendem h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis ab. Der analytische Ansatz liefert für $Re > 1000$ unbrauchbare Ergebnisse, da die bereits erläuterten Zu- und Einströmverluste in der analytischen Betrachtung nicht berücksichtigt sind.

Abbildung 5.13 zeigt den Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für Luft in dem Bereich, in dem ein Vergleich zwischen Simulation und Messung möglich ist. Die Ergebnisse für $h_{Sp}/L_{Sp} = 0,005$ befinden sich im Übergangsbereich der Strömung von laminar zu turbulent. Für die hier dargestellten experimentellen Ergebnisse für $L_{Sp} = 30$ mm ergibt sich eine kritische Reynoldszahl von $Re_{krit} \approx 5200$, ab der eine stärkere Änderung des Gradienten zu verzeichnen ist. Wie bereits bei der Diskussion von Abbildung 5.4 festgestellt worden ist, wird dieser Umschlag nicht von dem verwendeten SST-Modell abgebildet. Abgesehen von diesen Ungenauigkeiten im transitionellen Bereich gibt es jedoch eine hohe qualitative Abbildungsgüte zwischen der Simulation und den experimentellen Werten. Im Bereich des Übergangs von laminarer zu turbulenter Strömung ergeben sich mit dem verwendeten SST-Modell Abweichungen des Strömungsbeiwertes von bis zu 20 %. Für größere h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse, bei denen im Allgemeinen auch kleinere Messunsicherheiten vorliegen, reduzieren sich die Abweichungen auf etwa 10 %. Die Gründe für die quantitativen Unterschiede sind bereits in Abschnitt 5.2.2 diskutiert worden.

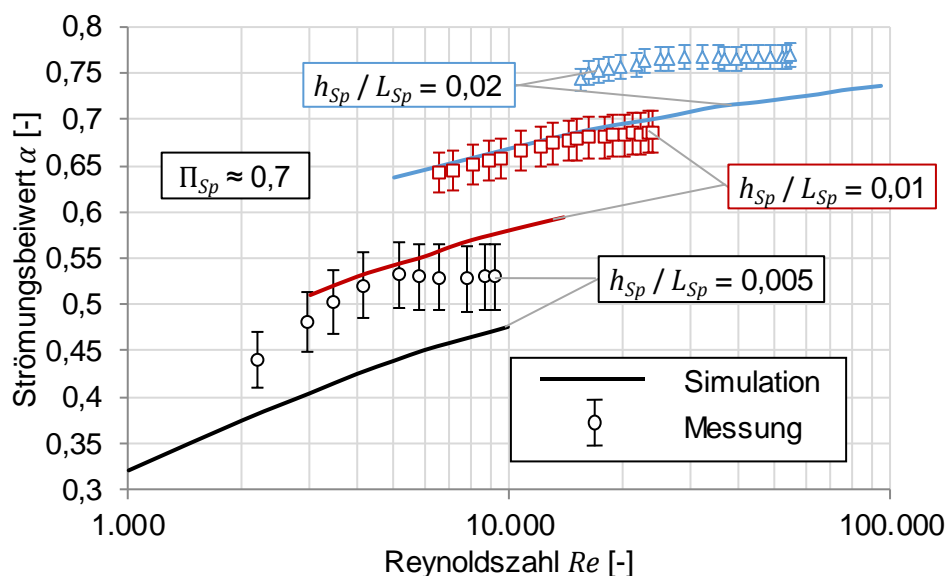


Abbildung 5.13: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ (Vergleich zwischen Simulation und Experiment für $L_{Sp} = 30$ mm).

5.2.5 Ergebnisse bei bewegter Berandung

Die bisher durchgeführten Untersuchungen beschränken sich auf unbewegte Spaltberandungen. In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Rotorbewegung bestimmt. Da der experimentelle Aufbau nur zur Vermessung von Spaltmassenströmen mit statischer Berandung geeignet ist, beschränkt sich die Untersuchung auf die Diskussion der Ergebnisse der CFD-Simulation für Luft und den Vergleich mit einem analytischen Ansatz. Zur Untersuchung des bewegten Systems wird eine Geschwindigkeit auf die Gehäusekontur aufgeprägt (vgl. Abbildung 4.2).

Analog zum letzten Abschnitt werden die Auswirkungen der bewegten Berandung anhand einer Variation des Druckverhältnisses und der Reynoldszahl für verschiedene h_{sp}/L_{sp} -Verhältnisse untersucht. Für Schraubenkompressoren sind die Drehrichtung der Rotoren und die Richtung der Stirnspaltströmung zum Großteil entgegengerichtet. Da das Relativsystem betrachtet und daher die Umfangsgeschwindigkeit am Gehäuse appliziert wird, entspricht die Bewegungsrichtung bei den meisten Stirnspaltverbindungen der Strömungsrichtung. Aus diesem Grund werden im Folgenden hauptsächlich positive Umfangsmachzahlen untersucht.

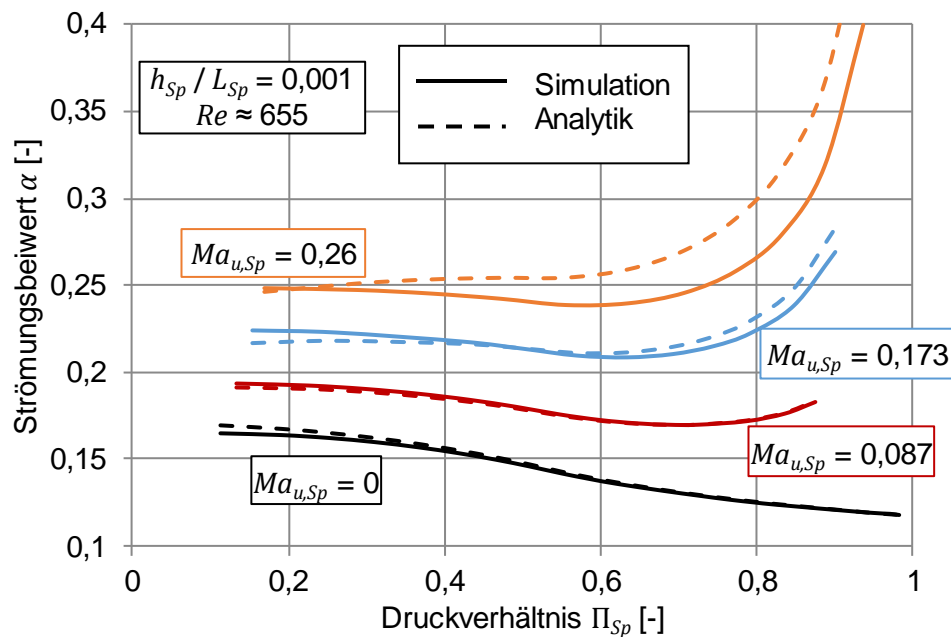


Abbildung 5.14: Strömungsbeiwert als Funktion des Druckverhältnisses für verschiedene Umfangsmachzahlen für $Re \approx 655$; $h_{sp}/L_{sp} = 0,001$ und $\kappa = 1,4$ (Vergleich zwischen Simulation und analytischem Ansatz) [Utr18b].

Abbildung 5.14 zeigt die Verläufe des Strömungsbeiwertes über dem Druckverhältnis für verschiedene Umfangsmachzahlen für eine niedrige Reynoldszahl. Mit steigender Umfangsmachzahl steigt der Strömungsbeiwert, da als Bezugswert nach wie vor der theoretische Poiseuille-Massenstrom nach Gl. 2.8 dient und bei konstantem Druckverhältnis der Anteil des Couette-Massenstroms am Gesamtmassenstrom ansteigt. Bei kleinen Druckverhältnissen bedeutet dies für den simulativ bestimmten Strömungsbeiwert einen nahezu konstanten Versatz gegenüber dem unbewegten Verlauf ($Ma_{u,sp} = 0$, bekannt aus Abbildung 5.8). Für große Druckverhältnisse ergeben sich jedoch größere Unterschiede des Strömungsbeiwertes zum unbewegten Verlauf, da der Anteil des Couette-Massenstroms am Gesamtmassenstrom auch mit dem Druckverhältnis zunimmt. Gleichzeitig nimmt der theoretische Massenstrom ab und wird

im Extremfall für $\Pi_{Sp} \rightarrow 1$ zu null. Aufgrund des Couette-Massenstroms, der in diesem Grenzfall den einzigen Massenstrom darstellt, strebt der Strömungsbeiwert für alle Verläufe mit positiver Umfangsmachzahl gegen unendlich.

Die Verläufe des analytischen Ansatzes sind nach Gl. 5.12, mit dem analytischen Strömungsbeiwert der Poiseuille-Strömung $\alpha_{Po,ana}$ nach Gl. 5.9, bestimmt. Wie schon für die unbewegte Spaltuntersuchung zeigt der Vergleich zwischen CFD-Simulation und analytischem Ansatz auch bei niedrigen Umfangsmachzahlen eine hohe Übereinstimmung. Lediglich für die größte untersuchte Umfangsmachzahl ergeben sich für große Druckverhältnisse Abweichungen im Bereich von 20 %.

Abbildung 5.15 zeigt die Verläufe bei einer transitionellen Reynoldszahl von $Re = 2000$. Die Strömungsbeiwerte befinden sich aufgrund der geänderten Reibverhältnisse und dem damit gestiegenen Poiseuille-Massenstrom auf einem insgesamt höheren Niveau. Der reine Couette-Massenstrom ist hingegen unabhängig von den Reibverhältnissen. Dementsprechend ist der Einfluss der Couette-Strömung im Vergleich zu niedrigen Reynoldszahlen reduziert, sodass für größere Reynoldszahlen und h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse die relative Änderung im Vergleich zur unbewegten Berandung geringer ausfällt. Für die dargestellten negativen Umfangsmachzahlen ergibt sich aufgrund der entgegengesetzten Schleppwirkung eine Reduzierung des Strömungsbeiwertes. Im oberen Bereich des Druckverhältnisses kann es vorkommen, dass die Couette-Strömung gegenüber der Poiseuille-Strömung überwiegt und dadurch ein Spaltmassenstrom entgegen des Druckgefälles transportiert wird (im Bild nicht dargestellt). Da die Reynoldszahl konstant ist, steigen die Absolutdrücke auf HD- und ND-Seite mit größerem Druckverhältnis. Dadurch steigt ebenfalls der Anteil des Couette-Massenstroms, wodurch die Couette-Reynoldszahl mit steigendem Druckverhältnis erhöht wird. Die Simulationsergebnisse zeigen daher bei größeren Druckverhältnissen eine deutlich höhere turbulente Wirbelviskosität, als bei kleinen Druckverhältnissen. Auf eine Darstellung der analytischen Ergebnisse wird an dieser Stelle verzichtet, da bereits für die reine Poiseuille-Strömung keine sinnvollen Ergebnisse für diese Reynoldszahlen erzielt werden.

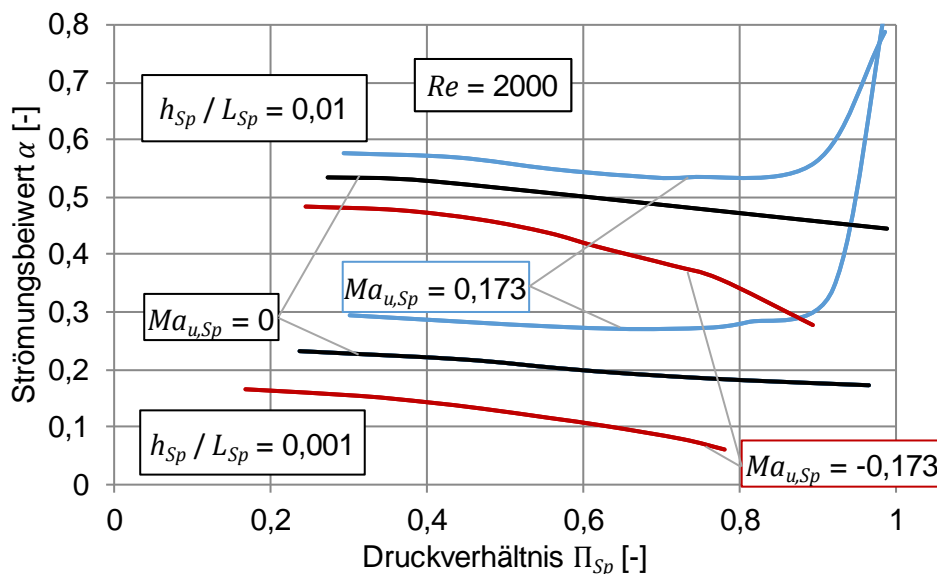


Abbildung 5.15: Strömungsbeiwert als Funktion des Druckverhältnisses für verschiedene Umfangsmachzahlen und h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse für $Re = 2000$ und $\kappa = 1,4$ (Simulation).

Abschließend zeigt **Abbildung 5.16** den Strömungsbeiwert mit aufgeprägter Umfangsmachzahl als Funktion der Reynoldszahl. Die Bewegung der Berandung bewirkt auch hier eine Verschiebung des Strömungsbeiwertes. Eine hinreichend genaue analytische Abbildung der Strömungsbeiwerte ist nur für $Re < 1000$ möglich. Eine Analyse der Simulationsergebnisse für negative Umfangsmachzahlen zeigt, dass die Strömung bei deutlich geringeren Reynoldszahlen turbulent wird, was auf die entgegengesetzten Strömungsrichtungen und die damit verbundene starke Störung der Strömung zurückzuführen ist. Als Resultat ergibt sich in der Simulation ein kleinerer Strömungsbeiwert, als analytisch berechnet. Insgesamt hinterlässt die hier auf wenige Simulationen beschränkte Untersuchung der bewegten Berandung Potenzial zur experimentellen Validierung und zur Untersuchung größerer Kennzahlbereiche.

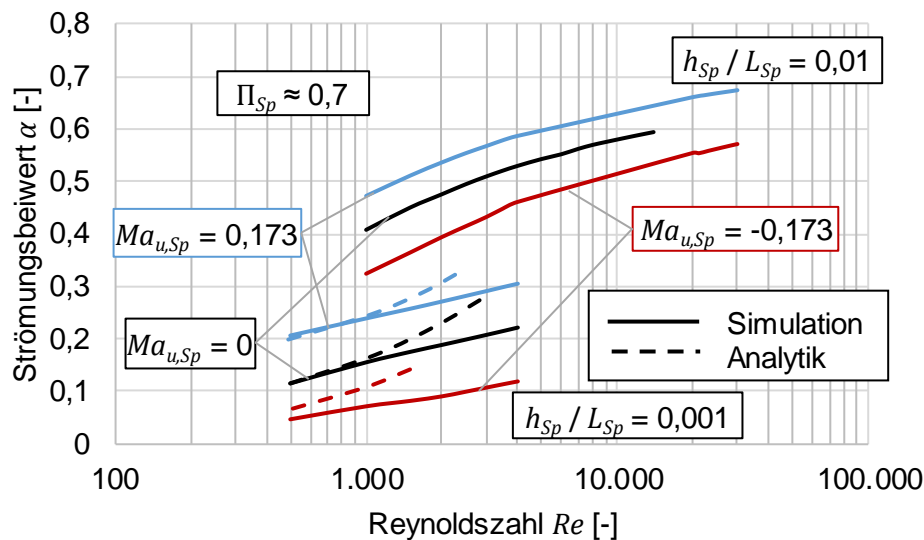


Abbildung 5.16: Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene Umfangsmachzahlen und h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $\kappa = 1,4$ (Simulation).

5.2.6 Zwischenfazit und Implementierung der Ergebnisse

Im Rahmen der hier vorgestellten Ergebnisse ist der Strömungsbeiwert für eine große Bandbreite dimensionsloser Kennzahlen bestimmt worden. Die Untersuchung mittels numerischer Strömungssimulation zeigt besonders im transitionellen Reynoldszahlbereich große Unterschiede für die verschiedenen Turbulenzmodelle und hinterlässt damit Potenzial für detailliertere Untersuchung der Geschwindigkeitsprofile im Spalt, die experimentell beispielsweise über Laser-Doppler-Anemometrie oder simulativ über direkte numerische Simulationen oder Grobstruktursimulationen stattfinden könnten. Abgesehen von diesem Bereich stimmen die qualitativen Verläufe zwischen Experiment und numerischer Simulation überein. Für den Fall der reinen Poiseuille-Strömung kann ein vorgestellter analytischer Ansatz außerdem zur Bestimmung des Strömungsbeiwertes im niedrigen Reynoldszahlbereich genutzt werden.

Die vorgestellten Ergebnisse der Stirnspaltströmungen haben praktische Auswirkungen auf die Sicht der Einflussparameter auf Spaltmassenströme in Schraubenmaschinen. Der Liefergrad λ_L des Schraubenkompressors (Gl. 2.7) wird durch die Spaltmassenströme reduziert, da mit steigendem Spaltmassenstrom im Allgemeinen auch die volumetrischen Verluste der Schraubenmaschine steigen, wodurch der Gütegrad der Maschine sinkt. Als Maß zur Quantifizierung dieser Verluste kann für die hier simulierten

Fluide die Reynoldszahl angesehen werden, da sich diese proportional zum Spaltmassenstrom verhält. Im Sinne einer hohen Energiewandlungsgüte der Schraubenmaschine muss das Ziel der konstruktiven Spaltdimensionierung das Erreichen kleiner Reynoldszahlen im Spalt sein, da diese zu geringen Strömungsbeiwerten führen. Es ergibt sich beispielsweise bei einer Halbierung der Stirnspalthöhen durch die Änderung des h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisses eine überproportionale Verkleinerung des Spaltmassenstroms. So kommt es bei unveränderten Hoch- und Niederdruckbedingungen zu einer Halbierung der Reynoldszahl durch die halbierte Spaltfläche zuzüglich einer weiteren Reduzierung der Reynoldszahl bzw. des Spaltmassenstroms aufgrund des geringeren Strömungsbeiwertes. Im Vergleich zu Reynoldszahl und h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis sind die Auswirkungen von Druckverhältnis und Isentropenexponent nur von untergeordneter Bedeutung.

Insbesondere in Bereichen kleiner Reynoldszahlen und/oder großer Druckverhältnisse, in denen der druckgetriebene Poiseuille-Massenstrom gering ist, kann die Bewegung der Rotoren großen Einfluss auf den Strömungsbeiwert haben und sollte daher in der Simulation der Gesamtmaschine berücksichtigt werden. Obwohl im Rahmen dieser Arbeit aufgrund fehlender Validierungsmöglichkeiten nur wenige Variationsrechnungen bezüglich der bewegten Berandung durchgeführt werden, tragen die gezeigten Ergebnisse zum Verständnis der Spaltmassenströme bei bewegten Berandungen bei und verbessern durch die Übernahme der Erkenntnisse die Spaltmassenstromberechnung mit Bezug auf die Schraubenmaschine, da die Rotorbewegung bei der Bestimmung der Spaltmassenströme in Kammermodellsimulationen bisher häufig vernachlässigt wird. Weiteres Potenzial liegt in der experimentellen Untersuchung von Spaltströmungen mit bewegter Berandung, um die Abbildungsgüte der verschiedenen Turbulenzmodelle weiter zu untersuchen.

Die Ergebnisse werden zur Verbesserung der Spaltmassenstromberechnung in Kammermodellsimulationen genutzt. Dabei werden ausschließlich die Simulationsergebnisse verwendet, da diese für eine größere Bandbreite an Randbedingungen vorliegen. Eine Möglichkeit der Implementierung stellt das Aufstellen einer tabellarischen Datenbank dar, auf deren Grundlage der benötigte Strömungsbeiwert interpoliert werden kann. Eine solche Datenbank wird beispielsweise von Wenderott aufgebaut [Wen01]. Alternativ können die Strömungsbeiwerte über Funktionale, die von den dimensionslosen Kennzahlen abhängen, approximiert werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Ansatz aus [Utr18b] verfolgt, den analytisch bestimmten Couette-Massenstrom $\dot{m}_{Co,ana}$ nach dem Superpositionsprinzip zu dem simulierten Poiseuille-Massenstrom \dot{m}_{Po} zu addieren. Dabei wird angenommen, dass der Couette-Massenstrom denselben Zu- und Einströmverlusten unterliegt wie der Poiseuille-Massenstrom. Diese können mithilfe des Faktors

$$\alpha_{anström} = \frac{\alpha_{Po}}{\alpha_{Po,ana}} \quad \text{Gl. 5.13}$$

abgeschätzt werden, der das Verhältnis von dem simulierten Poiseuille-Massenstrom zum analytisch bestimmten Poiseuille-Massenstrom nach Gl. 5.9 darstellt. Der so bestimmte Strömungsbeiwert ergibt sich damit zu [Utr18b]:

$$\alpha_{Po+Co} = \alpha_{Po} + \frac{Ma_{u,Sp} \cdot (1 + \Pi_{Sp})}{4} \cdot \left(\frac{2}{\kappa - 1} \cdot \left(\Pi_{Sp^*}^{\frac{2}{\kappa}} - \Pi_{Sp^*}^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right) \right)^{-1/2} \cdot \alpha_{anström} \quad \text{Gl. 5.14}$$

mit $\frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi_{Sp}$ und $\Pi_{Sp^*} = \Pi_{Sp}$ für $\Pi_{Sp} > \Pi_{krit}$ und $\Pi_{Sp^*} = \Pi_{krit}$ für $\Pi_{Sp} \leq \Pi_{krit}$

Ein Vergleich für die in Abbildung 5.16 dargestellten Strömungsbeiwerte für ein unterkritisches Druckverhältnis ist **Abbildung 5.17** zu entnehmen. Im Bereich um $Re = 3000$ ist deutlich der Wechsel zwischen dem laminaren und dem turbulenten Berechnungsansatz aus Gl. 5.9 zu erkennen.

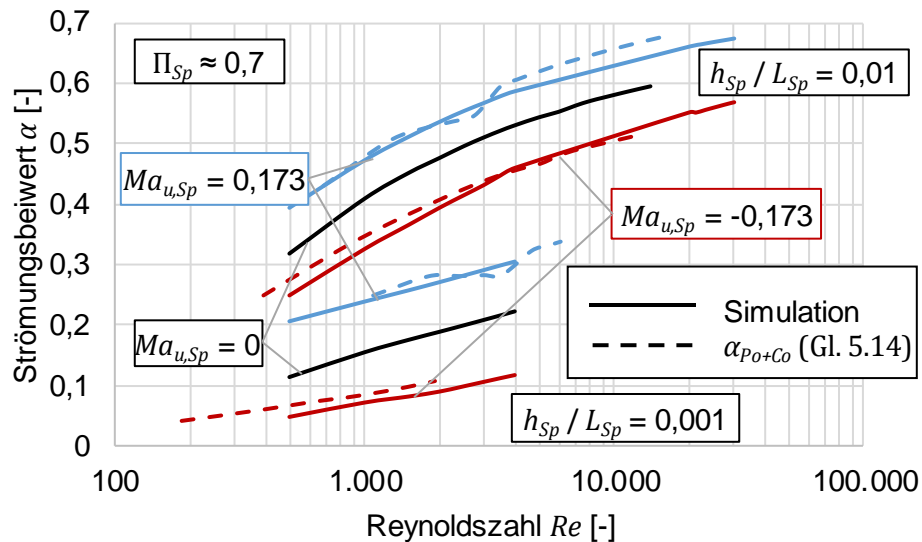


Abbildung 5.17: Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene Umfangsmachzahlen und h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $\kappa = 1,4$ (Simulation und Vergleich mit Gl. 5.14).

Trotz der großen Variationsbreite der untersuchten Kennzahlen zeigt der Ansatz eine hohe Abbildungsgüte und rechtfertigt den Einsatz zur Bestimmung der Spaltmassenströme in der Kammermodellsimulation. Während also der Couette-Massenstrom analytisch berechnet wird, muss für die Simulationsergebnisse des Poiseuille-Massenstroms eine geeignete Approximation gefunden werden. Die hier vorgestellten Ergebnisse für unbewegte Berandungen (reine Poiseuille-Strömung) werden im Weiteren mithilfe einer Regressionsanalyse auf Grundlage der Methode der kleinsten Fehlerquadrate in eine Gleichung überführt [Utr18b]:

$$\alpha_{Po,Reg,Stirn} = -1,474 + \sum_{i=1}^7 \delta_i \cdot \varepsilon_i \quad \text{Gl. 5.15}$$

$$0,001 \leq h_{Sp}/L_{Sp} \leq 0,02 \text{ und } 1000 \leq Re = \alpha_{Po,Reg,Stirn} \cdot Re_{th} \leq 10^5$$

Die zugehörigen Parameter δ_i und Koeffizienten ε_i sind **Tabelle 5.7** zu entnehmen. Da die Reynoldszahl ein Ergebnis der Simulation ist und vom Strömungsbeiwert abhängt, geht die theoretische Reynoldszahl $Re_{th} = Re / \alpha$ in die Gleichung ein. Die über die Formel ermittelten Strömungsbeiwerte werden zu 90 % mit einer Abweichung von unter 5 % zu den simulierten Werten abgebildet [Utr18b]. Die Bestimmung

der Gleichung basiert auf rund 500 Simulationspunkten, die in **Abbildung 5.18** über der Reynoldszahl aufgetragen sind. Ebenfalls dargestellt sind die Strömungsbeiwerte nach Gl. 5.15 sowie die relative Abweichung der beiden Strömungsbeiwerte, um die Abbildungsgüte der Regressionsanalyse einschätzen zu können. Bei der Bestimmung der Gleichung ist Wert auf eine hohe Abbildungsgüte im oberen Reynoldszahlbereich gelegt worden, sodass sich für $Re > 10^4$ eine sehr gute Übereinstimmung der Strömungsbeiwerte zeigt. Für $10^3 < Re < 10^4$ zeigen sich besonders im niedrigen Reynoldszahlbereich vereinzelt Abweichungen bis zu 30 %. Da der niedrigen Reynoldszahl entsprechend jedoch die absoluten Spaltmassenströme gering sind, ist der in der Kammermodellsimulation verursachte Fehler ebenfalls tolerierbar.

Die Gleichung ist nur für Reynoldszahlen $Re \geq 1000$ gültig. Für die reine Poiseuille-Strömung bei Reynoldszahlen $Re < 1000$ liefert der analytische laminare Ansatz nach Gl. 5.9 gute Ergebnisse und wird daher im niedrigen Reynoldszahlbereich für die Bestimmung der Strömungsbeiwerte genutzt. Die Auswertung der Simulationen ergibt, dass es bei negativen Umfangsmachzahlen deutlich eher zu Turbulenz im Spalt kommt, weshalb für $Re < 1000$ der analytische Strömungsbeiwert $\alpha_{Po,ana}$ in diesem Fall stets über die turbulente Gleichung ermittelt werden sollte. Ein weiterer Vergleich zwischen den simulierten und nach Gl. 5.14 bestimmten Strömungsbeiwerten kann für ein überkritisches Druckverhältnis [Utr18b] entnommen werden und zeigt ebenfalls eine hohe Abbildungsgüte.

Tabelle 5.7: Parameter δ_i und Koeffizienten ε_i für die näherungsweise Bestimmung des Strömungsbeiwertes nach Gl. 5.15 [Utr18b].

i	1	2	3	4	5	6	7
δ_i	$\log(Re_{th})^2$	$\log(Re_{th})$	$\tanhyp(-5 \cdot (\Pi_{Sp} - 0,5))$	κ^2	κ	$(h_{Sp}/L_{Sp})^{0,25}$	$(h_{Sp}/L_{Sp})^{0,5}$
ε_i	-0,0327	0,3932	0,03986	0,02534	-0,1484	5,557	-5,974

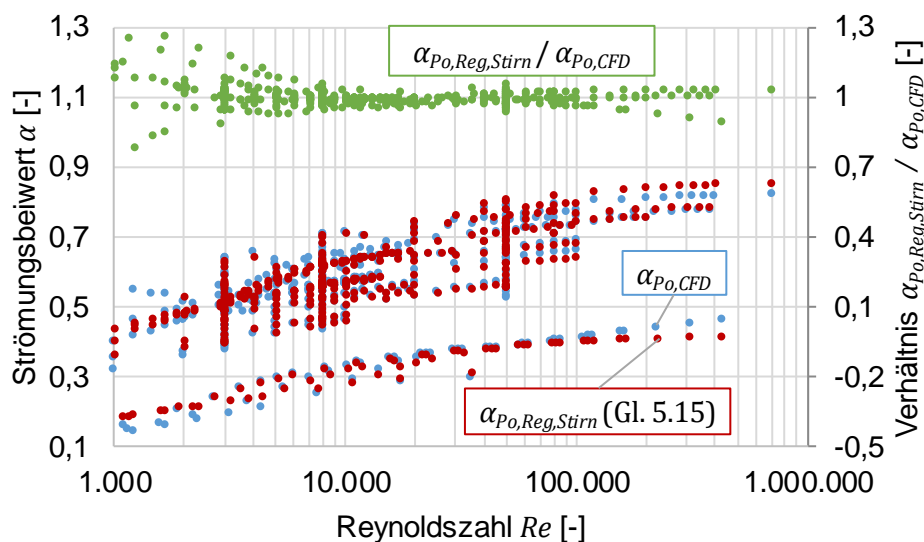


Abbildung 5.18: Auftragung aller simulierten Strömungsbeiwerte ohne Berandungsbewegung für $Re \geq 1000$ sowie Strömungsbeiwert nach Gl. 5.15 und relative Abweichung als Funktion der Reynoldszahl.

5.3 Nebenrotorgehäusespalt

Der folgende Abschnitt beschäftigt sich mit dem Nebenrotorgehäusespalt mit dem Ziel, den Strömungsbeiwert α in Abhängigkeit der übrigen Kennzahlen zu bestimmen. Der Ablauf ist analog zur Untersuchung des Stirnspaltes gestaltet.

Eines der zur Simulation verwendeten, strukturierten Rechennetze ist in **Abbildung 5.19** dargestellt. Es besitzt rund 150000 Zellen und weist analog zu den zur Simulationen des Stirnspaltes verwendeten Netzen im Bereich des engsten Querschnitts eine lokale Verfeinerung auf, um geringe y^+ -Werte ($y^+ < 2$) zu realisieren. Die hinreichende Auflösung des Netzes wird mit einer Richardson-Extrapolation überprüft. Die zur experimentellen Untersuchung mit Luft genutzten Spaltkonturen sind in **Abbildung 5.20** dargestellt und sind mittels Erodieren gefertigt. Zur Variation der in Tabelle 5.3 beschriebenen geometrischen Kennzahlen werden die drei in Abschnitt 4.2.2 beschriebenen s_{NR}/D_{NR} -Verhältnisse bei gleichzeitiger Variation des h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnisses untersucht. Da sowohl Steigung als auch Durchmesser auf den Nebenrotor bezogen sind, werden die Parameter im Folgenden mit dem entsprechenden Index versehen. Bei dem Referenzdurchmesser von $D_{NR} = 72$ mm werden in der Simulation Spalthöhen von 0,02; 0,1 und 0,2 mm untersucht, während im Experiment wegen der Messunsicherheiten statt der kleinsten Spalthöhe zusätzlich 0,4 mm untersucht wird.

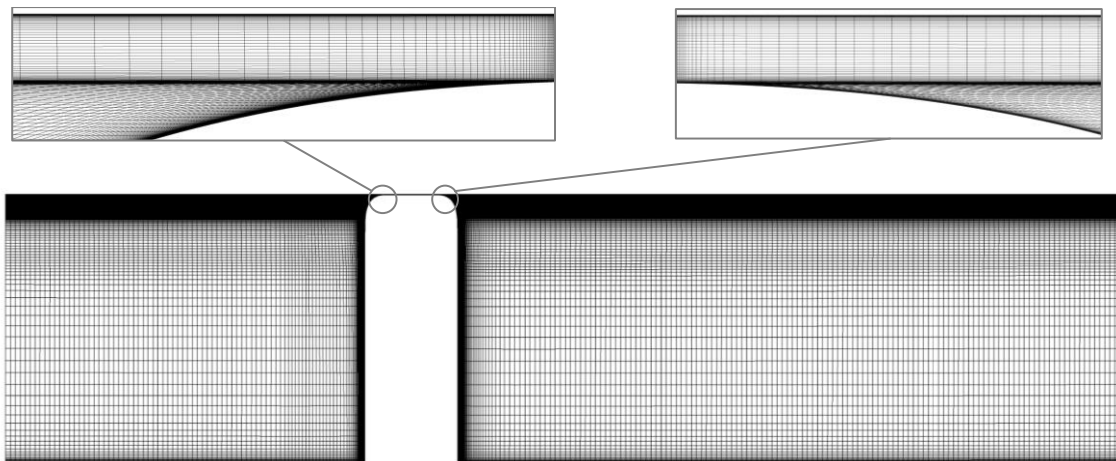


Abbildung 5.19: Beispielhaftes Rechennetz ($h_{Sp}/D_{NR} = 0,0014$; $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$).

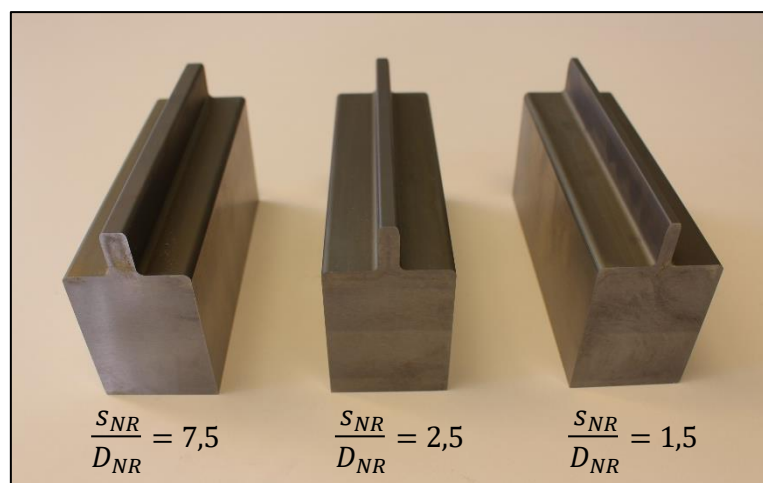


Abbildung 5.20: Experimentell untersuchte Nebenrotorgehäusespaltkonturen.

5.3.1 Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle und Experiment

Für den Stirnspalt ergeben sich für verschiedene Turbulenzmodelle deutliche Unterschiede für den Strömungsbeiwert. Dieser Umstand soll im Folgenden ebenfalls für den Nebenrotorgehäusespalt untersucht werden. **Abbildung 5.21** zeigt den Strömungsbeiwert für $s_{NR}/D_{NR} = 2,5$ und zwei h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnisse als Funktion der Reynoldszahl. Dabei werden verschiedene Turbulenzmodelle mit den experimentellen Werten verglichen. Es fällt auf, dass die Unterschiede zwischen den Turbulenzmodellen im Vergleich zum Stirnspalt (vgl. **Abbildung 5.4**) deutlich reduziert sind und die experimentellen Strömungsbeiwerte von allen Modellen mit ausreichend hoher Genauigkeit reproduziert werden können. Im höheren Reynoldszahlbereich, der experimentell nicht mehr abgedeckt wird, zeigen sich für die verschiedenen Modelle geringe Unterschiede. Es ergibt sich für $h_{Sp}/D_{NR} = 0,0014$ für die laminare Simulation teilweise ein kleinerer Strömungsbeiwert als für die turbulenten Simulationen, was auf unterschiedliche Ablöseverhalten am Spaltaustritt zurückzuführen ist. Insgesamt ist bemerkenswert, dass nur geringe Unterschiede zwischen der laminaren und der turbulenten Simulation zu verzeichnen sind. Um diesen Umstand zu erklären, zeigt **Abbildung 5.22** für das kleinere h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnis für die drei untersuchten Turbulenzmodelle den Verlauf der turbulenten Wirbelviskosität η_{turb} im Spalt bei einer Reynoldszahl von 5000, wobei blau keiner Wirbelviskosität und damit keiner Turbulenz und rot dem Erreichen der stoffspezifischen Viskosität η von Luft entspricht. Die dargestellten Verläufe verdeutlichen die sich aufbauende Turbulenz mit steigender Lauflänge, die bereits in **Abbildung 4.10** für eine inkompressible Rohrströmung vorgestellt wird.

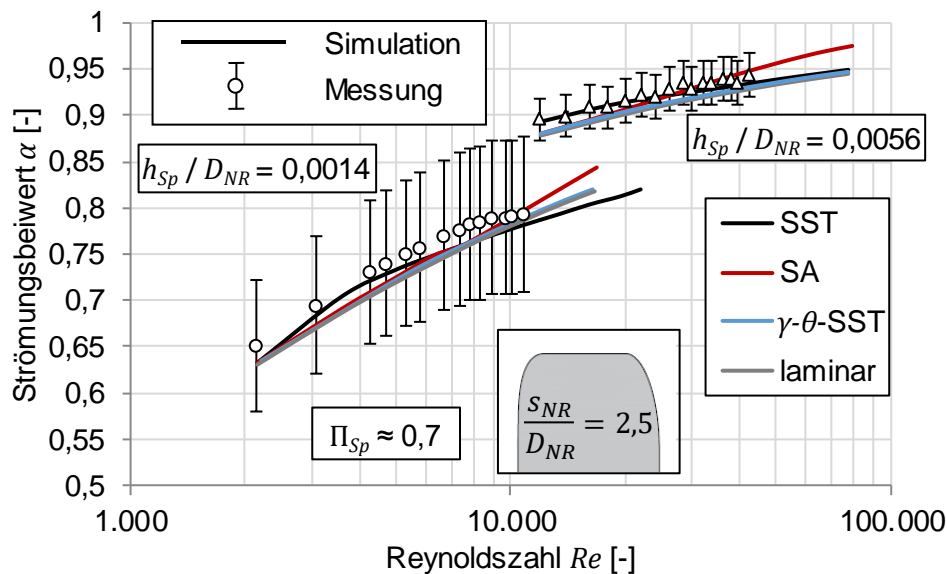


Abbildung 5.21: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion der Reynoldszahl, Vergleich zwischen Experiment und Simulation mit verschiedenen Turbulenzmodellen für zwei h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $s_{NR}/D_{NR} = 2,5$.

Für das SA-Modell existiert Turbulenz bereits vor dem Eintritt in den Spalt, es findet jedoch eine Relaminarisierung am Spalteintritt statt. Erst mit zunehmender Länge bildet sich allmählich Turbulenz im Spalt aus, was den Strömungsbeiwert im Vergleich mit der laminaren Simulation jedoch nicht merklich beeinflusst. Für das SST-Modell ist die Wirbelviskosität im Spalt deutlich erhöht, während für das transitionelle γ - θ -SST-Modell die Turbulenz erst hinter dem Spalt entsteht. Die durch die Turbulenz entstehende Reibung lässt für das SST-Modell den geringsten Strömungsbeiwert erwarten, wie **Abbildung**

5.21 jedoch zeigt, führt das Modell zu dem größten Strömungsbeiwert bei dieser Reynoldszahl. Eine genauere Betrachtung des Druckverlaufs (nicht dargestellt) zeigt, dass die Strömung des SST-Modells noch im Bereich des Radius am Spaltaustritt für eine geringe Lauflänge an der Zahnkontur anliegt, während bei den anderen Modellen die Strömung direkt bei Erreichen des Radius nicht mehr der Kontur folgt und ablöst. Aufgrund der Erweiterung des Strömungsquerschnittes in diesem Bereich und der damit verbundenen Diffusor-Wirkung ergibt sich für das SST-Modell am Spaltaustritt ein geringfügig kleinerer Druck, sodass ein verringertes Druckverhältnis über dem Spalt anliegt, was schließlich zu dem größeren Strömungsbeiwert führt. Bei größeren Reynoldszahlen überwiegt jedoch der Einfluss der Turbulenz, sodass der Strömungsbeiwert für das SST-Modell hier am niedrigsten ist.

Im Bereich des großen h_{sp}/D_{NR} -Verhältnisses und den damit verbundenen großen Reynoldszahlen ergeben sich einzig für das SA-Modell geringe Unterschiede aufgrund einer leicht verspäteten Strömungsablösung. Die experimentellen Daten können sehr gut über das SST-Modell angenähert werden. Auch hier ergibt sich im Spalt nur eine geringe Turbulenz, die kaum Einfluss auf den Massendurchfluss hat, sodass für eine Bestimmung des Strömungsbeiwertes in dem untersuchten Bereich eine laminare Simulation ausreichen würde.

Im Vergleich mit dem Stirnspalt ergibt sich eine deutlich erhöhte Abbildungsgüte durch die Simulation. Die Wahl des Turbulenzmodells ist in dem hier untersuchten Kennzahlbereich nicht entscheidend für den sich ergebenden Strömungsbeiwert. Die im Folgenden dargestellten Ergebnisse werden mit dem SST-Modell erzeugt, das die experimentellen Verläufe qualitativ am besten wiedergibt.

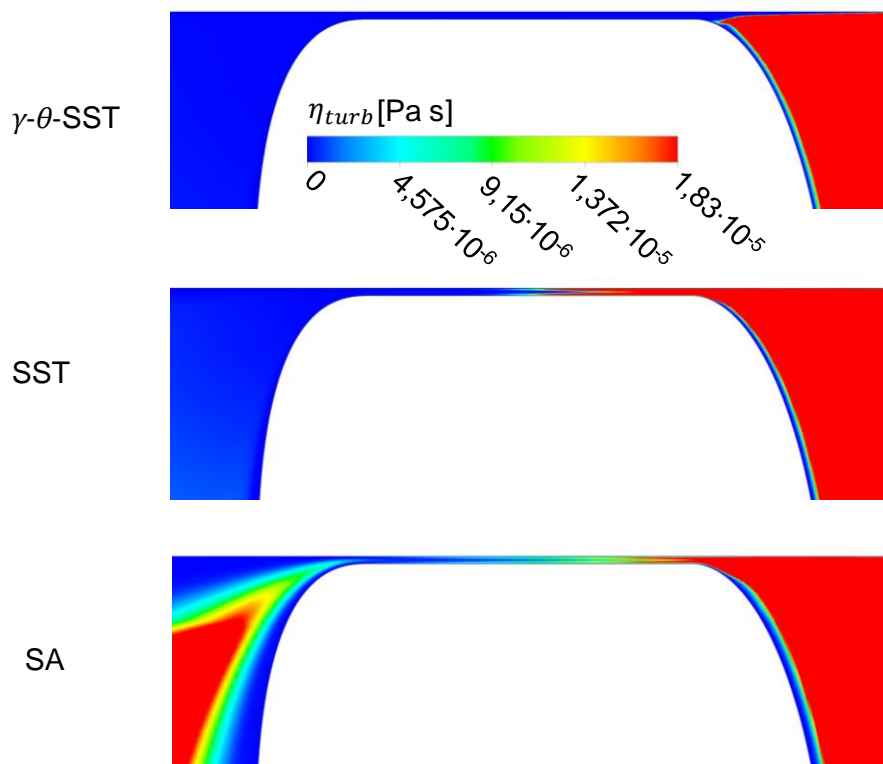


Abbildung 5.22: Vergleich der turbulenten Wirbelviskosität η_{turb} für die drei untersuchten Turbulenzmodelle für $s_{NR}/D_{NR} = 2,5$; $h_{sp}/D_{NR} = 0,0014$; $Re = 5000$; $\Pi_{sp} \approx 0,7$ und $\kappa = 1,4$.

5.3.2 Ergebnisse bei unbewegter Berandung

Im Folgenden wird der Einfluss der einzelnen Kennzahlen auf den Strömungsbeiwert des Nebenrotorgehäusespaltes erläutert. Auf eine analytische Betrachtung wird hier aufgrund des teilweise nicht-konstanten Strömungsquerschnittes verzichtet.

Der Einfluss des Druckverhältnisses bei verschiedenen h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnissen und unterschiedlichen Reynoldszahlen ist für $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$ in **Abbildung 5.23** dargestellt. Für die kleinste Reynoldszahl ($Re = 700$) und Spalthöhe ist ein geringer Einfluss des Druckverhältnisses zu erkennen, ein Vergleich mit experimentellen Daten ist aufgrund der geringen Spalthöhe und Spaltmassenströme nicht möglich. Die Abnahme des Strömungsbeiwertes mit dem Druckverhältnis ist jedoch mit dem starken Reibungseinfluss zu begründen, der, ähnlich wie beim Stirnspalt bei kleinen Reynoldszahlen, zu einem nahezu linearen Druckabfall im Spalt führt.

Für $Re \approx 8000$ ist für das untersuchte h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnis sowohl in der Simulation als auch im Experiment kein nennenswerter Einfluss des Druckverhältnisses auszumachen. Es ist eine deutliche Erhöhung des Strömungsbeiwertes sowohl bei Vergrößerung der Reynoldszahl auf 20000 als auch bei weiterer Erhöhung des h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnisses festzustellen, was auf den reduzierten Reibungseinfluss zurückzuführen ist und im folgenden Abschnitt thematisiert wird.

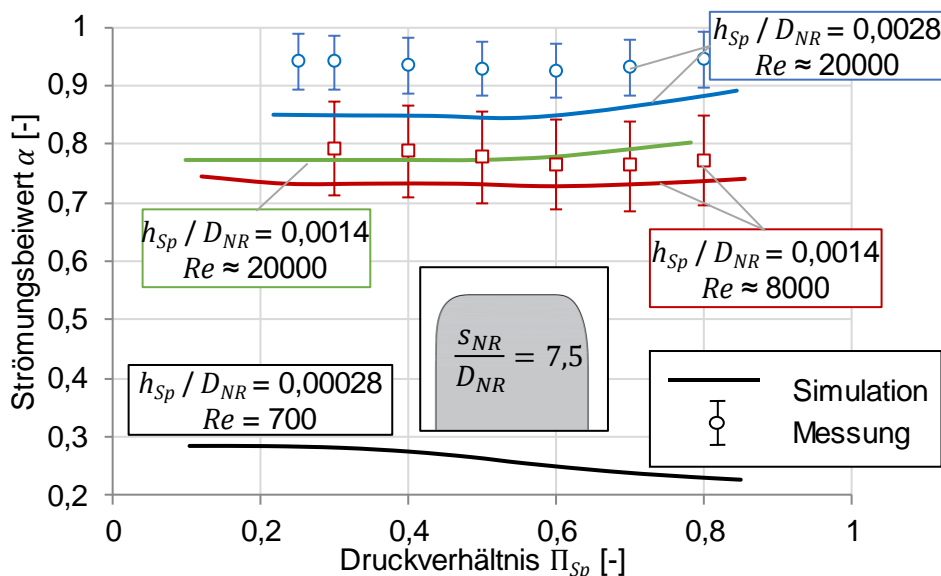


Abbildung 5.23: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion des Druckverhältnisses für verschiedene h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnisse und drei Reynoldszahlen für $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$ (Vergleich Simulation und Experiment).

Für die dargestellten Verläufe mit $Re = 20000$ ergibt sich im unterkritischen Druckbereich sowohl im Experiment als auch in der Simulation eine geringfügige Erhöhung des Strömungsbeiwertes mit steigendem Druckverhältnis. Da dieses Verhalten bei kleineren Reynoldszahlen nicht zu beobachten ist, zeigt **Abbildung 5.24** den Druckverlauf im Spalt bei zwei verschiedenen Reynoldszahlen und – mit Ausnahme des Strömungsbeiwertes – sonst gleichen Kennzahlen. Für die größere Reynoldszahl zeigt sich eine deutlich stärkere Expansion im Spalt. Die größere Reynoldszahl stabilisiert die Strömung und

sorgt dafür, dass die Ablösung von der Rotorgeometrie weiter stromabwärts stattfindet (nicht dargestellt). Die dadurch verstärkte Wirkung des Diffusors am Spaltauslass führt dazu, dass der Druck deutlich unter den im ND-Volumen vorherrschenden Gegendruck fällt. Für die Reynoldszahl von 20000 ergibt sich so im Spalt ein lokales minimales Druckverhältnis von 0,75, während es bei der kleineren Reynoldszahl lediglich 0,78 beträgt. Die Auswirkungen einer Variation des Druckverhältnisses auf den Druckverlauf im Spalt sind in **Abbildung 5.25** dargestellt. Die gezeigten Druckverläufe ähneln stark den beispielsweise in [Tru08] vorgestellten Verläufen für eine Laval-Düse, die ebenfalls am Einlass einen konvergierenden und am Auslass einen divergierenden Strömungskanal besitzt. Hier wird deutlich, dass für unterkritische Druckverhältnisse ein Druck nahe des Niederdrucks bereits im engsten Querschnitt erreicht wird, woraus im weiteren Strömungsverlauf eine Expansion unter den Niederdruck resultiert, wie für $\Pi_{Sp} = 0,8$ in Abbildung 5.24 dargestellt. Im überkritischen Bereich hingegen bleibt der Druckverlauf bis zur engsten Stelle nahezu konstant, während der Niederdruck abgesenkt wird. Der gemessene Druck in der Mitte der Spaltlänge ist für die untersuchten überkritischen Druckverhältnisse nahezu identisch. Die Strömung erreicht das kritische Druckverhältnis und damit Schallgeschwindigkeit. Im weiteren Strömungsverlauf entspricht die sich aufweitende Geometrie einer Überschalldüse und beschleunigt die Strömung weiter, die schließlich über Verdichtungsstöße den Niederdruck erreicht. Aufgrund der Verblockung der Strömung kann der Niederdruck bei konstantem Hochdruck gesenkt werden, ohne dass der Spaltmassenstrom verändert wird. Da der Strömungsbeiwert den Massenstrom auf den im überkritischen Bereich ebenfalls konstanten theoretischen Massenstrom einer isentropen Blendenströmung bezieht, ergibt sich ein nahezu konstanter Strömungsbeiwert über dem Druckverhältnis.

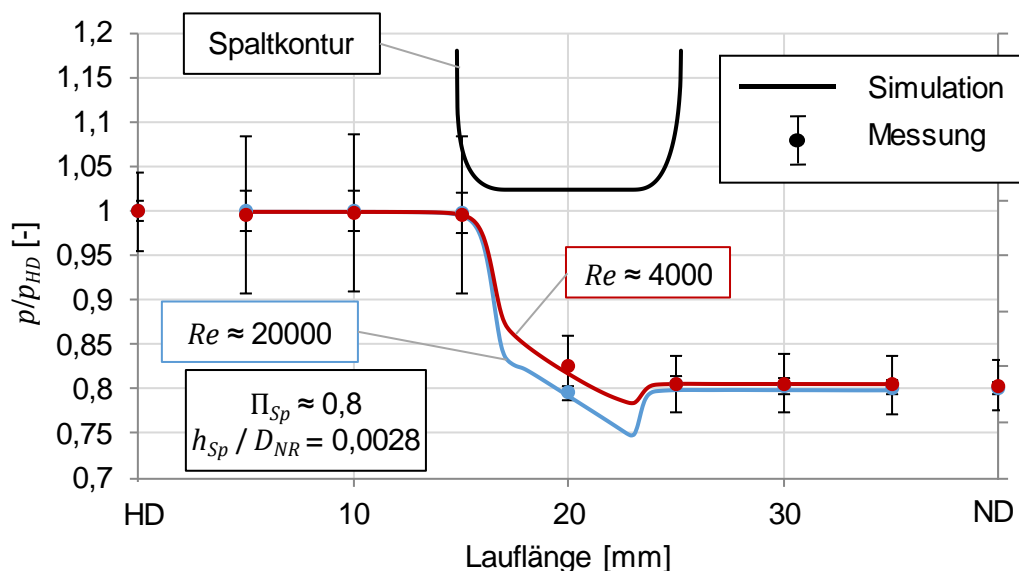


Abbildung 5.24: Druckverlauf im Spalt für Luft für verschiedene Reynoldszahlen für $\Pi_{Sp} \approx 0,8$; $h_{Sp}/D_{NR} = 0,0028$ und $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$ (Vergleich Simulation - Druckverlauf ausgewertet an der Gehäusewand - und Experiment).

Ein Vergleich der Spaltkonturen von Nebenrotor und Stirnspalt gestaltet sich insgesamt schwierig, da die untersuchten Stirnspaltkonturen aufgrund der deutlich größeren Länge L_{Sp} mit konstanter Spalthöhe einem stärkeren Reibungseinfluss unterliegen und einen scharfkantigen Ein- und Auslauf aufweisen.

Für den Nebenrotorgehäusespalt resultieren dadurch in den technisch relevanten Bereichen der geometrischen Kennzahlen deutlich größere Strömungsbeiwerte bei derselben Reynoldszahl. Ein detaillierterer Vergleich der beiden Spaltgeometrien wird in Abschnitt 5.3.3 angestellt.

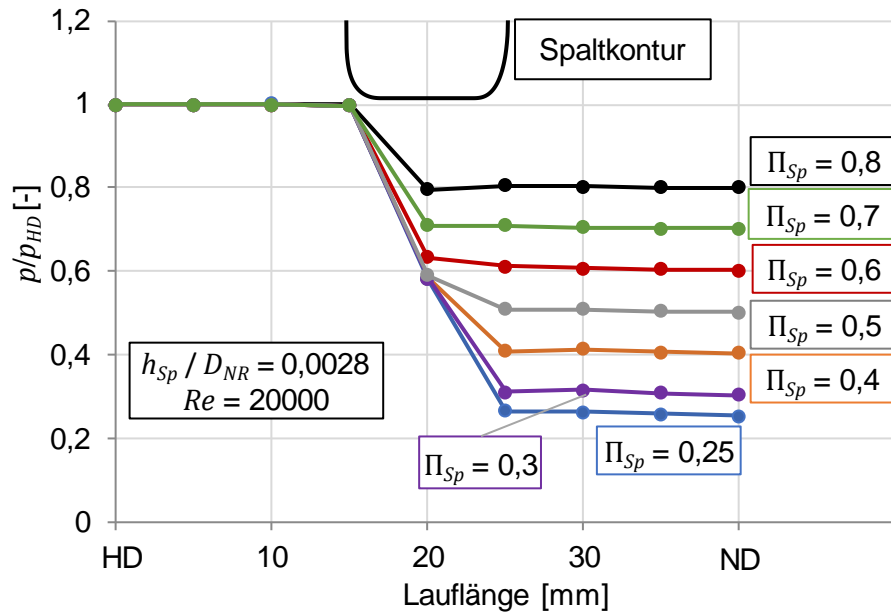


Abbildung 5.25: Druckverlauf im Spalt für Luft für verschiedene Druckverhältnisse für $h_{Sp}/D_{NR} = 0,0028$; $Re = 20000$ und $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$ (Experiment).

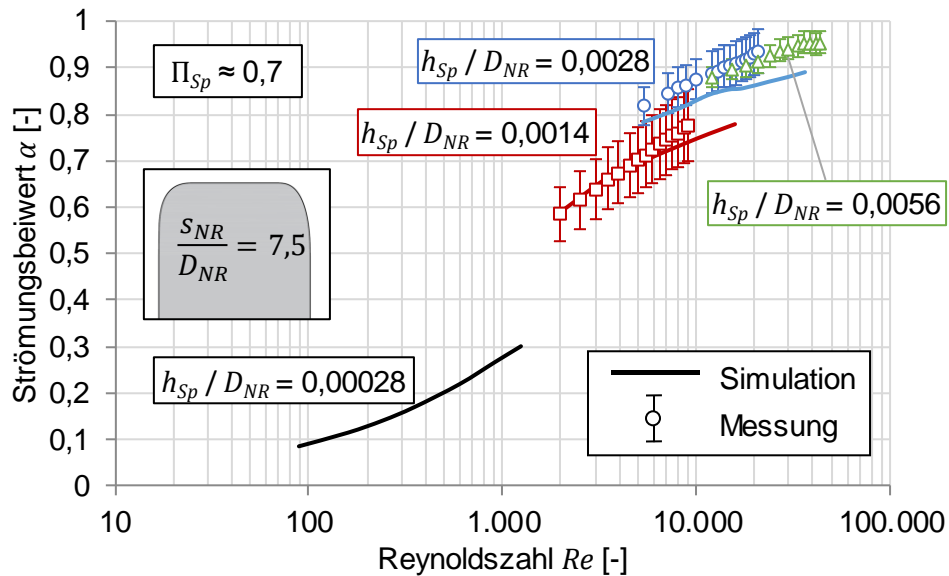


Abbildung 5.26: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$ (Vergleich Simulation und Experiment).

Abbildung 5.26 zeigt den Strömungsbeiwert über der Reynoldszahl im Vergleich zwischen Simulation und Experiment für $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$. Der Strömungsbeiwert variiert im untersuchten Reynoldszahlbereich zwischen 0,09 und 0,95, die Reynoldszahl ist damit ein entscheidender Einflussparameter für den

Strömungsbeiwert. Für geringe Reynoldszahlen ($100 < Re < 10^3$) und $h_{Sp}/D_{NR} = 0,00028$ ergeben sich die kleinsten Strömungsbeiwerte, die mit der Reynoldszahl jedoch einen starken Anstieg verzeichnen. Die prinzipiellen Verläufe sind bereits von dem Stirnspalt bekannt, jedoch befinden sich die Strömungsbeiwerte grundsätzlich auf einem höheren Niveau, was auf die bereits angesprochene Spaltgeometrie zurückzuführen ist und im nächsten Abschnitt detaillierter untersucht wird. Die simulativen Werte können mit dem Experiment mit hoher Genauigkeit reproduziert werden, lediglich bei größeren Reynoldszahlen liegen die Strömungsbeiwerte der Simulationen, wie bereits bei der Untersuchung des Stirnspaltes, unterhalb des Experiments. Dies spricht dafür, dass das verwendete SST-Modell bei größeren Reynoldszahlen zu viel Turbulenz berechnet. Wie bereits erläutert, sind die Auswirkungen bei den hier untersuchten kurzen Spaltlängen nicht so gravierend wie beim Stirnspalt. Ein weiterer Grund für mögliche Abweichungen ist die falsche Vorhersage des Ablöseortes auf der Spaltkontur. Darüber hinaus lassen die vergleichsweise niedrigen Messwerte für $h_{Sp}/D_{NR} = 0,0056$ darauf schließen, dass die Strömungsbeiwerte für $h_{Sp}/D_{NR} = 0,0028$ am unteren Ende der Messunsicherheit anzusiedeln sind. Obwohl das Potenzial einer Druckrückgewinnung und damit auch ein Strömungsbeiwert $\alpha > 1$, wie er beispielsweise in [Utr18c] diskutiert wird, aufgrund der Diffusorgeometrie am Auslass gegeben ist, werden derart hohe Strömungsbeiwerte aufgrund der Reibung im Bereich konstanter Spalthöhe nicht erreicht.

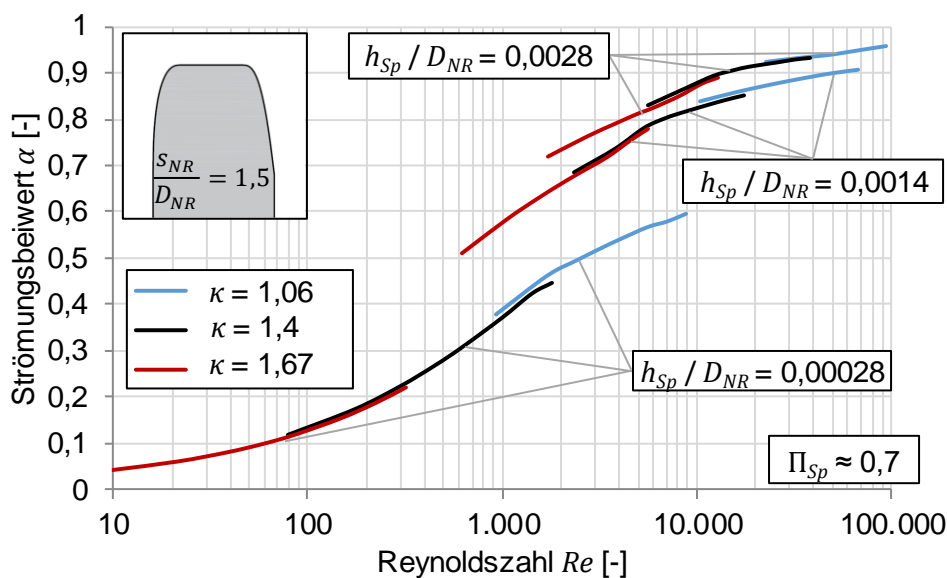


Abbildung 5.27: Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnisse und Isentropenexponenten für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $s_{NR}/D_{NR} = 1,5$ (Simulation).

Für eine Diskussion des Einflusses des h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnisses eignet sich **Abbildung 5.27**, wo der Strömungsbeiwert über der Reynoldszahl für die in Tabelle 5.2 definierten Fluide für das geringste s_{NR}/D_{NR} -Verhältnis von 1,5 dargestellt ist. Im Vergleich mit $h_{Sp}/D_{NR} = 0,00028$ ist der Einfluss der Wandreibung für $h_{Sp}/D_{NR} = 0,0014$ reduziert, sodass der Strömungsbeiwert bei gleicher Reynoldszahl größer ausfällt. Das h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnis ist damit ein weiterer wichtiger Einflussparameter für den Strömungsbeiwert. Im Vergleich zum Stirnspalt (vgl. Abbildung 5.12) sind die Unterschiede zwischen den Verläufen der verschiedenen Isentropenexponenten deutlich geringer. Dies ist auf die abgerundete Spaltkontur und die geführte Strömung zurückzuführen, wodurch sich der Niederdruck im Spalt einstellt und nicht, wie bei

dem Stirnspalt, erst hinter dem Spalt. Dadurch sind die Unterschiede zwischen der simulierten Temperatur bzw. Dichte und der im theoretischen Massenstrom (Gl. 2.8) genutzten isentrop bestimmten Dichte geringer, wodurch der Einfluss verschiedener Isentropenexponenten reduziert wird.

5.3.3 Variation der Rotorsteigung und Vergleich mit dem Stirnspalt

Der Vergleich zwischen Abbildung 5.27 und Abbildung 5.26 zeigt bereits, dass der Strömungsbeiwert für das größere s_{NR}/D_{NR} -Verhältnis bei sonst identischen Kennzahlen verringert ist. Die Strömungsbeiwerte aller drei experimentell untersuchten Spaltkonturen sind für ein konstantes h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnis in **Abbildung 5.28** dargestellt. Zur besseren Übersichtlichkeit wird auf eine Darstellung der Messunsicherheiten verzichtet. Für alle drei Konturen ergibt sich in dem untersuchten Bereich bei der logarithmischen Auftragung der Reynoldszahl ein nahezu konstanter Gradient des Strömungsbeiwertes. Darüber hinaus ist eindeutig die Systematik zu erkennen, dass der Strömungsbeiwert bei sonst identischen Kennzahlen mit steigendem s_{NR}/D_{NR} -Verhältnis sinkt. Dies lässt vermuten, dass, ähnlich wie beim Stirnspalt, insbesondere die Reibung im Bereich konstanter Spalthöhe den Strömungsbeiwert beeinflusst.

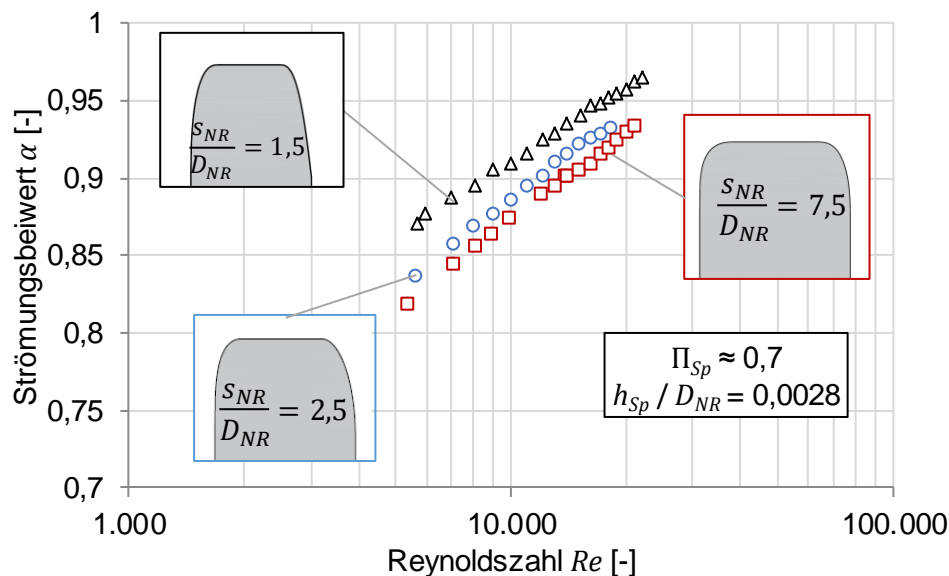


Abbildung 5.28: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene s_{NR}/D_{NR} -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $h_{Sp}/D_{NR} = 0,0028$ (Experiment).

Die Längen L_{Sp} konstanter Spalthöhe für die verschiedenen Konturen sind in Tabelle 4.3 zusammengefasst. Um den Einfluss dieser Längen auf den Nebenrotorgehäusespalt zu untersuchen, wird im Folgenden analog zum Stirnspalt das Spalthöhe-Länge-Verhältnis h_{Sp}/L_{Sp} untersucht. **Abbildung 5.29** zeigt den Strömungsbeiwert als Funktion des Druckverhältnisses für zwei s_{NR}/D_{NR} -Verhältnisse. Die Spalthöhe ist jeweils so angepasst, dass sich für beide Konturen dasselbe h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis von 0,01 ergibt. Da die Spaltlänge L_{Sp} bei dem untersuchten Bezugsdurchmesser im Bereich weniger Millimeter liegt, ergeben sich dadurch Spalthöhen von wenigen Mikrometern. Für die beiden Konturen ergibt sich ein nahezu identischer Verlauf des Strömungsbeiwertes. Als entscheidender Einflussparameter für den Nebenrotorgehäusespalt hat sich damit das h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis herausgestellt. Die beiden aus dem Pi-Theorem resultierenden geometrischen Kennzahlen s_{NR}/D_{NR} und h_{Sp}/D_{NR} können in guter Näherung durch

das h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis substituiert werden. Die geringen Unterschiede können sowohl aus Unterschieden im Ablöseverhalten im Ein- und Auslaufbereich als auch aus der Intensität der Reibung resultieren, da $s_{NR}/D_{NR} = 2,5$ über größere Ellipsen am Ein- und Auslauf und damit über einen insgesamt längeren Strömungskanal verfügt. Neben den beiden Gehäusepaltkonturen ist ebenfalls der aus Abbildung 5.9 bekannte Verlauf des Stirnspaltes bei gleichem h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis dargestellt. Der deutlich niedrigere Strömungsbeiwert ist ein Resultat der Einströmverluste aufgrund der scharfkantigen Geometrie des Stirnspaltes, die zu einer Strömungsablösung am Spalteintritt und dadurch zu einer Reduzierung des Spaltdurchflusses führt. Wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, ist dieser Effekt für große Druckverhältnisse stärker ausgeprägt, da die Druckreduzierung am Spalteinlass hier durch das ohnehin schon große Druckverhältnis stärker ins Gewicht fällt.

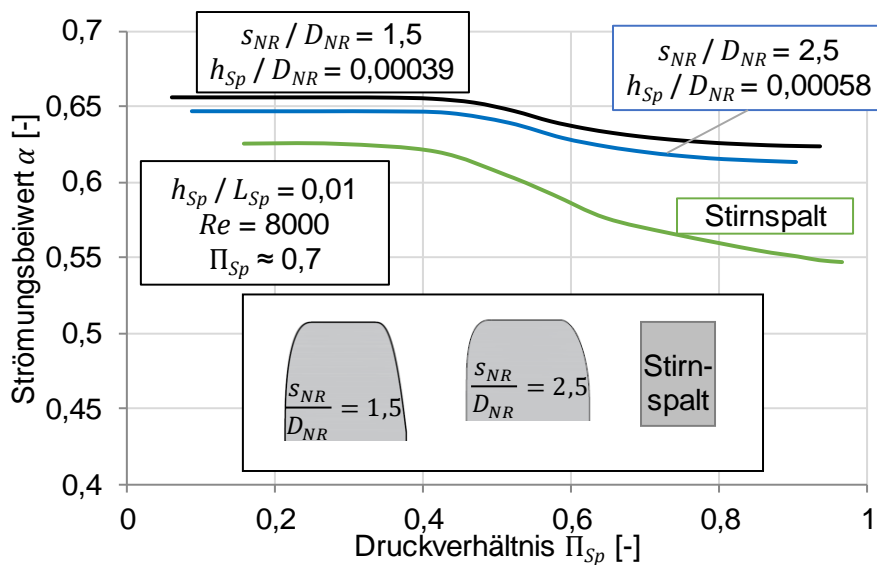


Abbildung 5.29: Strömungsbeiwert als Funktion des Druckverhältnisses; Vergleich zwischen zwei Nebenrotorgehäusespaltkonturen und dem Stirnspalt bei konstantem h_{Sp}/L_{Sp} für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $\kappa = 1,4$ (Simulation).

Abbildung 5.30 vergleicht den Einfluss der Reynoldszahl auf die beiden Spalttypen bei konstantem h_{Sp}/L_{Sp} . Da für die simulativen Verläufe des Gehäusespaltes neben einem neuen Rechenetz auch eine iterative Bestimmung des gewünschten Druckverhältnisses nötig ist, wird hier auf Messwerte zurückgegriffen. Während sich für den Stirnspalt das bereits diskutierte Abflachen des Verlaufes ergibt, setzt sich der Verlauf des Gehäusespaltes im experimentell untersuchten Bereich ohne Änderung des Gradienten fort, was dafür spricht, dass ein potenzieller Umschlag von laminarer zu turbulenter Strömung die Gehäusespaltströmung in dem untersuchten Bereich nicht beeinflusst. Für den Stirnspalt hingegen nimmt die Turbulenz, auch bedingt durch die Ablösung am scharfkantigen Spalteinlass, mit der Reynoldszahl zu, was zum Abflachen des dargestellten Verlaufes führt.

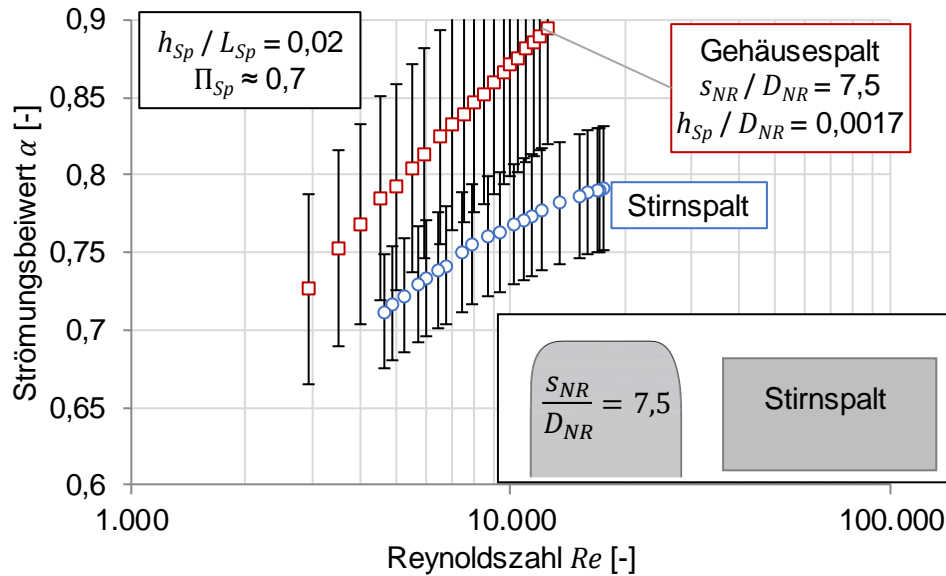


Abbildung 5.30: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion der Reynoldszahl; Vergleich zwischen Nebenrotorgehäusespalt und Stirrspalt ($L_{Sp} = 10 \text{ mm}$) bei konstantem h_{Sp}/L_{Sp} für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ (Experiment).

5.3.4 Ergebnisse bei bewegter Berandung

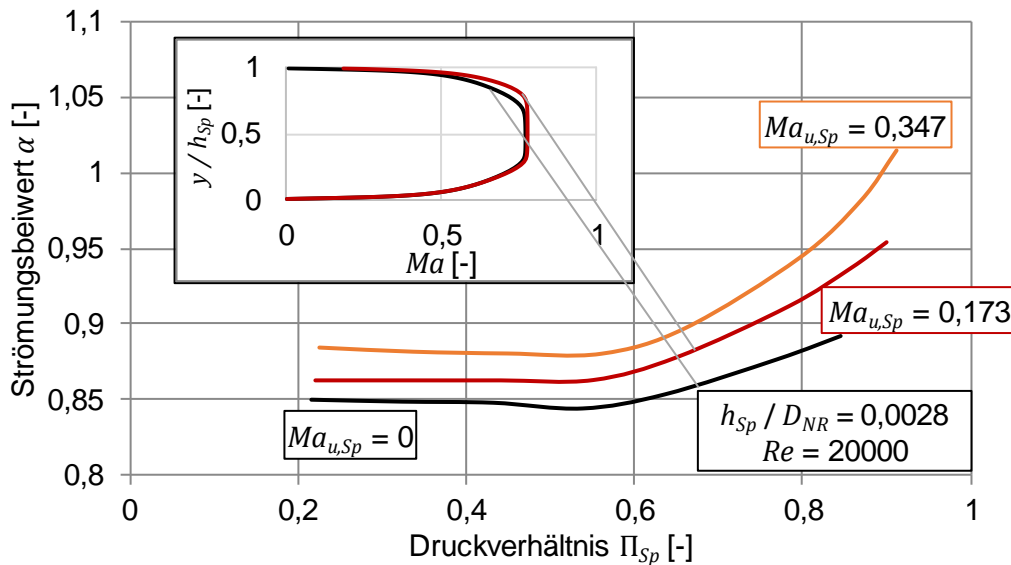


Abbildung 5.31: Strömungsbeiwert als Funktion des Druckverhältnisses für verschiedene Umfangsmachzahlen für $h_{Sp}/D_{NR} = 0,0028$; $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$; $Re = 20000$ und $\kappa = 1,4$ sowie exemplarischer Machzahlverlauf für $Ma_{u,Sp} = 0$ und $Ma_{u,Sp} = 0,173$ in der Spaltmitte (Simulation).

Für den Nebenrotorgehäusespalt sollen ebenfalls einige Simulationen mit Einbezug der Rotorbewegung vorgestellt werden. Für den Kompressorbetrieb der Schraubenmaschine sind positive Umfangsmachzahlen relevant, weshalb negative Umfangsmachzahlen hier nicht untersucht werden. **Abbildung 5.31** zeigt den Strömungsbeiwert für verschiedene Umfangsmachzahlen über dem Druckverhältnis, der unbewegte Verlauf ist bereits aus **Abbildung 5.23** bekannt. Ähnlich wie beim Stirrspalt ergeben sich bei positiven Umfangsmachzahlen größere Strömungsbeiwerte. Im Vergleich mit **Abbildung 5.14** ist der

Einfluss der bewegten Berandung jedoch deutlich reduziert, insbesondere im Bereich größerer Druckverhältnisse. Dies ist darauf zurückzuführen, dass in dieser kombinierten Couette-Poiseuille-Strömung die Couette-Strömung aufgrund der geringen Spaltlänge in Verbindung mit den untersuchten Spalthöhen nur eine untergeordnete Rolle spielt, da bereits ohne bewegte Berandung große Strömungsbeiwerte verzeichnet werden. Die Poiseuille-Strömung dominiert, was durch den ebenfalls dargestellten Machzahl-Verlauf in Spaltmitte bei einem beispielhaften Druckverhältnis unterstrichen wird. Zwischen dem bewegten und unbewegten Verlauf sind kaum Unterschiede auszumachen. Dies wird auch bei Auftragung über der Reynoldszahl mit kleinerer Spalthöhe deutlich, vgl. **Abbildung 5.32**. Die Bewegung der Berandung bewirkt eine nahezu konstante Verschiebung der Strömungsbeiwerte, die auch mit steigender Reynoldszahl fast unverändert bleibt. Die Auswirkungen der Gehäusebewegung sind im Vergleich zum Stirnspalt aufgrund der kurzen Spaltlänge und dem aus der Poiseuille-Strömung resultierenden, insgesamt größeren Strömungsbeiwert deutlich reduziert.

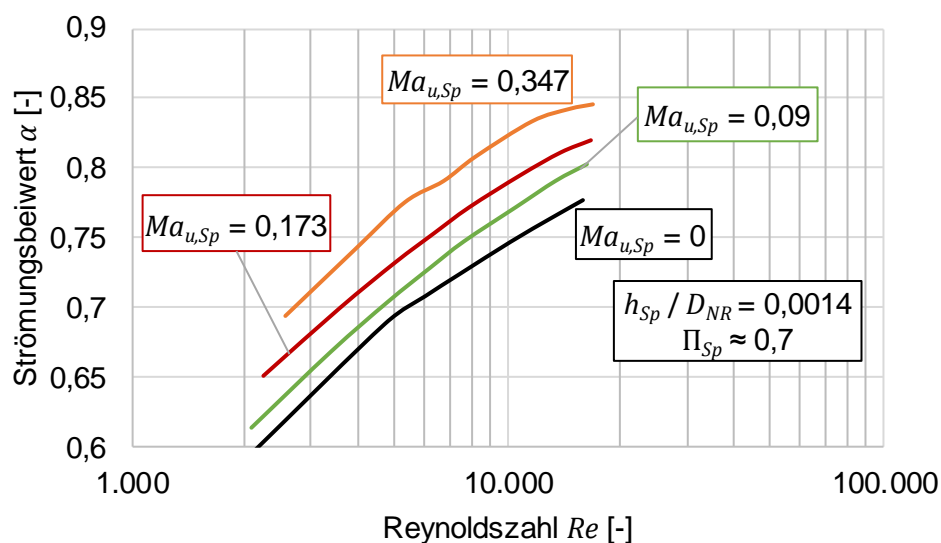


Abbildung 5.32: Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene Umfangsmachzahlen für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$; $h_{Sp}/D_{NR} = 0,0014$; $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$ und $\kappa = 1,4$ (Simulation).

5.3.5 Zwischenfazit und Implementierung der Ergebnisse

Die vorgestellten Ergebnisse liefern Aufschluss über das Leckagepotenzial am Nebenrotorgehäusespalt. Die Haupteinflussfaktoren werden im Folgenden für die Nutzung im Kammermodell über ein Funktional angenähert. Im Vergleich zum Stirnspalt liegen die Strömungsbeiwerte aufgrund der kürzeren Spaltlänge und dem damit reduzierten Reibungseinfluss grundsätzlich auf einem höheren Niveau. Der abgerundete Einlaufbereich führt dazu, dass die Strömung am Spalteintritt laminar bleibt. Die kurze Spaltlänge sorgt dafür, dass die Turbulenz zum Großteil erst im hinteren Spaltbereich bzw. hinter dem Spalt entsteht und der Einfluss der Turbulenz auf den Strömungsbeiwert gering ist. Aus diesem Grund ist die Wahl des Turbulenzmodells nicht entscheidend für die Simulation der Spaltströmung und selbst eine laminare Simulation ergibt bei den untersuchten Randbedingungen sinnvolle Ergebnisse. Die Simulationsergebnisse können durch die experimentellen Strömungsbeiwerte validiert werden.

Die Ergebnisse werden mithilfe einer Regressionsanalyse approximiert und die resultierende Formel in die Kammermodellsimulation integriert. Ähnlich wie beim Stirnspalt stellt die wichtigste Abhängigkeit

die Reynoldszahl dar, in deren Abhängigkeit der Strömungsbeiwert im untersuchten Kennzahlbereich zwischen 0,04 und 0,96 variiert. Das Druckverhältnis sowie der Isentropenexponent hingegen sind für den Strömungsbeiwert in dem untersuchten Kennzahlbereich nur von untergeordneter Bedeutung und werden daher in der Approximation der Strömungsbeiwerte nicht berücksichtigt. Eine Variation des s_{NR}/D_{NR} -Verhältnisses führt primär zu einer Änderung der Länge konstanter Spalthöhe sowie zu geringfügigen Änderungen der Radien am Spalteinlass und -auslass. Die Untersuchungen zeigen, dass sich das vom Stirnspalt bekannte Spalthöhe-Länge-Verhältnis h_{Sp}/L_{Sp} besser als Kennzahl eignet als das s_{NR}/D_{NR} - und das h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnis, weshalb das h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis in die Regressionsanalyse einfließt. Für Simulationen mit aufgeprägter Berandungsbewegung ergibt sich im Vergleich zum Stirnspalt ein reduzierter Einfluss der Umfangsmachzahl. Dies ist unter anderem auf die bereits für den unbewegten Fall deutlich größeren Strömungsbeiwerte zurückzuführen. Aufgrund der geringen Anzahl an Simulationspunkten und dem geringen Einfluss auf den Spaltmassenstrom wird die Berandungsbewegung in der Approximation nicht berücksichtigt.

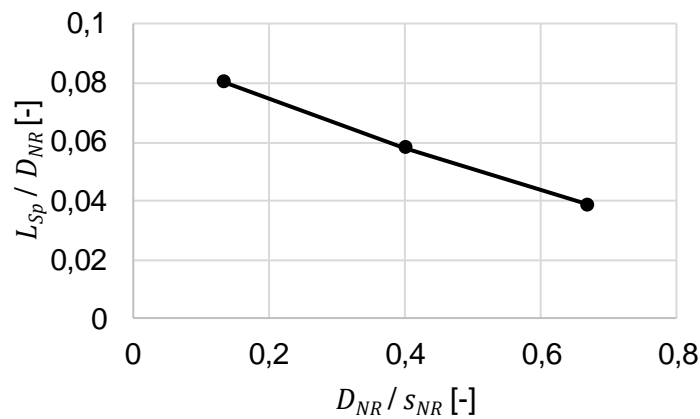


Abbildung 5.33: L_{Sp}/D_{NR} -Verhältnis als Funktion des D_{NR}/s_{NR} -Verhältnisses zur Bestimmung der Spaltlänge L_{Sp} .

Damit fließen in die Regressionsanalyse als physikalische Kennzahl lediglich die Reynoldszahl und als geometrische Kennzahl das h_{Sp}/L_{Sp} -Verhältnis ein. Wie in **Abbildung 5.33** dargestellt ist, kann die Länge konstanter Spalthöhe L_{Sp} bei gegebener Rotorsteigung und gegebenem Durchmesser hinreichend genau interpoliert werden. Durch Auftragung über dem Kehrwert des s_{NR}/D_{NR} -Verhältnisses ergibt sich ein nahezu linearer Verlauf, der sich gut für die lineare Interpolation eignet. Das Ergebnis sowie die Grenzen der Regressionsanalyse sind Gl. 5.16 und die zugehörigen Parameter und Koeffizienten **Tabelle 5.8** zu entnehmen.

$$\alpha_{NR,Reg} = -0,5236 + \sum_{i=1}^4 \delta_i \cdot \varepsilon_i \quad \text{Gl. 5.16}$$

$$0,0034 \leq \frac{h_{Sp}}{L_{Sp}} \leq 0,071 \text{ und } 100 \leq Re = \alpha_{NR,Reg} \cdot Re_{th} \leq 10^5$$

Die Funktion beruht auf 1475 Simulationspunkten, von denen 95 % durch die Formel mit einer absoluten Abweichung von $\Delta\alpha < 0,05$ reproduziert werden können, vgl. **Abbildung 5.34**. Die relative Abweichung zwischen simuliertem und über Gl. 5.16 berechnetem Strömungsbeiwert nimmt mit sinkender

Reynoldszahl zu. Der Einfluss der Spaltmassenströme in diesem Bereich ist jedoch aufgrund der geringen absoluten Werte des Spaltmassenstroms gering.

Tabelle 5.8: Parameter δ_i und Koeffizienten ε_i für die näherungsweise Bestimmung des Strömungsbeiwertes nach Gl. 5.16.

i	1	2	3	4
δ_i	$(h_{Sp}/L_{Sp})^{0,25}$	$(h_{Sp}/L_{Sp})^{0,5}$	$\log(Re_{th}) \cdot h_{Sp}/L_{Sp}$	$\tanh(1,6 \cdot (\log(Re_{th}) - 3,5))$
ε_i	3,8954	-2,0754	-0,8402	0,2614

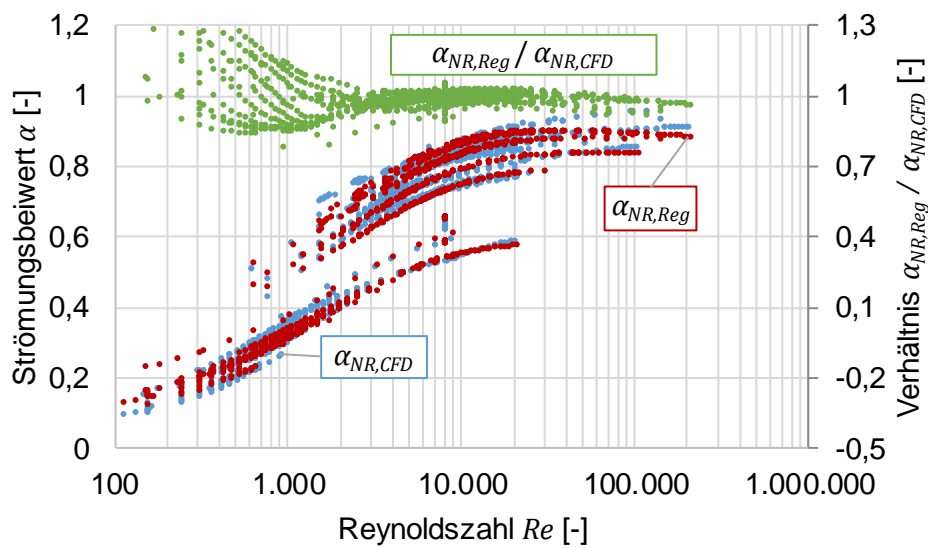


Abbildung 5.34: Auftragung aller simulierten Strömungsbeiwerte ohne Berandungsbewegung für $Re > 100$ sowie Strömungsbeiwert nach Gl. 5.16 und relative Abweichung als Funktion der Reynoldszahl.

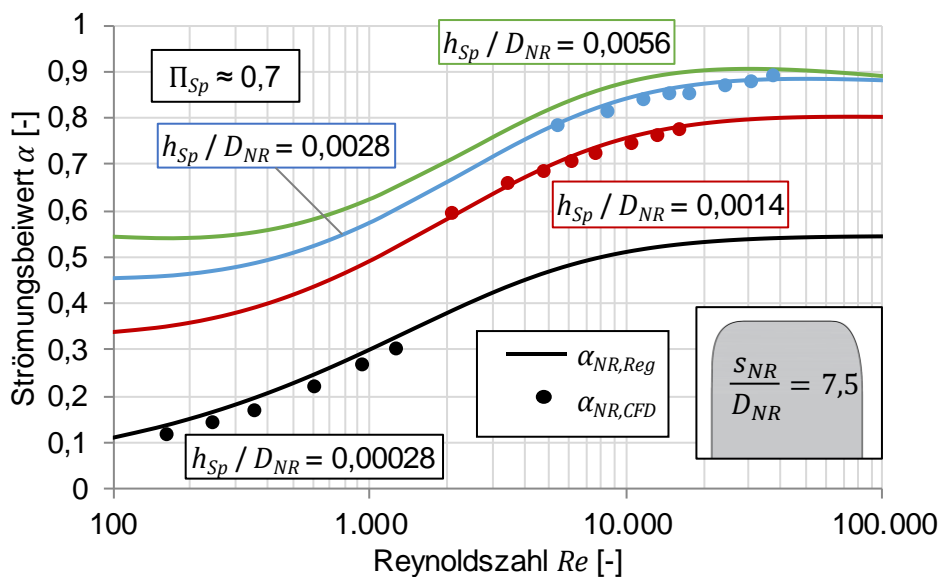


Abbildung 5.35: Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene h_{Sp}/D_{NR} -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$; $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$ und $\kappa = 1,4$ (Vergleich Simulation und Gl. 5.16).

Für die aus Abbildung 5.26 bekannten Simulationsergebnisse für $s_{NR}/D_{NR} = 7,5$ zeigt **Abbildung 5.35** den Vergleich mit den aus der Regression resultierenden Strömungsbeiwerten über der gesamten Breite der in Gl. 5.16 gültigen Reynoldszahl. Die Abbildung unterstreicht die hohe Übereinstimmung der Strömungsbeiwerte und zeigt, dass auch in den Bereichen, in denen keine Simulationsergebnisse verfügbar sind, sinnvolle Strömungsbeiwerte über die Regressionsgleichung bestimmt werden.

5.4 Hauptrotorgehäusespalt

Als dritter Spalttyp wird der Hauptrotorgehäusespalt untersucht. Die Simulationsergebnisse eines s/D -Verhältnisses sind bereits von Utri et al. [Utr18c] veröffentlicht und werden hier mithilfe der experimentell bestimmten Strömungsbeiwerte validiert und um weitere Ergebnisse ergänzt.

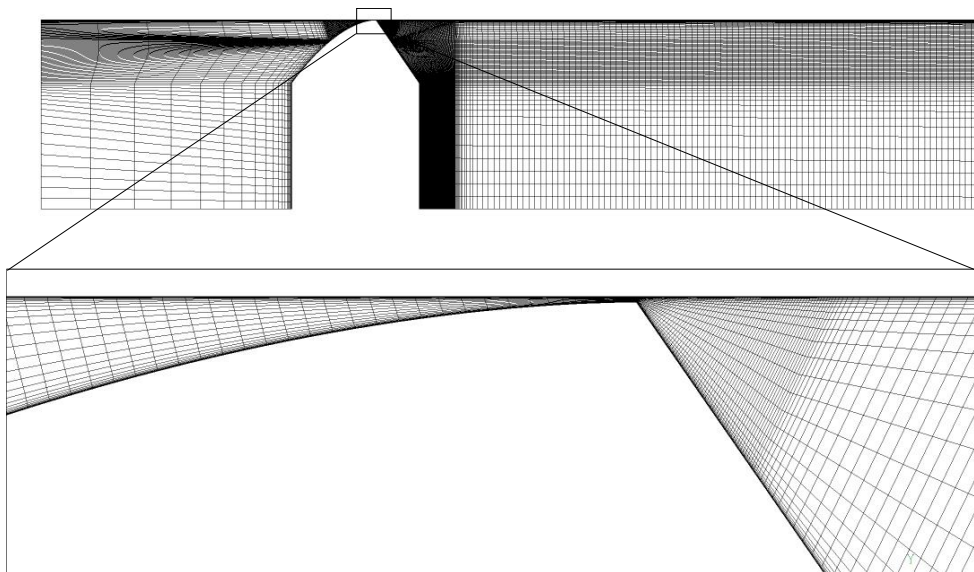


Abbildung 5.36: Beispielhaftes Rechennetz ($h_{Sp} = 0,1 \text{ mm}$; $s/D = 1,67$) [Utr18c].

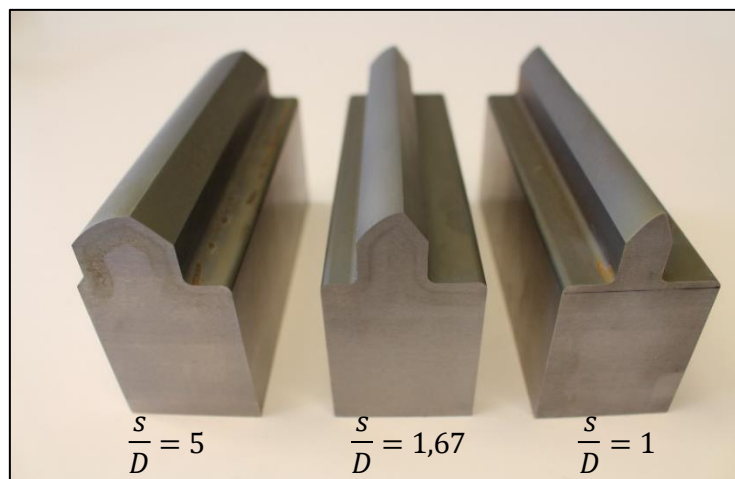


Abbildung 5.37: Experimentell untersuchte Hauptrotorgehäusespaltkonturen.

Eines der zur Simulation genutzten Netze ist in **Abbildung 5.36** dargestellt. Wie bei den anderen Spalten wird auch hier mithilfe einer Richardson-Extrapolation sichergestellt, dass die simulativ bestimmten Strömungsbeiwerte nahezu netzunabhängig sind. **Abbildung 5.37** zeigt die drei mittels Erodieren erzeugten Spaltkonturen zur experimentellen Untersuchung. Der Ergebnisteil ist analog zum Nebenrotorgehäusespalt gegliedert.

5.4.1 Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle und Experiment

Ein Vergleich zwischen laminarer Simulation, verschiedenen Turbulenzmodellen und experimentellen Werten ist in **Abbildung 5.38** dargestellt. Ähnlich wie für den Nebenrotorgehäusespalt sind für die simulativen Verläufe keine relevanten Unterschiede festzustellen. Auch hier entsteht die Turbulenz erst nach Passieren des engsten Querschnittes, wodurch kein relevanter Einfluss auf den Strömungsbeiwert festzustellen ist. Die experimentellen Messungen zeigen sowohl quantitativ als auch vom qualitativen Verlauf eine hohe Übereinstimmung. Für die im Folgenden gezeigten Ergebnisse wird das SST-Modell verwendet.

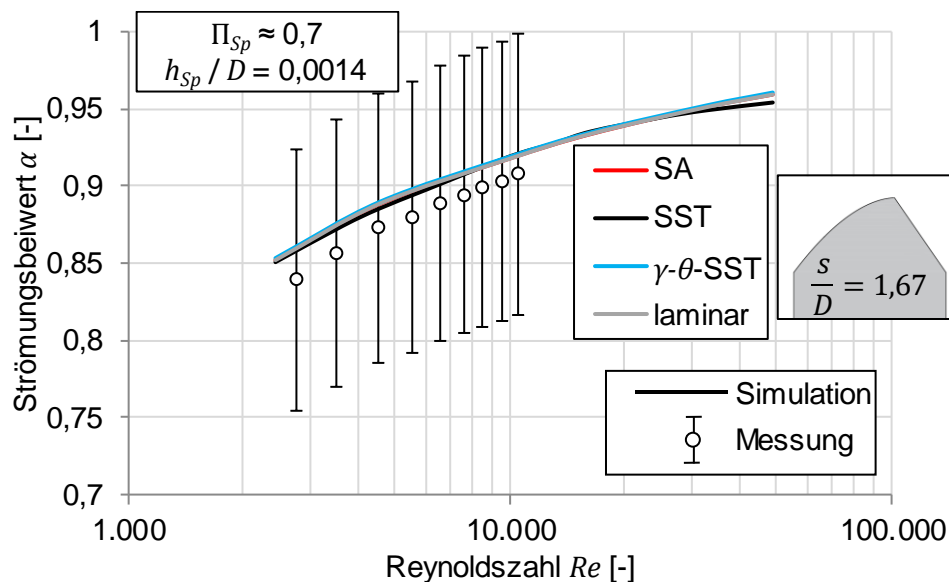


Abbildung 5.38: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion der Reynoldszahl, Vergleich zwischen Experiment und Simulation mit verschiedenen Turbulenzmodellen für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$; $h_{Sp}/D = 0,0014$ und $s/D = 1,67$.

5.4.2 Ergebnisse bei unbewegter Berandung

Abbildung 5.39 zeigt den Strömungsbeiwert in Abhängigkeit vom Druckverhältnis für verschiedene h_{Sp}/D -Verhältnisse und zwei verschiedene Reynoldszahlen. Ähnlich wie beim Nebenrotor zeigt sich ein geringer Einfluss des Druckverhältnisses, der jedoch bei geringen Reynoldszahlen wie bereits bei den anderen beiden Spalttypen größer ausfällt. Der Einfluss des h_{Sp}/D -Verhältnisses kann bei Betrachtung der Verläufe für $Re = 20000$ als vernachlässigbar bezeichnet werden. Eine Auswertung der Strömungsbilder zeigt, dass die Strömung für $\Pi_{Sp} > 0,4$ direkt an der Kante im engsten Querschnitt ablöst, während der Ablösepunkt im überkritischen Bereich leicht in Richtung ND-Seite verlagert ist [Utr18c]. Die daraus resultierende Diffusor-Wirkung erklärt die leicht erhöhten Strömungsbeiwerte im überkritischen Bereich. Die Verläufe der Messungen stützen den simulativen Verlauf.

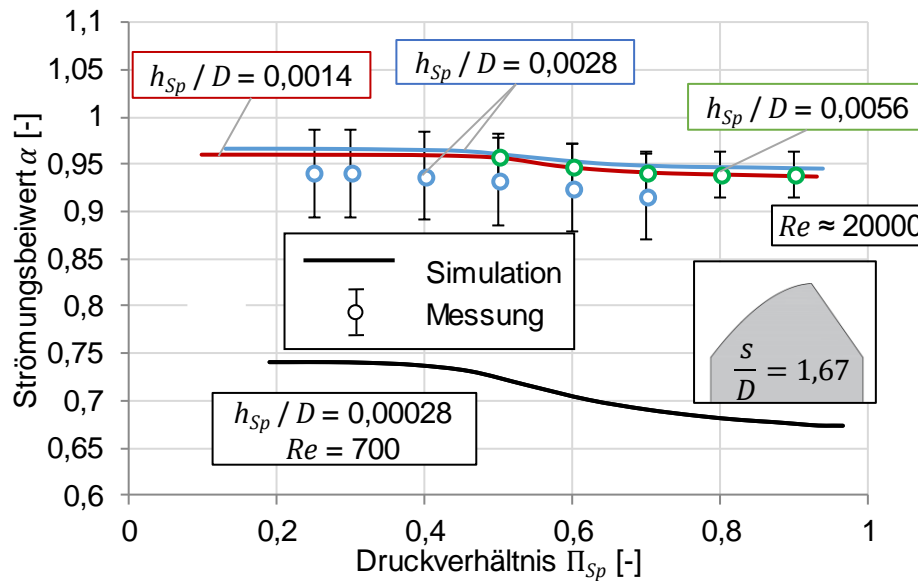


Abbildung 5.39: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion des Druckverhältnisses für verschiedene h_{Sp}/D -Verhältnisse und zwei Reynoldszahlen für $s/D = 1,67$ (Vergleich Simulation und Experiment).

Abbildung 5.40 zeigt den Druckverlauf im Spalt für zwei verschiedene Druckverhältnisse. Es fällt auf, dass der Druck nur wenige Millimeter vor und hinter dem engsten Querschnitt vom Hoch- bzw. Niederdruck abweicht. Trotz der Diffusor-Geometrie hinter dem engsten Querschnitt findet für $\Pi_{Sp} \approx 0,6$ im Gegensatz zum Nebenrotor (vgl. Abbildung 5.24) keine Expansion unter den Gegendruck statt, es kommt direkt an der Austrittskante zur Strömungsablösung. Für $\Pi_{Sp} \approx 0,25$ findet hingegen hinter dem engsten Querschnitt eine leichte Expansion unter den Niederdruck statt. Die Strömung löst kurz hinter dem scharfkantigen engsten Querschnitt ab. Der Einfluss auf den Massenstrom ist in dem hier betrachteten überkritischen Bereich jedoch gering, da die Strömung verblockt ist und eine weitere Absenkung des Niederdruckes den Druckverlauf bis in den engsten Querschnitt hinein nicht wesentlich verändert. Unmittelbar hinter dem engsten Querschnitt erreicht die Strömung über Verdichtungsstöße die Niederdruckbedingungen.

Abbildung 5.41 zeigt den Strömungsbeiwert über der Reynoldszahl im Vergleich zwischen Simulation und Experiment. Im Gegensatz zum Nebenrotorgehäusespalt sind die Auswirkungen einer Variation des h_{Sp}/D -Verhältnisses gering. Im Vergleich mit den anderen Spalttypen befindet sich der Strömungsbeiwert auf einem höheren Niveau, was dafür spricht, dass der Einfluss der Reibung durch die auf einen Strömungsquerschnitt beschränkte minimale Spalthöhe deutlich reduziert ist. Die simulativen Verläufe können mithilfe des Experiments mit hoher Genauigkeit reproduziert werden, die simulierten Punkte liegen innerhalb der Messunsicherheiten. **Abbildung 5.42** zeigt den Strömungsbeiwert für ein kleineres s/D -Verhältnis über der Reynoldszahl für die in Tabelle 5.2 beschriebenen Fluide und verschiedene h_{Sp}/D -Verhältnisse. Wie bereits bei den anderen Spalttypen resultieren für kleinere Isentropenexponenten geringfügig größere Strömungsbeiwerte. Wie für den Stirnspalt ausführlich beschrieben, ergeben sich für kleinere Isentropenexponenten geringere Abweichungen zwischen dem isentrop bestimmten und dem simulierten Zustand, wodurch der Strömungsbeiwert steigt. Verglichen mit der Reynoldszahl sind h_{Sp}/D -Verhältnis und Isentropenexponent nur von untergeordneter Bedeutung. Im Vergleich zum

größeren s/D -Verhältnis aus Abbildung 5.41 fällt auf, dass die Strömungsbeiwerte bei sonst identischen Bedingungen größer ausfallen, was im Folgenden näher untersucht wird.

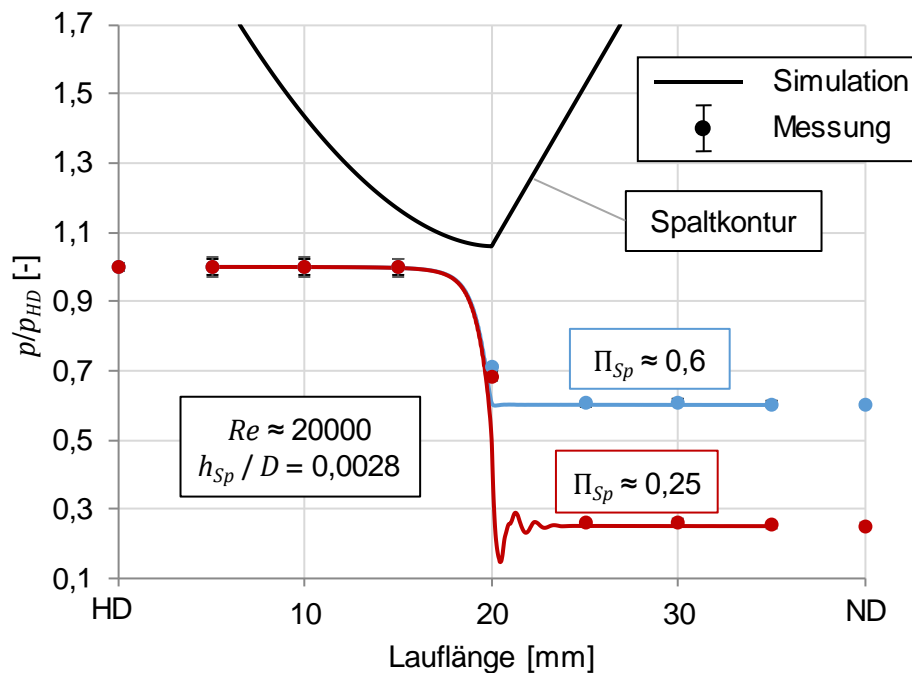


Abbildung 5.40: Druckverlauf im Spalt an der Gehäusewand für Luft für verschiedene Druckverhältnisse für $Re = 20000$; $h_{Sp}/D = 0,0028$ und $s/D = 1,67$ (Vergleich Simulation und Experiment).

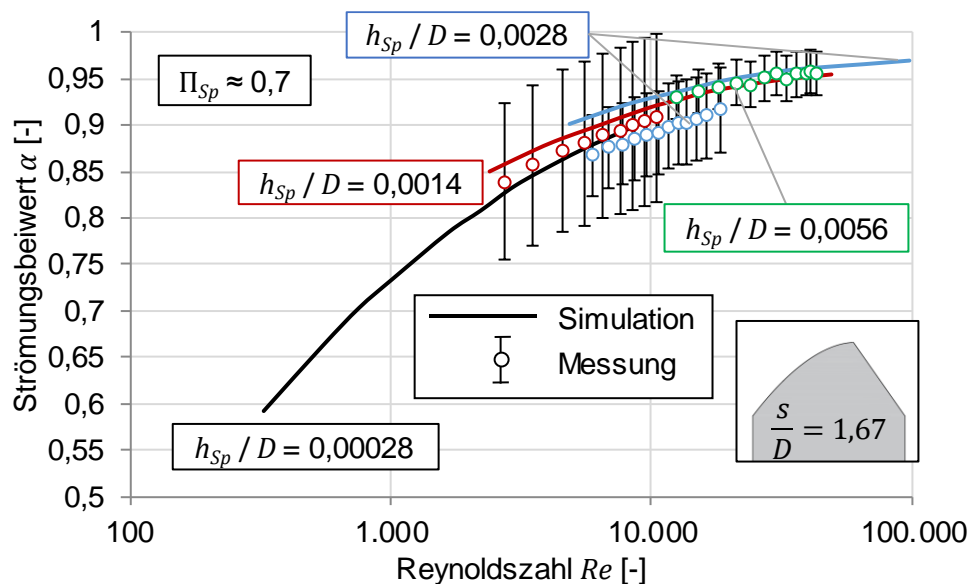


Abbildung 5.41: Strömungsbeiwert für Luft als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene h_{Sp}/D -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $s/D = 1,67$ (Vergleich Simulation und Experiment).

Wie in Abbildung 4.7 dargestellt, beeinflusst das s/D -Verhältnis maßgeblich die Geometrie des Strömungskanal. Während ein kleines Verhältnis zu einer Geometrie mit geringer Spaltlänge führt, die einer Blende ähnelt, nimmt die Länge der Spaltkontur mit steigendem Verhältnis immer weiter zu.

Gleichzeitig wird die Querschnittsänderung im Spalt moderater. Die Auswirkungen einer Variation von s/D -Verhältnis auf den Verlauf des Strömungsbeiwertes über der Reynoldszahl sind in **Abbildung 5.43** dargestellt. Die Verläufe gehen nur zufällig in die eines anderen s/D -Verhältnisses bei gleichzeitig anderem h_{Sp}/D -Verhältnis über. Je größer die Länge des Spaltkanals in Strömungsrichtung, desto niedriger ist der Strömungsbeiwert, was maßgeblich auf die Wandreibung im Spalt zurückzuführen ist. Während diese Unterschiede bei großen Reynoldszahlen vernachlässigbar sind, können die Abweichungen im unteren Reynoldszahlbereich zweistellige Prozentwerte annehmen und sollten daher berücksichtigt werden.

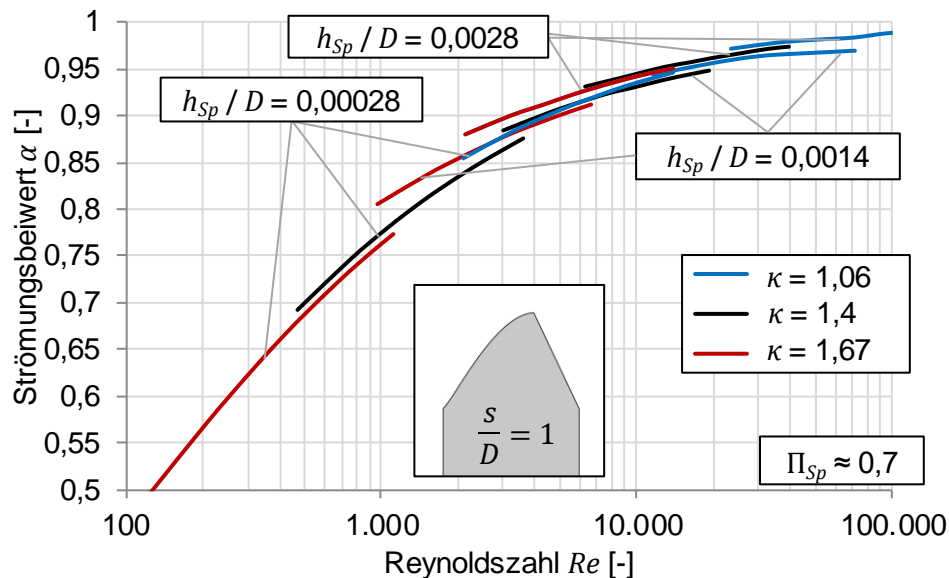


Abbildung 5.42: Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene h_{Sp}/D -Verhältnisse und Isentropenexponenten für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $s/D = 1$ (Simulation).

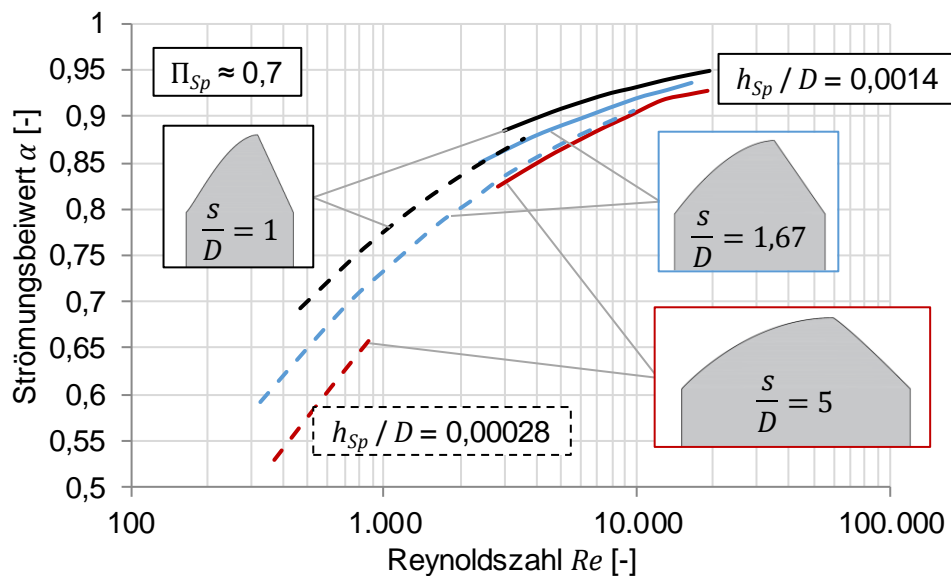


Abbildung 5.43: Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene s/D - und h_{Sp}/D -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$ und $\kappa = 1,4$ (Simulation).

5.4.3 Ergebnisse bei bewegter Berandung

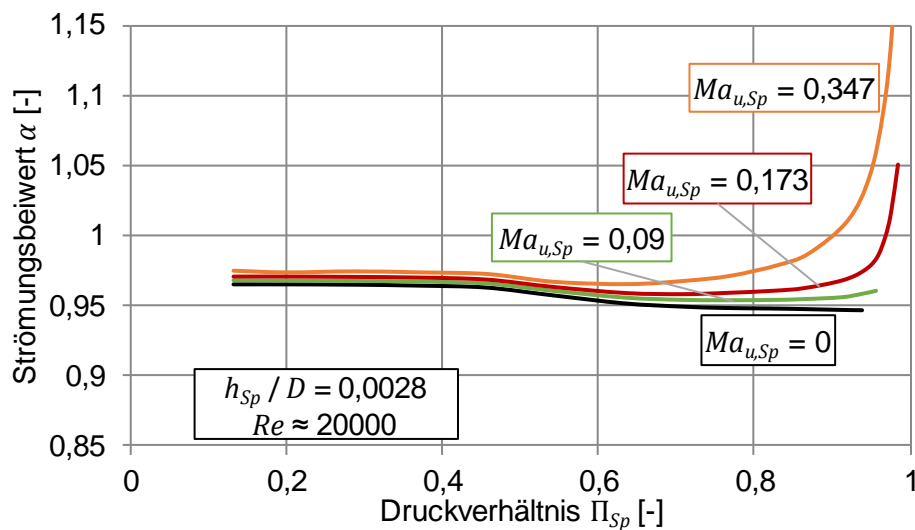


Abbildung 5.44: Strömungsbeiwert als Funktion des Druckverhältnisses für verschiedene Umfangsmachzahlen für $Re = 20000$; $h_{Sp}/D = 0,0028$; $s/D = 1,67$ und $\kappa = 1,4$ (Simulation) [Utr18c].

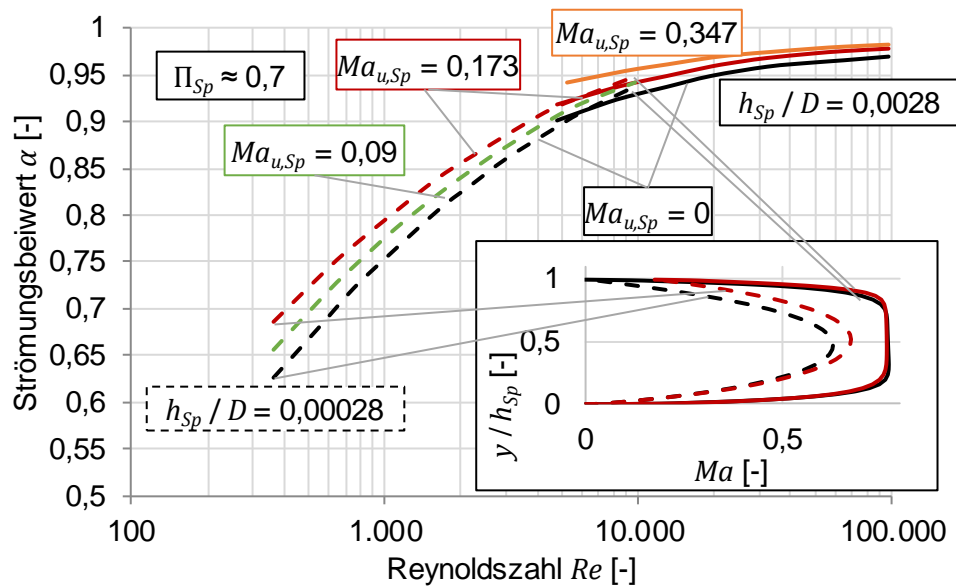


Abbildung 5.45: Strömungsbeiwert als Funktion der Reynoldszahl für verschiedene Umfangsmachzahlen für zwei h_{Sp}/D -Verhältnisse für $\Pi_{Sp} \approx 0,7$; $s/D = 1,67$ und $\kappa = 1,4$, Machzahlverläufe für $Ma_{u,Sp} = 0$ und $Ma_{u,Sp} = 0,173$ bei $Re = 327$ und $Re = 9801$ im engsten Querschnitt (Simulation) [Utr18c].

Wie schon bei dem Nebenrotorgehäusespalt sind für den Kompressorbetrieb positive Umfangsmachzahlen relevant, die im Folgenden exemplarisch untersucht werden. **Abbildung 5.44** zeigt den Einfluss der bewegten Berandung bei einer Variation des Druckverhältnisses. Im Vergleich mit den anderen beiden Spalttypen ist der Einfluss am Hauptrotorgehäusespalt am geringsten, was auf die insgesamt geringe Reibung zurückzuführen ist, wodurch die Poiseuille-Strömung dominiert. Im überkritischen Druckbereich resultiert die Gehäusebewegung bei der größten Umfangsmachzahl nur in eine Vergrößerung des

Strömungsbeiwertes von einem Prozent, selbst bei $\Pi_{Sp} = 0,95$ und der damit deutlich reduzierten Poiseuille-Strömung sind es lediglich zehn Prozent Unterschied zum unbewegten Verlauf. Die Couette-Strömung ist insgesamt nur von untergeordneter Relevanz.

Die Auswirkung der bewegten Berandung bei Variation der Reynoldszahl ist in **Abbildung 5.45** dargestellt. Der Einfluss der Umfangsmachzahl ist bereits bei geringen Reynoldszahlen im Bereich weniger Prozent und nimmt erwartungsgemäß mit steigender Reynoldszahl weiter ab, was durch die dargestellten Geschwindigkeitsprofile im engsten Querschnitt belegt wird. Während bei der geringen Reynoldszahl noch ein deutlicher Unterschied zwischen dem bewegten und unbewegten Verlauf zu erkennen ist, sind die Profile der größeren Reynoldszahl nahezu identisch. Der Einfluss der bewegten Berandung ist daher allenfalls im Bereich niedriger Reynoldszahlen und großer Druckverhältnisse relevant.

5.4.4 Zwischenfazit und Implementierung der Ergebnisse

Der hier untersuchte Hauptrotorgehäusespalt liefert die größten Strömungsbeiwerte der in dieser Arbeit untersuchten Spalttypen. Grund dafür ist, dass die minimale Spalthöhe in nur einem Querschnitt vorliegt, wodurch ein vergleichsweise geringer Einfluss der Wandreibung resultiert. Dies führt auch dazu, dass der Spaltdurchfluss, ähnlich wie beim Nebenrotorgehäusespalt, kaum von dem verwendeten Turbulenzmodell beeinflusst wird, da die Turbulenz erst hinter dem engsten Spaltquerschnitt entsteht. Auch eine Verkipfung der Spaltkontur im Experiment, die bei den anderen beiden Spalttypen zu einer groben Verfälschung des untersuchten Strömungskanals führt, da der engste Strömungsquerschnitt dadurch nur noch in einem Querschnitt vorkommt, würde bei dem Hauptrotorgehäusespalt nur untergeordneten Einfluss auf den Strömungsbeiwert besitzen. Als Resultat ergibt sich für den Hauptrotorgehäusespalt die größte Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment. Ein weiterer Effekt ist, dass der Einfluss von h_{Sp}/D -Verhältnis und Isentropenexponent deutlich reduziert ist und der Strömungsbeiwert nahezu gänzlich von der Reynoldszahl bestimmt wird. Für bewegte Berandungen ergeben sich nur geringe Auswirkungen auf den Strömungsbeiwert, da die druckgetriebene Poiseuille-Strömung insbesondere bei größeren Reynoldszahlen dominiert.

Analog zu den beiden anderen Spalten werden die Strömungsbeiwerte des Hauptrotorgehäusespalt über eine per Regressionsanalyse bestimmte Funktion angenähert, Gl. 5.17 und **Tabelle 5.9**. Auf die Kennzahlen Isentropenexponent, h_{Sp}/D -Verhältnis und Umfangsmachzahl wird in der Funktion aufgrund der untergeordneten Einflussnahme verzichtet. Über 96 % der 1546 Simulationspunkte können über die Funktion mit einer prozentualen Abweichung von unter fünf Prozent angenähert werden, vgl. **Abbildung 5.46**. Im Gegensatz zum Nebenrotor ergibt sich beim Hauptrotorgehäusespalt auch bei niedrigen Reynoldszahlen eine hohe Übereinstimmung zwischen dem Wert der Regressionsanalyse und dem simulierten Wert. Dies macht deutlich, dass das s/D -Verhältnis und die Reynoldszahl als Haupteinflussfaktoren zur Abbildung des Strömungsbeiwertes ausreichen.

$$\alpha_{HR,Reg} = -54,0231 + \sum_{i=1}^4 \delta_i \cdot \varepsilon_i \quad \text{Gl. 5.17}$$

$$1 \leq s/D \leq 5 \text{ und } 200 \leq Re = \alpha_{HR,Reg} \cdot Re_{th} \leq 10^5$$

Table 5.9: Parameter δ_i and Coefficients ε_i for the approximate determination of the flow coefficient according to Eq. 5.17.

i	1	2	3	4
δ_i	$\arctan(\log(Re_{th}))$	$\arctan(\log(Re_{th}))^{0,5}$	s/D	$s/D \cdot \arctan(Re_{th})$
ε_i	-38,4285	91,9851	-46,0300	29,3001

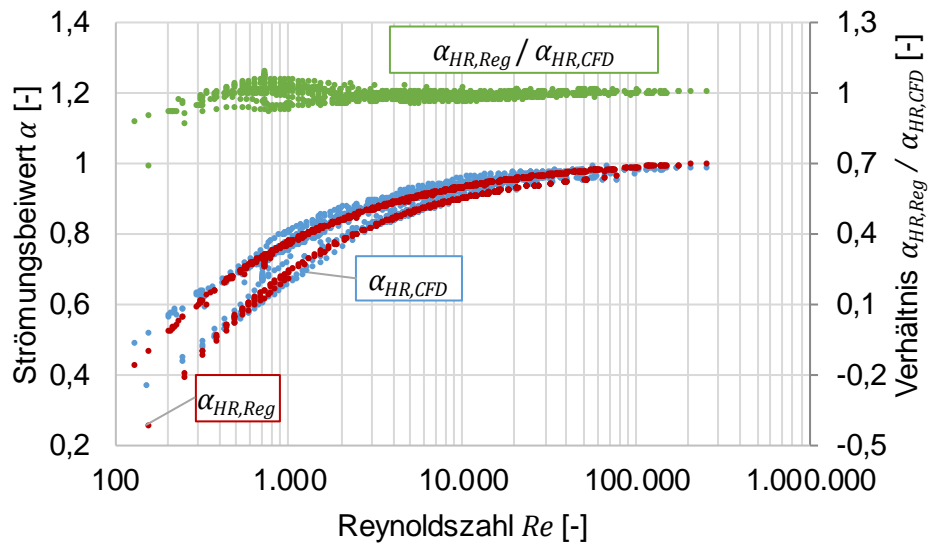


Abbildung 5.46: Auftragung aller simulierten Strömungsbeiwerte ohne Berandungsbewegung für $Re > 100$ sowie Strömungsbeiwert nach Gl. 5.17 und relative Abweichung als Funktion der Reynoldszahl.

6 Grundlagen der thermodynamischen Optimierung

Die in den letzten Abschnitten ermittelten Strömungsbeiwerte werden in die Simulation der Schraubenkompressoren implementiert. Im folgenden Abschnitt werden zunächst die untersuchten Rotorgeometrien vorgestellt. Anschließend werden das hier verwendete Simulationsprinzip der Kammermodellsimulation sowie die für die Optimierung der Schraubenkompressoren nötige geometrische Analyse des Schraubenrotorpaars zur automatisierten Berechnung von Mehrkammermodellen erläutert. Zur Verallgemeinerung der Ergebnisse und zur Vereinfachung der Auswertung werden außerdem dimensionslose Kennzahlen zur Beschreibung der spezifischen Innenarbeit eines trockenlaufenden Schraubenkompressors bestimmt, die bei der Vorstellung der Ergebnisse in Abschnitt 7 verwendet werden.

6.1 Untersuchte Rotorgeometrien

In Abschnitt 2.7 werden zwei Möglichkeiten zur Realisierung nicht-konstanter Rotorsteigung anhand von Patenten vorgestellt. Das erste Konzept realisiert eine kontinuierliche Änderung der Rotorsteigung, während das zweite Konzept aus zweigeteilten Rotoren besteht, deren Segmente unterschiedliche Längen und Rotorsteigungen aufweisen. Diese beiden Konzepte sind in **Abbildung 6.1** dargestellt, wobei die kontinuierliche Änderung der Rotorsteigung hier über vier Segmente mit jeweils konstanter Rotorsteigung angenähert ist. Die beiden Rotorpaare weisen jeweils dieselbe Rotorlänge L und Verwindung zwischen den beiden Stirnseiten der Rotoren, die im Folgenden als Gesamtumschlingung φ_{ges} bezeichnet wird, auf.

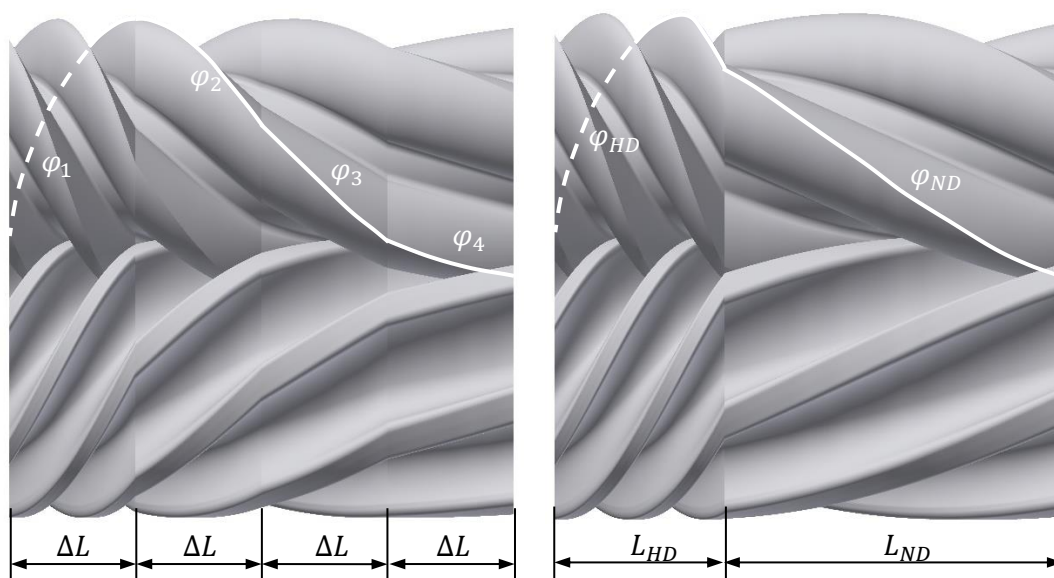


Abbildung 6.1: Untersuchte Konzepte nicht-konstanter Rotorsteigung, links: angenäherte „kontinuierlich“ veränderliche Rotorsteigung, realisiert durch mehrere Segmente identischer Länge („Multiple-Lead“), rechts: zwei Abschnitte unterschiedlicher Rotorsteigung und Länge („Dual-Lead“).

Im Rahmen dieser Arbeit wird die kontinuierliche Änderung der Rotorsteigung mithilfe von n Segmenten konstanter Rotorsteigung angenähert (Abbildung 6.1 links), was im Folgenden in Anlehnung an [Utr18d] als „Multiple-Lead“ bezeichnet wird. Wie in der Abbildung zu sehen ist, ergibt sich bereits für

$n = 4$ Segmente ein nahezu kontinuierliches Bild der Steigungsänderung. Über eine weitere Vergrößerung der Segmentzahl kann dieses Bild weiter verfeinert werden, wodurch gleichzeitig die Zahl freier Optimierungsparameter und damit der Optimierungsaufwand steigt. Die Segmentlängen sind identisch, sodass für die einzelnen Segmente $\Delta L = \frac{L}{n}$ gilt. Für die Umschlingungen der Segmente gilt außerdem:

$$\varphi_{ges} = \sum_{i=1}^n \varphi_i \quad \text{Gl. 6.1}$$

Aufgrund dieser einfachen Beziehung, und weil die Gesamtumschlingung der entscheidende Parameter für das Kammervolumen und die Vergleichbarkeit der Maschinen ist, wird im Folgenden die Umschlingung der Segmente statt der Rotorsteigung diskutiert.

Die in Abbildung 6.1 rechts dargestellte Rotorkonfiguration besitzt lediglich ein HD- und ein ND-Segment unterschiedlicher Rotorsteigung, die jedoch im Gegensatz zur „Multiple-Lead“ unterschiedliche Segmentlängen aufweisen. Analog zu [Utr18d] wird diese Konfiguration als „Dual-Lead“ bezeichnet und es gilt:

$$\begin{aligned} L &= L_{HD} + L_{ND} \\ \varphi_{ges} &= \varphi_{HD} + \varphi_{ND} \end{aligned} \quad \text{Gl. 6.2}$$

Aufgrund dieser Beziehungen sind bei gegebener Rotorlänge L und der Umschlingungen φ_{ges} , φ_{HD} und φ_{ND} die Längen L_{HD} und L_{ND} festgelegt.

6.2 Simulationsprogramm KaSim

Die Charakteristika der Kammermodellsimulation sind bereits in Abschnitt 2.5 beschrieben. Das im Rahmen dieser Arbeit zur Simulation der Schraubenkompressoren genutzte Programm KaSim (**K**ammermodell **S**imulation) ist am Fachgebiet Fluidtechnik (bis 2006 Fachgebiet Fluidenergiemaschinen) der TU Dortmund zur Mehrkammersimulation von Verdrängergeräten entwickelt worden. Das Programm basiert auf der Füll- und Entleermethode und ist in der objektorientierten Programmiersprache C++ umgesetzt. Aufgrund seines modularen Aufbaus ist eine einfache Erweiterung des Programms möglich, sodass KaSim zur thermodynamischen Simulation von Verdichtern bzw. Ladern [Jan07], Expandern [Hüt16] und Vakuumpumpen [Nad17] genutzt werden kann. KaSim eignet sich dabei neben der Bestimmung der thermodynamischen Zustände in den Kammern auch zu der Simulation von Wärmeübergängen [Roh05], dem mechanischen Bauteilverhalten sowie der Simulation vom stationären und instationären Maschinenverhalten [Tem07]. Darüber hinaus wird derzeit vermehrt an der Simulation von mehrphasigen Arbeitsfluiden gearbeitet [Vas16].

Das Programm beruht auf der Massen- und Energieerhaltung und der Annahme eines homogenen Fluidzustandes innerhalb der Arbeitskammern. Das Arbeitsspiel der hier untersuchten Kompressoren wird auf Grundlage eines expliziten Zeitschrittverfahrens berechnet und die Simulation wiederholt, bis ein benutzerdefiniertes Konvergenzkriterium erreicht und damit ein stationärer Zustand bestimmt ist. Detaillierte Informationen zum Ablauf der Simulation können [Jan07] und [Nad17] entnommen werden.

Bei der mit KaSim durchgeführten Mehrkammersimulation werden alle Kammern der Maschine gleichzeitig betrachtet. Dabei genügt die Betrachtung des Drehwinkelbereichs eines Zahnteilungswinkels ($360^\circ / z$), da sich anschließend der geometrisch identische Zustand der Maschine wieder einstellt. Für die Erzeugung eines Kammermodells ist eine Analyse der geometrischen Eigenschaften der Maschine nötig. Diese Eigenschaften können grundsätzlich in Kapazitäten und Verbindungen unterteilt werden. Die im Rahmen dieser Arbeit genutzten Fluidkapazitäten speichern die Masse des Arbeitsfluids und repräsentieren die Kammern. Verbindungen repräsentieren die Spalte und Ladungswechselflächen und setzen damit die Kapazitäten in Interaktion, können selber jedoch weder Fluidmasse noch Energie speichern. Die ausgetauschten Massenströme werden nach Gl. 2.8 bestimmt und mit einem Strömungsbeiwert α verrechnet. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Bestimmung der Spaltmassenströme verbessert und der Strömungsbeiwert für Stirn- und Gehäusespaltverbindungen auf Grundlage dimensionsloser Kennzahlen bestimmt. Dazu werden die in Abschnitt 5 vorgestellten Approximationen für die Strömungsbeiwerte sowie die Bestimmung der dort verwendeten dimensionslosen Kennzahlen in KaSim implementiert.

6.3 Automatisierte Kammermodellerstellung

Für die Erstellung der Mehrkammermodelle müssen zunächst die geometrischen Eigenschaften der Maschine (Volumenkurven, Spalte- sowie Ladungswechselflächen) anhand der vorgegebenen Geometrieparameter (Rotorprofil, Umschlingungswinkel, Rotordurchmesser und –länge, inneres Volumenverhältnis) bestimmt werden. Anschließend können die ermittelten Verläufe in ein Kammermodell überführt werden, das die Geometrie der Maschine als Funktion des Hauptrotordrehwinkels beschreibt. Die vorgestellten Zusammenhänge sind in dem Programm „ChamberModelBuilder“ in der Programmiersprache C++ umgesetzt.

6.3.1 Vorüberlegungen und Einschränkungen der Modellsynthese

Die Erzeugung von Kammermodellen ist aufgrund der komplexen Geometrie der Rotationsverdränger und der damit verbundenen Vielzahl von Kammern eine anspruchsvolle Aufgabe, die für das Erreichen einer maximalen Abbildungsgüte eine dreidimensionale Analyse des betrachteten Rotorpaares erfordert. Eine Methode zur automatisierten Kammermodellerstellung wird von Nadler [Nad17] vorgestellt und in das Programm KaSim-Pre implementiert. Das Programm analysiert eine benutzerdefinierte Anzahl von Rotorstellungen und Stirnschnitten entlang der Rotorachse und ermöglicht damit die Identifikation und Quantifizierung von Kammern sowie Spalt- und Ladungswechselflächen. Die Spalthöhen werden in einer dreidimensionalen Analyse ermittelt. Die sich wiederholende Stirnschnittanalyse, sowohl für jede geometrische Rotorpaarkonfiguration als auch für jede Stellung des Rotorpaares, ist jedoch sehr rechen- und damit zeitintensiv und daher für eine Optimierungsrechnung ungeeignet. Aus diesem Grund wird im Folgenden ein Ansatz zur Kammermodellgenerierung vorgestellt, der die wiederholt auftretenden Stirnschnitte von Schraubenmaschinen mit konstantem Rotorprofil berücksichtigt. Die Analyse der Maschine kann damit weitgehend auf den zweidimensionalen Stirnschnitt beschränkt werden.

Zur Erzeugung der Kammermodelle werden zunächst die Geometrie einer beispielhaften Referenzmaschine ausführlich analysiert und die Verläufe der Kammerquerschnitte und zugehöriger Spaltpunkte bestimmt. Die Ergebnisse können anschließend zu Kammermodellen mit anderen Rotorsteigungen re-kombiniert werden. Das Vorgehen wird im Folgenden detailliert beschrieben.

Abbildung 6.2 verdeutlicht die Periodizität der Maschinengeometrie am Beispiel des Profileingriffspaltes (PE-Spalt). Der PE-Spalt ist eine entscheidende Größe für die Kammermodellerstellung, da er die Kammern im Eingriffsbereich der Rotoren voneinander abgrenzt. Sind die Profileingriffsspaltpunkte eines Rotorpaares für eine beliebige Rotorsteigung bekannt, so kann der Verlauf für eine andere Rotorsteigung – was auch nicht-konstante Rotorsteigung einschließt – mittels Streckung bzw. Stauchung des bekannten Verlaufes in sehr guter Näherung bestimmt werden⁸. Analog lassen sich die Verläufe von Gehäuse- und Stirnspalten sowie der Kammerquerschnittsflächen auf andere Maschinenkonfigurationen übertragen. Sobald diese für eine Rotorlänge bekannt sind, die einer Verwindung des Hauptrotors um mindestens einen Zahnteilungswinkel entspricht, ist daher eine erneute Stirnschnittanalyse zur Ermittlung dieser geometrischen Eigenschaften nicht nötig. Dies setzt jedoch ein über der Rotorlänge konstantes Rotorprofil voraus und schließt damit Änderungen des Rotorprofils entlang der Rotorachse (wie beispielsweise bei konischen Rotoren oder thermischer Deformation), wie sie über den Ansatz von Nadler [Nad17] berechnet werden können, aus. Außerdem wird davon ausgegangen, dass eine Änderung der Rotorsteigung bei endlicher Profileingriffsspalthöhe den Verlauf des Profileingriffspaltes nur geringfügig verändert und damit vernachlässigbar ist. Des Weiteren wird angenommen, dass die berechneten Volumenverläufe auch bei geringen Änderungen der Spalthöhe weiterhin Gültigkeit besitzen.

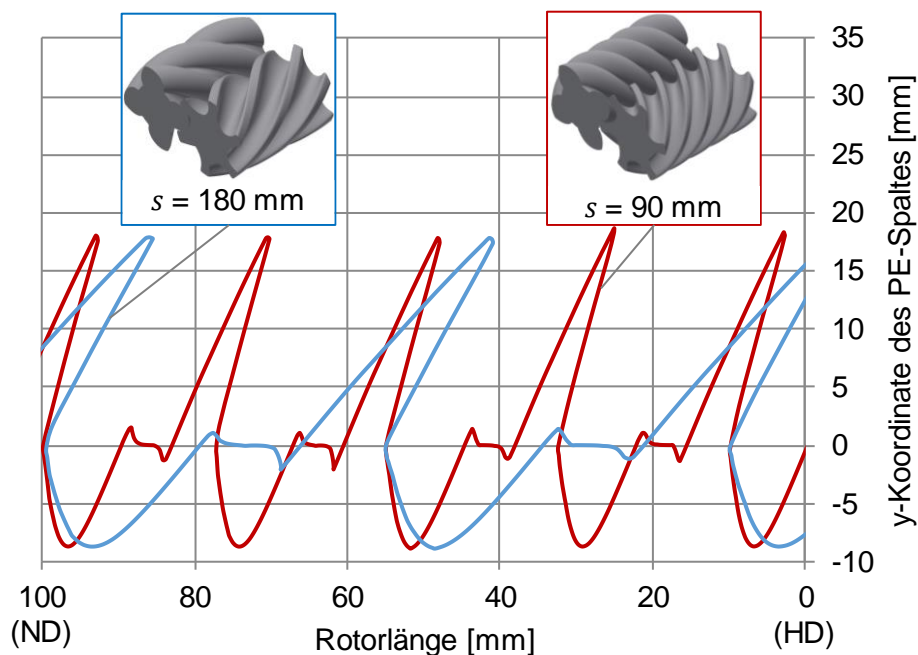


Abbildung 6.2: y -Koordinate des Profileingriffspaltes für verschiedene Rotorsteigungen für $D = 72 \text{ mm}$.

Die Geometrieanalyse wird im Folgenden anhand des asymmetrischen SRM-Profiles mit der häufig genutzten Kombination von vier Haupt- und sechs Nebenrotorzähnen erläutert, für das auch in den Abschnitten 5.3 und 5.4 der Strömungsbeiwert für die Gehäusespalte ermittelt wird. Die Informationen zur Erzeugung des hier verwendeten spielfreien Profils sind in Abschnitt 4.2.2 gegeben. Für dieses Profil wird anschließend ein PE-Spalt mit einer Höhe von 0,1 mm erzeugt, indem der Nebenrotor flächennormal verkleinert wird. Die in Abschnitt 7 vorgestellten Ergebnisse werden dimensionslos dargestellt, die

⁸ Für ein spielfreies Rotorpaar ist eine exakte Bestimmung der Profileingriffslinie möglich.

im Folgenden aufgestellten Beziehungen werden zur besseren Übersichtlichkeit dimensionsbehaftet für einen HR-Durchmesser von $D = 72$ mm erläutert. Die vorgestellten Beziehungen sind jedoch unabhängig von den absoluten Abmessungen und dem verwendeten Rotorprofil.

6.3.2 Geometrieanalyse des Rotorprofils

Zur Erzeugung der Kammermodelle ist eine geometrische Analyse des untersuchten Rotorprofils nötig, die als Grundlage für die zu rekombinierenden Modelle dient. Der zweidimensionale Querschnitt durch die x-y-Ebene einer Kammer ist stets von Profileingriffs- und/ oder Gehäusespaltpunkten berandet, so dass diese Punkte für die Erzeugung von Schöpfflächen (Querschnittsflächen der Kammern) und damit Volumenkurven sowie Spaltverläufen bekannt sein müssen. Zur automatisierten Ermittlung des Profileingriffsspaltverlaufes sind in der Literatur zwei- (beispielsweise [Rau93]) und dreidimensionale Verfahren (beispielsweise [Ric11a]) beschrieben. Der Verlauf wird mithilfe des Programmes KaSim-Pre erzeugt und im Folgenden als bekannt vorausgesetzt.

Abbildung 6.3 zeigt ein beispielhaftes Referenzrotorpaar mit dem zugehörigen PE-Spaltverlauf sowie die in beispielhaften Stirnschnitten vorliegenden Kammerkonturen der betrachteten, rot markierten Kammer, die sich von ihrer geometrischen Lage her bereits in der Kompressions- bzw. Ausschleppphase befindet. Grundsätzlich sind je nach Rotorstellung pro Rotorstirnschnitt ein bis drei PE-Spaltpunkte möglich, was im Folgenden näher erläutert wird. Die mit Schnitt 1 in Abbildung 6.3 markierte Kammer ist von zwei PE-Spaltpunkten berandet. Der untere Punkt verbindet diese Kammer mit einer Kammer auf der Maschinenunterseite. Der obere Punkt verbindet die Kammer mit einer weiteren Kammer, die von einem weiteren PE-Spaltpunkt berandet ist, wodurch sich in Summe drei Punkte in diesem Rotorstirnschnitt ergeben. Liegt in einem Rotorstirnschnitt lediglich eine Kammer in der Verschneidungslinse der Rotorkopfkreise vor, die von PE-Spaltpunkten berandet ist, ergibt sich der Grenzfall von zwei PE-Spaltpunkten (vgl. Schnitt 2). Bei Betrachtung der Schnitte 3 und 4 sind die nachlaufenden Rotorflanken (Bezug ist die Arbeitskammer, vgl. Abbildung 0.2) noch nicht über die Gehäuseverschneidungskante gedreht. Es existiert nur ein PE-Spaltpunkt im gesamten Rotorstirnschnitt, der die betrachtete Kammer von einer Kammer auf der Maschinenunterseite trennt. Die Kammer ist außerdem durch die Gehäusespaltpunkte berandet. In Schnitt 5 sind durch den Zahneingriff auf der Unterseite der Maschine wieder zwei PE-Spaltpunkte im Rotorstirnschnitt vorhanden. Sind beide Rotorflanken noch nicht über die Gehäuseverschneidungskante gedreht, so liegen die markierten Kammerquerschnitte getrennt auf der Haupt- und Nebenrotorseite vor und sind nur noch von Gehäusespaltpunkten begrenzt (vgl. Schnitt 6 und 7). Analog – in umgekehrter Reihenfolge – ist der Ablauf auf der Unterseite der Maschine, wenn sich die Rotorflanken wieder im Zahneingriff befinden (nicht dargestellt).

Das Rotorprofil wird mithilfe eines Algorithmus in Drehwinkelschritten von $\Delta\psi$ (hier $\Delta\psi = 1^\circ$) analysiert. Die sich dabei ergebenden Konturen der Kammer, die Flächen dieser Konturen sowie die Koordinaten der zugehörigen PE- und Gehäusespaltpunkte werden vom Erscheinen bis zum Verschwinden der Kammer in einer Datei gesichert und stehen dem Programm anschließend zur Berechnung der Kammer volumina und Spaltverläufe zur Verfügung. Auf diese Weise entsteht ein Katalog mit Stirnschnitten, die anschließend anhand der geforderten Maschinenkonfiguration rekombiniert werden müssen, um die Volumenkurve und die Spaltverläufe in Abhängigkeit des Hauptrotordrehwinkels zu bestimmen.

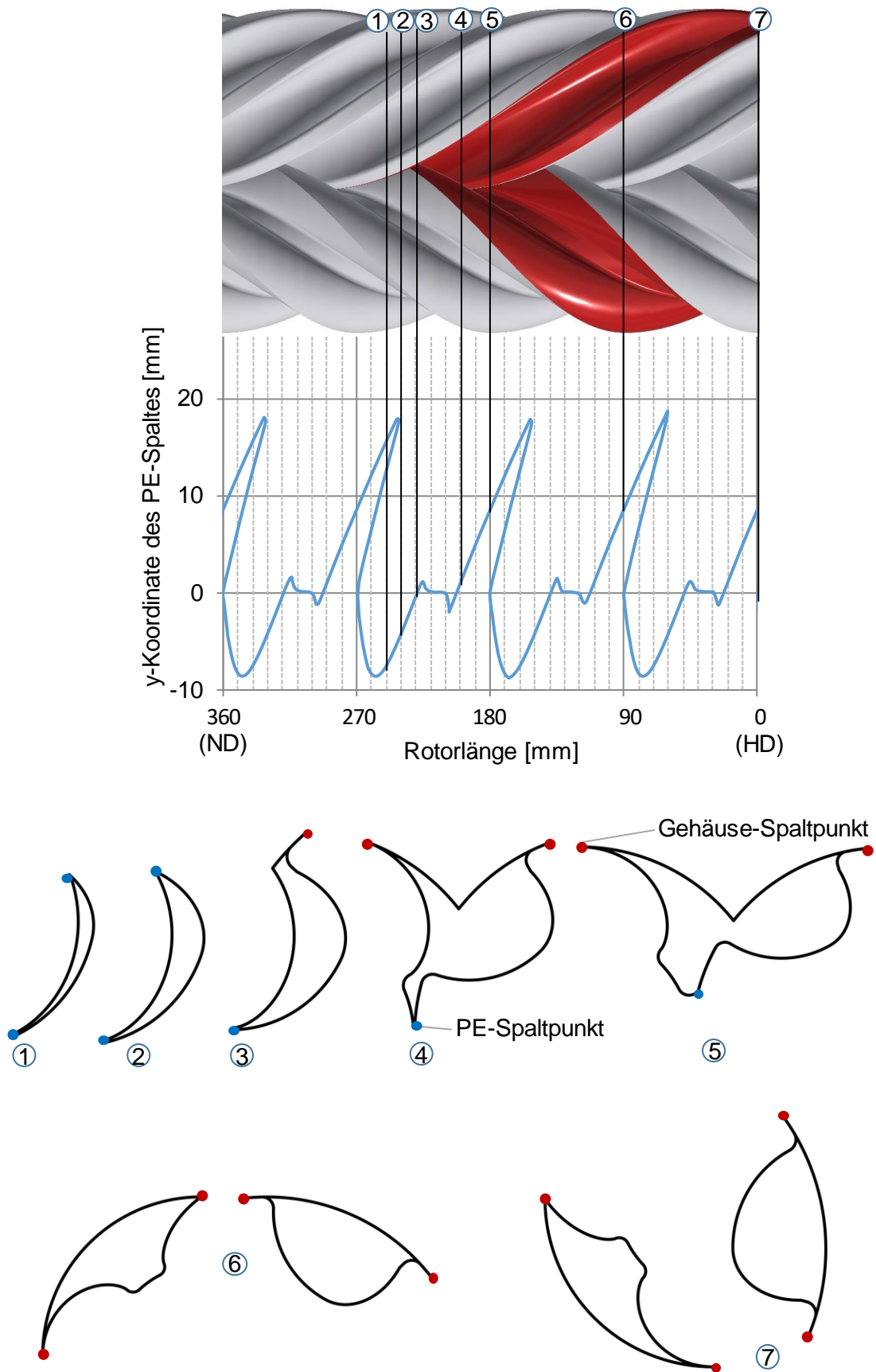


Abbildung 6.3: Hochdruckseitige Ansicht des Rotorpaares und zugehöriger Verlauf der y-Koordinate des Profileingriffspaltes sowie exemplarische Kammerquerschnitte.

Bei der Rekombination wird bei jedem Drehwinkelschritt $\Delta\psi$ ein neuer Stirnschnitt aus dem angefertigten Katalog hinzugefügt. Die z-Koordinate, an der dieser Stirnschnitt hinzugefügt wird, ist dabei einzig von der Rotorsteigung abhängig. Damit ergeben sich für unterschiedliche Rotorsteigungen unterschiedliche Extrusionen in z-Richtung und dadurch verschiedene Volumenkurven und Spaltverläufe.

Durch das vorgestellte Vorgehen muss die fehleranfällige und rechenintensive Bestimmung der PE-Spaltpunkte und Kammerquerschnitte nur einmalig geschehen. Die folgenden Teilabschnitte beschreiben, wie die geometrischen Eigenschaften der Schraubenkompressoren im Detail bestimmt werden. Die dabei erzielten Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit dem Programm KaSim-Pre. Darüber hinaus ist eine Triangulierung der Rotoroberflächen zur Bestimmung mechanischer Kapazitäten in das Programm implementiert, wodurch sich unter anderem die drehwinkelabhängigen Drehmomente der Rotoren bestimmen lassen. Damit lässt sich die aus Gl. 2.3 bekannte Innenleistung P_i des Kompressors parallel über die Druckkräfte und Hebelarme bestimmen:

$$P_{i,m} = M_{i,ges} \cdot \omega \quad \text{Gl. 6.3}$$

Hier wird von einem Antrieb des Hauptrotors ausgegangen, wobei $M_{i,ges}$ das über die Druckkräfte ermittelte Gesamtmoment beider Rotoren am angetriebenen Rotor darstellt. Die damit auf zwei Arten bestimmbare Innenleistung (P_i und $P_{i,m}$) weicht bei durchgeführten Stichproben um maximal ein Prozent voneinander ab, was unter anderem auf Ungenauigkeiten bei der Triangulierung der Rotoren zurückgeht. Details über die Momentenberechnung und über mögliche Abweichungen in der Innenleistung sind von Temming beschrieben [Tem07].

6.3.3 Kammervolumina und Kammerverbindungsfläche

Durch die im vorigen Abschnitt beschriebene Analyse des Rotorpaares liegen die Kammerquerschnittsflächen für eine Vielzahl von Rotorstellungen vom Erscheinen der Kammer bis zum Verschwinden der Kammer vor. Für das hier betrachtete Profil verschwindet eine Kammer nach $\Delta\psi = 572^\circ$ nach ihrem Entstehen wieder aus dem Stirnschnitt. Nun kann ohne weitere geometrische Analyse der für das Kammermodell nötige, drehwinkelabhängige Verlauf des Kammervolumens ermittelt werden, was im Folgenden anhand einer Maschine mit $\varphi = 200^\circ$ und $L = 100$ mm erläutert wird. Bei einem HR-Drehwinkelschritt von $\Delta\psi = 1^\circ$ aus der in Abbildung 2.6 dargestellten Rotornullstellung entsteht die Kammer im niederdruckseitigen Stirnschnitt. Dreht sich der HR nun auf $\psi = 2^\circ$, so liegt im niederdruckseitigen Stirnschnitt – unabhängig von der lokalen Rotorsteigung – der nächste Kammerquerschnitt des analysierten Referenzrotorpaars vor, während der Kammerquerschnitt zu $\psi = 1^\circ$ in Abhängigkeit der lokalen Rotorsteigung in Richtung der z-Koordinate gewandert ist. Die Längendifferenz zwischen den beiden Kammerquerschnitten lässt sich über

$$\Delta z = \frac{\Delta\psi}{\varphi} \cdot L \quad \text{Gl. 6.4}$$

bestimmen. Um diese Länge wird der Kammerquerschnitt nun extrudiert, um das Kammervolumen bei dem betrachteten Drehwinkel zu bestimmen. Auf diese Weise kann pro Rotor die Volumenkurve bestimmt werden, vgl. **Abbildung 6.4**. Für die exemplarische Maschinengeometrie erreicht der erste Kammerquerschnitt Gl. 6.4 entsprechend nach $\Delta\psi = 200^\circ$ den HD-seitigen Stirnschnitt, wo er 572° später

wieder verschwindet. Dementsprechend ergibt sich das in Abbildung 6.4 dargestellte Arbeitsspiel und ein Verschwinden der Kammer bei $\psi = 773^\circ$.

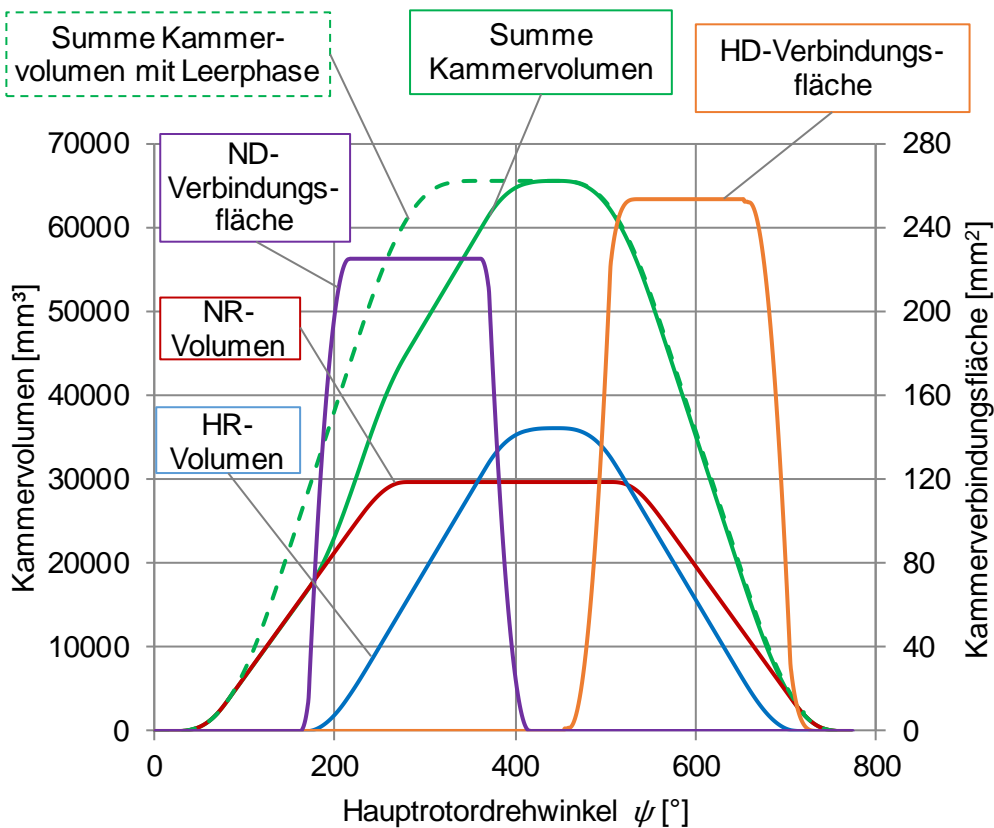


Abbildung 6.4: Verläufe der Kammervolumina und der Kammerverbindungsflächen ($D = 72 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $\varphi = 200^\circ$).

Die Kammern auf der Haupt- und Nebenrotorseite liegen während des Arbeitsspiels zeitweise getrennt voneinander vor. Des Weiteren sorgen die ungleichen Zähnezahlen von Haupt- und Nebenrotor dafür, dass bei fortschreitendem Arbeitsspiel nicht dieselben Zahnlückenräume auf der HD-Seite verbunden werden, die auf der ND-Seite getrennt worden sind. Es liegt daher nahe, die Kammern von Haupt- und Nebenrotor zur Bestimmung der Volumenkurve getrennt zu betrachten. Dabei werden alle Flächen, die innerhalb des Nebenrotorkopfkreises liegen, zur Nebenrotorkammer gezählt.⁹ Die Summierung der gemeinsam ausschlebenden Volumenkurven von Haupt- und Nebenrotor ergibt die durchgezogen dargestellte Volumenkurve in Abbildung 6.4. Da die Nebenrotorkammer während des Ansaugens aufgrund der unterschiedlichen Zähnezahlen mit der vorlaufenden Hauptrotorkammer verbunden ist, wird zur Erzeugung der häufig genutzten Gesamtvolumenkurve (in Abbildung 6.4 gestrichelt dargestellt) während des Ansaugens das NR-Volumen zum Volumen der vorlaufenden HR-Kammer addiert. Die Aufteilung der Kammer bedingt die Definition einer Kammerverbindungsfläche, da die Haupt- und Nebenrotorkammern über einen großen Drehwinkelbereich direkt verbunden sind. Grundlage dieser Fläche ist

⁹ Von der beschriebenen Konvention wird abgewichen, wenn im Bereich der Kopfrundung Kammeranteile auf der Nebenrotorseite entstehen. Diese sind klein, nur über einen kurzen Hauptrotordrehwinkelbereich wirksam und direkt mit einer Kammer auf der HR-Seite verbunden und werden daher zur Übersichtlichkeit des Kammermodells zur Hauptrotorkammer gezählt.

der Kreisbogen des Nebenrotorkopfkreises, der die beiden Kammern verbindet, vgl. **Abbildung 6.5**. Die Fläche wird ermittelt, sobald sich die Kammer gleichzeitig sowohl innerhalb der Verschneidungslinse als auch hauptrotorseitig außerhalb der Verschneidungslinse befindet. **Abbildung 6.4** zeigt neben der Volumenkurve diese Kammerverbindungsflächen. Die HD-seitige Verbindungsfläche ist die zu der durchgezogen dargestellten Volumenkurve gehörige Fläche, während sich die ND-seitige Fläche auf die gestrichelt dargestellte Volumenkurve bezieht, die auf der ND-Seite mit dem Vorgänger der dargestellten HR-Volumenkurve gebildet wird. Die HD-seitige Fläche bildet sich aus, sobald die Rotoren auf der HD-Seite wieder in den Zahneingriff gehen. Während die Kammer in Richtung der z-Koordinate axial wandert, bleibt diese Verbindungsfläche über einen Drehwinkelbereich konstant und wird schließlich wieder reduziert, sobald die Kammer den HD-seitigen Stirnschnitt erreicht hat.

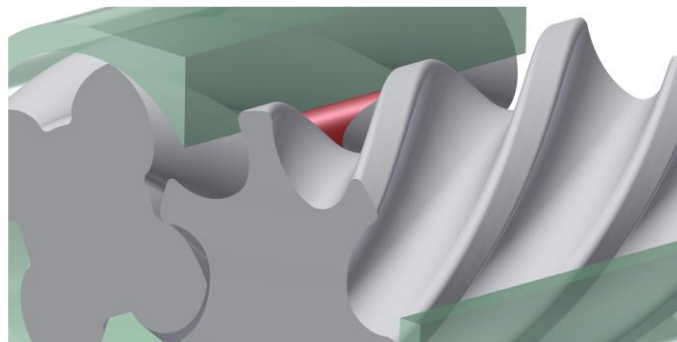


Abbildung 6.5: Hochdruckseitige Verbindungsfläche (rot dargestellt) zwischen einer Haupt- und Nebenrotorkammer ($D = 72 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $\varphi = 200^\circ$).

6.3.4 Ladungswechselflächen

Die Erstellung und Auswertung der hoch- und niederdruckseitigen Ladungswechselflächen nimmt in der Regel einen Großteil der Zeit der Kammermodellerstellung in Anspruch. Da die Erstellung der Flächen häufig händisch geschieht, ist in der Vergangenheit, wie in Abschnitt 2.7 beschrieben, bei der Optimierung der geometrischen Maschinenparameter meist auf eine Anpassung des inneren Volumenverhältnisses verzichtet worden. Die automatisierte Erstellung der Ladungswechselflächen bildet daher eine wesentliche Vereinfachung und ist die Grundlage der automatisierten Kammermodellerstellung.

Zunächst wird die Bestimmung der axialen Ladungswechselflächen erläutert. Der Hauptrotordrehwinkelbereich, in dem die Ladungswechselflächen durchströmt werden können, wird anhand der Volumenkurve (vgl. **Abbildung 6.4**) bestimmt. Zum Kammerabschluss von der ND-Seite kommt es, wenn die Kammer ihr maximales Volumen erreicht hat, um einen möglichst großen Maschinenmassenstrom zu realisieren. Es wird daher das Maximum der gestrichelt dargestellten Volumenkurve ermittelt und die in **Abbildung 6.6** dargestellte Rotorstellung anhand des Hauptrotordrehwinkels bestimmt. Die Steuerkanten realisieren den Abschluss der Kammer von dem Niederdruckstutzen und entsprechen daher der Kontur der nachlaufenden Zahnflanken. Im Bereich der Verschneidungslinse zwischen Haupt- und Nebenrotorkopfkreis gibt es außerdem eine Abdeckung, um eine direkte Verbindung zwischen einer in der Verdichtung befindlichen Kammer und dem Niederdruckstutzen zu vermeiden. Diese verdichtende Kammer ist durch den PE-Spalt von der ansaugenden Kammer, die mit dem Niederdruckstutzen verbunden ist, getrennt. Dementsprechend befindet sich die Abdeckung über dem ebenfalls dargestellten Verlauf des PE-Spaltes. Die Höhe der Abdeckung ist mit einem Wert von $0,14 \cdot D$ so gewählt, dass sie

den unteren Verlauf des PE-Spaltes abdeckt. Die Abdeckung ist außerdem auf der NR-Seite durch den HR-Kopfkreis und auf der HR-Seite durch den NR-Wälzkreis berandet.

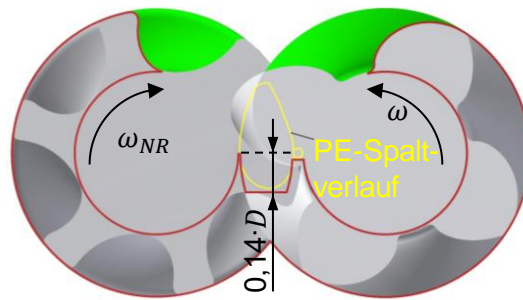


Abbildung 6.6: Form der axialen niederdruckseitigen Steuerkanten (rot dargestellt), Rotorstellung zum Beginn der Verdichtung der grün markierten Kammer (maximales Kammervolumen) ($D = 72 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $\varphi = 200^\circ$, Sicht auf die ND-Seite).

Die hochdruckseitigen Steuerkanten werden ebenfalls anhand der Volumenkurve bestimmt. Über das innere Volumenverhältnis (Gl. 2.1) können das Volumen beim gewünschten Ende der Kompression und anhand der Volumenkurve die zugehörige Rotorstellung bestimmt werden. Die Größe der Auslassflächen ist somit stark vom inneren Volumenverhältnis abhängig, vgl. **Abbildung 6.7**. Die Steuerkanten entsprechen der Kontur der vorlaufenden Zahnflanken. Analog zur ND-Seite wird auch hier mit einer Abdeckung in der Verschneidungslinse gearbeitet, die eine Verbindung zwischen HD-Stutzen und ansaugender Kammer (die Kammer ist beispielsweise in **Abbildung 2.6** erkennbar) verhindert und ebenfalls durch den HR-Kopfkreis und den NR-Wälzkreis berandet ist. Da eine vollständige Abdeckung des PE-Spaltverlaufes die Größe der Auslassfläche stark reduzieren würde, muss ein Kompromiss zwischen Größe der Auslassfläche und der Kammerabdichtung gefunden werden. Im Rahmen dieser Arbeit ist die Höhe der Abdeckung auf $0,21 \cdot D$ eingestellt, was bei $D = 72 \text{ mm}$ einer Höhe von 15 mm entspricht.

Nach Bestimmung der axialen Ein- und Auslassflächen werden die Strömungsquerschnitte ermittelt, die dem Fluid während des Arbeitsspiels zum Ladungswechsel zur Verfügung stehen. Dies wird über eine Schnittmengenberechnung zwischen dem jeweiligen stirnseitigen Kammerquerschnitt und der Ein- bzw. Auslassfläche realisiert, die in **Abbildung 6.8** links veranschaulicht wird. Der Drehwinkel der Rotoren wird dabei in kleinen Schritten $\Delta\psi$ (hier: $\Delta\psi = 1^\circ$) variiert. Es ergeben sich die in **Abbildung 6.8** rechts dargestellten Flächenverläufe für die HR- und NR-Seite.

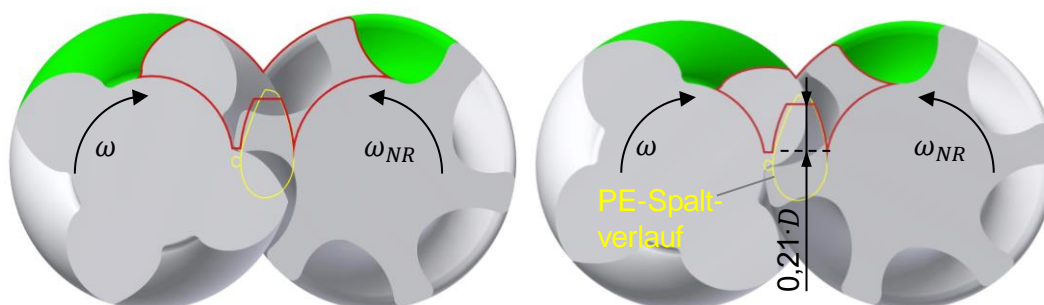


Abbildung 6.7: Form der axialen hochdruckseitigen Steuerkanten (rot dargestellt), Rotorstellung zum Ende der Verdichtung der grün markierten Kammer, links: $v_i = 2$; rechts $v_i = 3$ ($D = 72 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $\varphi = 200^\circ$, Sicht auf die HD-Seite).

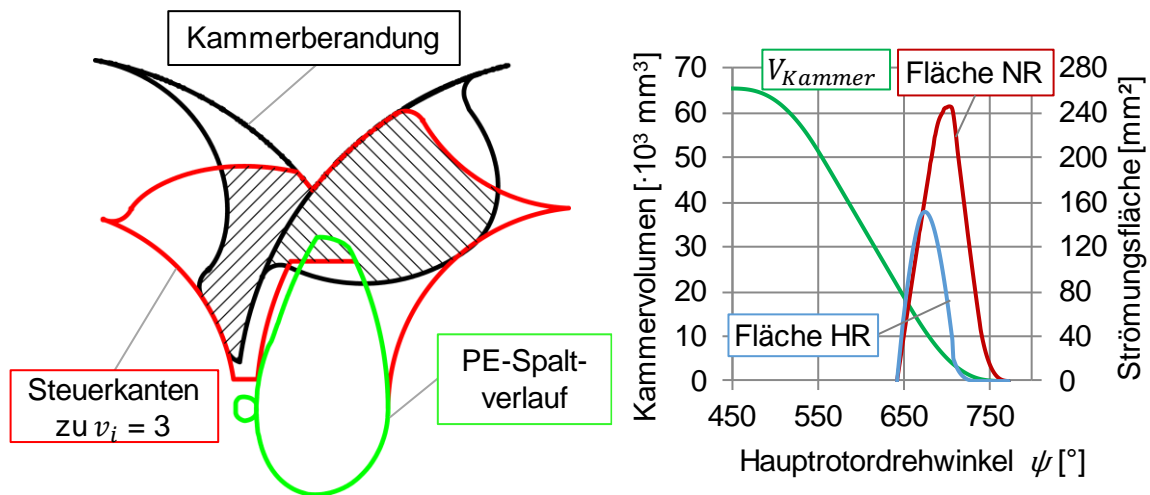


Abbildung 6.8: Links: beispielhafte Bestimmung der axial durchströmten hochdruckseitigen Ladungswechselfläche (schraffiert) in einer exemplarischen Rotorstellung für $v_i = 3$, rechts: zugehörige Verläufe der axialen Auslassflächen als Funktion des Hauptrotordrehwinkels.

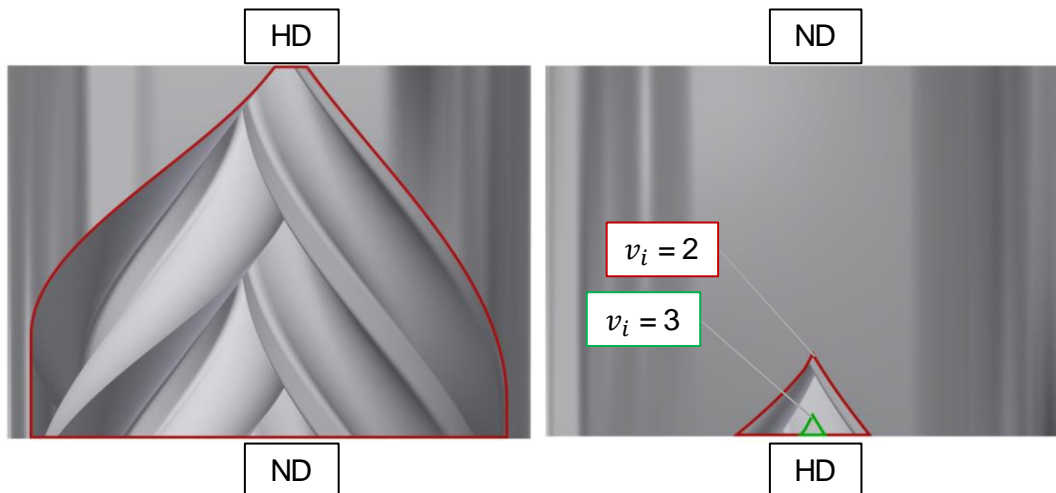


Abbildung 6.9: Radiale Steuerkanten, links: Einlass, rechts: Auslass.

Die axialen Steuerkanten sowie die zugehörigen Ein- und Auslassflächen (-verläufe) hängen einzig vom stirnseitigen Rotorprofil in der jeweils relevanten Rotorstellung ab. Auf die von diesen Rotorstellungen abgeleiteten Geometrien kann demnach – unabhängig vom gewählten Steigungsverlauf der Rotoren – nach deren einmaliger Berechnung jederzeit drehwinkelabhängig zurückgegriffen werden, um bereits bestimmte Verläufe erneut zu nutzen und damit den Rechenaufwand der Kammermodellerstellung zu reduzieren.

Im Gegensatz zu den axialen Flächen hängt die Form der radialen Ein- und Auslassflächen vom Steigungsverlauf der Rotoren ab, weshalb diese für jede Maschine bzw. jedes innere Volumenverhältnis neu berechnet werden müssen. Die radialen Steuerkanten, vgl. **Abbildung 6.9**, ergeben sich aus den Verläufen der Zahnköpfe von Haupt- und Nebenrotor in den für die axialen Steuerkanten beschriebenen Rotorstellungen. Sie liegen damit auf der Unter- bzw. Oberseite der Rotoren und können dem Fluid bei kleinen (konstanten) Rotorsteigungen eine große Fläche zur Verfügung stellen, da die Ausdehnung der Kammer in axiale Richtung in der Regel deutlich größer ist als in radiale Richtung im Stirnschnitt, die

die axiale Fläche limitiert. Sollten die vorlaufenden Flanken im hochdruckseitigen Stirnschnitt bereits die Gehäuseverschneidungskante erreicht haben, existiert keine radiale Auslassfläche. Analog zu den axialen Flächen wird nach der Bestimmung der radialen Steuerkanten eine Schnittmengenberechnung mit den betreffenden Kammern durchgeführt. Dadurch ergeben sich die drehwinkelabhängigen Verläufe für die radialen Ladungswechselflächen.

6.3.5 Spaltverbindungen

Neben den Ladungswechselflächen müssen die Spaltverbindungen bestimmt werden. Dabei müssen die Spaltbreiten sowie alle Daten, die zur Bestimmung der an den Spalten anliegenden, dimensionslosen Kennzahlen für die Berechnung des Strömungsbeiwertes nötig sind, ermittelt werden. Mit Ausnahme der Kopfrundungsöffnung wird die Spalthöhe separat vorgegeben und ist für den jeweiligen Spalt konstant. Die im Folgenden vorgestellten Spaltverbindungen stellen die Verbindungen der in Abbildung 6.4 gezeigten Kammern von Haupt- und Nebenrotor dar.

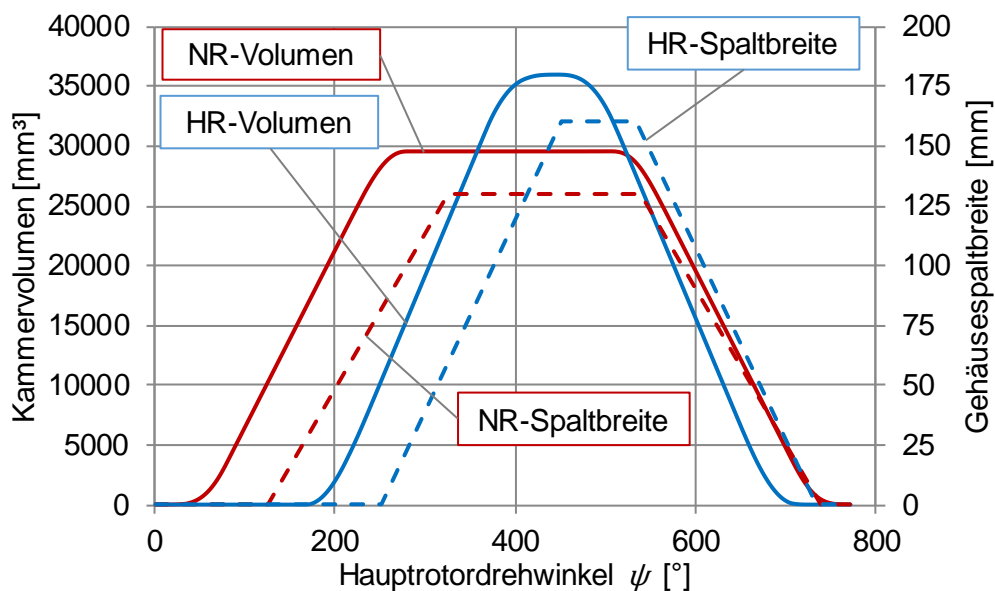


Abbildung 6.10: Breite des Gehäusespaltes von Haupt- und Nebenrotor mit der nachfolgenden Kammer ($D = 72 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $\varphi = 200^\circ$).

Der Gehäusespalt verbindet die Kammern auf der Haupt- bzw. Nebenrotorseite mit ihrem Vorgänger bzw. Nachfolger. Eine solche Verbindung existiert, sobald die Rotoren die Gehäuseverschneidungskante überfahren. Die Spaltbreite entspricht dabei der Länge der Verbindungslinie der Gehäuse-Spaltpunkte, die in Abhängigkeit der Rotorsteigung entlang der z-Koordinate angeordnet sind und sich aus der Analyse der Stirnschnitte ergeben (vgl. Abbildung 6.3). Wie die Kammerquerschnitte liegen die Gehäusespaltpunkte im Abstand von einem Grad Rotorverwindung vor. Die Spaltbreitenverläufe auf Haupt- und Nebenrotorseite sind für die exemplarische Maschine in **Abbildung 6.10** dargestellt und zeigen die Verbindung der betrachteten Kammer zu ihrer Nachfolgerkammer. Die ermittelten Spaltbreiten werden, wie auch bei den nachfolgend vorgestellten PE- und Stirnspalten, in das Kammermodell geschrieben und in der Simulation mit einer vom Nutzer vorgegebenen Spalthöhe zu einer Spaltfläche verrechnet. Neben der Spaltbreite wird im Kammermodell ebenfalls festgehalten, welche Rotorsteigung

auf welcher Spaltbreite vorliegt. Auf diese Weise können die in der Kammermodellsimulation benötigten geometrischen Kennzahlen zur Bestimmung des Strömungsbeiwertes ermittelt werden, vgl. Gl. 5.16 und Gl. 5.17.

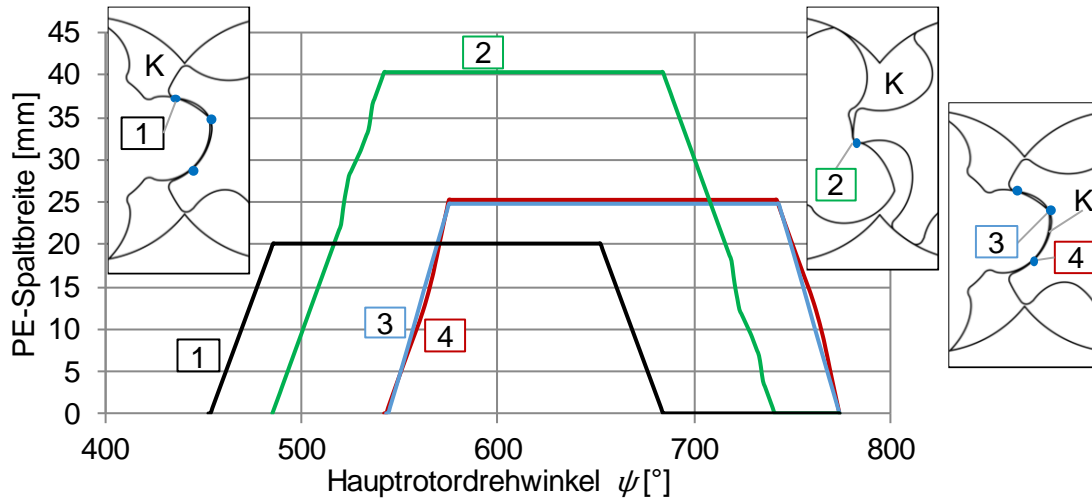


Abbildung 6.11: Breite der PE-Spaltverbindungen, aufgeteilt in vier Teilspalte ($D = 72 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $\varphi = 200^\circ$).

Im Allgemeinen verbindet der PE-Spalt Kammern auf der Hochdruckseite mit Kammern, die eine Verbindung mit der Niederdruckseite haben. Da der Spalt jedoch eine Kammer zeitgleich mit mehreren weiteren Kammern verbindet, ist eine Unterteilung des Spaltes nötig. Welche Kammern im Detail verbunden werden, ist von der Anzahl der PE-Spaltpunkte im Stirnschnitt (vgl. Abbildung 6.3) abhängig. Es lassen sich vier Verbindungstypen identifizieren, die jeweils Kammern in unterschiedlichen Phasen des Arbeitsspiels verbinden und unterschiedliche Spaltbreiten ausbilden. Analog zum Gehäusespalt ist die Breite dabei als rotorsteigungsabhängige Länge der Verbindungslinie zwischen den PE-Spaltpunkten, die jeweils nach einem Grad Rotorverdrehung vorliegen, zu verstehen. **Abbildung 6.11** zeigt die Anteile einer Kammer der exemplarischen Maschine während der Kompressions- bzw. Ausschiephase. Grundsätzlich geht die Kammer, die bei $\psi = 1^\circ$ im ND-seitigen Stirnschnitt zwischen zwei PE-Spaltpunkten entsteht, hier 360° später wieder in den Zahneingriff und bildet damit eine PE-Spaltverbindung aus. Da die HR-Kammer in Abbildung 6.4 mit einem Offset von 90° zur Realisierung der gemeinsamen Ausschiephase versehen ist, beginnt die Ausbildung einer PE-Spaltverbindung im Diagramm um einen Zahnteilungswinkel versetzt bei $\psi = 451^\circ$. Die Anteile werden im Folgenden anhand der Lage der Kammern im Stirnschnitt mithilfe der in der Abbildung dargestellten Rotorstellungen erklärt. Die Kammer, die dabei die Verbindung ausbildet, ist mit „K“ markiert. Der erneute Zahneingriff, der letztlich zur Kammerverkleinerung und damit zur Kompression des Fluids führt, beginnt im ND-seitigen Stirnschnitt. Durch den Zahneingriff bei $\psi = 451^\circ$ ergibt sich mit Verbindung 1 eine Verbindung der Kammer mit der neu entstehenden Kammer (Verbindung HR- mit NR-Kammer). Wenige Grad später kommt Verbindung 2 hinzu, wenn sich die Rotoren im ND-seitigen Stirnschnitt so weit gedreht haben, dass die Kammer über den einzigen im Stirnschnitt vorliegenden PE-Spaltpunkt mit einer Kammer auf der Unterseite verbunden wird (Verbindung NR- mit NR-Kammer). Durch die fortlaufende Rotor-

drehung wird die Kammer im ND-seitigen Stirnschnitt schließlich von zwei PE-Spaltpunkten eingeschlossen. Die dadurch vorliegende Verbindung 3 verbindet die Kammer mit der entstehenden Kammer, während Verbindung 4 eine Verbindung mit dem Vorgänger der entstehenden Kammer herstellt. Sobald sich die Rotoren so weit gedreht haben, dass der ND-seitige Stirnschnitt nicht mehr an der jeweiligen PE-Spaltverbindung beteiligt ist, erreichen die Spaltbreiten ein Maximum.

Der Stirnspalt befindet sich zwischen der Stirnseite der Rotoren und dem umschließenden Gehäuse und kommt sowohl auf der Druck- als auch auf der Saugseite vor. Die Spaltbreite entspricht der radialen Spalterstreckung und ist nur vom Rotorquerschnitt und nicht von der Rotorsteigung abhängig. Die Anzahl der verbundenen Kammern, die Abhängigkeit der Umfangsgeschwindigkeit vom Rotorradius sowie die in der Praxis ungeklärten Massenstromverhältnisse machen die Modellierung der Stirnspalte zu einem komplexen Unterfangen. Hier wird näherungsweise davon ausgegangen, dass die Spaltmassenströme über den Rotorzähnen stets in Umfangsrichtung stattfinden. Sofern die Stirnspaltverbindung nicht über den kompletten Zahn stattfindet, werden sie von PE-Spaltpunkten und den Zahnfüßen der beiden Rotoren berandet, vgl. **Abbildung 6.12**. Spaltmassenströme, die je nach Konstruktion der Maschine unterhalb des Fußkreises des Rotorprofils stattfinden können, werden hier nicht berücksichtigt.

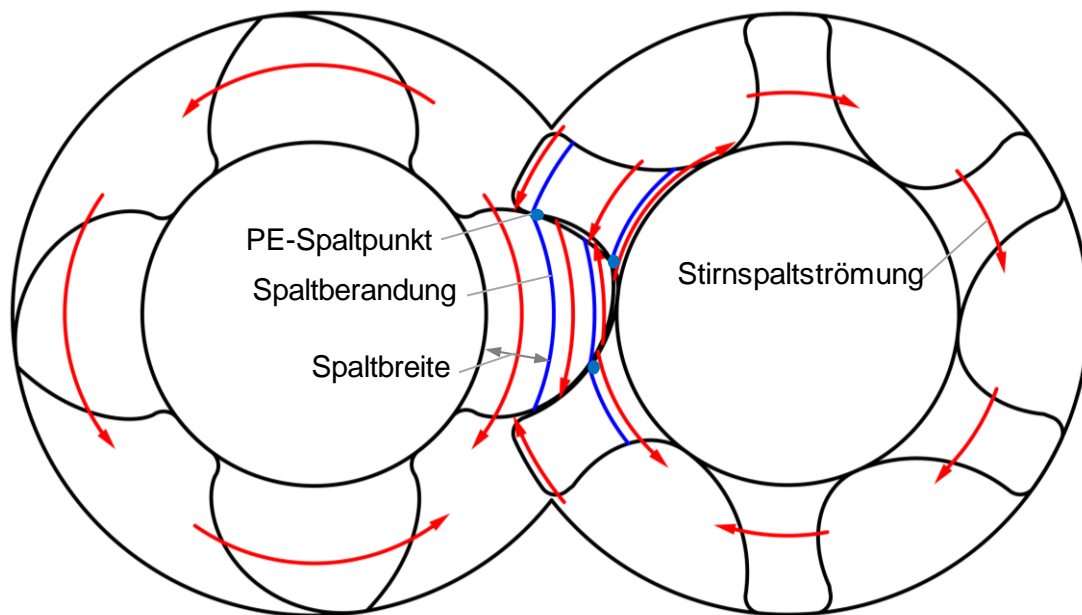


Abbildung 6.12: Beispielhafte Anordnung der Stirnspaltverbindungen sowie übliche Strömungsrichtungen.

Wie der PE-Spalt verbindet auch der Stirnspalt Kammern miteinander, die sich an unterschiedlichen Stellen des Arbeitsspiels befinden, weshalb die Stirnspaltverbindung ebenfalls aufgeteilt werden muss. Grundsätzlich müssen alle Zahnflächen zu jedem Zeitpunkt des Arbeitsspiels eine Verbindung ausbilden, weshalb die automatisch generierten Stirnspaltbreiten quantitativ gut überprüft werden können. Da an den beiden Rotoren dem Zähnezahlnverhältnis entsprechend eine andere Winkelgeschwindigkeit vorliegt, bietet sich zunächst eine Unterteilung in Verbindungen über den Haupt- und über den Nebenrotor an. Auch wenn die Spaltverbindung über den Hauptrotorzahn stattfindet, kann sie dennoch Nebenrotorkammern verbinden, sofern diese innerhalb der Verschneidungslinse liegen. Die Verbindungen werden im Folgenden anhand des Spaltes im hochdruckseitigen Stirnschnitt erläutert, gelten aber analog auch

für die Niederdruckseite. Die Spaltbreiten für den Hauptrotorstirnschnitt sind in **Abbildung 6.13** dargestellt. Die Verläufe beziehen sich weiterhin auf die in Abbildung 6.4 dargestellten Kammervolumina. Da die Hauptrotorkammer mit dem Versatz eines Zahnteilungswinkels zur Darstellung eines gemeinsamen Ausschlebens versehen ist, erreicht die betrachtete Zahnflächenpaarung erst bei $\psi = 291^\circ$ den HD-seitigen Stirnschnitt. Die Verbindungen werden in der Reihenfolge ihres Erscheinens im HD-seitigen Stirnschnitt gezeigt. Um zu vermeiden, dass Verbindungen doppelt in das Diagramm aufgenommen werden, werden nur Verbindungen dargestellt, die sich entgegen der HR-Drehrichtung ergeben. Die Strömung verläuft dadurch zunächst über die nachlaufende Zahnflanke der Kammer. Zur weiteren Erklärung zeigt Abbildung 6.13 die jeweiligen Spaltanteile kurz nach ihrem Erscheinen. Die nach der genannten Konvention dargestellten Pfeile entsprechen dabei nicht zwangsläufig der Strömungsrichtung.

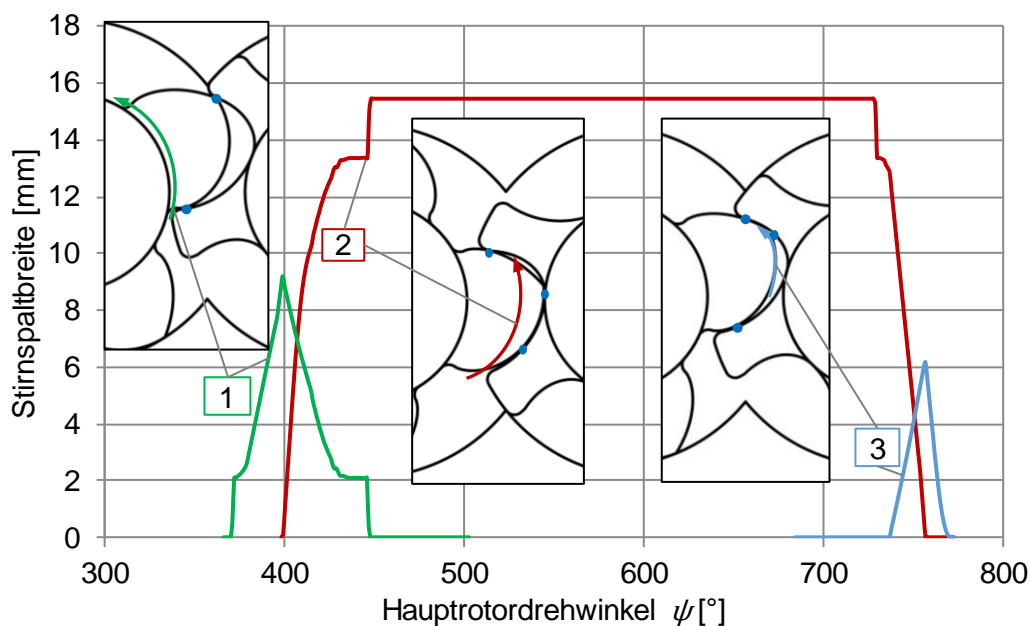


Abbildung 6.13: Breite der Stirnspalte am Hauptrotor ($D = 72 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $\varphi = 200^\circ$).

Es ergibt sich erst eine Verbindung entgegen der Rotordrehrichtung, wenn die Kammer bereits teilweise aus der Verschneidungslinse gewandert ist. Die erste Verbindung liegt in der Nähe des Rotorfußkreises und verbindet die Kammer mit dem Nachfolger der verschwindenden Kammer. Die zweite Verbindung entsteht, sobald die nächste Kammer im HD-seitigen Stirnschnitt entsteht. Sie verbindet die Kammer also mit ihrem Nachfolger. Liegt der Rotorzahn außerhalb der Verschneidungslinse vor, so ist für diese Verbindung die Breite des gesamten Zahns verfügbar, was über einen großen Winkelbereich wirksam ist. Da die Verbindung zeitweise HR- und zeitweise NR-Kammern verbindet, wird die Verbindung programmintern noch weiter aufgeteilt. Die dritte Verbindung entsteht, wenn sich kurz vor dem Verschwinden der Kammer eine Verbindung mit einer neu entstehenden Kammer ergibt.

Die Verbindungen am Nebenrotor werden ebenfalls unterteilt und sind in **Abbildung 6.14** dargestellt. Da die Nebenrotorkammer in Abbildung 6.4 bei $\psi = 1^\circ$ im ND-seitigen Stirnschnitt erscheint, erreicht sie bei $\psi = 201^\circ$ den HD-seitigen Stirnschnitt. Eine Stirnspaltverbindung wird erst dargestellt, wenn sich in Richtung der NR-Drehrichtung eine Verbindung ergibt. Die in der Abbildung dargestellten Pfeile

verlaufen also zunächst über die vorlaufende Zahnflanke der Kammer. Verbindung 4 verbindet die Kammer mit ihrem Vorgänger. Sie entsteht schlagartig, sobald der PE-Spaltspunkt zwischen Hauptrotorkopf und Nebenrotorfuß verschwindet und sich dadurch die in der Verschneidungslinse befindliche Kammer mit dem großen Kammeranteil auf der Hauptrotorseite vereint. Kurz darauf, wenn wieder drei PE-Spaltspunkte vorhanden sind, ergibt sich kurzzeitig Verbindung 5 über den nachfolgenden Rotorzahn. Wie in der mittleren Rotorstellung in Abbildung 6.14 dargestellt ist, verbindet diese Verbindung die Kammer mit sich selbst bzw. Zahnlückenräume, die ohnehin über die ND-seitige Kammerverbindungsfläche in Verbindung stehen. Über den Großteil des Hauptrotordrehwinkelbereiches ist nur Verbindung 4 mit dem direkten Vorgänger aktiv. Beim Wiedereingriff der Rotoren auf der Oberseite verbindet Verbindung 6 Kammern, die auch über die HD-seitige Kammerverbindungsfläche verbunden sind. Die Verbindung bildet sich zwischen dem Nebenrotorkopfkreis und dem nächstgelegenen PE-Spaltspunkt aus. Verbindung 7 verbindet die Kammer schließlich mit der neu entstehenden Kammer.

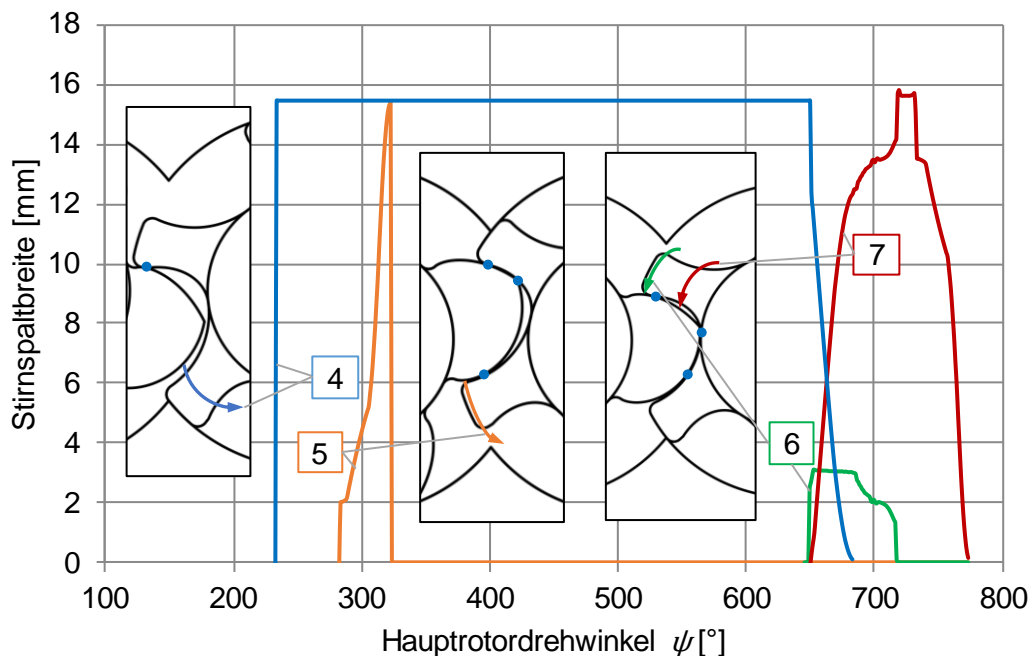


Abbildung 6.14: Breite der Stirnspalte am Nebenrotor ($D = 72 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $\varphi = 200^\circ$).

Die Stirnspalte werden programmintern in eine nutzerdefinierte Anzahl an Spaltelementen aufgeteilt, vgl. **Abbildung 6.15**. Für jedes der Spaltelemente wird anschließend der mittlere Radius, auf dem sich das Spaltelement befindet, ermittelt. Dadurch kann in der Kammermodellsimulation die zur Berechnung der Couette-Strömung nötige Umfangsgeschwindigkeit zur Bestimmung der Umfangsmachzahl am Spalt, $Ma_{u,sp}$, ermittelt werden. Die Spaltlänge in Umfangsrichtung wird ebenfalls gespeichert, wodurch in der Kammermodellsimulation mit einer gegebenen Spalthöhe das Spalthöhe-Länge-Verhältnis des Spaltes zur Bestimmung des Strömungsbeiwertes berechnet werden kann. Mit steigender Zahl an Spaltelementen steigen die Abbildungsgüte und der Rechenaufwand der Stirnspaltverbindung. Im Rahmen der hier durchgeführten Simulationen werden die Spalte in radialer Richtung in bis zu acht Spaltsegmente aufgeteilt, was einer Spaltbreite der Elemente von zwei Millimetern bzw. $0,028 \cdot D$ entspricht.

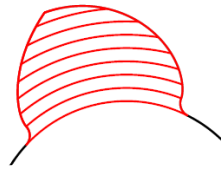


Abbildung 6.15: Radiale Aufteilung der Stirnspalte in Teilelemente.

Die Fläche der Kopfrundungsöffnung entsteht, wenn sich die Rotoren aus der Verschneidungslinse über die Gehäuseverschneidungskante bewegen. Sie entsteht dadurch, dass die Rotoren nicht gleichzeitig über die Verschneidungskante fahren und schließt die Lücke zwischen dem PE- und dem Gehäusespalt. Sowohl auf der Ober- als auch auf der Unterseite des Rotorpaares entsteht eine Spaltfläche, die benachbarte Kammern verbindet und innerhalb weniger Grad Rotordrehung voll ausgebildet ist. Die Verbindung besteht über einen Drehwinkelbereich, der dem Umschlingungswinkel entspricht. Die verwendeten, asymmetrischen Rotorprofile sind in der Regel so ausgelegt, dass das Blasloch auf der HD-Seite deutlich kleiner ausfällt als auf der ND-Seite.

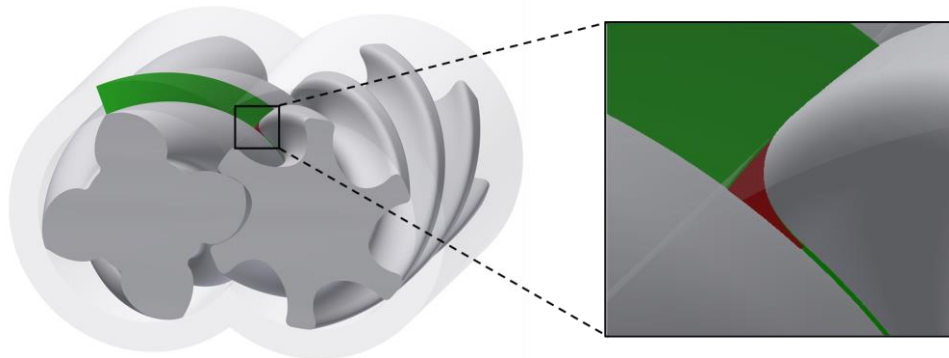


Abbildung 6.16: Beispielhafte Bestimmung der HD-seitigen Blaslochfläche.

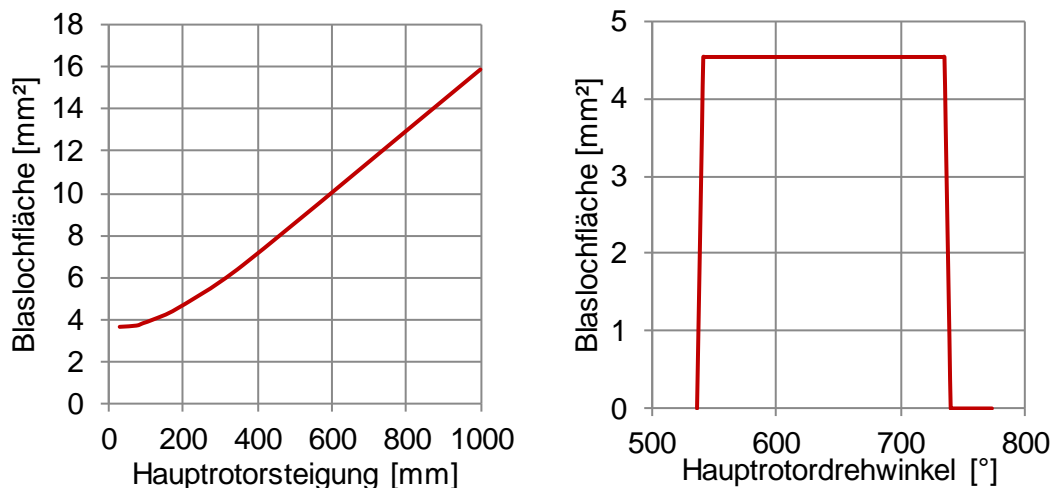


Abbildung 6.17: Links: HD-seitige Blaslochfläche in Abhängigkeit der Hauptrotorsteigung; rechts: HD-seitige Blaslochverbindung mit der nachfolgenden Kammer ($D = 72 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $\varphi = 200^\circ$).

Die Berechnung der Spaltfläche ist nicht direkt in das Programm integriert. Stattdessen wird die Fläche für verschiedene Rotorsteigungen in einem Konstruktionsprogramm vermessen, vgl. **Abbildung 6.16**. Dazu wird auf dem Hauptrotorzahn eine Spirale hinzugefügt, die dem Zahnkopf folgt (grün dargestellt). Anschließend wird die Fläche durch das Rotorgehäuse, die beiden Rotoren und den PE-Spalt mit der größten bzw. kleinsten y-Koordinate berandet, sodass sich die Blaslochfläche ergibt (rot dargestellt). Die Ergebnisse der Messung sind in **Abbildung 6.17** links dargestellt und werden in einer Datei gespeichert. Während der Kammermodellerstellung wird dann die Blaslochfläche zur entsprechenden Rotorsteigung interpoliert, sodass sich der in **Abbildung 6.17** rechts dargestellte Verlauf der Verbindung mit dem Nachfolger ergibt.

6.4 Optimierungsalgorithmus

Der folgende Abschnitt erläutert den Ablauf und den verwendeten Algorithmus zur Optimierung des Rotorsteigungsverlaufes des Schraubenkompressors, die der Bestimmung der in Abschnitt 7 vorgestellten Ergebnisse dienen. Der in das Programm „ChamberModelBuilder“ implementierte Optimierungsablauf ist in **Abbildung 6.18** dargestellt. Da die Optimierung auf einem Vergleich der unterschiedlichen Maschinenkonfigurationen beruht, müssen einige Randbedingungen der Optimierungsaufgabe konstant gehalten werden, um eine sinnvolle Vergleichbarkeit der Maschinen zu gewährleisten. Dies umfasst

- Durchmesser, Länge und Profil der Rotoren.
- Betriebsparameter (Drehzahl, Eintrittsdruck und -temperatur, Austrittsdruck).
- Fluidparameter (Wärmekapazitäten, Viskosität).

Das Optimierungsziel ist dabei die Bestimmung des Schraubenkompressors mit dem höchsten inneren isentropen Gütegrad $\eta_{is} = w_s/w_i$ für die vom Benutzer definierte Optimierungsaufgabe. Da die spezifische isentrope Arbeit w_s der Optimierungsaufgabe jeweils konstant ist, wird die Optimierung programmintern über die Ermittlung der Maschine mit der geringsten spezifischen Innenarbeit w_i umgesetzt. Zunächst werden Volumenkurven, Spalt- und Einlassflächenverläufe für eine initiale Maschinengeometrie ermittelt. Neben der Optimierung der Rotorsteigung enthält das Programm eine innere Schleife zur Optimierung des inneren Volumenverhältnisses v_i . Das Programm ist direkt mit dem Kammermodellsimulationsprogramm KaSim gekoppelt, das die thermodynamische Simulation übernimmt. Ist das innere Volumenverhältnis optimiert, so ist die optimale Auslassfläche für den Schraubenkompressor gefunden. Die äußere Schleife passt dann die Steigung der Rotoren an und startet eine neue v_i -Optimierung, bis letztlich der optimale Steigungsverlauf bestimmt ist. Die beiden Optimierungsschleifen werden im Folgenden detaillierter erläutert.

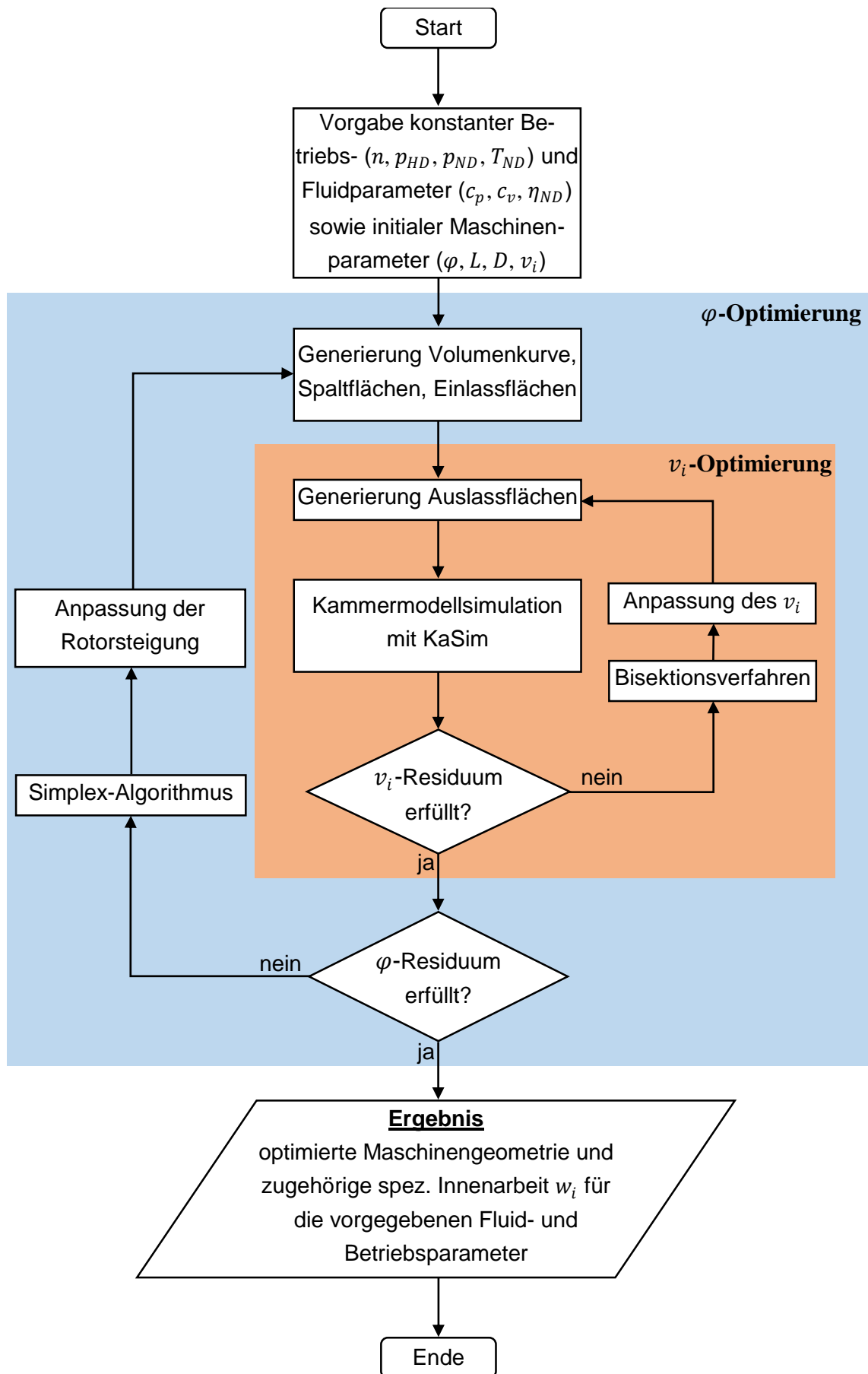


Abbildung 6.18: Schema zur Optimierung der Rotorsteigung.

6.4.1 Optimierung des inneren Volumenverhältnisses

Die Variation der Rotorsteigung führt zu einer Änderung des Gradienten der Volumenkurve, wodurch das optimale innere Volumenverhältnis trotz gleichbleibendem Verdichtungsverhältnis nicht konstant ist [Utr17]. Die Anpassung des inneren Volumenverhältnisses wird in der Literatur (z.B. Weckes [Wec94], vgl. Abschnitt 2.7) aufgrund der aufwendigen Erstellung der Steuerkanten sowie der anschließend nötigen Schnittmengenberechnung zur Bestimmung der Flächenverläufe (vgl. Abschnitt 6.3.4) häufig nicht durchgeführt. Stattdessen werden unterschiedliche Rotorsteigungen bei demselben inneren Volumenverhältnis verglichen, was zu unpassenden Vergleichen führen kann.

Die Optimierung des inneren Volumenverhältnisses wird hier mithilfe eines Bisektionsverfahrens durchgeführt, das anhand von **Abbildung 6.19** erläutert wird. Dieses gradientenfreie Optimierungsverfahren eignet sich für die verhältnismäßig einfache Suche nach einem Minimum. In der ersten Iteration werden die Kammermodelle für drei innere Volumenverhältnisse erstellt und mit KaSim simuliert. Da das optimale v_i primär vom Verdichtungsverhältnis des Kompressors bestimmt wird, kann der Bereich, in dem sich das optimale v_i befindet, zu Beginn der Iteration gut abgeschätzt werden. Die resultierende geringste spezifische Innenarbeit wird mit w_i^{min} und die nächstgrößere mit w_i^{mid} bezeichnet. In der zweiten Iteration wird die untersuchte Intervallbreite des inneren Volumenverhältnisses halbiert und um das zu $w_{i,min}$ gehörende v_i gezogen. Die v_i -Optimierung ist beendet, wenn das Residuum

$$R_{v_i} = 1 - \frac{w_i^{min}}{w_i^{mid}} \quad \text{Gl. 6.5}$$

einen nutzerdefinierten Zielwert von beispielsweise 0,001 erreicht.

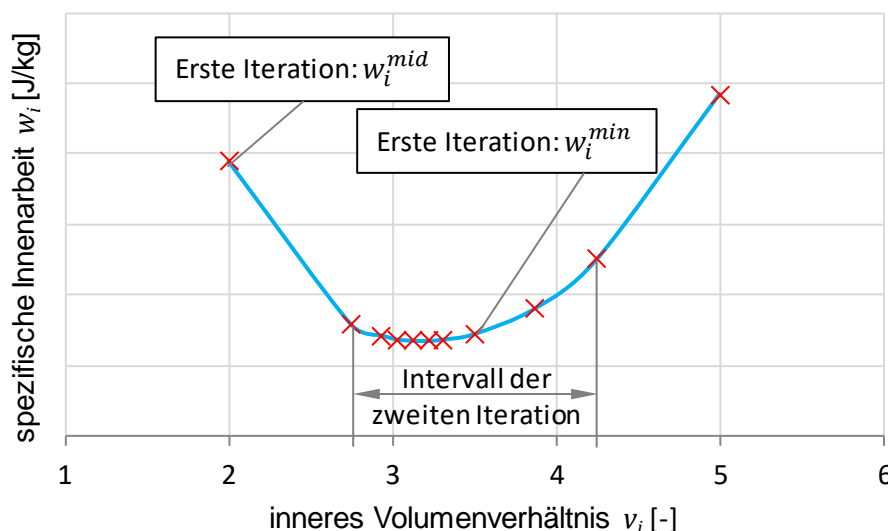


Abbildung 6.19: Beispielhafter Verlauf der spezifischen Innenarbeit als Funktion des inneren Volumenverhältnisses zur Erläuterung des Bisektionsverfahrens.

6.4.2 Optimierung der Rotorsteigung

Die Optimierung der Rotorsteigung gestaltet sich gegenüber der v_i -Optimierung deutlich komplexer, da hier in der Regel mehr Variationsparameter vorhanden sind. Aus diesem Grund wird die Optimierung

der Rotorsteigung mithilfe des Simplex-Algorithmus durchgeführt, da dieser eine beliebige Zahl an Parametern verarbeiten kann. Neben der Optimierung der Rotorsteigung von Schraubenkompressoren [Utr18d] eignet sich das Verfahren auch für die Optimierung der Steigung von Schraubenspindelvakuumumpfen [Jün18]. Zunächst werden nachfolgend die wichtigsten Eigenschaften des Algorithmus erklärt, bevor dieser in Abschnitt 7 angewendet und die Optimierungsergebnisse diskutiert werden.

Der gewählte Algorithmus ist der gradientenfreie, nichtlineare Simplex-Algorithmus nach Nelder und Mead [Nel65]. Das Verfahren nutzt einen Simplex als Grundstruktur und ist von dem Simplexverfahren im Bereich der linearen Optimierung abzugrenzen [Alt02]. Es werden n Variationsparameter optimiert, wobei die wichtigsten Operationen des Algorithmus in **Abbildung 6.20** für $n = 2$ dargestellt sind.

Ein Simplex S mit

$$S = \sum_{i=0}^n \lambda_i \vec{x}^{(i)} \quad \text{Gl. 6.6}$$

besitzt die Struktur eines Polyeders, dessen Hülle durch n linear unabhängige Vektoren beschrieben wird. Die Ecken des Simplex werden durch die Vektoren $\vec{x}^{(0)}, \dots, \vec{x}^{(n)}$ beschrieben, die in dem hier betrachteten Fall jeweils die Rotorsteigungskonfiguration eines Kompressors repräsentieren. Die Faktoren λ_i beschreiben die Eigenwerte des jeweiligen Vektors $\vec{x}^{(i)}$ und können zur Überprüfung der linearen Unabhängigkeit der Vektoren $\vec{x}^{(i)} - \vec{x}^{(0)}$ mit $i = 1, \dots, n$ genutzt werden. Das Optimierungsziel des Algorithmus ist die Minimierung der spezifischen Innenarbeit w_i , die für jede Rotorsteigungskonfiguration durch $w_i(\vec{x}^{(i)})$ repräsentiert wird. Dabei bezeichnen

$$w_i(\vec{x}^{(max)}) = \max(w_i(\vec{x}^{(0)}), \dots, w_i(\vec{x}^{(n)})) \quad \text{und} \quad \text{Gl. 6.7}$$

$$w_i(\vec{x}^{(min)}) = \min(w_i(\vec{x}^{(0)}), \dots, w_i(\vec{x}^{(n)}))$$

den maximalen bzw. minimalen Wert der spezifischen Arbeit.

Nach Untersuchung auf Konvergenz wird der Schwerpunkt $\vec{s}^{(max)}$ mit allen Werten mit Ausnahme von $\vec{x}^{(max)}$ gebildet:

$$\vec{s}^{(max)} = \frac{1}{n} \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq max}}^n \lambda_i \vec{x}^{(i)} \quad \text{Gl. 6.8}$$

Danach wird der Knoten mit dem Maximalwert $w_i(\vec{x}^{(max)})$ an diesem Schwerpunkt reflektiert, vgl. **Abbildung 6.20**, mit:

$$\vec{x}^{(ref)} = \vec{s}^{(max)} + \gamma \cdot (\vec{s}^{(max)} - \vec{x}^{(max)}) \quad \text{Gl. 6.9}$$

Dabei bezeichnet γ die Reflektionskonstante mit $0 < \gamma \leq 1$ (anwenderdefiniert). Die nächsten Schritte hängen von der spezifischen Innenarbeit ab, die die Reflektion hervorgebracht hat.

Fall 1: $w_i(\vec{x}^{(min)}) < \dots < w_i(\vec{x}^{(ref)}) < \dots < w_i(\vec{x}^{(n-1)}) < w_i(\vec{x}^{(max)})$:

Die Reflektion führt zu einem besseren Wert als $\vec{x}^{(max)}$, aber zu einem schlechteren als $\vec{x}^{(min)}$. $\vec{x}^{(ref)}$ ersetzt in diesem Fall $\vec{x}^{(max)}$ und der Algorithmus beginnt von vorne.

Fall 2: $w_i(\vec{x}^{(ref)}) < w_i(\vec{x}^{(min)})$: Expansion

Die Reflektion hat die bisherige minimale spezifische Innenarbeit verbessert, weshalb die Reflektion in dieselbe Richtung expandiert wird, vgl. Abbildung 6.20:

$$\vec{x}^{(exp)} = \vec{s}^{(max)} + \beta \cdot (\vec{x}^{(ref)} - \vec{s}^{(max)}) \quad \text{Gl. 6.10}$$

β bezeichnet die Expansionskonstante mit $\beta > 1$. Sollte die Expansion zu einem besseren Wert führen als die Reflektion, $w_i(\vec{x}^{(exp)}) < w_i(\vec{x}^{(ref)})$, so wird $\vec{x}^{(max)}$ durch $\vec{x}^{(exp)}$ ersetzt und der Algorithmus beginnt von vorne. Sollte die Expansion nicht zu einem besseren Wert als die Reflektion führen, $w_i(\vec{x}^{(exp)}) > w_i(\vec{x}^{(ref)})$, so wird $\vec{x}^{(max)}$ durch $\vec{x}^{(ref)}$ ersetzt und der Algorithmus beginnt ebenfalls von vorne.

Fall 3: $w_i(\vec{x}^{(min)}) < \dots < w_i(\vec{x}^{(ref)}) < w_i(\vec{x}^{(max)})$: äußere Kontraktion

Die Reflektion hat den Wert von $\vec{x}^{(max)}$ verbessert, ist aber schlechter als alle anderen Werte. In diesem Fall wird eine äußere Kontraktion angewendet, vgl. Abbildung 6.20:

$$\vec{x}^{(akon)} = \vec{s}^{(max)} + \alpha \cdot (\vec{x}^{(ref)} - \vec{s}^{(max)}) \quad \text{Gl. 6.11}$$

α bezeichnet die Kontraktionskonstante mit $0 < \alpha < 1$. Der Vektor wird dadurch zurück zum Simplex gezogen. Konnte der Maximalwert verbessert werden, $w_i(\vec{x}^{(akon)}) < w_i(\vec{x}^{(max)})$, so wird $\vec{x}^{(max)}$ durch $\vec{x}^{(akon)}$ ersetzt und der Algorithmus beginnt von vorne.

Fall 4: $w_i(\vec{x}^{(ref)}) \geq w_i(\vec{x}^{(max)})$: innere Kontraktion

Die Reflektion hat den Wert von $\vec{x}^{(max)}$ nicht verbessert. In diesem Fall wird eine innere Kontraktion angewendet, vgl. Abbildung 6.20:

$$\vec{x}^{(ikon)} = \vec{s}^{(max)} + \alpha \cdot (\vec{x}^{(max)} - \vec{s}^{(max)}) \quad \text{Gl. 6.12}$$

Der Vektor wird dadurch in den Simplex gezogen. Konnte der Maximalwert verbessert werden, $w_i(\vec{x}^{(ikon)}) < w_i(\vec{x}^{(max)})$, so wird $\vec{x}^{(max)}$ durch $\vec{x}^{(ikon)}$ ersetzt und der Algorithmus beginnt von vorne.

Fall 5: $w_i(\vec{x}^{(akon)}) > w_i(\vec{x}^{(max)})$ und $w_i(\vec{x}^{(ikon)}) > w_i(\vec{x}^{(max)})$: totale Kontraktion

Es kann kein Wert gefunden werden, der den Simplex verbessert. In diesem Fall wird eine totale Kontraktion angewendet, vgl. Abbildung 6.20:

$$\vec{x}^{(i^*)} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{x}^{(i)} + \vec{x}^{(min)}) \quad \text{Gl. 6.13}$$

Alle Werte außer $\vec{x}^{(min)}$ werden zum Knoten mit dem Minimalwert gezogen, sodass die Größe des Simplex deutlich reduziert wird. Anschließend startet der Algorithmus von vorne.

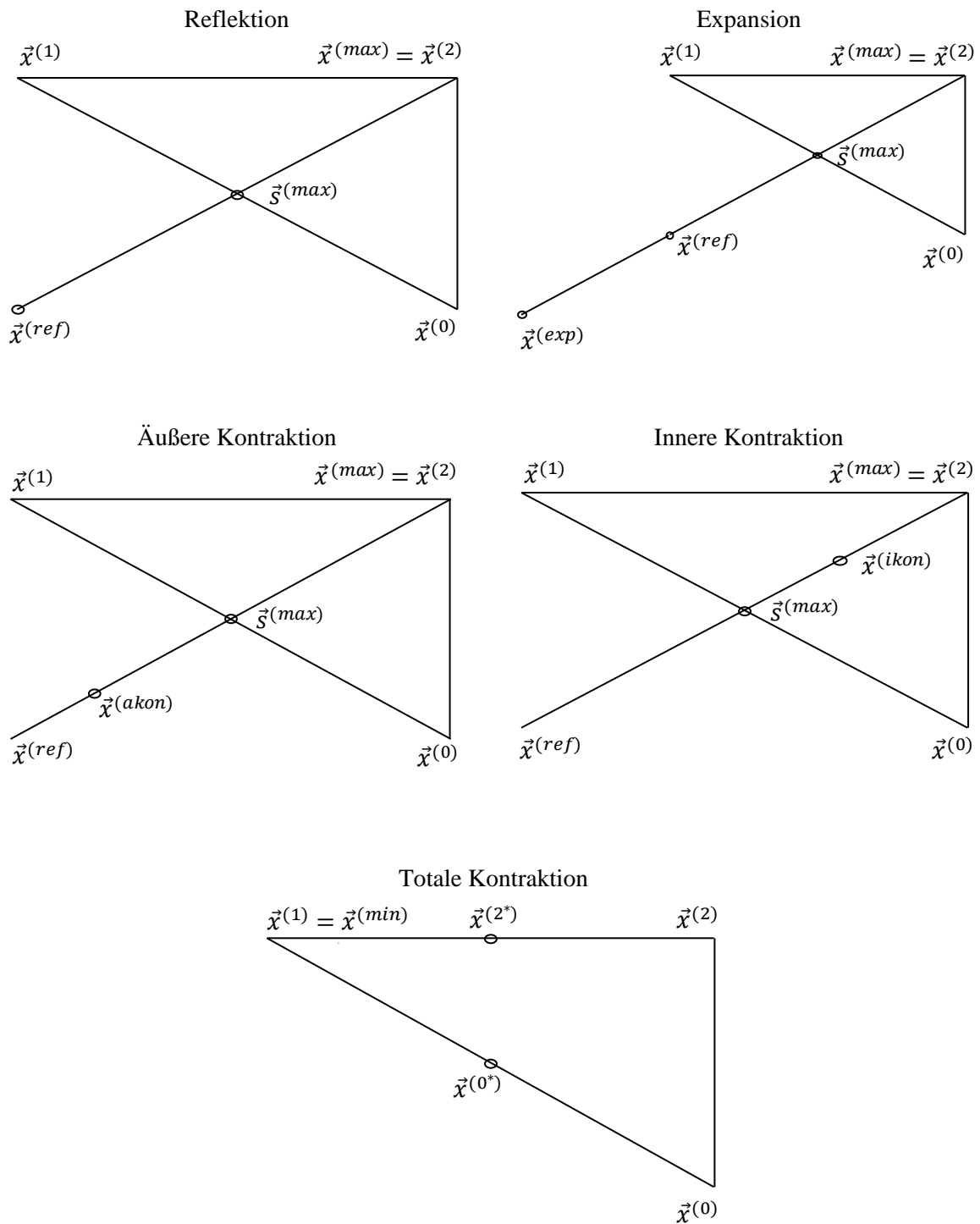


Abbildung 6.20: Schritte des Simplex-Algorithmus nach Nelder und Mead für zwei Variationsparameter ($n = 2$) nach [Alt02].

Als Residuum wird die Standardabweichung verwendet. Dazu muss der Durchschnitt der Funktionswerte bekannt sein:

$$w_d = \frac{1}{n+1} \cdot \sum_{i=0}^n w_i(\vec{x}^{(i)}) \quad \text{Gl. 6.14}$$

Die Konvergenz wird anschließend mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate überprüft:

$$R_\varphi = \left(\frac{1}{n+1} \cdot \sum_{i=0}^n (w_i(\vec{x}^{(i)}) - w_d)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{Gl. 6.15}$$

6.5 Kennzahlen trockenlaufender Schraubenkompressoren

Im Folgenden wird die bereits in Abschnitt 4.1 vorgestellte Dimensionsanalyse für einen trockenlaufenden, adiabaten Schraubenkompressor durchgeführt. Als Zielgröße wird die spezifische Innenarbeit w_i (Gl. 2.3) des Kompressors gewählt. Sie eignet sich für den Vergleich verschiedener Maschinenkonfigurationen, da bei Optimierung der spezifischen Innenarbeit bei konstanten Betriebs- und Fluidbedingungen gleichzeitig der innere isentrope Gütegrad optimiert wird (Gl. 2.4). Die spezifische Innenarbeit wird durch eine Vielzahl an physikalischen und geometrischen Parametern beeinflusst. Zur Vereinfachung des Systems und zur nachfolgenden Behandlung der Kennzahlen werden folgende Annahmen bzw. Vereinfachungen getroffen:

- Das zweidimensionale Rotorprofil (inklusive Zähnezahl) ist konstant.
- Es wird eine konstante Rotorsteigung angenommen. Eine Übertragung auf nicht-konstante Rotorsteigung findet im Nachhinein statt.
- Zwischen Fluid und angrenzenden Bauteilen findet kein Wärmeübergang statt.
- Änderungen der spezifischen Wärmekapazitäten und der Viskosität sind vernachlässigbar klein.
- Das Arbeitsfluid kann als ideales Gas behandelt werden.
- Der Kompressor ist trockenlaufend.
- Die Spalthöhen (ausgenommen das Blasloch) sind für alle Spalte gleich und konstant.

Die Parameter, die die spezifische Arbeit des Kompressors beeinflussen, sind in **Tabelle 6.1** aufgelistet. Im Gegensatz zu Abschnitt 4.1 sind hier aufgrund der Förderung der Masse gegen einen höheren Druck die Niederdruckbedingungen relevant. Die Hochdrucktemperatur T_{HD} hängt in der Regel von den vorliegenden Variablen ab und ist daher kein freier Parameter. Dasselbe gilt für den durchgesetzten Massenstrom des Kompressors.

Die Schallgeschwindigkeit auf der ND-Seite, a_{ND} , kann für ideale Gase wie folgt bestimmt werden:

$$a_{ND} = \sqrt{\kappa \cdot R_s \cdot T_{ND}} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \cdot (c_p - c_v) \cdot T_{ND}} \quad \text{Gl. 6.16}$$

Die Schallgeschwindigkeit a_{ND} hängt damit von den vorliegenden Parametern ab und kann die ND-Temperatur T_{ND} als Einflussparameter ersetzen. Für die spezifische Innenarbeit des Schraubenkompressors ergibt sich damit folgende Gleichung:

$$w_i = f(c_p, c_v, v_{ND}, \lambda_{ND}, a_{ND}, p_{ND}, p_{HD}, u, D, L, h_{Sp, S}, V_{Kompr, Ende}) \quad \text{Gl. 6.17}$$

Tabelle 6.1: Einflussparameter auf die spezifische Innenarbeit w_i eines trockenlaufenden, adiabaten Schraubenkompressors.

Physikalisch	Geometrisch
Isobare Wärmekapazität c_p [J/kg/K]	Hauptrotordurchmesser D [m]
Isochore Wärmekapazität c_v [J/kg/K]	Rotorlänge L [m]
Kinematische ND-Viskosität ν_{ND} [m ² /s]	Spalthöhe h_{Sp} [m]
ND-Wärmeleitfähigkeit λ_{ND} [W/m/K]	Hauptrotorsteigung s [m]
ND-Temperatur T_{ND} [K]	Kammervolumen bei Kompressionsende $V_{Kompr,Ende}$ [m ³]
ND-Druck p_{ND} [Pa]	
HD-Druck p_{HD} [Pa]	
Hauptrotor-Umfangsgeschwindigkeit u [m/s]	

Diese kann zur Zielfunktion umgeschrieben werden:

$$f(c_p, c_v, \nu_{ND}, \lambda_{ND}, a_{ND}, p_{ND}, p_{HD}, u, D, L, h_{Sp}, s, V_{Kompr,Ende}, w_i) = 0 \quad \text{Gl. 6.18}$$

Die Grundeinheiten der Parameter sind Meter, Kilogramm, Kelvin und Sekunde, wodurch sich aufgrund der 14 Parameter in Gl. 6.18 zehn unabhängige dimensionslose Kennzahlen ergeben. Zur Bestimmung der Kennzahlen mithilfe des resultierenden Gleichungssystems werden die Parameter c_v , p_{ND} , u und D als unabhängige Parameter betrachtet. Nach Durchführung des Pi-Theorems und weiteren mathematischen Verrechnungen ergeben sich die in **Tabelle 6.2** zusammengefassten Kennzahlen, die sich in physikalische und geometrische Kennzahlen aufteilen lassen und teilweise bereits von der Untersuchung der Maschinenspalte aus Abschnitt 4.1. bekannt sind. Die Herleitung der Kennzahlen ist Anhang A.1.2 zu entnehmen.

Eine dieser Kennzahlen bildet der innere isentrope Gütegrad η_{is} , dessen Optimierung im Rahmen dieser Arbeit erfolgt, während die verbleibenden Kennzahlen variiert werden. Bereits von der Untersuchung des Spaltdurchflusses bekannt, repräsentiert der Isentropenexponent κ eine Fluideigenschaft und Π_{Kompr} das Druckverhältnis des Kompressors¹⁰. Die Umfangsmachzahl Ma_u und die Umfangs Reynoldszahl Re_u verbinden die Betriebsparameter mit den Fluideigenschaften. Die Prandtl-Zahl Pr ist ebenfalls von der Spaltuntersuchung bekannt. Die geometrischen Kennzahlen beschreiben Längenverhältnisse sowie das innere Volumenverhältnis v_i (Gl. 2.1) und einen normierten Umschlingungswinkel. Bei nicht-konstanter Rotorsteigung ergeben sich der Anzahl der Rotorsegmente entsprechend weitere geometrische Kennzahlen analog zu Π_9 , die im folgenden Abschnitt verwendet werden. Eine Durchführung des Pi-Theorems mit dem Massenstrom als Zielgröße führt auf den Liefergrad statt auf den inneren isentropen Gütegrad.

¹⁰Zur Sicherstellung einer einheitlichen Definition wird das Druckverhältnis analog zu Gl. 2.8 definiert und ist damit kleiner eins. Im Gegensatz zum Druckverhältnis aus Gl. 2.8 ist das Verdichtungsverhältnis in der Literatur üblicherweise als das Verhältnis aus Hoch- zu Niederdruck definiert und damit größer eins. Unter dem Verdichtungsverhältnis wird damit der Kehrwert des Druckverhältnisses Π_{Kompr} verstanden.

Tabelle 6.2: Dimensionslose Kennzahlen zur Beschreibung eines trockenlaufenden, adiabaten Schraubenkompressors.

Physikalisch	Geometrisch
$\Pi_1 = \frac{c_p}{c_v} = \kappa$	$\Pi_7 = \frac{L}{D}$
$\Pi_2 = \frac{u}{a_{ND}} = Ma_u$	$\Pi_8 = \frac{h_{Sp}}{D}$
$\Pi_3 = \frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi_{Kompr}$	$\Pi_9 = \frac{360^\circ}{\varphi}$
$\Pi_4 = \frac{u \cdot D}{v_{ND}} = Re_u$	$\Pi_{10} = \frac{V_{max}}{V_{Kompr,Ende}} = v_i$
$\Pi_5 = \frac{w_s}{w_i} = \eta_{is}$	
$\Pi_6 = \frac{\eta_{ND} \cdot c_p}{\lambda_{ND}} = Pr$	

7 Potenzial nicht-konstanter Rotorsteigung

In diesem Abschnitt werden die mithilfe des beschriebenen Optimierungsablaufs erzeugten Ergebnisse vorgestellt. Zunächst werden die Randbedingungen der durchgeführten Optimierungen auf Grundlage der im letzten Abschnitt bestimmten dimensionslosen Kennzahlen definiert. Im Folgenden wird der beschriebene Optimierungsablauf anhand eines Kennfeldes für beispielhafte Randbedingungen verifiziert. Ebenfalls für beispielhafte Randbedingungen werden anschließend konstante und nicht-konstante Rotorsteigung (im Folgenden kurz als Steigung bezeichnet) miteinander verglichen und damit das energetische Wirkprinzip nicht-konstanter Steigung erläutert. Hiernach werden die Optimierungsergebnisse bei systematischer Variation der zuvor beschriebenen Randbedingungen vorgestellt und untersucht, welches Optimierungspotenzial nicht-konstante Steigung bei verschiedenen Kennzahlkombinationen bietet. Dabei werden stets auch die Optima für Maschinen mit konstanter Steigung bestimmt, wodurch ein Referenzgütegrad ermittelt wird. Dadurch wird überprüft, ob dieser Gütegrad bei gleichbleibenden Randbedingungen mithilfe nicht-konstanter Steigung verbessert werden kann und damit Potenzial für nicht-konstante Steigung besteht.

7.1 Randbedingungen und Variationsparameter

Im Folgenden werden die Randbedingungen der Optimierungen vorgestellt. Die zur Beschreibung der spezifischen Innenarbeit eines trockenlaufenden Schraubenkompressors hergeleiteten dimensionslosen Kennzahlen sind Tabelle 6.2 zu entnehmen. Als Zielgröße wird der innere isentrope Gütegrad η_{is} verstanden, den es zu optimieren gilt. Aufgrund des geringen Einflusses der Prandtl-Zahl auf den Spaltdurchfluss (vgl. Abschnitt 5.2.1) wird die Prandtl-Zahl auch hier nicht weiter untersucht. Die Variationsbreiten der übrigen Kennzahlen sind in **Tabelle 7.1** zusammengestellt. Es werden zwei verschiedene Isentropenexponenten untersucht, die analog zu den in Abschnitt 5.1 beschriebenen Fluiden R227ea und Luft gewählt sind. Der Einfluss von Umfangsmachzahl und Druckverhältnis wird für eine konstante Umfangsreynoldszahl in einer großen Bandbreite untersucht. Zur besseren Übersicht wird bei der Vorstellung und Diskussion der Ergebnisse auf das für Kompressoren übliche Verdichtungsverhältnis ($1/\Pi_{Kompr}$) zurückgegriffen. Die untersuchten Kennzahlen übersteigen bewusst die üblichen Einsatzbereiche trockenlaufender Schraubenkompressoren, um aufzuzeigen, in welchem Bereich die nicht-konstante Steigung Potenzial zur Verbesserung der Energiewandlungsgüte aufweist. Eine Bewertung anhand derzeit üblicher Bedingungen wird anschließend in Abschnitt 7.5 durchgeführt.

Auf Seite der geometrischen Kennzahlen werden für ein konstantes L/D -Verhältnis h_{sp}/D -Verhältnisse von 2,8 ‰, 1 ‰ und 0,5 ‰ untersucht. Das L/D -Verhältnis ist häufig konstruktiv vorgegeben, der Einfluss auf die Energiewandlungsgüte bei Variation des L/D -Verhältnisses kann beispielsweise [Utr16] entnommen werden. Das innere Volumenverhältnis sowie die Gesamtumschlingung sind, wie im Optimierungsablauf in Abbildung 6.18 dargestellt, Gegenstand der Optimierung. Für die Gesamtumschlingung φ_{ges} wird eine Obergrenze von 650° gewählt. Für das Konzept der Multiple-Lead wird der Rotor in bis zu elf Teilsegmente gleicher Länge unterteilt, um einen möglichst freien Steigungsverlauf zuzulassen. Die Verteilung der Gesamtumschlingung auf diese Segmente ist dann Gegenstand der Optimierung. $n = 1$ entspricht hingegen konstanter Steigung, deren Umschlingungswinkel φ ebenfalls als Gesamtumschlingung φ_{ges} bezeichnet werden kann. Für Dual-Lead werden die Umschlingungen des HD-

und ND-Segmentes optimiert. Zur besseren Übersichtlichkeit der Ergebnisse wird der Umschlingungswinkel nicht wie in der Tabelle entdimensioniert, sondern in Grad angegeben.

Tabelle 7.1: Variierte Kennzahlen und zugehörige Variationsbreiten zur Optimierung des inneren isentropen Gütegrades η_{is} .

Physikalisch		Geometrisch			
κ	1,06 und 1,4	L/D		1,6	
Ma_u	0,2 ... 1	h_{sp}/D		0,0028; 0,001 und 0,0005	
Verdichtungs- verhältnis ($1/\Pi_{Kompr}$)	2 ... 12	v_i		wird optimiert	
		$360^\circ/\varphi_{ges}$		wird optimiert	
Re_u	$3,2 \cdot 10^6$ und $3,2 \cdot 10^5$	Multiple-Lead		Dual-Lead	
		n	1 ... 11	$360^\circ/\varphi_{HD}$	wird optimiert
		$360^\circ/\varphi_i$	wird optimiert	$360^\circ/\varphi_{ND}$	wird optimiert

Tabelle 7.2: Für die Optimierung genutzte Konvergenzkriterien und Konstanten.

Parameter	Wert
Residuum v_i -Optimierung R_{v_i} (Gl. 6.5)	0,001
Residuum φ_{ges} -Optimierung R_φ (Gl. 6.15)	0,1 m ² /s ²
Residuen φ_i -, φ_{HD} - und φ_{ND} -Optimierung R_φ (Gl. 6.15)	0,7 m ² /s ²
Relative Fehlerschranke KaSim [Nad17]	0,0012
Reflektionskonstante γ (Gl. 6.9)	1
Expansionskonstante β (Gl. 6.10)	2,5
Kontraktionskonstante α (Gl. 6.11 und Gl. 6.12)	0,4

Die Residuen der Optimierung sind in **Tabelle 7.2** zusammengefasst. Der Wert für die Optimierung des inneren Volumenverhältnisses bezieht sich auf Gl. 6.5, während für die Umschlingungswinkel Gl. 6.15 gültig ist. Die Optimierung der Gesamtumschlingung φ_{ges} ist in einen gesonderten Simplex ausgelagert. Auf diese Weise kann die Maschinenoptimierung jeweils bei einer konstanten Gesamtumschlingung durchgeführt werden. Der Vergleich der optimalen Rotorgeometrie bei konstanter Gesamtumschlingung ist vorteilhaft für die anschließende Auswertung. Die Gesamtumschlingung ist optimiert, wenn das Residuum den Wert 0,1 m²/s² erreicht. Für die Optimierung der Rotorsegmente bei konstanter Gesamtumschlingung bei nicht-konstanter Steigung wird ein Wert von 0,7 m²/s² verwendet. Das Konvergenzkriterium der Kammermodellsimulation vergleicht Masse und Energie der Kammern der aktuellen Iteration mit der vorangegangenen Iteration. Eine detaillierte Beschreibung des Konvergenzkriteriums kann [Nad17] entnommen werden. Die Simulationen mit KaSim werden ohne die Berücksichtigung von Wärmeübergängen zwischen Fluid und angrenzenden Bauteilen durchgeführt. Alle Optimierungen werden für das asymmetrische SRM-Profil mit vier Haupt- und sechs Nebenrotorzähnen durchgeführt, für das auch die Strömungsbeiwerte der Gehäusespalte ermittelt worden sind. Das Zähnezahlnverhältnis ist

Gegenstand einer Variationsrechnung für $\kappa \approx 1,06$ in [Utr16] und zeigt die höchsten Gütegrade bei konstanter Steigung für das hier untersuchte Zähnezahlverhältnis, weshalb im Rahmen dieser Arbeit auf eine Zähnezahlvvariation verzichtet wird.

Die in der Kammermodellsimulation verwendeten Strömungsbeiwerte sind in **Tabelle 7.3** zusammengefasst. Die Strömungsbeiwerte der Stirn- und Gehäusespalte werden auf Grundlage der dimensionslosen Kennzahlen bestimmt. Sollten die Kennzahlen am Spalt außerhalb der in den jeweiligen Gleichungen angegebenen gültigen Intervalle liegen, werden die Strömungsbeiwerte für die nächstgelegene, gültige Kennzahl bestimmt. Die Strömungsbeiwerte der Ein- und Auslassflächen sowie des PE-Spaltes und der Kopfrundungsöffnung werden auf einen konstanten Wert von 0,8 eingestellt. Insbesondere die Ladungswechselflächen und die Kopfrundungsöffnung besitzen eine geringe Ausdehnung in Strömungsrichtung, weshalb die Strömung wenig von Wandreibung beeinflusst wird und ein verhältnismäßig großer Strömungsbeiwert gerechtfertigt ist. Für den PE-Spalt ergibt sich meist ein konvergierend-divergierender Strömungskanal ohne Abrisskante, sodass auch hier ein vergleichsweise großer Strömungsbeiwert angesetzt werden kann. Optimierungen mit konstanten Strömungsbeiwerten für alle Spaltverbindungen und Ladungswechselflächen werden in [Utr16], [Utr17], [Utr18a] und [Utr18d] vorgestellt.

Das Potenzial nicht-konstanter Steigung wird zunächst für ein Arbeitsfluid mit $\kappa = 1,06$ für das mittlere h_{sp}/D -Verhältnis untersucht. Mit Ausnahme des in diesem Abschnitt konstanten L/D -Verhältnisses werden die jeweils konstanten Kennzahlen zur Förderung der Übersicht über den Diagrammen angegeben.

Tabelle 7.3: In der Kammermodellsimulation genutzte Strömungsbeiwerte.

Spalt	Strömungsbeiwert α
Stirnspalt	Gl. 5.14 mit α_{p_0} nach Gl. 5.9 für $Re < 1000$ und α_{p_0} nach Gl. 5.15 für $Re \geq 1000$
Hauptrotorgehäusespalt	Gl. 5.17
Nebenrotorgehäusespalt	Gl. 5.16
PE-Spalt	0,8
Kopfrundungsöffnung	0,8
Ein- und Auslassflächen	0,8

7.2 Verifizierung des Optimierungsalgorithmus

Zur Verifizierung des Optimierungsalgorithmus zeigt Abbildung 7.1 ein Kennfeld eines dreigeteilten Multiple-Lead-Kompressors. Als Randbedingung sind ein Verdichtungsverhältnis von vier, eine Umfangsmachzahl von 0,6 sowie eine Gesamtumschlingung von 300° gewählt. Dargestellt ist der innere isentrope Gütegrad über den Umschlingungen φ_1 und φ_3 , die den Rotorsegmenten an der HD- und der ND-Seite entsprechen. Eine Farbabstufung entspricht der Änderung des Gütegrades um ein Prozent. Zur Erzeugung des Kennfeldes werden die geometrischen Parameter des dreigeteilten Rotors ohne Nutzung des Optimierungsablaufs systematisch variiert. Dies umfasst die Umschlingungswinkel φ_1 , φ_2 und φ_3 , die minimal 15° und maximal 270° aufweisen können und in einer Schrittweite von 5° variiert werden. Anders als in der Optimierung wird das optimale innere Volumenverhältnis ebenfalls über eine diskrete Schrittweite ermittelt. Das minimale v_i beträgt zwei, das maximale fünf und als Schrittweite wird 0,5 gewählt. Zur Erzeugung des dargestellten Kennfeldes sind damit die Simulation von 1378 Maschinen

mit jeweils sieben inneren Volumenverhältnissen nötig, was einen hohen Modellierungs- und Simulationsaufwand darstellt.

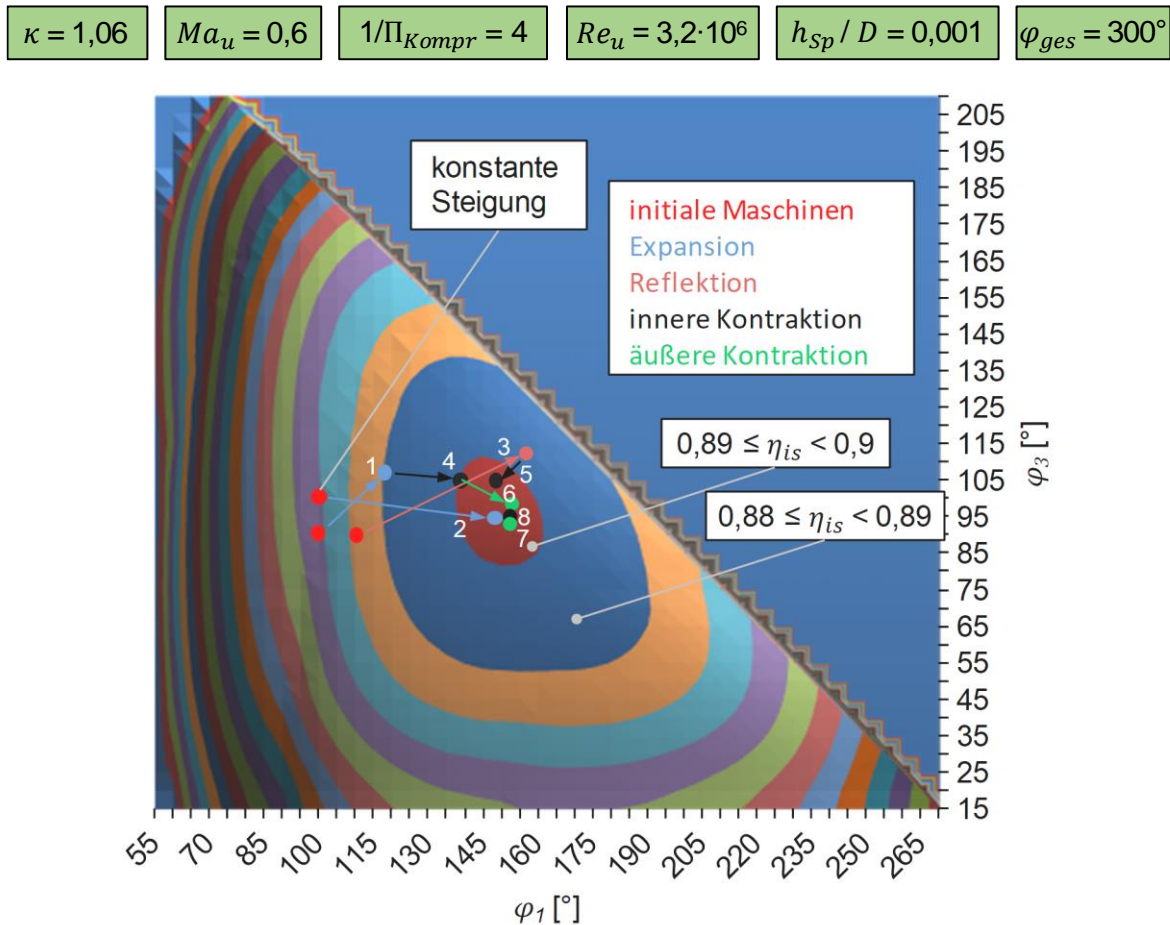


Abbildung 7.1: Innerer isentroper Gütegrad für einen dreigeteilten Multiple-Lead-Kompressor bei Variation der Umschlingungswinkel φ_1 , φ_2 und φ_3 sowie zugehöriger Weg des Optimierungsalgorithmus.

Der ebenfalls dargestellte Optimierungsweg des Simplex-Algorithmus kommt hingegen bei den drei exemplarisch gewählten initialen Maschinen mit der Simulation von 22 Steigungskonfigurationen zur Bestimmung des Gütegradoptimums aus. Da aufgrund der festgelegten Gesamtumschlingung nur die Umschlingungen von zwei Rotorsegmenten frei gewählt werden können, entspricht die Optimierung wie in Abschnitt 6.4.2 der Optimierung von $n = 2$ Optimierungsparametern, wodurch der Simplex aus drei Maschinenkonfigurationen besteht. Als Startgeometrie wird die Maschine konstanter Steigung gewählt ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = 100^\circ$). Ausgehend von dieser Konfiguration werden die Umschlingungswinkel im Bereich von 10° verändert, um die beiden weiteren initialen Maschinen zu erhalten. Die in dem Diagramm dargestellten Pfeile repräsentieren den Optimierungsweg und verlaufen stets durch den Schwerpunkt der beiden besseren Maschinen des jeweiligen Simplex. Eine Maschinenkonfiguration, die in dem Algorithmus in jedem Schritt berechnet wird, ist die am Schwerpunkt reflektierte Maschine. Für den Optimierungsweg sind zur Förderung der Übersichtlichkeit Reflektionen nur dargestellt, wenn diese auch anschließend zur Bildung des neuen Simplex genutzt werden. In den ersten drei Iterationen des Algorithmus kann der Gütegrad durch zwei Expansionen und eine Reflektion bereits deutlich verbessert werden, sodass die Maschine aus Schritt 2 bereits in der Nähe des Optimums liegt. Maschine 4

und 5 werden durch innere Kontraktionen jeweils in den Schwerpunkt des jeweiligen Simplex gezogen. Es schließen sich zwei äußere Kontraktionen und eine innere Kontraktion an, wodurch der komplette Simplex schließlich im optimalen Bereich des Kennfeldes liegt. Das Residuum wird auch ohne Durchführung einer totalen Kontraktion erfüllt und die optimale Maschinenkonfiguration ist ermittelt. Diese Maschine verbessert bei der untersuchten Gesamtumschlingung den Gütegrad der initialen Maschine konstanter Steigung um rund drei Prozentpunkte. Die damit bestimmte optimale Maschinengeometrie wird im nächsten Abschnitt gemeinsam mit dem Wirkprinzip nicht-konstanter Steigung erläutert.

7.3 Vergleich zwischen konstanter und nicht-konstanter Steigung

Um die Wirkmechanismen nicht-konstanter Steigung detailliert zu erläutern, werden im Folgenden die optimalen Maschinen für konstante und nicht-konstante Steigung für beispielhafte Randbedingungen gegenübergestellt. Da das Prinzip bei großen Verdichtungsverhältnissen besser veranschaulicht werden kann, wird dieses im Vergleich zum letzten Abschnitt auf $1/\Pi_{Kompr} = 8$ verdoppelt.

Abbildung 7.2 zeigt zunächst für konstante Steigung die Verläufe des optimierten inneren isentropen Gütegrades, des Liefergrades, eines normierten Fördermassenstroms sowie das zugehörige optimierte innere Volumenverhältnis über dem HR-Umschlingungswinkel. Dieser stellt sich dabei als entscheidender Parameter für die Energiewandlungsgüte heraus und soll im Folgenden detaillierter diskutiert werden. Insbesondere für kleine Umschlingungswinkel ist der Gütegrad reduziert, während in einem breiten Optimalbereich um $\varphi = 450^\circ$ die höchsten Gütegrade erzielt werden können. Der Liefergrad erreicht sein Maximum bei $\varphi = 250^\circ$, sinkt anschließend und bleibt für $\varphi > 450^\circ$ nahezu konstant. Der auf den zu $\varphi = 250^\circ$ gehörenden Wert normierte Fördermassenstrom erreicht seinen Maximalwert ebenfalls bei $\varphi = 250^\circ$ und nimmt anschließend kontinuierlich ab. Das optimierte innere Volumenverhältnis steigt hingegen stetig mit dem Umschlingungswinkel an.

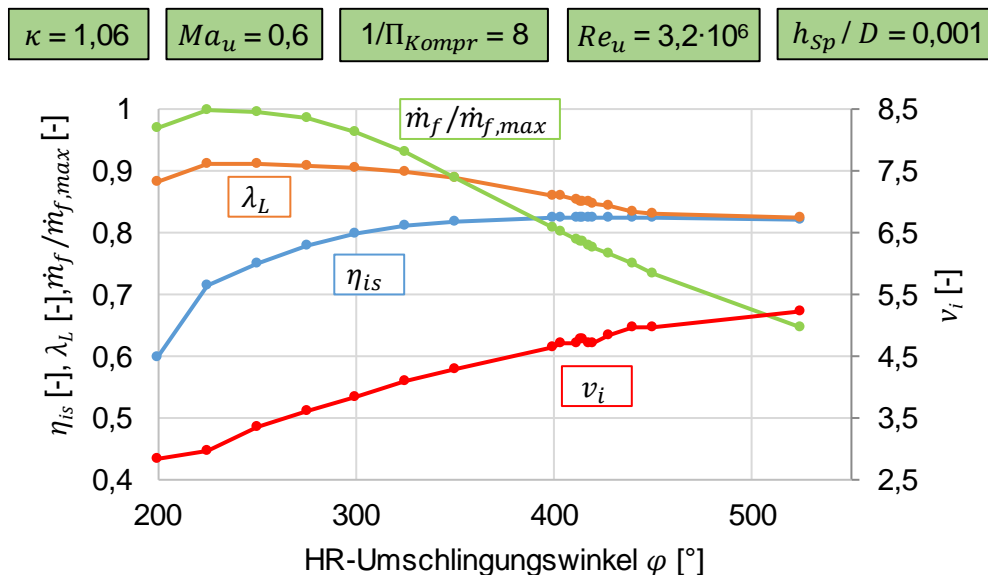


Abbildung 7.2: Verläufe des optimierten, inneren isentropen Gütegrades sowie des Liefergrades und des auf \dot{m}_f von $\varphi = 250^\circ$ normierten Massenstroms und zugehöriges, optimales v_i für konstante Steigung bei Variation des HR-Umschlingungswinkels.

Zur Erklärung dieser Verläufe sind in **Abbildung 7.3** zunächst die Volumenkurven für verschiedene Umschlingungswinkel dargestellt. Mit steigendem Umschlingungswinkel reduziert sich das maximale Kammervolumen der Maschine und es ergibt sich ein Abflachen der Volumenkurve. Aufgrund des dadurch längeren Arbeitsspiels und der mit dem Umschlingungswinkel steigenden Spaltfläche (nicht dargestellt) ergibt sich ein größeres Potenzial für Spaltmassenströme, was sich in dem sinkenden Liefergrad in **Abbildung 7.2** widerspiegelt. Für $\varphi > 450^\circ$ ergibt sich hingegen eine abdichtende Wirkung aufgrund der vielen hintereinander geschalteten Kammern. Neben dem größeren Potenzial für dissipative Spaltmassenströme steht dem Fluid mit steigendem Umschlingungswinkel jedoch ein größerer Drehwinkelbereich zum Ausschieben zur Verfügung, der in **Abbildung 7.3** beispielhaft für $v_i = 3$ rot markiert ist. Gemeinsam mit einer längeren Ausschiebephase nimmt dadurch die Auslassfläche bei gleichem inneren Volumenverhältnis zu, da die Kammeröffnung bei einem früheren Umschlingungswinkel erreicht wird (vgl. Abschnitt 6.3.4). Wie in **Abbildung 7.2** dargestellt ist, können bei Steigerung des Umschlingungswinkels dadurch entsprechend größere optimale innere Volumenverhältnisse realisiert werden, was sich positiv auf den Gütegrad auswirkt. Für kleine Umschlingungswinkel ergeben sich hingegen geringe optimale innere Volumenverhältnisse, sodass die Kammer früh zum HD-Stutzen öffnet, ohne bereits den Hochdruck in der Kammer erreicht zu haben. Wieso dieser nicht-angepasste Betrieb energetisch günstig sein kann, kann anhand von pV-Diagrammen erläutert werden, vgl. **Abbildung 7.4**. Das Diagramm zeigt beispielhaft für $\varphi = 400^\circ$ pV-Diagramme für drei verschiedene innere Volumenverhältnisse. Um ein gemeinsames pV-Diagramm der zeitweise auf Haupt- und Nebenrotorseite aufgeteilten Kammer zu erzeugen, werden die Drücke anhand der jeweiligen Kammervolumina gemittelt, die gemeinsam eine Kammer bilden:

$$\bar{p} = \frac{p_{HR} \cdot V_{HR} + p_{NR} \cdot V_{NR}}{V_{HR} + V_{NR}} \quad \text{Gl. 7.1}$$

Neben Spaltmassenströmen ist ein weiterer dissipativer Effekt die Drosselung während des Ausschiebens. Dabei kommt es zu einer Druckerhöhung in der Kammer über den im HD-Stutzen vorliegenden Gegendruck, da die zur Verfügung stehende Auslassfläche nicht ausreicht, um das Fluid annähernd isobar auszuschieben. Dadurch wird die Fläche des pV-Diagramms und damit die aufzuwendende Arbeit des Kompressors vergrößert (besonders ausgeprägt für $v_i = 5,1$ in **Abbildung 7.4**). Die Auslassdrosselung ist ein wichtiger dissipativer Mechanismus und dominiert die Verluste insbesondere, wenn kleine Umschlingungswinkel und h_{sp}/D -Verhältnisse mit großen inneren Volumenverhältnissen und Umfangsmachzahlen kombiniert werden. Zum Erreichen eines hohen Gütegrades ist es entsprechend vorteilhaft, wenn eine möglichst geringe Differenz zwischen Hochdruck und Kammerdruck während des Ausschiebens besteht. Aus diesem Grund ist der nicht-angepasste Betrieb bei geringen Umschlingungswinkeln energetisch günstiger, als bei höheren inneren Volumenverhältnissen Auslassdrosselung zu verursachen.

Neben der Gradientenänderung der Volumenkurve ergibt sich mit steigendem Umschlingungswinkel eine Reduzierung des zu verdrängenden Volumens aufgrund der kleineren maximalen Kammervolumina. Grund hierfür ist der Zahneingriff der Rotoren im ND-seitigen Stirnschnitt, noch bevor die Kammer den HD-seitigen Stirnschnitt erreicht hat. Die Gesamtlänge der Rotoren wird dadurch bei großen Umschlingungswinkeln nicht mehr komplett zur Vergrößerung des Kammervolumens ausgenutzt. Als Resultat ergibt sich für kleine Umschlingungswinkel in der Regel ein größerer Fördermassenstrom. Eine

Ausnahme stellen die kleinsten untersuchten Umschlingungswinkel ($\varphi < 250^\circ$) dar, bei denen das Kammermervolumen zwar groß, die beschriebene Auslassdrosselung aber derart ausgeprägt ist, dass die Druckerhöhung in der Kammer zu deutlich mehr Spaltmassenströmen führt und dadurch Fördermassenstrom, Liefergrad und Gütegrad reduziert.

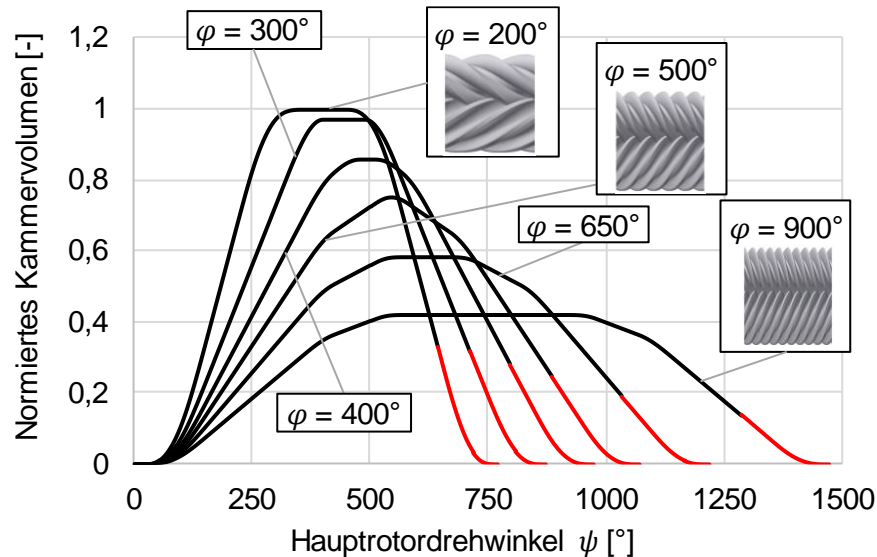


Abbildung 7.3: Auf V_{max} von $\varphi = 200^\circ$ normierte Volumenkurven bei Variation des Umschlingungswinkels bei konstanter Steigung, in rot markiert der Bereich des Ausschiebevorgangs für $v_i = 3$.

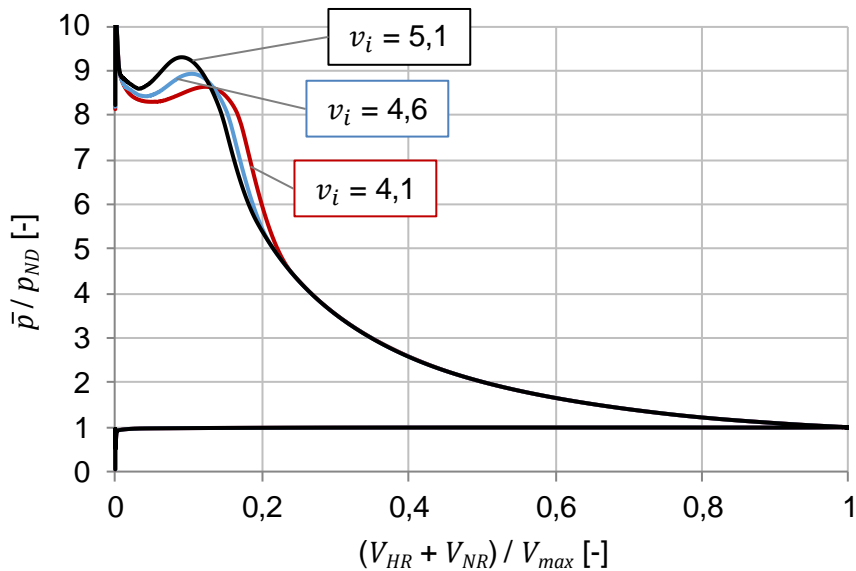
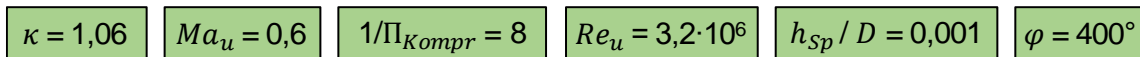


Abbildung 7.4: pV -Diagramme für verschiedene innere Volumenverhältnisse bei konstanter Steigung.

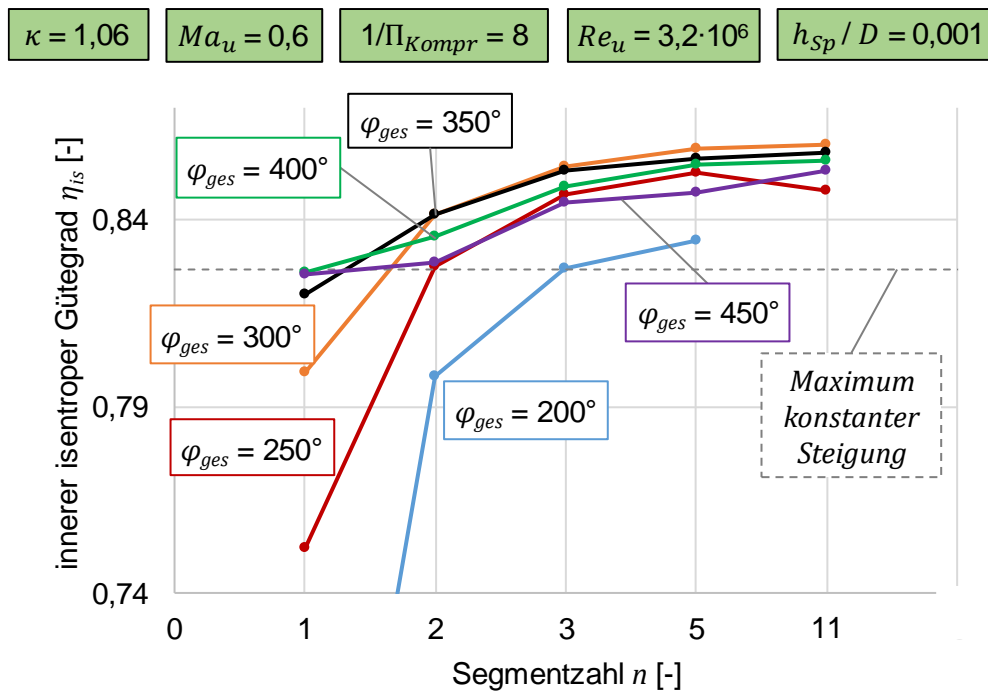


Abbildung 7.5: Verlauf des inneren isentropen Gütegrades für die v_i - und gütegradoptimierten Maschinen für Multiple-Lead bei Variation von Gesamtumschlingung und Segmentzahl.

Damit ergibt sich der optimale Gütegrad für die Maschine konstanter Steigung durch den besten Kompromiss zwischen Spaltmassenströmen und Auslassdrosselung. Da die Spaltmassenströme bei den untersuchten Randbedingungen weniger relevant sind, ergibt sich für $\varphi \geq 400^\circ$ ein breiter optimaler Umschlingungswinkelbereich, da die Auslassdrosselung aufgrund der beschriebenen Effekte hier deutlich reduziert ist.

Im Folgenden wird das Potenzial nicht-konstanter Steigung in Form von Multiple-Lead bei Variation der Anzahl der Rotorsegmente diskutiert. **Abbildung 7.5** zeigt den inneren isentropen Gütegrad als Funktion der Segmentzahl für verschiedene Gesamtumschlingungen. Die Segmentzahl $n = 1$ entspricht dabei den aus **Abbildung 7.2** bekannten Ergebnissen konstanter Steigung. Mit der Aufteilung in zwei gleich lange Segmente ($n = 2$) lässt sich der Gütegrad für alle Gesamtumschlingungen deutlich verbessern und übersteigt für große Gesamtumschlingungen den maximalen Gütegrad konstanter Steigung. Einzig für $\varphi_{ges} = 200^\circ$ ist der Gütegrad auch mit nicht-konstanter Steigung auf vergleichsweise niedrigem Niveau. Eine weitere Erhöhung der Segmentzahl ($n = 3$) führt zu einer weiteren Verbesserung des Gütegrades. Eine Unterteilung der Rotoren in mehr als drei Segmente führt hingegen nur noch zu einer geringen Gütegradverbesserung. Für $n = 11$ ist teilweise sogar eine geringfügige Reduzierung des Gütegrades zu verzeichnen, die auf die vielen Freiheitsgrade und das genutzte Konvergenzkriterium im Optimierungsalgorithmus zurückzuführen ist.

Zur weiteren Erklärung sind die Ergebnisse aus **Abbildung 7.5** in **Abbildung 7.6** über dem Gesamtumschlingungswinkel aufgetragen. Für alle Segmentzahlen ergibt sich das Optimum der nicht-konstanten Steigung bei $\varphi_{ges} \approx 300^\circ$. Des Weiteren wird bei den hier untersuchten Randbedingungen eine Gütegradverbesserung von mehr als drei Prozentpunkten deutlich. Im Vergleich zur konstanten Steigung

wird der optimale Gütegrad bei deutlich reduzierter Gesamtumschlingung erreicht. Der mit Dual-Lead optimierte Gütegrad ist ebenfalls im Diagramm dargestellt und liegt, insbesondere im optimalen Gesamtumschlingungswinkelbereich, im Bereich der maximalen Gütegrade von Multiple-Lead.

Abbildung 7.7 zeigt die zu $\varphi_{ges} = 300^\circ$ gehörigen, optimierten Rotorgeometrien für verschiedene Segmentzahlen der Multiple-Lead sowie die optimierte Rotorgeometrie für Dual-Lead. Für Multiple-Lead zeigt sich ein eindeutiger Trend zu einem großen Umschlingungswinkel der hochdruckseitigen Segmente, während die niederdruckseitigen Segmente nur einen geringen Umschlingungswinkel aufweisen. Obwohl aufgrund der großen Zahl der Freiheitsgrade bei einer großen Segmentzahl auch eine kontinuierliche Steigungsänderung der Rotoren möglich wäre, bestehen die optimierten Geometrien näherungsweise nur aus zwei Abschnitten unterschiedlicher Rotorlänge und stimmen nahezu mit der optimierten Geometrie der Dual-Lead Maschine überein.

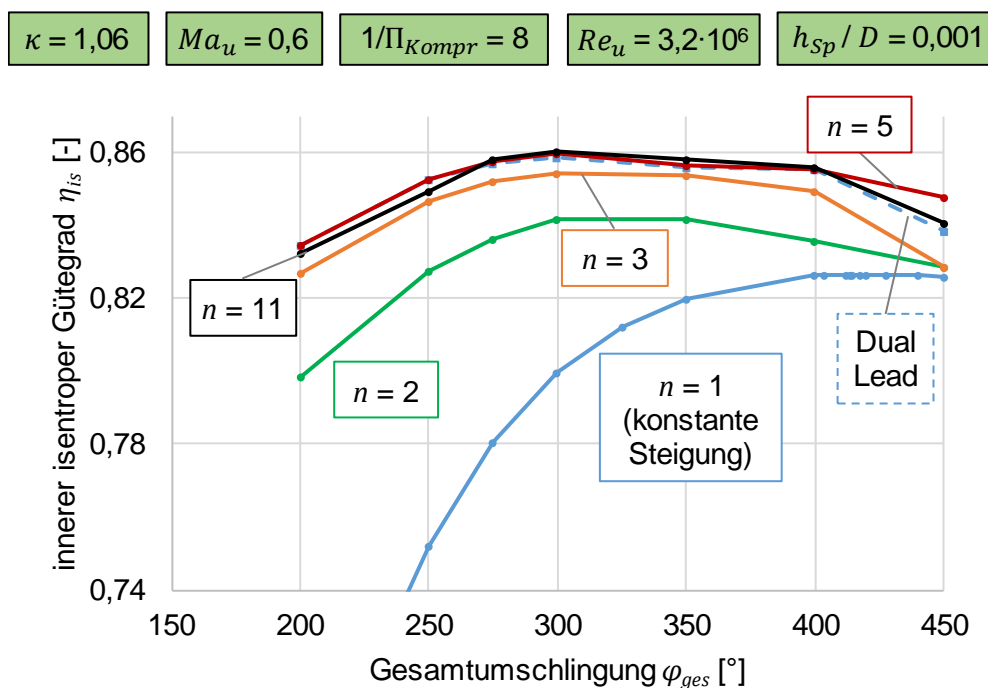


Abbildung 7.6: Verlauf des inneren isentropen Gütegrades für die v_i - und gütegradoptimierten Maschinen für konstante Steigung sowie Multiple- und Dual-Lead bei Variation von Gesamtumschlingung und Segmentzahl.

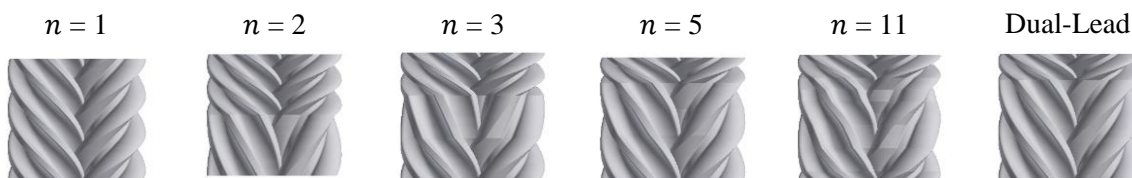


Abbildung 7.7: Vergleich der optimierten Rotorgeometrien für $\varphi_{ges} = 300^\circ$ für konstante Steigung ($n = 1$), Multiple-Lead für verschiedene Segmentzahlen und Dual-Lead (oben HD-Seite, unten ND-Seite).

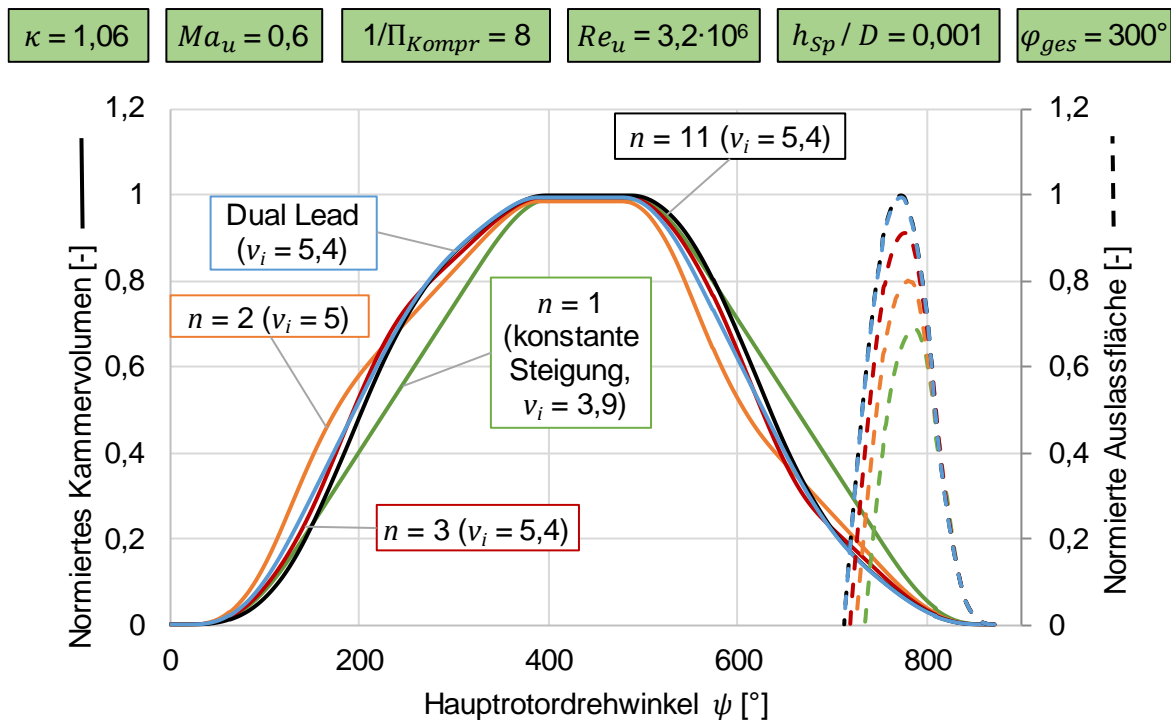


Abbildung 7.8: Auf die Maximalwerte von $n = 11$ normierten Volumenkurven und Auslassflächen der v_i -optimierten Maschine konstanter Steigung, der optimierten Multiple-Lead für zwei, drei und elf Segmente sowie der optimierten Dual-Lead als Funktion des Hauptrotordrehwinkels.

Zur Erklärung zeigt **Abbildung 7.8** die zu den dargestellten Rotorpaaren gehörigen normierten Volumenkurven sowie die normierten Auslassflächen und dient der Erklärung der aus der nicht-konstanten Steigung resultierenden geometrischen Vorteile. Die Verläufe sind auf die jeweiligen Maximalwerte von $n = 11$ normiert. Wie bei der Untersuchung der konstanten Steigung erläutert, ist die Gesamtumschlingung der Haupteinflussparameter für das maximale Kammervolumen. Dennoch sind die maximalen Kammervolumina der nicht-konstanten Steigung im Vergleich zur konstanten Steigung geringfügig größer. Der Grund liegt in der großen Umschlingung der HD-seitigen Segmente. Diese sorgt dafür, dass der Zahneingriff der Rotoren, der das maximale Kammervolumen reduziert, auf einen geringeren Bereich der Rotorlänge beschränkt ist. Aus diesem Grund ist beispielsweise das Maximalvolumen für $n = 11$ um 1,2 % größer als das der konstanten Steigung.

Die Volumenkurve konstanter Steigung weist während der Verdichtung lediglich einen Bereich linearer Volumenänderung auf. Die Öffnung zum HD-Stutzen erfolgt für das optimale innere Volumenverhältnis von $v_i = 3,9$ zu einem späten Hauptrotordrehwinkel, wodurch die Auslassfläche verhältnismäßig klein ausfällt. Die Folge ist die bereits diskutierte Drosselung während des Ausschlebens, die im pV-Diagramm in **Abbildung 7.9** zu sehen und im Vergleich zu **Abbildung 7.4** aufgrund des kleineren Umschlingungswinkels stärker ausgeprägt ist. Die Aufteilung in zwei Rotorsegmente bringt bereits eine signifikante Änderung im Verlauf der Volumenkurve mit sich. Durch die geringe Umschlingung auf der ND-Seite des Kompressors ergibt sich direkt zu Beginn der Verdichtung eine rapide Volumenabnahme. Während das Kammervolumen für $n = 2$ dadurch schnell auf 50 % des Maximalvolumens reduziert wird, beträgt das Kammervolumen der konstanten Steigung bei gleichem Hauptrotordrehwinkel noch

rund 70 % des Maximalvolumens. Erreicht der Zahneingriff für $n = 2$ den hochdruckseitigen Bereich großer Rotorumschlingung, so ergibt sich für die Volumenkurve eine deutliche Änderung des Gradienten. Im Vergleich zu den Volumenkurven konstanter Steigung ergeben sich für nicht-konstante Steigungen keine symmetrischen Volumenkurven, vgl. Abbildung 7.8. Die Kammer entsteht im ND-seitigen Stirnschnitt, wo durch den Zahneingriff auch die Verdichtungsphase beginnt. Dementsprechend weist die Volumenkurve bei Kammerentstehung und bei Verdichtungsbeginn eine starke Volumenänderung auf, während vor Erreichen des maximalen Kammervolumens und vor dem Verschwinden der Kammer zum Ende des Arbeitsspiels eine deutlich geringere Volumenänderung vorherrscht. Der abgeflachte Verlauf der Volumenkurve während des Ausschiebens führt zu einem Erreichen der hochdruckseitigen Steuerkanten bei einem im Vergleich zur konstanten Steigung früheren Hauptrotordrehwinkel. Folglich fällt die zur Verfügung stehende Auslassfläche deutlich größer aus als bei konstanter Steigung, obwohl gleichzeitig ein größeres inneres Volumenverhältnis von $v_i = 5$ realisiert wird. Dadurch ergibt sich im pV -Diagramm ein Öffnen der Kammer zum HD-Stutzen bei einem kleineren Kammervolumen. Das optimierte Zusammenspiel aus Auslassfläche und Gradient der Volumenkurve bedingt eine Reduktion der Auslassdrosselung aufgrund des reduzierten Ausschiebevolumenstroms. Der geometrische Vorteil der nicht-konstanten Steigung besteht also darin, dass der bei konstanter Steigung festgelegte Zusammenhang zwischen innerem Volumenverhältnis, Größe der Auslassfläche und Änderung des Kammervolumens für nicht-konstante Steigung nicht mehr besteht. Stattdessen ergibt sich die optimale Rotorgeometrie der nicht-konstanten Steigung durch ein optimiertes Zusammenspiel aus Volumenkurve, Spalt- und Ladungswechselflächen. Auf diese Weise kann ein Arbeitsspiel mit möglichst geringer Ansaug- und Auslassdrosselung erreicht werden. Darüber hinaus lässt sich ein inneres Volumenverhältnis einstellen, das einen nahezu angepassten Betrieb, ohne Über- oder Unterkompression, realisiert. Des Weiteren sollte die Kompression kurz vor dem Ausschiebevorgang stattfinden. Dadurch wird das Potenzial für Spaltmassenströme auf einen kleineren Bereich des Arbeitsspiels reduziert.

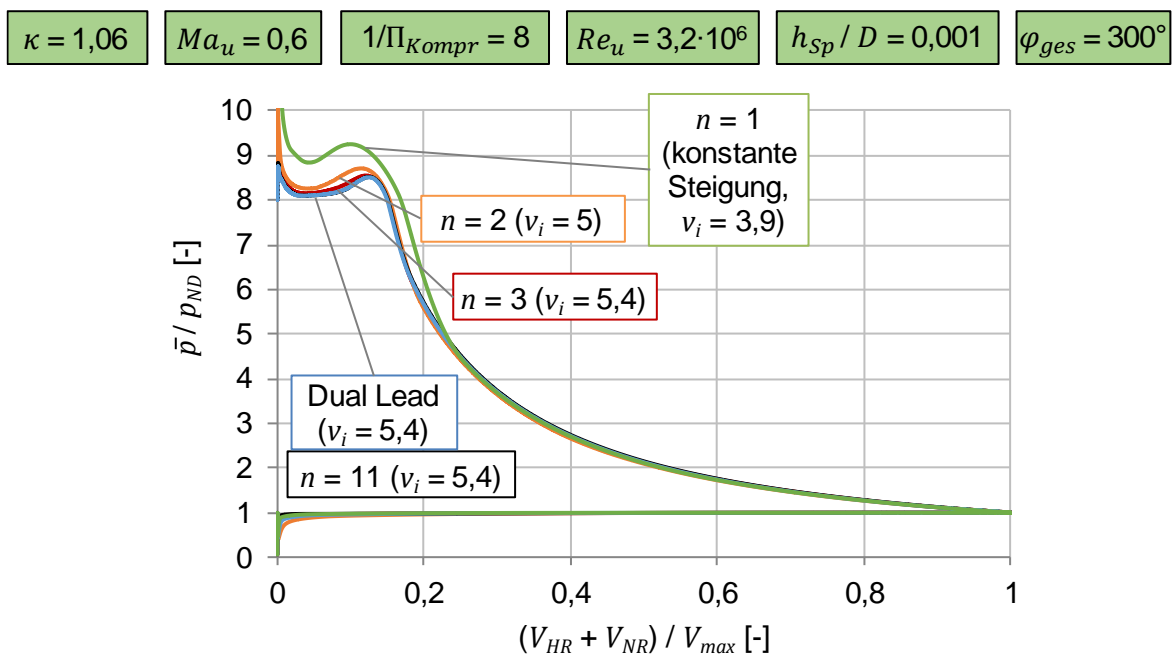


Abbildung 7.9: pV -Diagramme der v_i -optimierten Maschine konstanter Steigung, der optimierten Multiple-Lead für zwei, drei und elf Segmente sowie der optimierten Dual-Lead.

Der beschriebene Idealzustand kann mit dem eben diskutierten, zweigeteilten Rotor nicht gänzlich realisiert werden. Es zeigt sich zwar eine deutliche Verbesserung der Auslasssituation, jedoch führt die geringe Umschlingung auf der Niederdruckseite auch zu einer Verstärkung der Ansaugdrosselung (vgl. Abbildung 7.9) direkt nach der Kammerentstehung. Dies ist auf die große Volumenzunahme nach der Kammerentstehung zurückzuführen, die in Abbildung 7.8 zu sehen ist und zu einer Vergrößerung der aufzuwendenden Arbeit führt. Darüber hinaus erhöht die rapide Volumenabnahme zum Beginn der Verdichtung das Potenzial für Spaltmassenströme, da aufgrund der frühen Kompression über einen großen Bereich des Arbeitsspiels ein hoher Druck in der Kammer vorherrscht. Dieser Umstand kann durch einen dreigeteilten Rotor ($n = 3$) verbessert werden. Das optimierte Rotorpaar weist HD-seitig eine große Umschlingung zur Vergrößerung der Auslassfläche auf. Die Steigung dieses Segmentes ist dabei noch geringer als bei dem zweigeteilten Rotor und führt damit zu einem noch flacheren Verlauf der Volumenkurve während des Ausschlebens. Die Auslassfläche kann dadurch erneut vergrößert, der Betrag des Gradienten der Volumenkurve verringert und gleichzeitig das optimale innere Volumenverhältnis gesteigert werden. Der mittlere Rotorbereich ist gering umschlungen und realisiert dadurch eine schnelle Kompression, im Vergleich zu $n = 2$ jedoch zu einem späteren Zeitpunkt des Arbeitsspiels. Die für $n = 2$ aufgetretenen Verluste während des Ansaugens werden durch eine geringfügig vergrößerte Umschlingung des ND-seitigen Segmentes umgangen. Diese geringfügig kleinere Steigung im Bereich des ND-seitigen Rotorendes ist ebenfalls bei der in Abschnitt 2.7 vorgestellten, kommerziell vertriebenen Maschine in Abbildung 2.11 zu sehen. Eine weitere Vergrößerung der Segmentzahl auf $n = 5$ bzw. $n = 11$ bringt das pV-Diagramm deutlich näher an den beschriebenen Idealzustand und führt zu nahezu identischen Rotorgeometrien. Eine derart große Zahl an Segmenten ist für eine energetische Optimierung des Kompressors daher nicht nötig. Obwohl eine angenäherte kontinuierliche Änderung der Steigung, wie in Abbildung 6.1 dargestellt, möglich wäre, bilden die vielen Segmente gleicher Länge Rotoren, die näherungsweise nur aus zwei Abschnitten mit unterschiedlicher Länge und Steigung bestehen. Während der HD-seitige Abschnitt für die flache Volumenkurve während des Ausschlebens und die damit verbundene optimierte Auslassfläche sorgt, bedingt der ND-seitige Abschnitt eine zügige Kompression kurz vor Beginn des Ausschlebens bei gleichzeitig geringen Ansaugdrossel- und Spaltverlusten. Die Rotorgeometrien von $n = 5$ und $n = 11$ stimmen dabei nahezu mit der optimalen Geometrie für Dual-Lead überein. Es zeigen sich lediglich vernachlässigbare Unterschiede in Volumenkurve, Auslassfläche und dem resultierenden pV-Diagramm. Damit zeigt sich, dass die Optimierung der Multiple-Lead im Bereich der optimalen Gesamtumschlingung auf eine Dual-Lead Geometrie führt. Zur Optimierung der nicht-konstanten Steigung ist es daher ausreichend, den Rotor in zwei Abschnitte unterschiedlicher Steigung und Länge zu unterteilen. Der festgestellte Zusammenhang gilt in guter Näherung für alle untersuchten Randbedingungen. Gegenüber der Multiple-Lead reduziert die Dual-Lead-Geometrie die Anzahl der Freiheitsgrade und damit den Optimierungsaufwand signifikant. Des Weiteren ist die Dual-Lead-Geometrie im Hinblick auf eine praktische Umsetzung der Maschine vermutlich zu bevorzugen. Die weiteren Optimierungsergebnisse beschränken sich daher auf die Vorstellung der Ergebnisse für Dual-Lead.

Neben der diskutierten Auslassflächensituation besitzt die Spaltsituation Einfluss auf die Energiewandlungsgüte. Für die eben diskutierten Randbedingungen vergleicht **Abbildung 7.10** den normierten Flächenverlauf von Blasloch und PE-Spalt während des Verdichtens und Ausschlebens für konstante Stei-

gung und die optimierte Dual-Lead-Geometrie, wobei die Verbindungen mit der nachfolgenden Kammer dargestellt und auf die maximalen Werte der Dual-Lead-Maschine normiert sind. Bei konstanter Steigung ergibt sich nach Ausbildung des Blasloches eine konstante Fläche, während sich für die Dual-Lead-Maschine bei Erreichen des HD-Segmentes (Abbildung 6.17) entsprechend eine Reduzierung der Blaslochfläche ergibt. Für den dargestellten PE-Spaltverlauf sind die vier in Abschnitt 6.3.5 vorgestellten Spaltanteile aufsummiert. Für Dual-Lead zeigt sich auch hier bei Erreichen des HD-Segmentes eine Reduzierung der Spaltbreite, die auf die kleinere Steigung des Segmentes zurückzuführen ist. Während des Ausschlebens ergibt sich so eine kleinere Spaltbreite als für die konstante Steigung. Demgegenüber steht die schnellere Volumenreduzierung während der Verdichtung, wodurch der Kammerdruck frühzeitig steigt und damit das Potenzial für Spaltmassenströme erhöht ist.

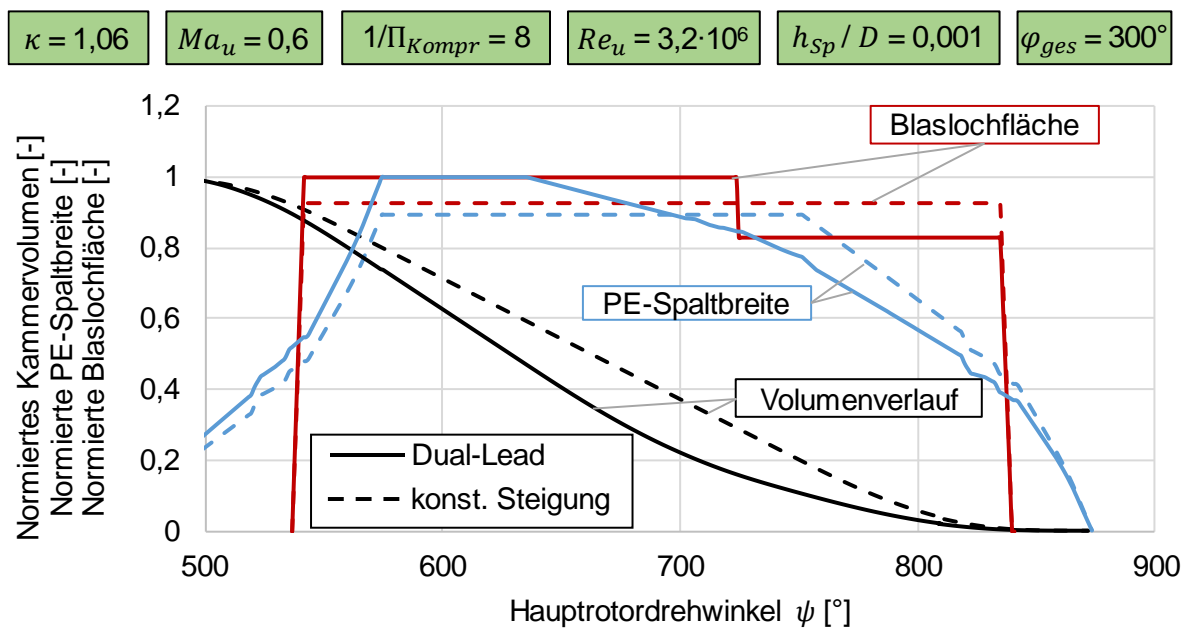


Abbildung 7.10: Auf die jeweiligen Maximalwerte der Dual-Lead normierten Volumenkurven, Blaslochflächen und PE-Spaltbreiten für konstante Steigung und Dual-Lead als Funktion des Hauptrotordrehwinkels.

Abbildung 7.11 zeigt die auf die Maximalwerte der Dual-Lead-Maschine normierten Breitenverläufe des Gehäusespaltes von Haupt- und Nebenrotor zur Nachfolgekammer für konstante Steigung. Zusätzlich sind die in der Kammermodellsimulation genutzten Strömungsbeiwerte dargestellt, welche für den Hauptrotor nach Gl. 5.17 und für den Nebenrotor nach Gl. 5.16 in Abhängigkeit der am Spalt anliegenden dimensionslosen Kennzahlen bestimmt werden. Wie bei der Untersuchung der Spaltströmungen in Abschnitt 5 vorgestellt, ergeben sich für den Hauptrotor entsprechend größere Strömungsbeiwerte. Für beide Spalttypen ergibt sich zunächst ein starker Anstieg des Strömungsbeiwertes mit dem Hauptrotordrehwinkel, der auf den Beginn der Verdichtung in der Kammer zurückzuführen ist. In der Folge ergibt sich ein abnehmendes Druckverhältnis zur Nachfolgekammer sowie ein Anstieg der Reynoldszahl am Spalt (in Abbildung 7.11 exemplarisch für den NR-Gehäusespalt dargestellt). Wenn die Kammeranteile von Haupt- und Nebenrotor verbunden sind, weisen jedoch beide Gehäusespalte aufgrund der identischen Spalthöhe die identische theoretische Reynoldszahl Re_{th} auf. Die Reynoldszahl Re_{HR} am HR-Gehäusespalt unterscheidet sich entsprechend um den Faktor $\alpha_{HR,reg} / \alpha_{NR,reg}$ und ist dadurch vergleichsweise größer. Der Beginn der Verdichtung bedingt zunächst, dass die Fluidichte in der Kammer

steigt und das Druckverhältnis zur Nachfolgekammer sinkt. Beide Größen gehen in die Berechnung des theoretischen Massenstroms (vgl. Gl. 2.8) ein und sorgen für einen Anstieg der mit dem theoretischen Massenstrom gebildeten theoretischen Reynoldszahl. Diese hat wiederum Gl. 5.16 (bzw. für den Hauptrotor Gl. 5.17) entsprechend einen Einfluss auf den Strömungsbeiwert, der in der Folge ebenfalls ansteigt und mit der theoretischen Reynoldszahl zur in der Abbildung dargestellten Reynoldszahl verrechnet werden kann. Während des Ausschlebens steigt das Druckverhältnis zeitweise wieder an, was den Verlauf der Strömungsbeiwerte jedoch nicht merklich beeinträchtigt, da das Druckverhältnis nicht direkt zur Berechnung der Strömungsbeiwerte an den Gehäusespalten genutzt wird. Jedoch sinkt grundsätzlich mit steigendem Druckverhältnis im unterkritischen Druckbereich der theoretische Massenstrom und damit auch die theoretische Reynoldszahl. Das Absinken der Reynoldszahl bei $\psi \approx 780^\circ$ ist mit der Reduzierung des Druckes in der Kammer während des Ausschlebens zu begründen, vgl. Abbildung 7.9, da das Druckverhältnis hier überkritisch ist und den theoretischen Massenstrom daher nicht beeinflusst. Die Reynoldszahl ist zum Ende des Arbeitsspiels jedoch derart groß, dass eine geringe Änderung kaum Einfluss auf den Strömungsbeiwert hat, vgl. Abbildung 5.34.

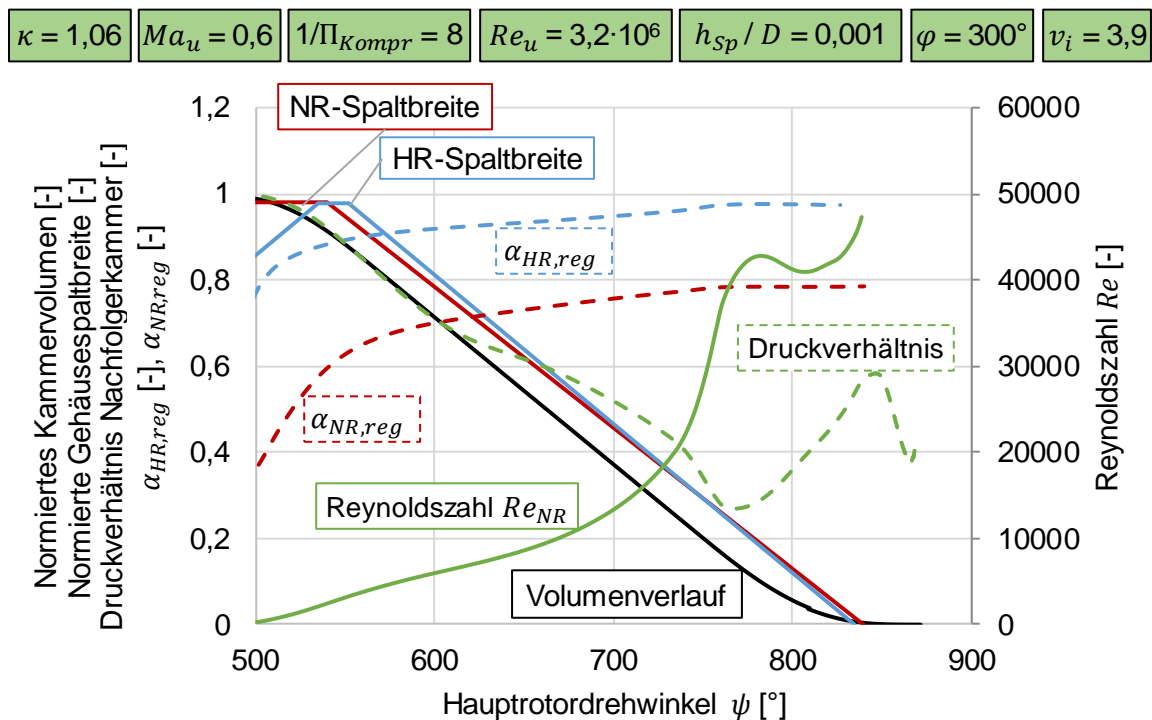


Abbildung 7.11: Auf die jeweiligen Maximalwerte der Dual-Lead normierte Volumenkurve und Gehäusespaltbreiten und zugehörige Strömungsbeiwerte sowie Druckverhältnis zur Nachfolgekammer (ausgewertet in der NR-Kammer) und Reynoldszahl am NR-Gehäusespalt für konstante Steigung als Funktion des Hauptrotordrehwinkels.

Abbildung 7.12 zeigt analog die Verläufe der optimierten Dual-Lead-Maschine. Im Vergleich zur konstanten Steigung weisen die Spaltbreitenverläufe eine Gradientenänderung auf, sobald der Zahneingriff das HD-Segment erreicht. Bei Vorliegen der Kammer im HD-Segment ergeben sich größere Strömungsbeiwerte, da hier aufgrund der geringen Steigung kleinere Spaltlängen vorliegen, die den Spaltdurchfluss begünstigen und dadurch Strömungsbeiwerte bedingen, die im Vergleich zur konstanten Steigung

auf einem geringfügig höheren Niveau liegen. Da mithilfe von Dual-Lead der Ausschleibevorgang verlängert und die Auslassdrosselung reduziert werden, ergibt sich ein geringerer Maximaldruck als bei konstanter Steigung, wodurch auch die Reynoldszahl einen geringen Maximalwert annimmt. Darüber hinaus ergeben sich deutlich weniger Druckänderungen während des Ausschlebens (vgl. Abbildung 7.9). Dadurch befindet sich das Druckverhältnis im letzten Bereich des Arbeitsspiels nahe eins und wird kurzzeitig sogar größer eins, sodass die Kammer von ihrem Nachfolger über den Spalt befüllt wird. Für ein Druckverhältnis nahe eins ergibt sich aufgrund der Vernachlässigung des Einflusses der Umfangsmachzahl am Spalt nur ein geringer theoretischer Spaltmassenstrom, sodass theoretische Reynoldszahl und folglich auch Strömungsbeiwert in diesem Bereich kurzzeitig stark reduzierte Werte annehmen.¹¹ Dadurch ergeben sich die zeitweise ebenfalls geringe Reynoldszahl und damit geringe Spaltmassenströme. Der geometrische Verlauf der Stirnspalte hängt nur von der Gesamtumschlingung ab und ist daher für die beiden betrachteten Maschinen identisch, sodass hier auf eine detaillierte Betrachtung verzichtet wird.

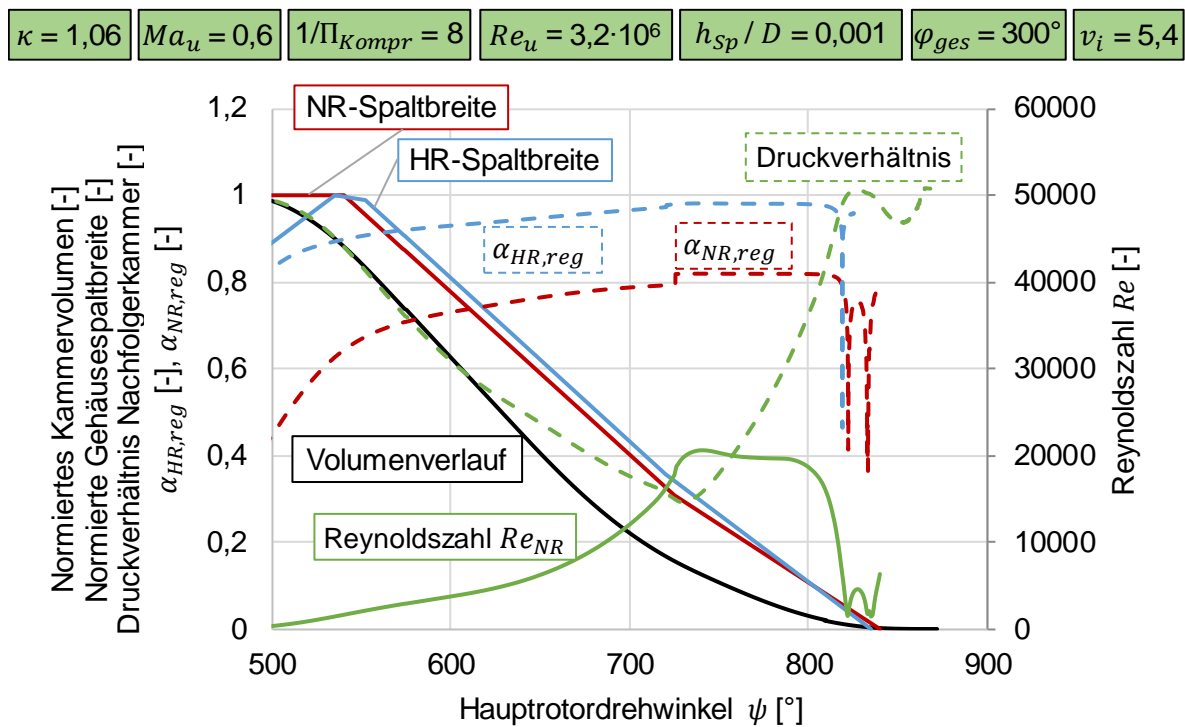


Abbildung 7.12: Auf die jeweiligen Maximalwerte der Dual-Lead normierte Volumenkurve und Gehäusespaltbreiten und zugehörige Strömungsbeiwerte sowie Druckverhältnis zur Nachfolgerkammer (ausgewertet in der NR-Kammer) und Reynoldszahl am NR-Gehäusespalt für Dual-Lead als Funktion des Hauptrotordrehwinkels.

Bei den hier untersuchten Randbedingungen bewirkt die Verwendung der nicht-konstanten Steigung eine beachtliche Verbesserung des inneren isentropen Gütegrades um 3,2 Prozentpunkte. Neben dieser energetischen Verbesserung ergeben sich weitere Vorteile, die aus den hier genutzten dimensionslosen

¹¹ Da die Hauptrotorkammer kurz vor ihrem Verschwinden prozentual einer starken Volumenänderung unterliegt, weicht hier der Druck geringfügig vom Druck in der Nebenrotorkammer ab, sodass ein geringer Versatz im Abfall des Strömungsbeiwertes bezüglich des Hauptrotordrehwinkels zu verzeichnen ist.

Kennzahlen nicht ersichtlich sind. Für die konstante Steigung zeigt **Abbildung 7.2** bereits, dass der Fördermassenstrom mit steigendem Umschlingungswinkel sinkt. Des Weiteren sinkt der Liefergrad im untersuchten Bereich aufgrund steigender Spaltmassenströme. Für $\varphi = 400^\circ$, was für konstante Steigung im optimalen Bereich des ebenfalls dargestellten Gütegrades angesiedelt ist, beträgt der Massenstrom nur noch 81,6 % des Massenstroms einer Maschine mit $\varphi = 250^\circ$. Mithilfe nicht-konstanter Steigung kann der Kompressor auch bei geringer Gesamtumschlingung effizient arbeiten, wodurch das maximale Kammervolumen wiederum vergrößert wird. Im Vergleich zur konstanten Steigung mit $\varphi = 400^\circ$ ergibt sich für Dual-Lead bei $\varphi_{ges} = 300^\circ$ ein um 19 % größerer Massenstrom. **Abbildung 7.13** zeigt den inneren isentropen Gütegrad für konstante Steigung und Dual-Lead über dem auf den Maximalwert von Dual-Lead normierten Fördermassenstrom. Diese aus dem Bereich der Pareto-Optimierung bekannte Darstellung liefert die Möglichkeit, optimale Maschinen bei mehr als einem Optimierungsparameter, hier dem inneren isentropen Gütegrad sowie dem normierten Fördermassenstrom, zu bestimmen. Die bestmögliche Maschine würde bei beiden Kenngrößen den Wert 1 aufweisen. Da dies technisch nicht möglich ist, muss entschieden werden, welche Maschine die größte Wertigkeit aufweist. Während die Kurve konstanter Steigung in Richtung maximalem normierten Fördermassenstroms deutlich abfällt, ist mit Dual-Lead aufgrund der reduzierten Drosselung auch bei großen Fördermassenströmen ein effizienter Betrieb möglich, sodass die Maschine deutlich näher am Idealzustand liegt. Neben der beachtlichen Verbesserung des Gütegrades ergibt sich mit nicht-konstanter Steigung damit die Möglichkeit, bei gleicher Baugröße einen deutlich größeren Massenstrom durchzusetzen und damit eine bessere Bau-raumausnutzung zu realisieren. Da in der Regel ein direkter Zusammenhang zwischen Gesamtumschlingung und Fördermassenstrom der Maschine besteht, ist eine Pareto-Optimierung im Rahmen dieser Arbeit nicht nötig. Bei identischem Gütegrad ist aufgrund des größeren Massenstroms die Maschine mit der geringeren Gesamtumschlingung zu bevorzugen.

Zur weiteren Erläuterung der optimalen Dual-Lead-Geometrien zeigt **Abbildung 7.14**, wie die Gesamtumschlingung und die Rotorlänge bei Variation der Gesamtumschlingung auf die beiden Segmente verteilt sind. Dabei zeigt sich, dass die Umschlingung des HD-Segmentes und die Längen der beiden Segmente für die optimierten Maschinengeometrien nahezu konstant sind. Bei Erhöhung der Gesamtumschlingung steigt damit entsprechend die Umschlingung des ND-Segmentes. Die Ergebnisse unterstreichen damit, dass mithilfe nicht-konstanter Steigung insbesondere der Ausschiebevorgang optimiert wird und für das HD-Segment eine von den Randbedingungen abhängige, gütegradoptimale Umschlingung und Länge vorliegen. Eine Verringerung des Umschlingungswinkels des HD-Segmentes würde bei den gegebenen Randbedingungen die Auslassdrosselung steigern, oder bei Vergrößerung des Umschlingungswinkels die Spaltmassenströme begünstigen, denen während des Ausschiebens aufgrund des hohen Druckes in der Maschine eine besondere Bedeutung zukommt. Eine Vergrößerung der Länge des HD-Segmentes würde hingegen dazu führen, dass die Volumenkurve abflacht, obwohl die Maschine noch nicht im Ausschiebevorgang ist, was dementsprechend ebenfalls Spaltmassenströme begünstigt. Eine Vergrößerung der Umschlingung des ND-Segmentes besitzt hingegen keinen großen Einfluss auf die Energiewandlungsgüte und hat lediglich ein Abflachen der Volumenkurve in den entsprechenden Bereichen und dadurch einen langsameren Druckaufbau zur Folge. Da hier in der Regel das Potenzial für Spaltmassenströme kleiner ist, ist der Einfluss auf den Gütegrad gering. Bei Vergrößerung der Gesamtumschlingung sind außerdem das maximale Kammervolumen und damit auch das Potenzial für

Auslassdrosselung geringer, weshalb Umschlingung und Länge des HD-Segmentes mit größerer Gesamtumschlingung geringfügig reduziert werden.

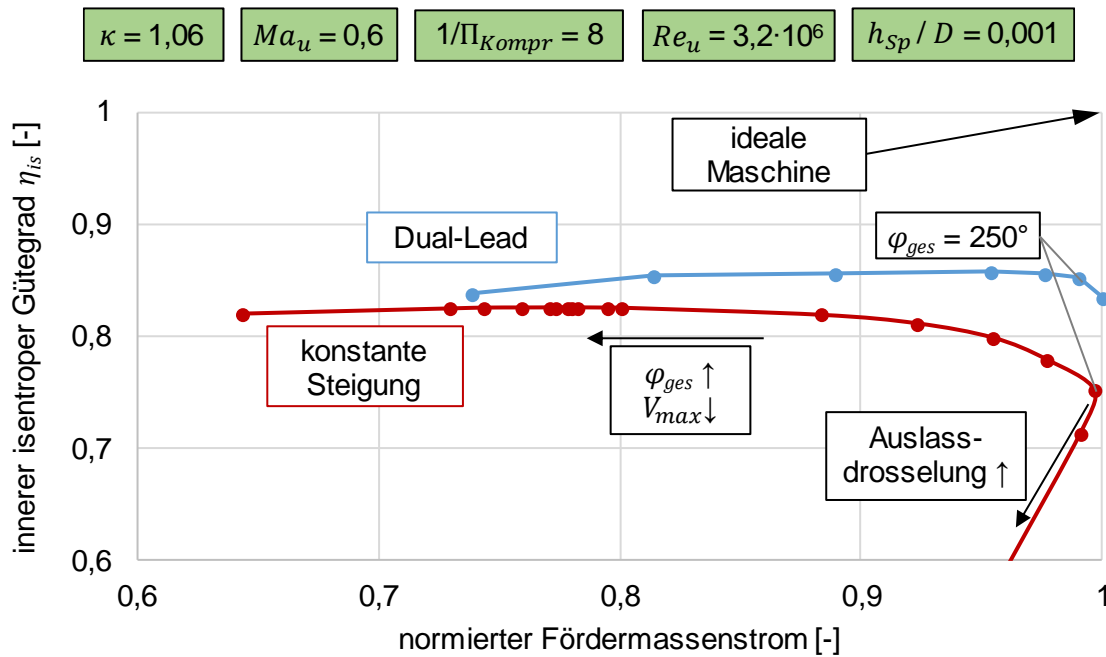


Abbildung 7.13: Verlauf des optimierten inneren isentropen Gütegrades als Funktion des normierten Fördermassenstroms für konstante Steigung und Dual-Lead.

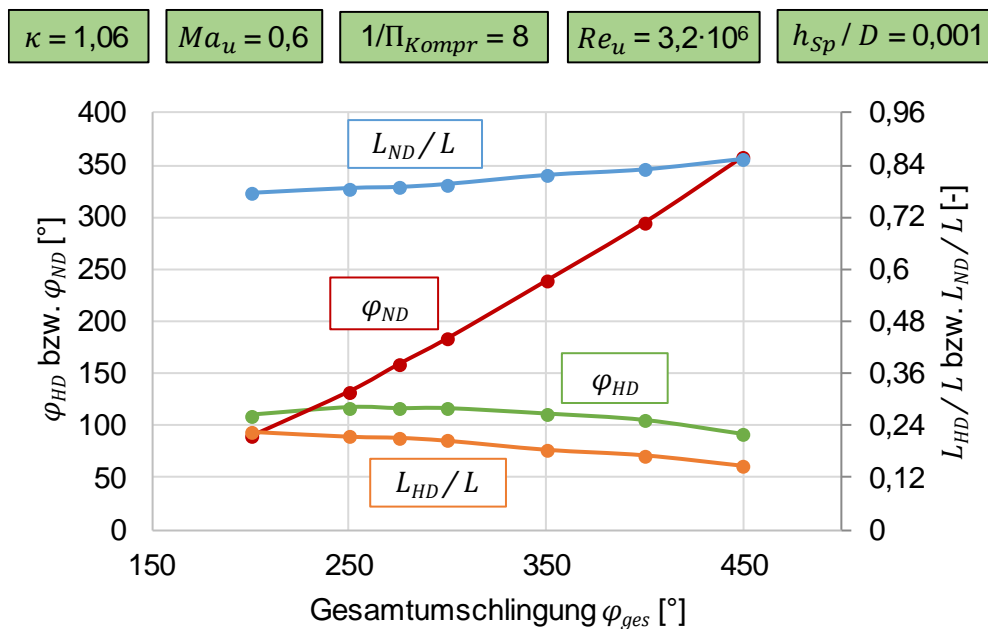


Abbildung 7.14: Umschlingungswinkel und Aufteilung der Segmentlängen von HD- und ND-Segment der optimierten Dual-Lead-Maschinen als Funktion der Gesamtumschlingung.

7.4 Ergebnisse der Optimierungen

Im letzten Abschnitt ist das Wirkprinzip nicht-konstanter Steigung im Vergleich mit konstanter Steigung für exemplarische Randbedingungen erläutert worden. Im Folgenden werden die dimensionslosen Kennzahlen systematisch variiert und untersucht, in welchem Kennzahlbereich energetisches Potenzial für die Anwendung nicht-konstanter Steigung besteht.

7.4.1 Variation von Umfangsmachzahl und Verdichtungsverhältnis

Zunächst werden die Auswirkungen einer Variation des Verdichtungsverhältnisses für $Ma_u = 0,6$ untersucht. **Abbildung 7.15** zeigt die Verläufe des optimierten Gütegrades und inneren Volumenverhältnisses sowie den zugehörigen Liefergrad von konstanter Steigung und Dual-Lead über der Gesamtumschlingung für verschiedene Verdichtungsverhältnisse. Im Folgenden werden zunächst die gestrichelt dargestellten Verläufe konstanter Steigung diskutiert. Da aufgrund der untersuchten Umfangsmachzahl der Einfluss der Spaltmassenströme vergleichsweise gering ist, können für kleine Verdichtungsverhältnisse Gütegrade bis zu 90 % erzielt werden. Jedoch sinkt der maximal erreichbare Gütegrad bei Vergrößerung des Verdichtungsverhältnisses ab, was unter anderem auf die Vergrößerung der Spaltmassenströme zurückzuführen ist. Dies ist ebenfalls im Verlauf des Liefergrades zu erkennen, der bei gleichem Umschlingungswinkel geringere Werte für größere Verdichtungsverhältnisse annimmt. Gleichzeitig steigt mit größerem Verdichtungsverhältnis das optimale innere Volumenverhältnis, da eine größere innere Verdichtung zur energetisch sinnvollen Realisierung der geforderten Kompression nötig ist. Der bereits im letzten Abschnitt diskutierte Anstieg des optimalen inneren Volumenverhältnisses mit dem Umschlingungswinkel ist auch hier eindeutig zu erkennen. Da bei konstantem Umschlingungswinkel mit steigendem inneren Volumenverhältnis die Größe der Auslassfläche sinkt (vgl. Abbildung 6.7), ist für eine Anhebung des inneren Volumenverhältnisses eine Vergrößerung des Umschlingungswinkels nötig, um der Verkleinerung der Auslassfläche entgegenzuwirken. Dadurch ergibt sich mit steigendem Verdichtungsverhältnis ein moderater Anstieg des optimalen Umschlingungswinkels. Für die untersuchten Verdichtungsverhältnisse ergibt sich jeweils ein gütegradoptimierter Umschlingungswinkel φ_{opt} , der für alle untersuchten Verdichtungsverhältnisse größer als 350° ist. Für $\varphi < \varphi_{opt}$ zeigt sich eine deutliche Reduzierung des Gütegrades, während der Gütegrad für $\varphi > \varphi_{opt}$ nur moderat absinkt. Dies spricht dafür, dass bei den untersuchten Randbedingungen die energetischen Verluste durch die insbesondere bei kleinen Umschlingungswinkeln vorherrschende Auslassdrosselung gegenüber den Spaltmassenströmen deutlich relevanter für die Energiewandlungsgüte sind. Bei größeren Umschlingungswinkeln ($\varphi > 500^\circ$) ergibt sich trotz des sinkenden Gütegrades ein Anstieg des Liefergrades, was für eine abdichtende Wirkung spricht. Dies ist auf eine Verkleinerung des Blaslochs und des PE-Spaltens der Kammer sowie eine abdichtende Wirkung der vielen hintereinander geschalteten Kammern, wie sie auch von Schraubenspindelvakuumumpen bekannt ist, zurückzuführen. Trotz des größeren Liefergrades weisen diese Maschinen jedoch einen reduzierten Massenstrom aufgrund des reduzierten Kammer Volumens auf, wodurch der verwendete Bauraum („Gehäuse-Bohrungsvolumen“) nicht optimal ausgenutzt wird.

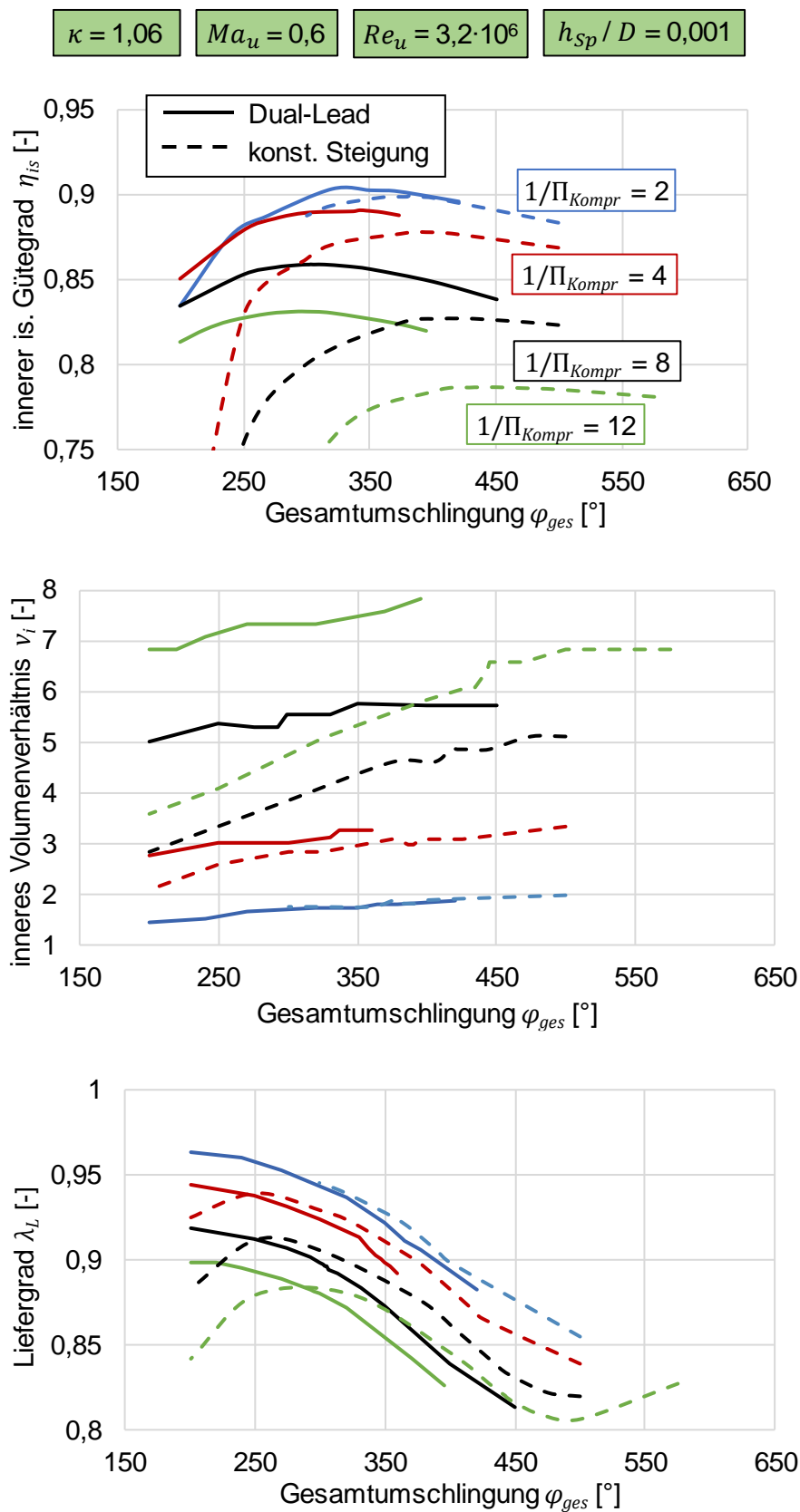


Abbildung 7.15: Verlauf des inneren isentropen Gütegrades, des inneren Volumenverhältnisses und des Liefergrades als Funktion der Gesamtumschlingung für die v_i - und gütegradoptimierten Maschinen konstanter Steigung und Dual-Lead bei Variation des Verdichtungsverhältnisses.

Die Optima konstanter Steigung dienen als Referenz für die im Folgenden diskutierte nicht-konstante Steigung in Form der Dual-Lead. Im Vergleich zur konstanten Steigung sind die optimalen Gesamtumschlingungswinkel für Dual-Lead deutlich reduziert und liegen zwischen 250° und 350° . Der mögliche Zuwachs des Gütegrades ist stark vom Verdichtungsverhältnis des Kompressors abhängig. Für das kleinste Verdichtungsverhältnis von $1/\Pi_{Kompr} = 2$ ist die mögliche Verbesserung vernachlässigbar gering, während für $1/\Pi_{Kompr} = 12$ eine Verbesserung um 4,4 Prozentpunkte bei gleichzeitiger Reduzierung der optimalen Gesamtumschlingung von $\varphi_{opt} \approx 450^\circ$ auf $\varphi_{ges,opt} \approx 300^\circ$ möglich ist. Wie in der Literatur teilweise vermutet wird (vgl. Abschnitt 2.7), ist der Gütegradzuwachs mit nicht-konstanter Steigung umso größer, je größer das Verdichtungsverhältnis des Kompressors ist. Dieser Zusammenhang kann bei Betrachtung der optimalen inneren Volumenverhältnisse erklärt werden. Während die optimalen inneren Volumenverhältnisse bei kleinen Verdichtungsverhältnissen keine relevanten Unterschiede zwischen konstanter Steigung und Dual-Lead aufweisen, sind die inneren Volumenverhältnisse der Dual-Lead bei den Verdichtungsverhältnissen von acht und zwölf deutlich vergrößert. Diese großen inneren Volumenverhältnisse sind für eine effiziente Verdichtung nötig, können mit konstanter Steigung aber aufgrund der Auslassdrosselung nicht effizient bei geringen Umschlingungswinkeln realisiert werden. Die optimierte Verteilung der Umschlingung auf die beiden Segmente und die dadurch optimierte Volumenkurve lassen die großen inneren Volumenverhältnisse hingegen mit deutlich reduzierter Auslassdrosselung zu und führen letztlich zu großem Optimierungspotenzial bei großen Verdichtungsverhältnissen.

Die nicht-konstante Steigung hat ebenfalls Auswirkung auf den Liefergrad. Für $\varphi_{ges} < 250^\circ$ dominiert für konstante Steigung die Auslassdrosselung, wodurch Spaltmassenströme verstärkt werden, sodass sich ein geringer Liefergrad ergibt. Für $\varphi_{ges} > 250^\circ$ ist der Liefergrad der Dual-Lead gegenüber der konstanten Steigung reduziert, insbesondere für große Verdichtungsverhältnisse. Dies macht deutlich, dass die mit nicht-konstanter Steigung erreichte Reduzierung der Auslassdrosselung mit einer Vergrößerung der Spaltmassenströme einhergeht. Mit nicht-konstanter Steigung kann eine schnelle Kompression und eine anschließende, lange Ausschleppphase realisiert werden. Die Dauer des Ausschleppens, während derer in der Regel mindestens der Hochdruck in der Kammer vorherrscht, ist gegenüber der konstanten Steigung also verlängert und birgt damit ein größeres Potenzial für Spaltmassenströme. Wie jedoch der Verlauf des Gütegrades und das insgesamt hohe Niveau des Liefergrades verdeutlichen, sind die Spaltmassenströme für das hier untersuchte h_{Sp}/D -Verhältnis sowie die hohe Umfangsmachzahl energetisch deutlich weniger relevant als die Auslassdrosselung.

Abbildung 7.16 zeigt den optimalen inneren isentropen Gütegrad sowie den zugehörigen Liefergrad über der Gesamtumschlingung bei Variation der Umfangsmachzahl für $1/\Pi_{Kompr} = 4$. Das optimale v_i ist nahezu unabhängig von der Umfangsmachzahl und steigt für die unterschiedlichen Verdichtungsverhältnisse lediglich wie bereits beschrieben mit dem Umschlingungswinkel an, weshalb hier auf eine Auftragung verzichtet wird. Für den Gütegrad und den optimalen Umschlingungswinkel zeigt sich eine deutliche Abhängigkeit von der Umfangsmachzahl. Die Verläufe bestätigen den von Peveling [Pev87b] beschriebenen Anstieg des optimalen Umschlingungswinkels konstanter Steigung mit sinkender Schallgeschwindigkeit des Fluids, was einer steigenden Umfangsmachzahl entspricht.

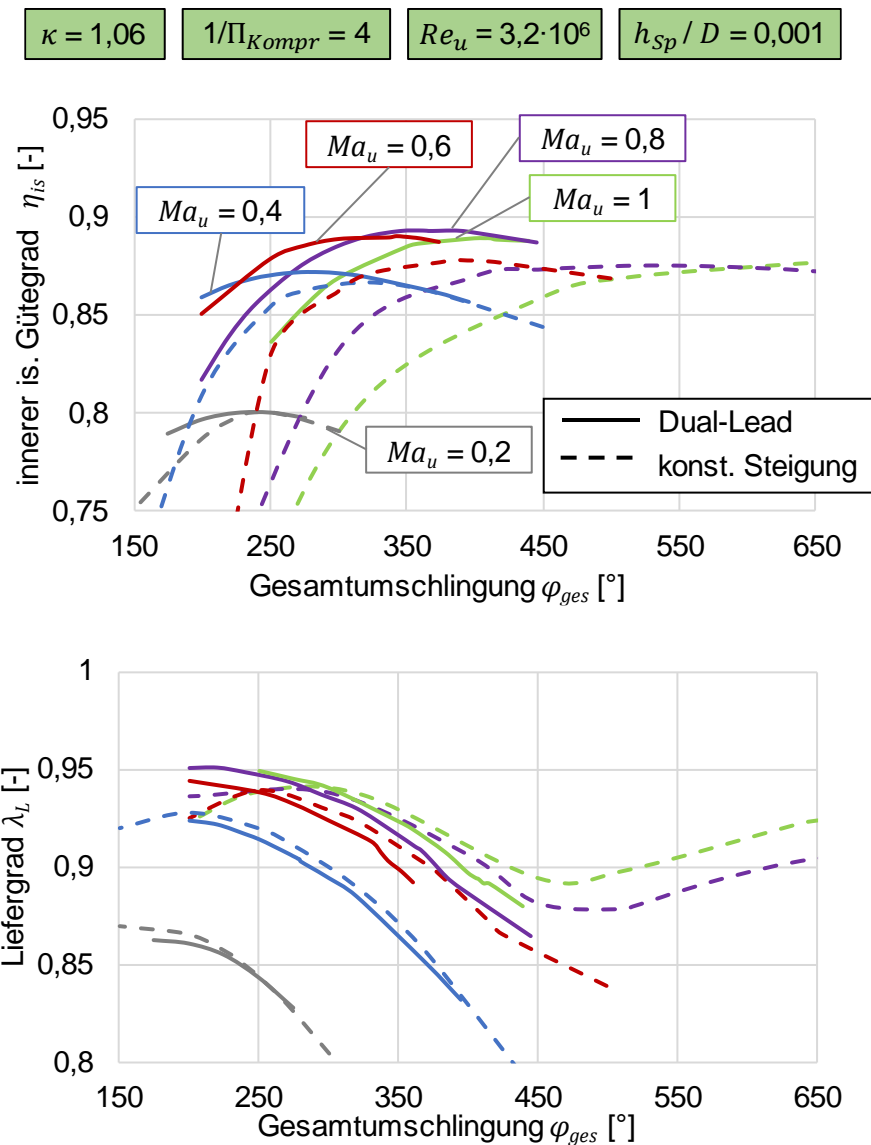


Abbildung 7.16: Verlauf des inneren isentropen Gütegrades und zugehörigen Liefergrades als Funktion der Gesamtumschlingung für die v_i - und gütegradoptimierten Maschinen konstanter Steigung und Dual-Lead bei Variation der Umfangsmachzahl.

Für $Ma_u = 0,2$ sind die erreichbaren Gütegrade vergleichsweise niedrig. Aufgrund des kleinen Verhältnisses aus Umfangsgeschwindigkeit und Schallgeschwindigkeit dominieren hier Spaltmassenströme als dissipativer Effekt, Auslassdrosselung ist nur von untergeordneter Bedeutung. Aus diesem Grund wird der maximale Gütegrad konstanter Steigung bereits bei $\varphi = 246^\circ$ verzeichnet. Eine weitere Vergrößerung des Umschlingungswinkels führt bei dieser Umfangsmachzahl lediglich zu einer Vergrößerung der Spaltmassenströme, was durch den Verlauf des Liefergrades belegt wird. Aufgrund des geringen optimalen Umschlingungswinkels ist eine mögliche Verbesserung des Gütegrades durch eine Optimierung mit nicht-konstanter Steigung begrenzt, sodass sich für $Ma_u = 0,2$ keine Gütegradverbesserung ergibt und das Optimum nicht-konstanter Steigung im selben Bereich der Gesamtumschlingung liegt. Als optimierte Geometrie der Dual-Lead ergibt sich hier ebenfalls konstante Steigung. Bei Vergrößerung der Umfangsmachzahl nimmt das Potenzial für Spaltmassenströme deutlich ab, sodass Liefergrad und maximaler Gütegrad erhöht werden. Bereits für $Ma_u = 0,4$ beträgt der Zuwachs des Gütegrades mit Dual-

Lead im Vergleich zur konstanten Steigung 0,5 Prozentpunkte, während der Fördermassenstrom (nicht dargestellt) durch die Reduzierung der Gesamtumschlingung um rund 6 % gesteigert werden kann. Mit Steigerung der Umfangsmachzahl steigt das Potenzial für Auslassdrosselung, sodass sich der optimale Umschlingungswinkel konstanter Steigung aufgrund der beschriebenen Effekte in Richtung größerer Werte verschiebt. Diese großen Umschlingungswinkel können mit nicht-konstanter Steigung durch die Reduzierung der Auslassdrosselung deutlich verringert werden. Für $Ma_u > 0,4$ ist die Relevanz der Spaltmassenströme bereits derart reduziert, dass der optimale Gütegrad für die restlichen Umfangsmachzahlen auf einem ähnlichen Niveau liegt. Trotz des moderaten Verdichtungsverhältnisses ergibt sich für $Ma_u = 0,8$ mit Dual-Lead eine Gütegradverbesserung von 1,8 Prozentpunkten. Insbesondere bei großen Umfangsmachzahlen ergibt sich neben der Gütegradverbesserung auch eine Vergrößerung des Fördermassenstroms durch die Reduktion der Gesamtumschlingung. Für $Ma_u = 1$ ist die Auslassdrosselung derart stark ausgeprägt, dass sich der optimale Gütegrad für konstante Steigung erst für $\varphi > 650^\circ$ einstellt. Die Ergebnisse zeigen, dass der potenzielle Anwendungsbereich nicht-konstanter Steigung nicht auf große Verdichtungsverhältnisse beschränkt ist. Auch kleine Verdichtungsverhältnisse in Verbindung mit großen Umfangsmachzahlen stellen einen sinnvollen Anwendungsbereich dar.

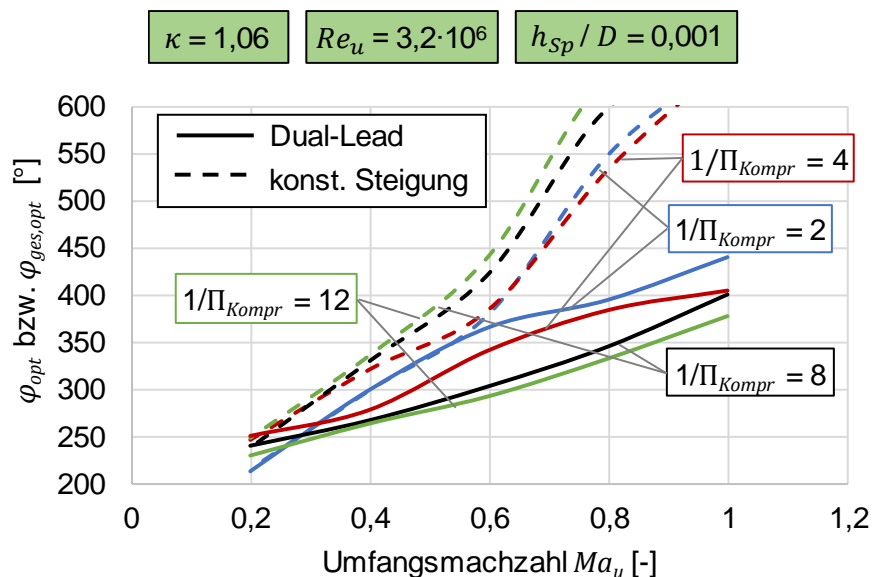


Abbildung 7.17: Optimale Gesamtumschlingung konstanter Steigung und Dual-Lead bei Variation von Umfangsmachzahl und Verdichtungsverhältnis.

Nachdem das Zustandekommen der optimalen Umschlingungswinkel bei Variation von Verdichtungsverhältnis und Umfangsmachzahl erläutert worden ist, werden im Folgenden nur noch die gütegradoptimierten Maschinen bei den jeweiligen Randbedingungen betrachtet. Diese stellen die optimalen Werte hinsichtlich Umschlingung und innerem Volumenverhältnis dar und werden mit dem Index „opt“ versehen. Zur Untersuchung der gesamten behandelten Bandbreite von Umfangsmachzahl und Verdichtungsverhältnis zeigt **Abbildung 7.17** zunächst die optimierten Umschlingungswinkel für konstante Steigung bzw. die optimierte Gesamtumschlingung für Dual-Lead, bei denen die maximalen Gütegrade verzeichnet werden. Der optimale Umschlingungswinkel hängt primär von der Umfangsmachzahl der Maschine ab. Wie in **Abbildung 7.15** und **Abbildung 7.16** zu erkennen ist, können sich breite Optimal-

bereiche für den Umschlingungswinkel bzw. die Gesamtumschlingung ergeben, sodass sich in Abbildung 7.17 wellige Verläufe ergeben. Für konstante Steigung ist eine geringe Vergrößerung des Umschlingungswinkels mit steigendem Verdichtungsverhältnis festzustellen. Wie oben beschrieben, ist dies darauf zurückzuführen, dass das optimale innere Volumenverhältnis mit dem Verdichtungsverhältnis ansteigt und zur Reduzierung der Auslassdrosselung ein größerer Umschlingungswinkel nötig ist. Mit Dual-Lead kann die optimale Gesamtumschlingung insbesondere bei großen Umfangsmachzahlen deutlich reduziert werden. Auffällig ist außerdem, dass im Gegensatz zur konstanten Steigung für Dual-Lead ein gegenläufiger Einfluss des Verdichtungsverhältnisses auf den optimalen Umschlingungswinkel besteht und die größeren Verdichtungsverhältnisse auch geringere optimale Gesamtumschlingungen aufweisen. Da mit steigendem Verdichtungsverhältnis das Leckagepotenzial steigt, ist hier eine geringe Gesamtumschlingung vorteilhaft und kann mit Dual-Lead auch in Kombination mit großen inneren Volumenverhältnissen realisiert werden. Dual-Lead kombiniert eine effiziente Verdichtung mit einem großen inneren Volumenverhältnis und gleichzeitig reduzierter Auslassdrosselung. Die Abbildung macht außerdem deutlich, dass bei großen Umfangsmachzahlen für alle untersuchten Verdichtungsverhältnisse großes Potenzial zur Reduzierung der Gesamtumschlingung und damit für eine Erhöhung des Massenstroms besteht.

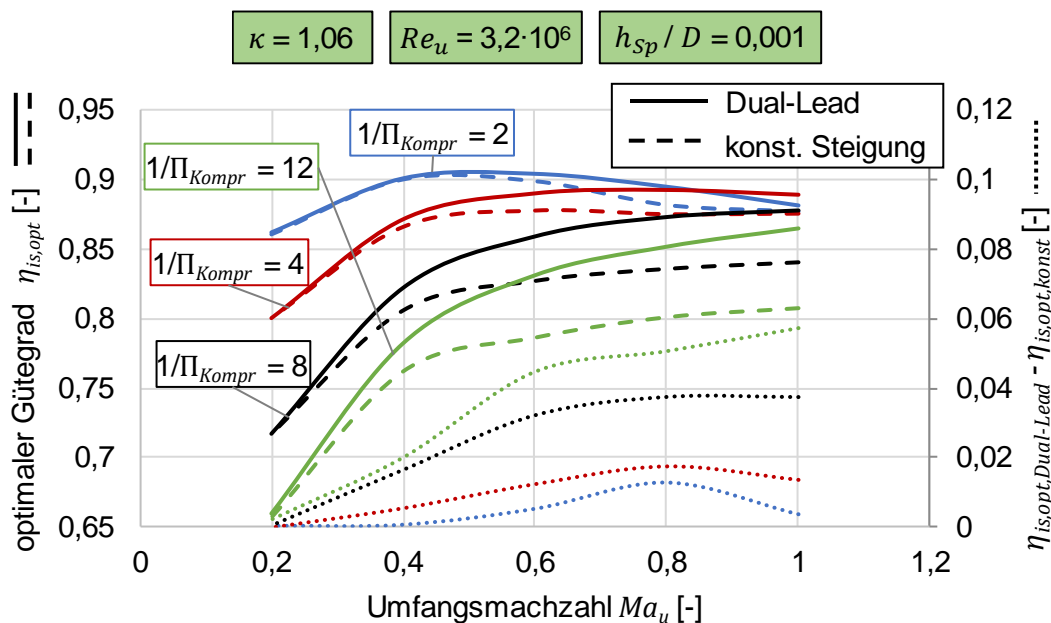


Abbildung 7.18: Optimaler innerer isentroper Gütegrad konstanter Steigung und Dual-Lead sowie Gütegradzuwachs bei Variation von Umfangsmachzahl und Verdichtungsverhältnis.

Abbildung 7.18 zeigt die zugehörigen optimierten Gütegrade von konstanter Steigung und Dual-Lead und die daraus resultierende Gütegradverbesserung. Für $Ma_u = 0,2$ ist der optimale Umschlingungswinkel konstanter Steigung gering. Daher kann mithilfe nicht-konstanter Steigung für keines der untersuchten Verdichtungsverhältnisse eine relevante Verbesserung des Gütegrades erzielt werden. Die optimierten Geometrien der Dual-Lead ähneln in diesen Fällen den Maschinen konstanter Steigung bzw. sind mit ihnen identisch. Eine Verbesserung ist hier nicht möglich, da bereits für konstante Steigung das Potenzial für Auslassdrosselung gering ist. Für kleine Umfangsmachzahlen kann die nicht-konstante Steigung daher als nicht sinnvoll bezeichnet werden. Der maximal erzielbare Gütegrad steigt jedoch

stark mit Erhöhung der Umfangsmachzahl auf $Ma_u = 0,4$, da die Relevanz der Spaltmassenströme abnimmt. Insbesondere für große Verdichtungsverhältnisse lässt sich nun der Gütegrad mithilfe von Dual-Lead verbessern und die Umschlingung der optimalen Maschine im Vergleich zur konstanten Steigung reduzieren (vgl. Abbildung 7.17), wodurch der Fördermassenstrom vergrößert wird. Bei kleinen Verdichtungsverhältnissen lassen sich bereits mit konstanter Steigung hohe Gütegrade erzielen, da das Potenzial für Spaltmassenströme gering ist. Für diese kleinen Verdichtungsverhältnisse sorgt eine weitere Erhöhung der Umfangsmachzahl lediglich dafür, dass die Auslassdrosselung eine moderate Vergrößerung des Umschlingungswinkels bedingt und dadurch die Spaltmassenströme geringfügig steigen. Der Gütegrad verschlechtert sich dadurch und zeigt für $1/\Pi_{Kompr} = 2$ eine optimale Umfangsmachzahl zwischen 0,4 und 0,6. Das Verbesserungspotenzial für nicht-konstante Steigung ist für kleine Verdichtungsverhältnisse auch im mittleren Umfangsmachzahlbereich gering. Auffällig ist ebenfalls, dass für konstante Steigung für $1/\Pi_{Kompr} = 2$ teilweise schlechtere Gütegrade erzielt werden, als für $1/\Pi_{Kompr} = 4$. Der Grund hierfür ist die Auslassdrosselung beim Verschwinden der Kammern. Bei dem kleinen Verdichtungsverhältnis von 2 führt die Auslassdrosselung prozentual zu einer stärkeren Vergrößerung der Arbeitsfläche im pV-Diagramm (nicht dargestellt) und damit zu einem schlechteren Gütegrad, als für $1/\Pi_{Kompr} = 4$. Für Verdichtungsverhältnisse $1/\Pi_{Kompr} > 2$ führt eine Erhöhung der Umfangsmachzahl auf $Ma_u \geq 0,6$ hingegen zu einer Vergrößerung des Gütegrades. Da gleichzeitig auch die optimalen Umschlingungswinkel steigen, ergibt sich in diesem Bereich großes Potenzial für nicht-konstante Steigung. Insgesamt steigt das Potenzial für Dual-Lead mit steigendem Verdichtungsverhältnis und beträgt für $Ma_u = 1$ und $1/\Pi_{Kompr} = 12$ fast sechs Prozentpunkte. Nicht-konstante Steigung zeigt damit das größte energetische Potenzial bei großen Verdichtungsverhältnissen und großen Umfangsmachzahlen.

Angelehnt an Abbildung 7.17 und Abbildung 7.18 zeigt **Abbildung 7.19** den zugehörigen Zuwachs des inneren Volumenverhältnisses und das Verhältnis der Massenströme der beiden optimierten Maschinengeometrien. Da sowohl die Optima des inneren Volumenverhältnisses als auch des Umschlingungswinkels teilweise sehr flach verlaufen, ergeben sich bei den genutzten Konvergenzkriterien keine einheitlichen Verläufe. Dennoch sind eindeutige Tendenzen zu erkennen. Insbesondere für große Umfangsmachzahlen und große Verdichtungsverhältnisse ist das optimale innere Volumenverhältnis vergrößert. Dies spricht dafür, dass das innere Volumenverhältnis bei der optimalen Maschine konstanter Steigung zu einer Unterkompression führt. Eine Vergrößerung des v_i würde jedoch während des Ausschlebens zu einer vergrößerten Auslassdrosselung führen. Die beschriebene Reduzierung des Umschlingungswinkels für Dual-Lead hat ebenfalls Auswirkungen auf den Fördermassenstrom des Kompressors. Die kleinere Gesamtumschlingung hat zur Folge, dass für eine Umfangsmachzahl von $Ma_u \geq 0,4$ und ein Verdichtungsverhältnis $1/\Pi_{Kompr} > 2$ mit Dual-Lead ein deutlich größerer Massenstrom gefördert wird als mit der Maschine konstanter Steigung bei denselben Randbedingungen. Für eine Umfangsmachzahl von eins ist für alle Verdichtungsverhältnisse ein Zuwachs von über 40 % möglich, was neben dem besseren Gütegrad eine deutlich bessere Bauraumausnutzung bedeutet.

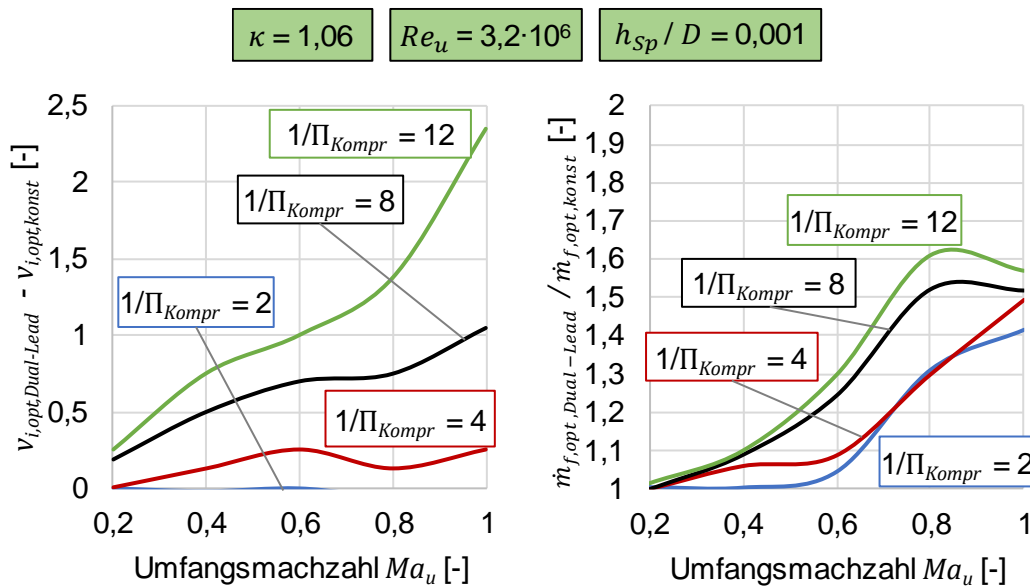


Abbildung 7.19: Absoluter Zuwachs des inneren Volumenverhältnisses und relativer Zuwachs des Massenstroms für verschiedene Verdichtungsverhältnisse bei Vergleich der optimierten Maschinen von Dual-Lead und konstanter Steigung Variation der Umfangsmachzahl.

Um zu erläutern, wie die optimale Geometrie der Dual-Lead mit den unterschiedlichen Randbedingungen variiert, zeigt **Abbildung 7.20** die Anteile des Umschlingungswinkels und der Länge des HD-Segments auf den Rotoren der optimalen Dual-Lead Maschinen. Nehmen beide Verläufe denselben Wert an, so sind Umschlingung und Länge gleich auf das HD-Segment verteilt und dementsprechend auch für das ND-Segment identisch. Dies entspricht konstanter Steigung, was näherungsweise für $Ma_u = 0,2$ bei allen untersuchten Verdichtungsverhältnissen der Fall ist. Wie bereits beschrieben, ist für $1/\Pi_{Kompr} = 2$ ebenfalls kaum Optimierungspotenzial vorhanden, weswegen die zugehörigen Verläufe ähnliche Werte annehmen und damit konstanter Steigung stark ähneln. Für die restlichen Umfangsmachzahlen und Verdichtungsverhältnisse sind Umschlingungs- und Längenverhältnisse hingegen verschieden, sodass sich die optimierte Dual-Lead-Geometrie deutlich von der konstanten Steigung unterscheidet. Grundsätzlich sind folgende Tendenzen zu erkennen: Mit steigender Umfangsmachzahl sinkt die Länge des HD-Segments moderat, während die absolute Umschlingung des Segmentes dem Verlauf der Gesamtumschlingung (vgl. **Abbildung 7.17**) entsprechend ansteigt. Mit Ausnahme von $1/\Pi_{Kompr} = 2$, bei dem das Potenzial nicht-konstanter Steigung gering ist, sinken die anteilige Länge und Umschlingung des HD-Segments mit Vergrößerung des Verdichtungsverhältnisses. Jedoch sollte beachtet werden, dass die Gesamtumschlingung für große Verdichtungsverhältnisse ebenfalls reduziert ist. Da mit größerem Verdichtungsverhältnis in der Regel auch eine Vergrößerung des inneren Volumenverhältnisses verbunden ist, muss die Volumenkurve zur Vermeidung der Auslassdrosselung entsprechend früher abflachen. Zur Veranschaulichung sind in **Abbildung 7.21** die optimierten Geometrien für $Ma_u = 0,6$ dargestellt. Für $1/\Pi_{Kompr} = 12$ zeigt sich, dass trotz des größten energetischen Potenzials der nicht-konstanten Steigung als HD-Segment nur eine kleine Rotorscheibe (17 % der Gesamtlänge) zur Geometrieoptimierung nötig ist. Die Verbesserung des Gütegrades beträgt bei dieser Maschine 4,4 Prozentpunkte.

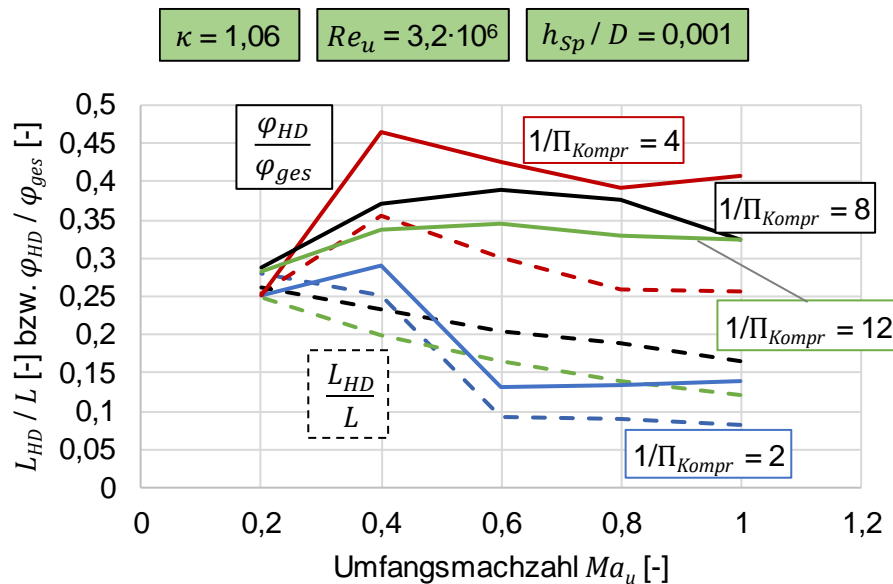


Abbildung 7.20: Anteil von Länge und Umschlingungswinkel des HD-Segmentes an den Gesamtwerten für verschiedene Verdichtungsverhältnisse für die optimierten Dual-Lead-Maschinen bei Variation der Umfangsmachzahl.

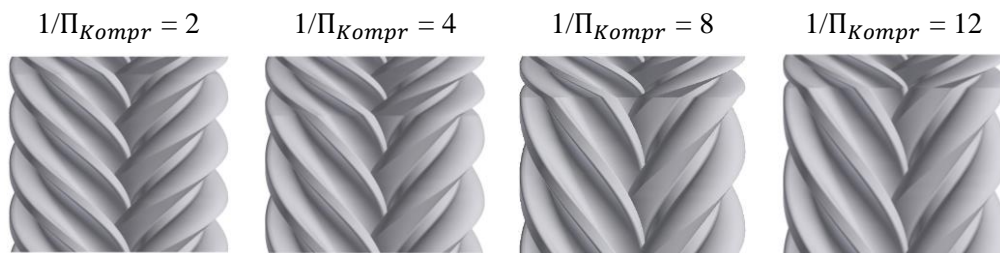


Abbildung 7.21: Optimierte Dual-Lead-Geometrien zu $Ma_u = 0,6$ (oben HD-, unten ND-Seite).

7.4.2 Variation von Spalthöhe-Durchmesser-Verhältnis und Umfangsreynoldszahl

Im Folgenden werden die Auswirkungen einer Variation des h_{sp}/D -Verhältnisses untersucht. Dazu zeigt **Abbildung 7.22** die Verläufe von Güte- und Liefergrad bei beispielhaft gewählten Randbedingungen. Die Verläufe für $h_{sp}/D = 1 \text{ ‰}$ sind bereits aus dem letzten Abschnitt bekannt. Eine Halbierung des h_{sp}/D -Verhältnisses, was einer Halbierung der Spalthöhen bei sonst identischen Randbedingungen entspricht, hat einen deutlichen Einfluss auf die bewertenden Kennzahlen und die optimalen Umschlingungswinkel. Der maximal erreichbare Gütegrad ist sowohl für konstante Steigung als auch für Dual-Lead um etwa fünf Prozentpunkte erhöht, was auf die bessere Abdichtung der Maschine zurückzuführen ist und vom Verlauf des Liefergrades belegt wird. Gleichzeitig werden die optimalen Gütegrade bei etwas größeren Umschlingungswinkeln erreicht. Da der Spaltdurchfluss geringer ist, kann der Umschlingungswinkel zur Verminderung der Auslassdrosselung weiter erhöht werden, ohne dass die Spaltverluste den Gütegrad relevant beeinträchtigen. Die mit Dual-Lead mögliche Verbesserung des Gütegrades ist auf einem ähnlichen Niveau, jedoch wird die optimale Gesamtumschlingung für $h_{sp}/D = 0,5 \text{ ‰}$ deutlich stärker reduziert, wodurch sich auch eine größere Erhöhung des Fördermassenstroms ergibt. Im Gegensatz dazu ergibt sich bei Vergrößerung des h_{sp}/D -Verhältnisses auf $2,8 \text{ ‰}$ entsprechend eine Reduzierung von Güte- und Liefergrad aufgrund des größeren Leckagepotenzials. Die

optimale Gesamtumschlingung der Dual-Lead unterscheidet sich lediglich um 100° von der konstanten Steigung, wodurch die durch Dual-Lead erreichbare Vergrößerung des Fördermassenstroms gering ausfällt. Das Verbesserungspotenzial für den Gütegrad ist für Dual-Lead bei großen h_{Sp}/D -Verhältnissen vergleichsweise gering.

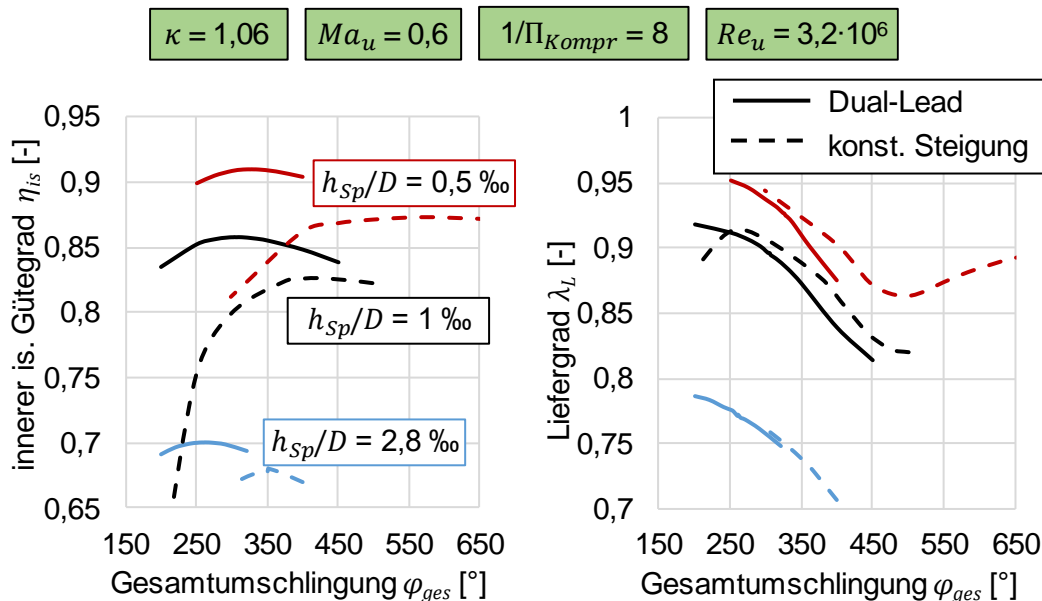


Abbildung 7.22: Verlauf des inneren isentropen Gütegrades und des Liefergrades als Funktion der Gesamtumschlingung für die v_i - und gütegradoptimierten Maschinen konstanter Steigung und Dual-Lead bei Variation des h_{Sp}/D -Verhältnisses.

Die optimierten Werte des Gütegrades, der Gütegradzuwachs, die zugehörige Gesamtumschlingung und das Fördermassenstromverhältnis der Optima von Dual-Lead und konstanter Steigung bei Variation der Umfangsmachzahl sind für $1/\Pi_{Kompr} = 8$ in **Abbildung 7.23** dargestellt. Dabei zeigt sich, dass der mit Dual-Lead mögliche Zuwachs des Gütegrades für größere h_{Sp}/D -Verhältnisse insbesondere im Bereich kleiner Umfangsmachzahlen reduziert ist. Die Energiewandlungsgüte hängt hier im besonderen Maße von den Spaltmassenströmen ab, was sich auch in den vergleichsweise geringen Werten der Gesamtumschlingung widerspiegelt. Bei großen Umfangsmachzahlen, für die bei allen untersuchten h_{Sp}/D -Verhältnissen die Auslassdrosselung als dissipativer Effekt dominiert, ist das Potenzial hinsichtlich des Gütegrades nahezu identisch und beträgt für die untersuchten h_{Sp}/D -Verhältnisse rund vier Prozentpunkte. Wie oben beschrieben, verringert sich die Differenz zwischen optimaler Gesamtumschlingung der Dual-Lead und dem Umschlingungswinkel konstanter Steigung mit steigendem h_{Sp}/D -Verhältnis, was für alle untersuchten Umfangsmachzahlen zu erkennen ist. Wie aus dem letzten Abschnitt hervorgeht, vergrößert sich diese Differenz mit steigender Umfangsmachzahl. Während die Verläufe der unterschiedlichen h_{Sp}/D -Verhältnisse für Dual-Lead mit einem nahezu konstanten Versatz versehen sind, steigt der optimale Umschlingungswinkel für konstante Steigung aufgrund der Auslassdrosselung mit steigender Umfangsmachzahl und sinkendem h_{Sp}/D -Verhältnis stark an. Dies hat ebenfalls Auswirkungen auf das Verhältnis des Fördermassenstroms der optimierten Dual-Lead und der optimierten Maschine konstanter Steigung. Aufgrund der breiten Optimalbereiche ergeben sich auch hier unterschiedliche Gradienten der dargestellten Verläufe. Der prozentuale Zuwachs des Fördermassenstroms ist für kleine h_{Sp}/D -Verhältnisse deutlich größer. Das Potenzial nicht-konstanter Steigung ist umso höher, je kleiner das

h_{sp}/D -Verhältnis ist und ist daher insbesondere sinnvoll, wenn kleine Spalthöhen realisiert werden können.

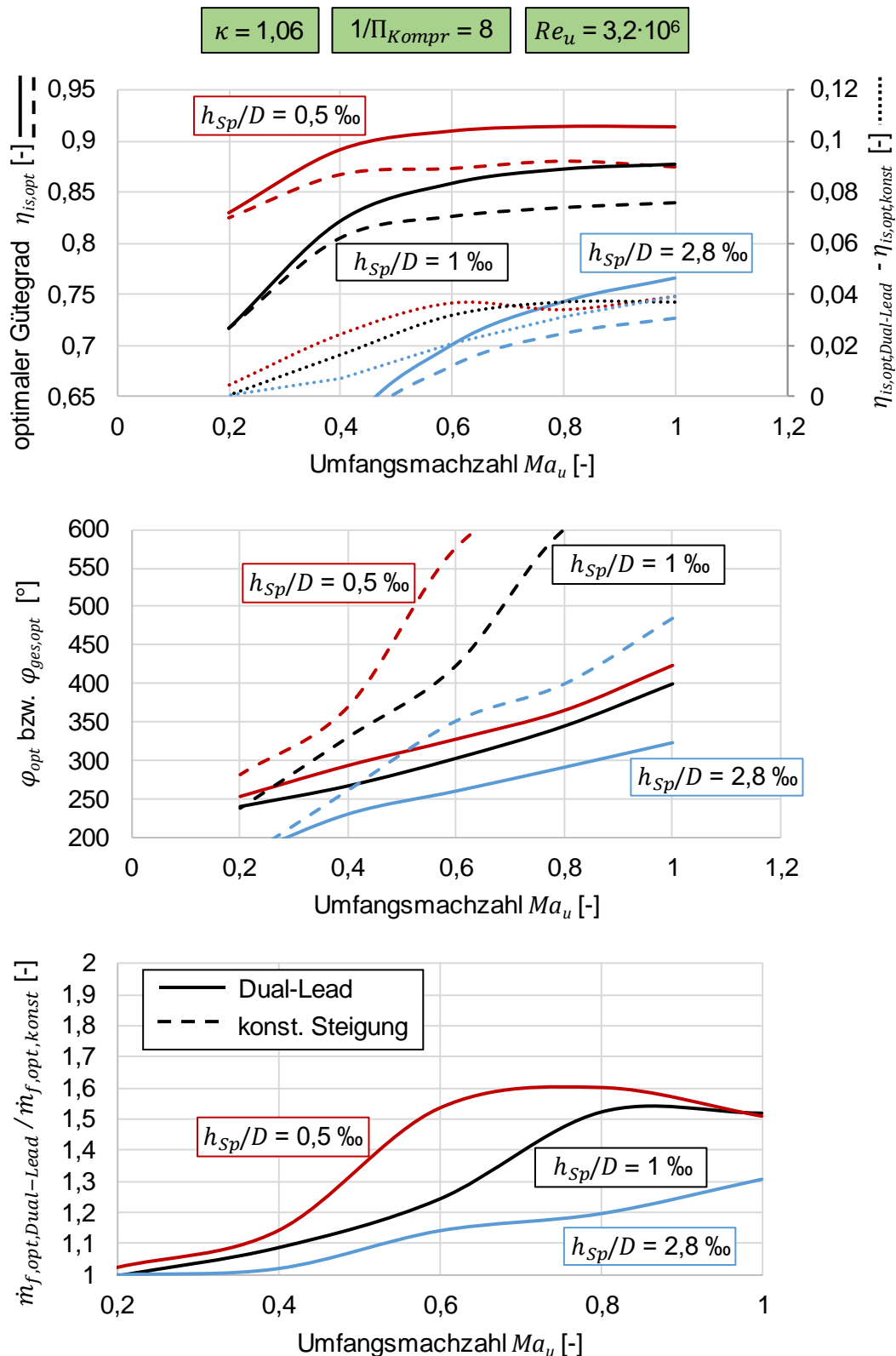


Abbildung 7.23: Optimaler innerer isentroper Gütegrad und Gütegradzuwachs, zugehörige Gesamtschlingung und Verhältnis der Fördermassenströme für verschiedene h_{sp}/D -Verhältnisse als Funktion der Umfangsmachzahl für die optimierten Maschinen konstanter Steigung und Dual-Lead.

Im Folgenden wird die Auswirkung einer Variation der Umfangsreynoldszahl untersucht. **Abbildung 7.24** zeigt für die aus **Abbildung 7.22** bekannten Verläufe zu $h_{Sp}/D = 1\%$ Ergebnisse bei einer kleineren Umfangsreynoldszahl. Da die Umfangsmachzahl unverändert bleibt, entspricht die Reduzierung der Umfangsreynoldszahl hier einer Vergrößerung der dynamischen Viskosität um eine Dekade. Als Resultat der vergrößerten Reibung reduzieren sich die Strömungsbeiwerte und damit die Durchflüsse durch die Stirn- und Gehäusespalte, während bei den hier durchgeführten Simulationen die Strömungsbeiwerte der Ladungswechselflächen, des PE-Spaltes und des Blasloches konstant bleiben. Die Änderung des Spaltdurchflussverhaltens lässt sich anhand des Liefergrades belegen. Insbesondere bei Maschinen mit größerer Gesamtumschlingung, die mehr Spaltflächen aufweisen, ergibt sich für die kleinere Umfangsreynoldszahl eine Vergrößerung des Liefergrades, was ebenfalls zur Verbesserung des Gütegrades führt. Obwohl sich die Viskosität der beiden Simulationsreihen deutlich unterscheidet, ist der Einfluss auf den Gütegrad begrenzt und deutlich geringer als die zuvor diskutierte Variation des h_{Sp}/D -Verhältnisses. Insbesondere bei konstanter Steigung mit geringen Umschlingungswinkeln, bei denen die Spaltflächen klein sind und Auslassdrosselung als dissipativer Mechanismus dominiert, sind kaum Unterschiede zwischen den beiden Umfangsreynoldszahlen auszumachen. Die optimalen Umschlingungswinkel sind ebenfalls nahezu gleichwertig. Die optimalen Maschinen der Dual-Lead weisen im Vergleich zur größeren Umfangsreynoldszahl eine um wenige Grad veränderte optimale Gesamtumschlingung aus, die Geometrien der HD- und ND-Segmente sind nahezu identisch (nicht dargestellt).

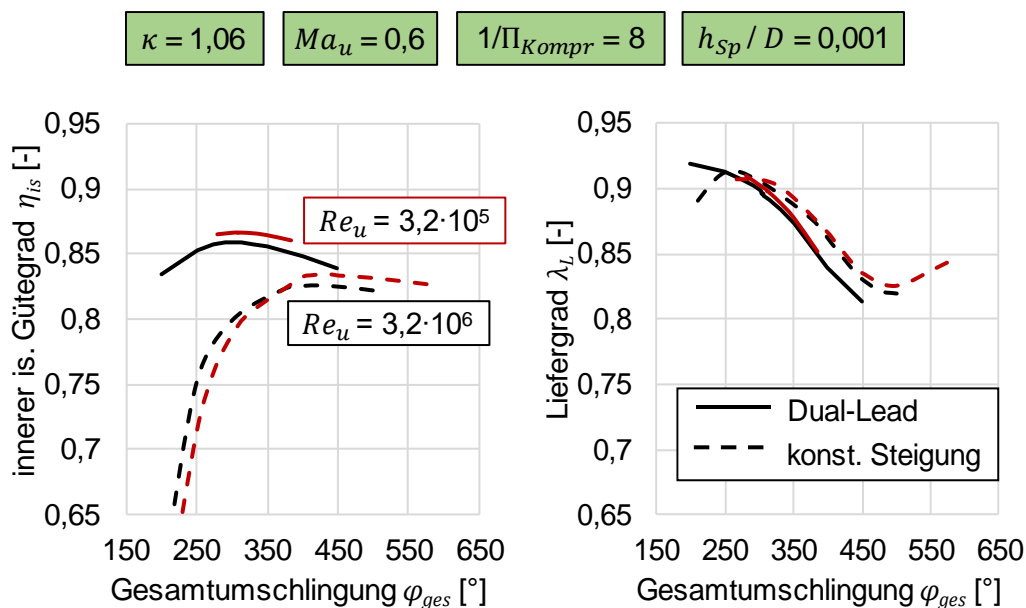


Abbildung 7.24: Innerer isentroper Gütegrad und Liefergrad als Funktion der Gesamtumschlingung für die v_i - und gütegradoptimierten Maschinen konstanter Steigung und Dual-Lead für verschiedene Umfangsreynoldszahlen.

Der Einfluss der Umfangsreynoldszahl auf den maximalen Gütegrad ist für zwei beispielhafte Variationsreihen von Umfangsmachzahl und Verdichtungsverhältnis in **Abbildung 7.25** dargestellt. Für beide Variationsreihen bedingt die Änderung der Umfangsreynoldszahl eine nahezu konstante Verschiebung der Verläufe konstanter und nicht-konstanter Steigung. Die Änderung der Spaltmassenströme betrifft die Optima konstanter Steigung und Dual-Lead in ähnlichem Maße, weshalb auf weitere Variationen verzichtet wird. Die Umfangsreynoldszahl ist bei den hier durchgeführten Untersuchungen für das Po-

tenzial nicht-konstanter Steigung kein relevanter Parameter. Bei einer Erweiterung der kennzahlabhängigen Bestimmung der Strömungsbeiwerte können sich jedoch, insbesondere durch Änderung der Ausprägung der Auslassdrosselung, weitere Unterschiede für verschiedene Umfangsreynoldszahlen ergeben, wodurch Potenzial für weitere Untersuchungen besteht.

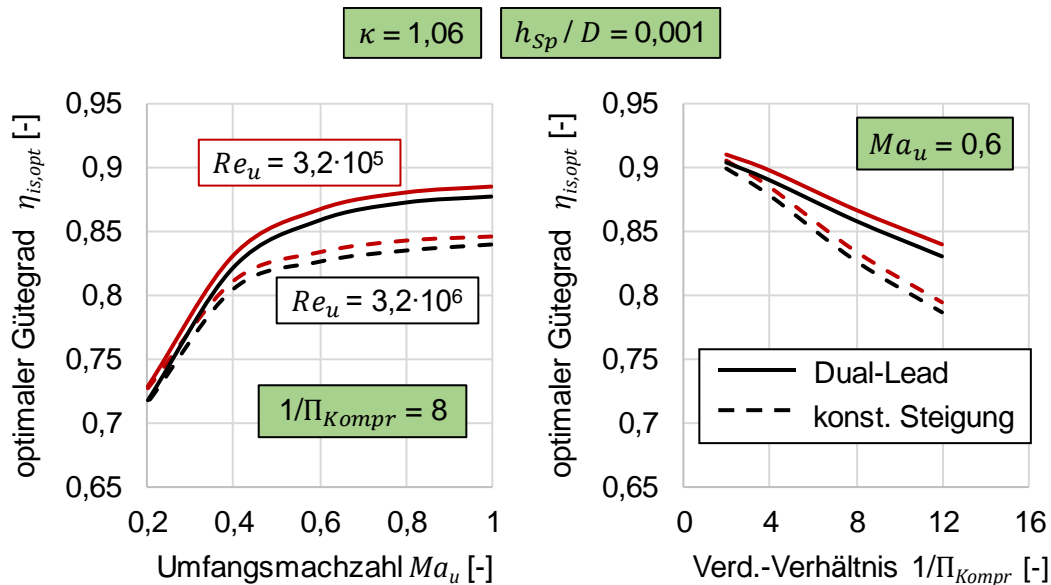


Abbildung 7.25: Verlauf der optimierten inneren isentropen Gütegrade für verschiedene Umfangsreynoldszahlen für die optimierten Maschinen konstanter Steigung und Dual-Lead bei Variation der Umfangsmachzahl (links) und des Verdichtungsverhältnisses (rechts).

7.4.3 Variation des Isentropenexponenten

Die bisherigen Ergebnisse beschränken sich auf einen Isentropenexponenten von $\kappa = 1,06$. Im Folgenden wird das Potenzial nicht-konstanter Steigung für einen Isentropenexponenten von $\kappa = 1,4$ untersucht und mit den bisherigen Ergebnissen verglichen. Da die Kompression isentrop simuliert und Wärmeübertragung vernachlässigt werden, hat der Isentropenexponent starke Auswirkungen auf den Druck- und Temperaturverlauf innerhalb der Maschine. In erster Näherung kann das bei einem gegebenen v_i in der Kammer realisierte Verdichtungsverhältnis über $\Pi_i = v_i^\kappa$ abgeschätzt werden. Für dieselbe Druckerhöhung in der Kammer ist daher für Fluide mit größeren Isentropenexponenten eine deutlich geringere Volumenänderung nötig. Die Auswirkungen auf die optimale Gesamtumschlingung konstanter und nicht-konstanter Steigung zeigt **Abbildung 7.26** für $1/\Pi_{Kompr} = 8$ und vergleicht den Gütegrad beider Isentropenexponenten für zwei Umfangsmachzahlen. Für $Ma_u = 0,2$ zeigen sich deutliche Unterschiede im Gütegrad, der für $\kappa = 1,4$ rund zehn Prozentpunkte niedriger ist und wie für $\kappa = 1,06$ kein Potenzial für nicht-konstante Steigung zeigt. Ein Grund dafür ist der ebenfalls in **Abbildung 7.26** dargestellte Liefergrad, der für den größeren Isentropenexponenten deutlich geringer ausfällt. Dies ist unter anderem auf die schnellere Druckerhöhung in der Kammer zurückzuführen, die dazu führt, dass bereits früh im Arbeitsspiel geringe Druckverhältnisse an den Spalten anliegen und dadurch Spaltmassenströme zunehmen. Mit der Druckerhöhung geht außerdem eine im Vergleich zu $\kappa = 1,06$ deutlich stärkere Temperaturerhöhung einher, die entsprechend die isentrope Schallgeschwindigkeit des Fluids erhöht. Unter der

Annahme einer isentropen Verdichtung auf die HD-Bedingungen und bei Vernachlässigung der Spaltmassenströme ergibt sich für $\kappa = 1,06$ eine Änderung der Umfangsmachzahl von den Nieder- zu den Hochdruckbedingungen von $Ma_u = 0,2$ auf $Ma_{u,HD,s} = \frac{u}{a_{HD,s}} = 0,188$, während die Umfangsmachzahl für $\kappa = 1,4$ deutlich stärker auf $0,149$ reduziert wird. Folglich begünstigen große Isentropenexponenten Spaltmassenströme auf der HD-Seite der Maschine, was im Endeffekt zu reduzierten Liefer- und Gütegraden und kleinen optimalen Gesamtumschlingungen bei kleinen Umfangsmachzahlen führt, bei denen nicht-konstante Steigung weniger Potenzial besitzt.

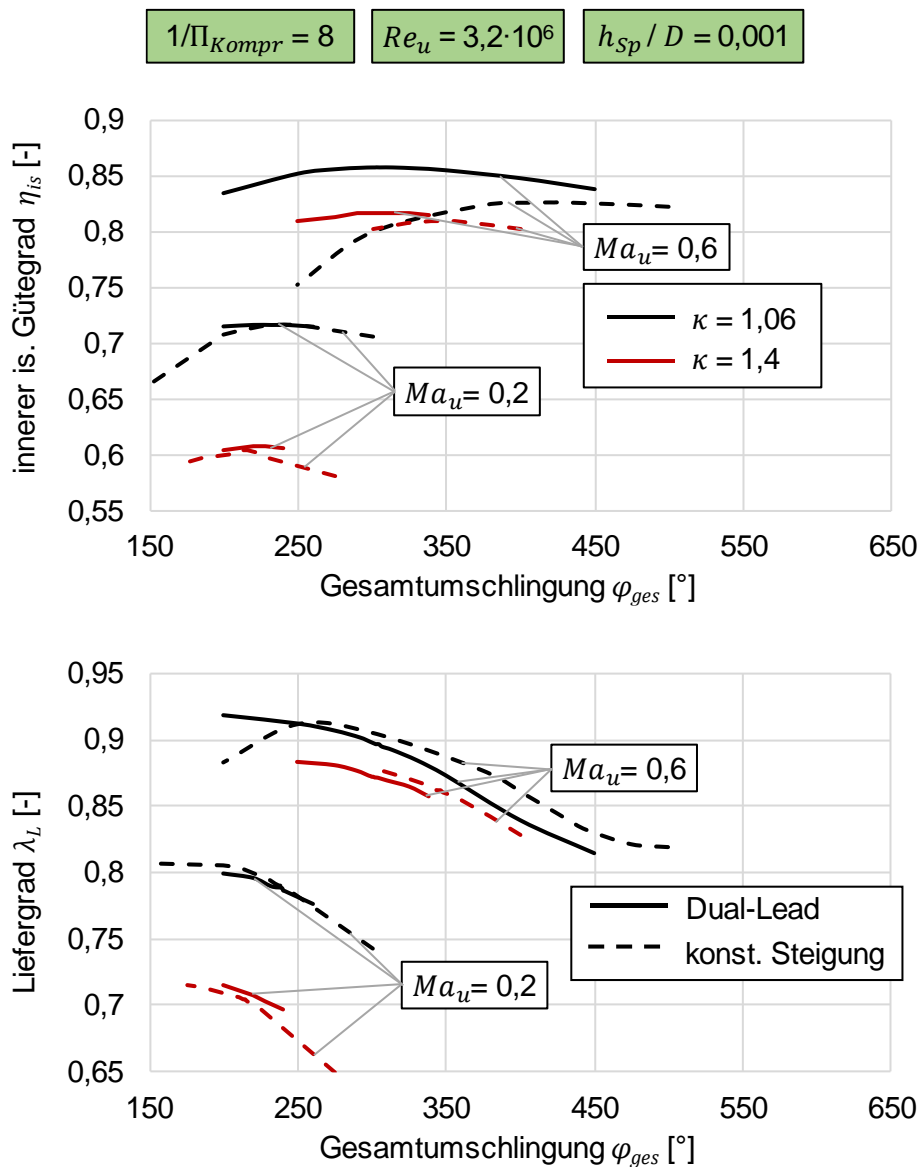


Abbildung 7.26: Verlauf des inneren isentropen Gütegrades und des Liefergrades als Funktion der Gesamtumschlingung für die v_i - und gütegradoptimierten Maschinen konstanter Steigung und Dual-Lead bei Variation von Umfangsmachzahl und Isentropenexponent.

Für $Ma_u = 0,6$ sind die Spaltmassenströme weniger relevant, sodass sich für beide Isentropenexponenten ähnliche Liefergrade ergeben. Der Gütegrad ist dadurch deutlich gesteigert, liegt für $\kappa = 1,4$ jedoch weiter unter dem für $\kappa = 1,06$. Während sich für $\kappa = 1,06$ die bekannte Verbesserung des Gütegrades

sowie eine Reduzierung der Gesamtumschlingung ergeben, ist das Potenzial der nicht-konstanten Steigung für $\kappa = 1,4$ deutlich geringer. Hier reicht weiterhin eine kleinere Volumenänderung zum Erreichen der HD-Bedingungen aus, sodass bereits für konstante Steigung bei geringer Auslassdrosselung ausreichend große innere Volumenverhältnisse mit kleinen Umschlingungswinkeln kombiniert werden können. Die mit nicht-konstanter Steigung erzielbare Verbesserung des Gütegrades ist im Vergleich zu $\kappa = 1,06$ deutlich reduziert.

Eine Erklärung, wieso das Potenzial nicht-konstanter Steigung bei dem größeren Isentropenexponenten geringer ist, liefert die Variation des Verdichtungsverhältnisses für $Ma_u = 0,6$ in **Abbildung 7.27**. Für das kleinere Verdichtungsverhältnis von $1/\Pi_{Kompr} = 4$ ergeben sich für beide Isentropenexponenten für die konstante Steigung ähnliche Gütegrade und optimale Umschlingungswinkel. Für $\kappa = 1,06$ ergibt sich mit nicht-konstanter Steigung eine Verbesserung des Gütegrades von 1,2 Prozentpunkten, während der Gütegrad für $\kappa = 1,4$ nicht relevant verbessert werden kann. Für $1/\Pi_{Kompr} = 12$ ist die Gütegradverbesserung für den größeren Isentropenexponenten ebenfalls deutlich geringer, eine Optimierung aber dennoch sinnvoll. Der ebenfalls dargestellte Liefergrad ist insbesondere für das größere Verdichtungsverhältnis gegenüber $\kappa = 1,06$ deutlich reduziert, was auf die beschriebene gesteigerte Relevanz der Spaltmassenströme auf der HD-Seite zurückzuführen ist. Die durch die Verdichtung hervorgerufene Temperaturänderung fällt bei großen Verdichtungsverhältnissen besonders groß aus. Dadurch, dass der optimale Umschlingungswinkel konstanter Steigung für $\kappa = 1,4$ bereits bei 350° liegt, ist auch die mit nicht-konstanter Steigung realisierte Reduktion des Umschlingungswinkels, die zu einer Vergrößerung des Fördermassenstroms führt, weniger ausgeprägt. Der ebenfalls in **Abbildung 7.27** dargestellte Verlauf des inneren Volumenverhältnisses verdeutlicht, wieso das Potenzial nicht-konstanter Steigung für größere Isentropenexponenten geringer ist. Während für $\kappa = 1,06$ das v_i mit nicht-konstanter Steigung deutlich erhöht werden kann, sind die inneren Volumenverhältnisse von konstanter und nicht-konstanter Steigung bei $\kappa = 1,4$ lediglich bei $1/\Pi_{Kompr} = 12$ geringfügig gesteigert. Die mit Dual-Lead mögliche Vergrößerung des inneren Volumenverhältnisses bei geringen Umschlingungswinkeln ergibt sich für das hier untersuchte Fluid mit $\kappa = 1,4$ nicht. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Hochdruck in der Kammer deutlich schneller erreicht wird und dementsprechend bereits mit konstanter Steigung eine große Auslassfläche möglich ist. Das bereits detailliert beschriebene Prinzip nicht-konstanter Steigung verbessert den Ausschiebevorgang zu Lasten der Spaltsituation auf der HD-Seite des Kompressors. Da die Ausschiebephase für $\kappa = 1,4$ aufgrund der geänderten Fluideigenschaften ein deutlich größeres Potenzial für Spaltmassenströme aufweist, ergibt sich insgesamt ein geringeres Potenzial für größere Isentropenexponenten.

Der gesamte behandelte Bereich von Verdichtungsverhältnis und Umfangsmachzahl wird für $\kappa = 1,4$ in **Abbildung 7.28** untersucht. Analog zu **Abbildung 7.17** und **Abbildung 7.18** sind nur die bei den jeweiligen Randbedingungen erreichten Optima hinsichtlich Gütegrad, Umschlingung und innerem Volumenverhältnis dargestellt. Die Verläufe des Gütegrades beider Isentropenexponenten (vgl. **Abbildung 7.18** und **Abbildung 7.28**) verlaufen grundsätzlich ähnlich, jedoch ist das Optimierungspotenzial für $\kappa = 1,4$ aufgrund der beschriebenen Zusammenhänge deutlich kleiner und beträgt maximal drei Prozentpunkte und ist damit gegenüber $\kappa = 1,06$ halbiert.

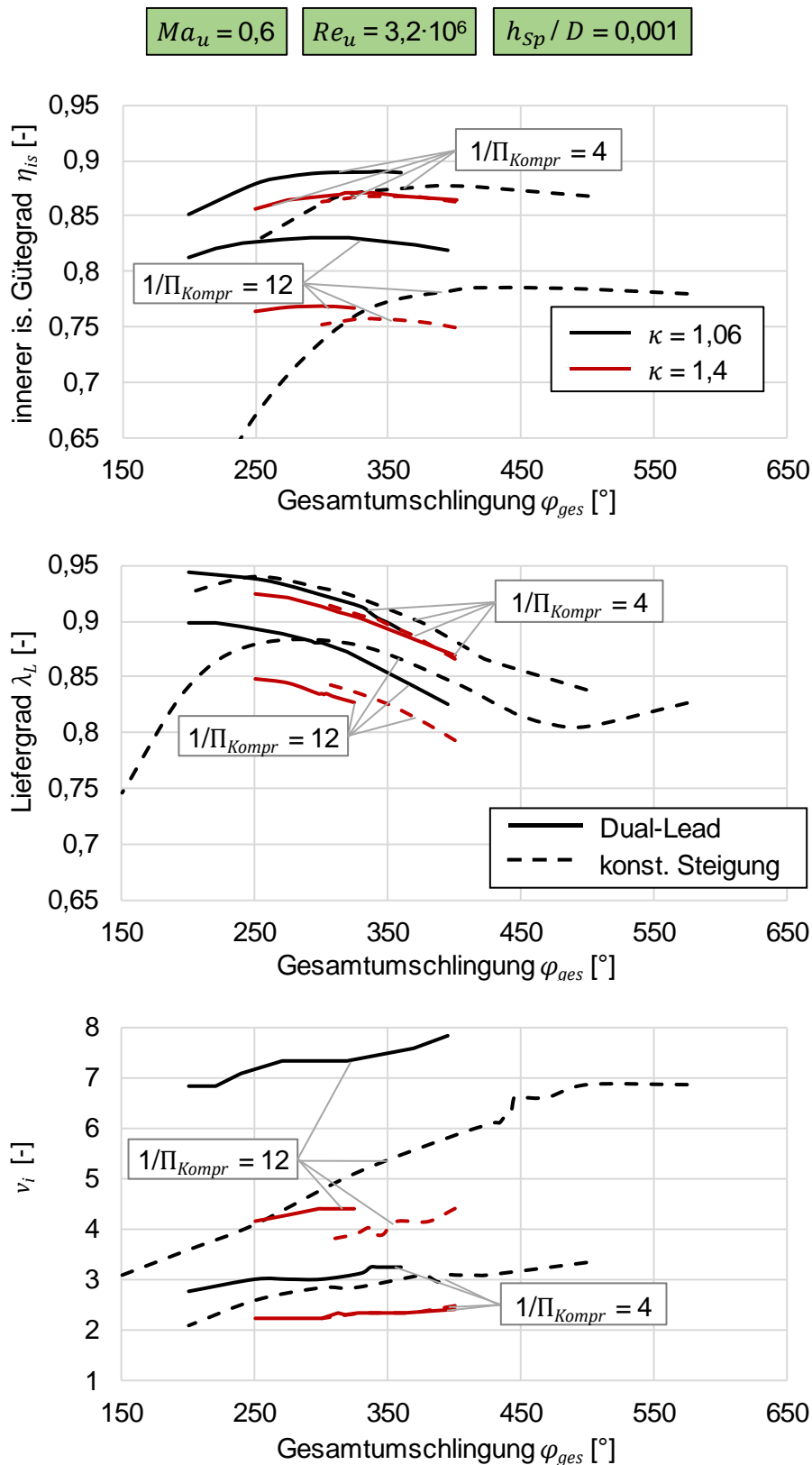


Abbildung 7.27: Verlauf des inneren isentropen Gütegrades, des Liefergrades und des inneren Volumenverhältnisses als Funktion des Umschlingungswinkels für die v_i - und gütegrad-optimierten Maschinen konstanter Steigung und Dual-Lead bei Variation von Verdichtungsverhältnis und Isentropenexponent.

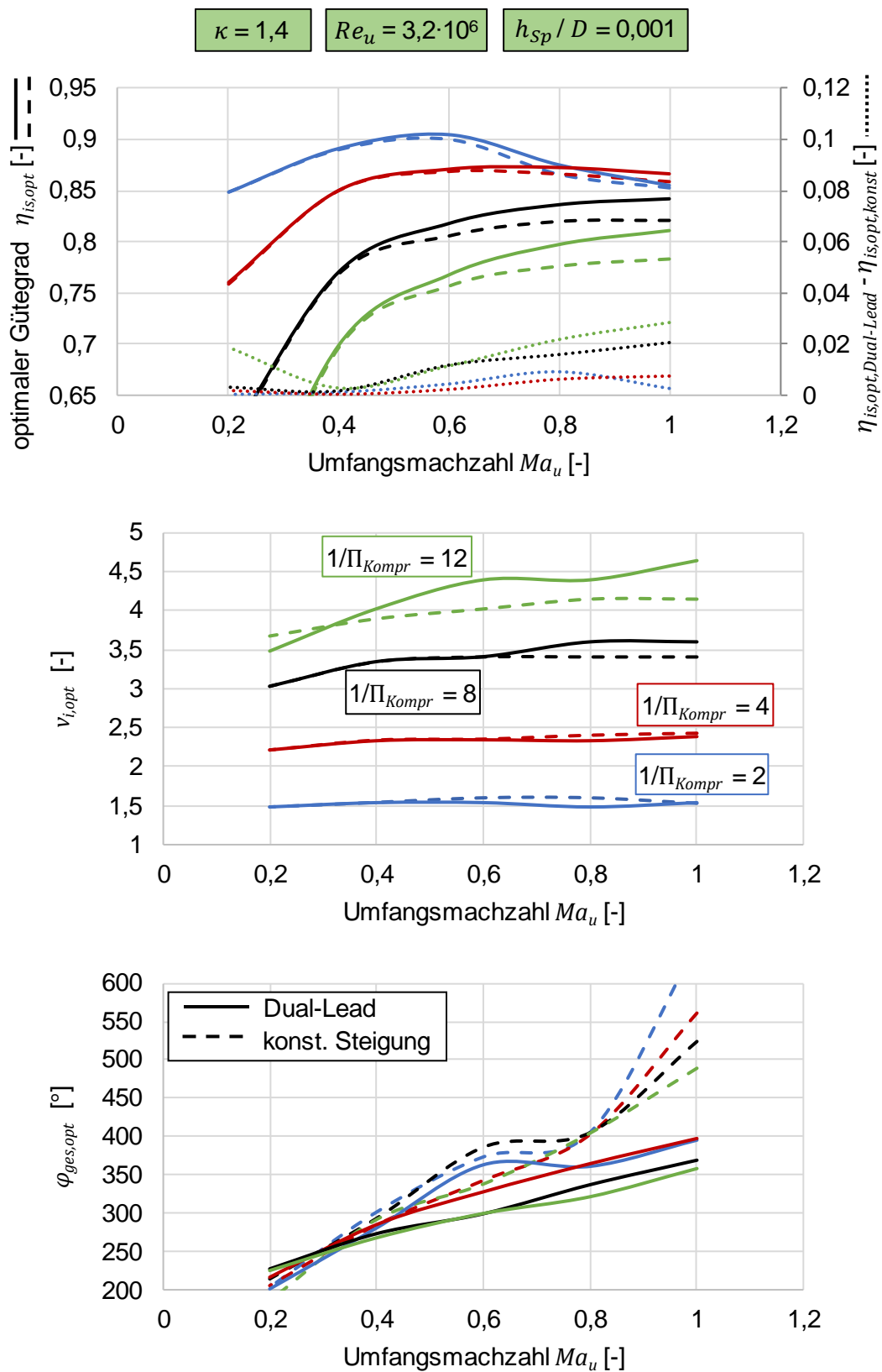


Abbildung 7.28: Optimaler innerer isentroper Gütegrad und Gütegradzuwachs, optimales inneres Volumenverhältnis sowie optimale Gesamtumschlingung für konstante Steigung und Dual-Lead bei Variation von Umfangsmachzahl und Verdichtungsverhältnis.

Darüber hinaus ergibt sich insbesondere für die geringen Umfangsmachzahlen ($Ma_u < 0,6$), bei denen Spaltmassenströme relevanter sind, kein Potenzial. Eine Ausnahme bildet hier $Ma_u = 0,2$ in Kombination mit $1/\Pi_{Kompr} = 12$, für die eine Verbesserung des Gütegrades erreicht werden kann, indem eine kleinere Umschlingung des HD-Segmentes die Spaltmassenströme während des Ausschlebens reduziert. Im Gegensatz zu den anderen optimierten Maschinengeometrien weist das HD-Segment hier eine größere Steigung auf als das ND-Segment. Da Drosselverluste bei der geringen Umfangsmachzahl von geringerer Bedeutung sind, können so die Spaltmassenströme reduziert werden, die bei dem großen Verdichtungsverhältnis besonders relevant sind. Das ebenfalls dargestellte innere Volumenverhältnis zeigt, dass lediglich für die größten untersuchten Verdichtungsverhältnisse das v_i gesteigert wird. Für die meisten Verdichtungsverhältnisse kann damit ein möglicher Vorteil nicht-konstanter Steigung für Fluide mit großem Isentropenexponenten nicht umgesetzt werden. Im Vergleich zu Abbildung 7.17 ist der optimale Umschlingungswinkel konstanter Steigung gering, sodass die Gesamtumschlingung mit Dual-Lead lediglich für Umfangsmachzahlen $Ma_u > 0,6$ nennenswert reduziert wird. Eine Steigerung des Fördermassenstroms (nicht dargestellt) ergibt sich daher nur für hohe Umfangsmachzahlen. **Abbildung 7.29** zeigt die optimalen Geometrieverhältnisse der Dual-Lead. Im Vergleich zu $\kappa = 1,06$ (vgl. Abbildung 7.20) nehmen die HD-Segmente meist einen größeren Teil der Gesamtlänge ein. In Kombination mit der Umschlingung des HD-Segmentes ergibt sich jedoch eine im Vergleich zu $\kappa = 1,06$ größere Steigung des Segmentes. Diese optimierte Rotorgeometrie ist ein Resultat des deutlich größeren Potenzials für Spaltmassenströme für den größeren Isentropenexponenten.

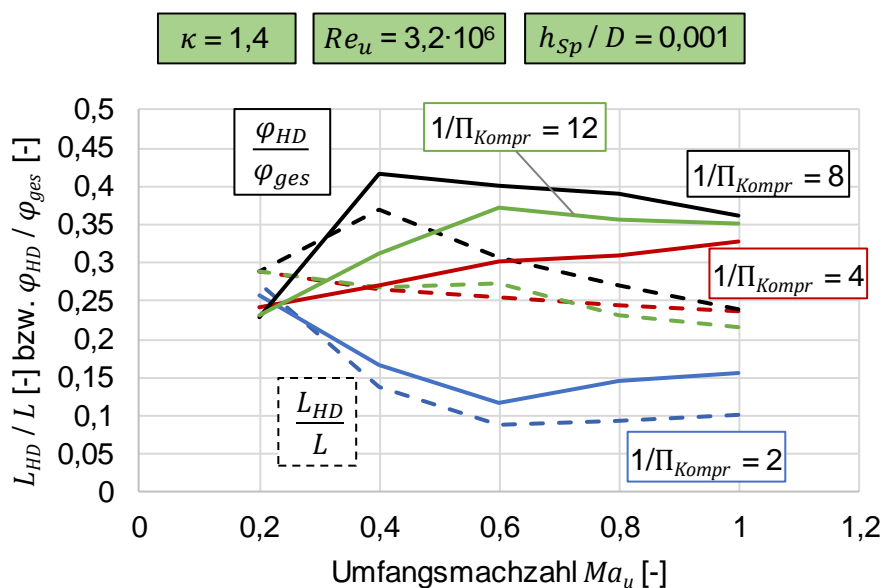


Abbildung 7.29: Anteil von Länge und Umschlingungswinkel des HD-Segmentes an den Gesamtwerten für verschiedene Verdichtungsverhältnisse für die v_i - und gütegradoptimierten Dual-Lead-Maschinen bei Variation der Umfangsmachzahl.

Abschließend zeigt **Abbildung 7.30** den erreichbaren Gütegrad bzw. den Gütegradzuwachs bei einem im Vergleich zu Abbildung 7.28 halbierten h_{sp}/D -Verhältnis. Durch die reduzierten Spaltverluste nimmt die Relevanz der Auslassdrosselung als dissipativer Mechanismus zu, sodass sich schon bei einer Umfangsmachzahl von 0,4 größere Verbesserungspotenziale mit nicht-konstanter Steigung ergeben.

Der maximale Gütegradzuwachs ist jedoch nahezu unverändert bei rund drei Prozentpunkten und für kleine Verdichtungsverhältnisse ist das Potenzial weiterhin gering.

Insgesamt ist damit das Potenzial nicht-konstanter Steigung für Fluide mit größerem Isentropenexponent gegenüber kleineren Isentropenexponenten für trockenlaufende Schraubenkompressoren reduziert. Dennoch können sich auch für Fluide mit größerem Isentropenexponenten Potenziale ergeben, worauf im folgenden Abschnitt näher eingegangen wird.

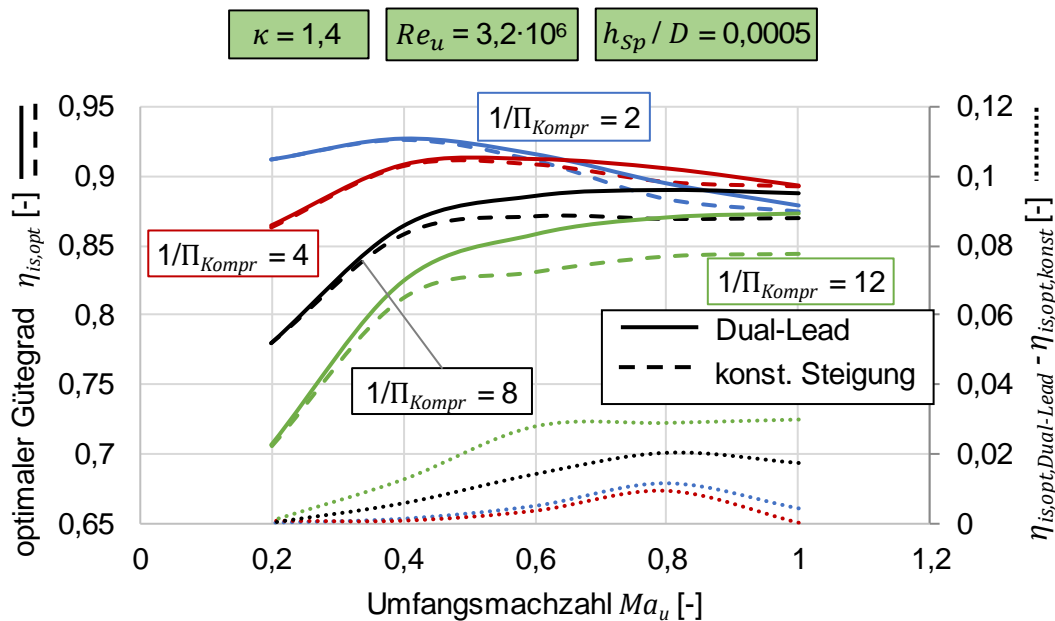


Abbildung 7.30: Optimaler innerer isentroper Gütegrad konstanter Steigung und Dual-Lead sowie Gütegradzuwachs bei Variation von Umfangsmachzahl und Verdichtungsverhältnis.

7.5 Fazit und Bewertung des Potenzials

Die letzten Abschnitte haben aufgezeigt, welche geometrischen und energetischen Änderungen mit der Nutzung nicht-konstanter Steigung einhergehen und für welche Kombination der dimensionslosen Kennzahlen Potenzial zur Verbesserung des inneren isentropen Gütegrades sowie einer Vergrößerung des Fördermassenstroms besteht. Diese Zusammenhänge werden im Folgenden zusammengefasst und aufgezeigt, in welchem Bereich der dimensionslosen Kennzahlen Schraubenkompressoren mit konstanter Steigung arbeiten, um das Potenzial realistisch einschätzen zu können.

Die ebenfalls optimierte Rotorumschlingung für konstante Steigung verdeutlicht die Einsatzbereiche großer und kleiner Umschlingungswinkel. Groß und klein sind dabei relativ für die jeweiligen Randbedingungen zu definieren. Zusammengefasst ergeben sich folgende Eigenschaften und sinnvolle Einsatzbereiche der Umschlingungswinkel:

Kleine Umschlingungswinkel:

- Kleine Spaltflächen (+), kurzes Arbeitsspiel (+), kleine Auslassflächen (-), großer betragsmäßiger Gradient der Volumenkurve, großes Maximalvolumen (+).
- Erhöhtes Potenzial für Auslassdrosselung (-).

- Einsatz bei kleinen Verdichtungsverhältnissen, die nur kleine innere Volumenverhältnisse erfordern.
- Einsatz bei kleinen Umfangsmachzahlen, bei denen Spaltverluste statt Auslassdrosselung dominieren.

Große Umschlingungswinkel:

- Große Spaltflächen (-), langes Arbeitsspiel (-), große Auslassflächen (+), kleiner betragsmäßiger Gradient der Volumenkurve, reduziertes Maximalvolumen (-).
- Geringeres Potenzial für Auslassdrosselung (+).
- Einsatz bei großen Verdichtungsverhältnissen, die größere innere Volumenverhältnisse erfordern.
- Einsatz bei großen Umfangsmachzahlen, bei denen Auslassdrosselung statt Spaltverluste dominieren.

Für konstante Steigung ergeben sich die optimale Rotorumschlingung und das optimale innere Volumenverhältnis als bester Kompromiss zwischen Auslassdrosselung und Spaltverlusten. Im Gegensatz zu konstanter Steigung ist bei nicht-konstanter Steigung die Größe der Auslassfläche weniger vom inneren Volumenverhältnis des Kompressors abhängig. Dadurch können die Größe der Auslassfläche, das vom Kompressor realisierte innere Verdichtungsverhältnis sowie die Volumenkurve und die Spaltflächen optimal aufeinander abgestimmt werden. Der dafür realisierte Optimierungsablauf ist anhand eines simulierten Kennfeldes verifiziert worden und ermittelt nach Simulation weniger Rotorgeometrien das Optimum. Die Untersuchung eines in viele gleichgroße Segmente unterteilten Rotors (Multiple-Lead) ergibt eine optimierte Rotorgeometrie, die nahezu nur aus zwei Rotorabschnitten unterschiedlicher Länge und Steigung besteht (Dual-Lead). Dieser zweigeteilte Rotor ist letztlich ausreichend zur Optimierung der Rotorgeometrie. Das hochdruckseitige Segment fällt dabei deutlich kürzer aus, wobei die Länge mit steigendem Verdichtungsverhältnis abnimmt. Ab einer Umfangsmachzahl von $Ma_u = 0,4$ beträgt die Länge beim größten untersuchten Verdichtungsverhältnis von $1/\Pi_{Kompr} = 12$ maximal 20 % der Gesamtlänge ($\kappa = 1,06$). Gleichzeitig entfallen über 30 % der Gesamtumschlingung der Rotoren auf dieses Segment. Auf diese Weise ergibt sich im Bereich des Ausschlebens eine flache Volumenkurve, die neben der Reduzierung des pro Rotordrehwinkel ausgeschobenen Volumens auch die Vergrößerung der Auslassfläche zur Folge hat, was die energetisch schädliche Auslassdrosselung reduziert. Auf diese Weise kann der innere isentrope Gütegrad im untersuchten Kennzahlbereich um bis zu sechs Prozentpunkte verbessert werden. Die verlängerte Ausschleibephase in Verbindung mit einer großen Umschlingung des HD-Segmentes bedeutet eine Verschlechterung der Spaltsituation, wodurch die nicht-konstante Steigung in der Regel einen schlechteren Liefergrad aufweist als konstante Steigung bei gleicher Gesamtumschlingung. Da jedoch mithilfe nicht-konstanter Steigung die Gesamtumschlingung der Rotoren reduziert werden kann, ergibt sich im Vergleich zur konstanten Steigung in der Regel eine Vergrößerung des maximalen Kammervolumens. Dies bedeutet – trotz des reduzierten Liefergrades – eine Vergrößerung des Fördermassenstroms und damit eine verbesserte Bauraumausnutzung.

Durch die Optimierung der Dual-Lead für verschiedene Kombinationen der dimensionslosen Kennzahlen kann der Bereich bestimmt werden, in dem die nicht-konstante Steigung energetisches Potenzial besitzt. Grundsätzlich steigt das Potenzial nicht-konstanter Steigung:

- Für große Verdichtungsverhältnisse $1/\Pi_{Kompr} = \frac{p_{HD}}{p_{ND}}$.
- Mit steigender Umfangsmachzahl Ma_u .
- Für Fluide mit kleinem Isentropenexponent κ .
- Für kleine Spalthöhe-Durchmesser-Verhältnisse h_{Sp}/D .

Während für große Verdichtungsverhältnisse bereits bei kleinen Umfangsmachzahlen Potenzial vorhanden ist, ergibt sich bei kleinen Verdichtungsverhältnissen erst mit deutlich höheren Umfangsmachzahlen ein Verbesserungspotenzial. Für geringe Umfangsmachzahlen von 0,2 ergibt sich für keines der untersuchten Verdichtungsverhältnisse eine relevante Verbesserung. Das Potenzial nicht-konstanter Steigung ist umso höher, je kleiner das h_{Sp}/D -Verhältnis ist und ist daher insbesondere sinnvoll, wenn kleine Spalthöhen realisiert oder die Spalte abgedichtet werden können. Da in der Praxis stetig an einer Verkleinerung der Spalthöhen zur Verbesserung der Effizienz der Maschine gearbeitet wird, ergibt sich für die Zukunft ein großes Potenzial für nicht-konstante Steigung. Für $\kappa = 1,4$ zeigt sich ein deutlich geringeres Potenzial als für $\kappa = 1,06$. Eine relevante Gütegradverbesserung kann erst für Umfangsmachzahlen $Ma_u \geq 0,6$ festgestellt werden, der maximale Zuwachs ist im untersuchten Kennzahlbereich mit drei Prozentpunkten jedoch deutlich geringer. Für größere Isentropenexponenten ergibt sich eine schnellere Kompression in der Kammer, wodurch der Hochdruck deutlich früher erreicht wird. Daher befinden sich die hochdruckseitigen Steuerkanten im Vergleich zu $\kappa = 1,06$ bei früheren Hauptrotordrehwinkeln, wodurch die Auslassfläche bereits bei konstanter Steigung groß ausfällt. Der Vorteil einer Vergrößerung des inneren Volumenverhältnisses wird lediglich für die größten untersuchten Verdichtungsverhältnisse umgesetzt. Darüber hinaus führt ein größerer Isentropenexponent zu einem größeren Temperaturanstieg des Fluids in der Kammer, wodurch das Verhältnis aus Umfangsgeschwindigkeit und Schallgeschwindigkeit des Fluids auf der HD-Seite zusätzlich reduziert wird. Folglich steigt insbesondere während des Ausschubens das Potenzial für Spaltmassenströme, was sich in einem geringeren Liefergrad niederschlägt und das Potenzial nicht-konstanter Steigung weiter verringert. Bei Variation der Umfangs Reynoldszahl Re_u ergibt sich aufgrund der hier berücksichtigten Änderung des Strömungsbeiwertes für die Gehäuse- und Stirnspalte eine Veränderung der maschineninternen Massenströme. Die Auswirkungen auf Liefer- und Gütegrad sind jedoch gering, was unter anderem mit den als konstant angenommenen Strömungsbeiwerten der restlichen Spalte und der Ein- und Auslassflächen begründet werden kann.

Um die in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnisse hinsichtlich des Potenzials einordnen zu können, werden die Kennzahlbereiche mit realistischen Einsatzbereichen abgeglichen, die sich auf konstante Steigung beziehen. Laut Rinder [Rin79] werden trockenlaufende Schraubenkompressoren bis zu einer Umfangsgeschwindigkeit von $u = 100$ m/s eingesetzt. Konka [Kon88] gibt für die Hauptrotorumfangsgeschwindigkeit aus mechanischen Gründen eine Obergrenze von 150 m/s an und stellt den optimalen Bereich der Umfangsgeschwindigkeit hinsichtlich des Wirkungsgrades für verschiedene Gase bei einer Verdichtung von ein auf drei bar vor, vgl. **Abbildung 7.31**. Bei Auswertung der Fluideigenschaften der verschiedenen Gase zeigt sich, dass der dargestellte optimale Umfangsgeschwindigkeitsbereich mit der isentropen Schallgeschwindigkeit des Fluids steigt und für die Fluide im Bereich einer Umfangsmachzahl von $Ma_u \approx 0,3$ liegt. Bei dieser Umfangsmachzahl ergeben sich lediglich Potenziale bei großen Verdichtungsverhältnissen und kleinen Spalthöhen. Durch die Nutzung nicht-konstanter Steigung kann

jedoch die Auslassdrosselung reduziert werden. Damit können Umfangsmachzahlen realisiert werden, die für konstante Steigung aufgrund der Auslassdrosselung nicht im Optimalbereich liegen.

Um die Umfangsmachzahl besser einordnen zu können, zeigt **Abbildung 7.32**, wie Isentropenexponent und molare Masse realer Fluide zusammenhängen. In das Diagramm sind die Fluide der Refprop-Datenbank [Lem13], die sich bei 298,15 K im gasförmigen Zustand befinden, eingetragen. Da sich die spezifische Gaskonstante aus universeller Gaskonstante und molarer Masse berechnet, kann die isentrope Schallgeschwindigkeit der Fluide bestimmt werden. Unter der Annahme einer Umfangsmachzahl des Kompressors von 0,3 können damit Linien konstanter Umfangsgeschwindigkeit bestimmt werden, die ebenfalls im Diagramm dargestellt sind. Für große Moleküle mit entsprechend großer molarer Masse ergeben sich viele Freiheitsgrade und damit ein geringer Isentropenexponent, für die grundsätzlich größeres Potenzial für nicht-konstante Steigung besteht. Gleichzeitig ergeben sich aufgrund der großen molaren Masse kleine Schallgeschwindigkeiten, sodass eine Umfangsmachzahl von 0,3 für viele Fluide bereits mit Umfangsgeschwindigkeiten unter 50 m/s erreicht werden kann. Bei Verdichtung dieser Fluide, zu denen diverse Kältemittel gehören, kann das Potenzial nicht-konstanter Steigung zur Verbesserung des Gütegrades voll ausgeschöpft werden. Für Gase mit geringerer molarer Masse steigt aufgrund der Reduzierung der Freiheitsgrade des Fluids der Isentropenexponent, sodass die isentrope Schallgeschwindigkeit deutlich ansteigt und größere Umfangsgeschwindigkeiten zum Erreichen von $Ma_u = 0,3$ nötig sind. Das Potenzial nicht-konstanter Steigung ist gegenüber Molekülen mit geringerer Schallgeschwindigkeit zwar kleiner, dennoch entspricht eine Umfangsgeschwindigkeit von etwa 100 m/s für Luft realistischen Bedingungen.

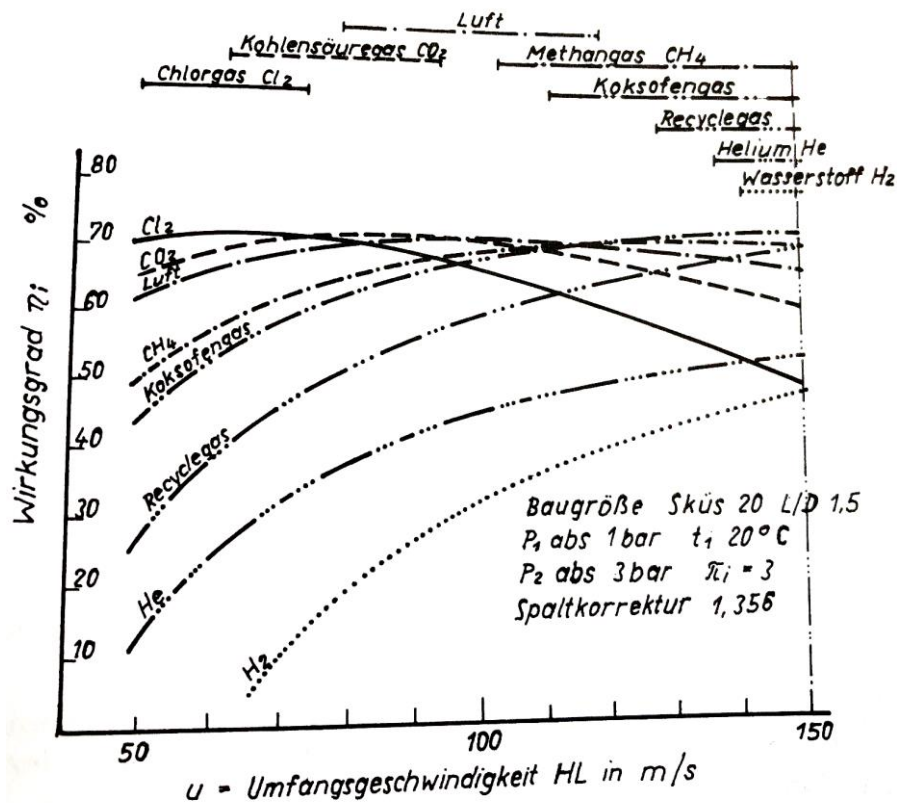


Abbildung 7.31: Optimale Umfangsgeschwindigkeit des Hauptläufers für verschiedene Gase [Kon88].

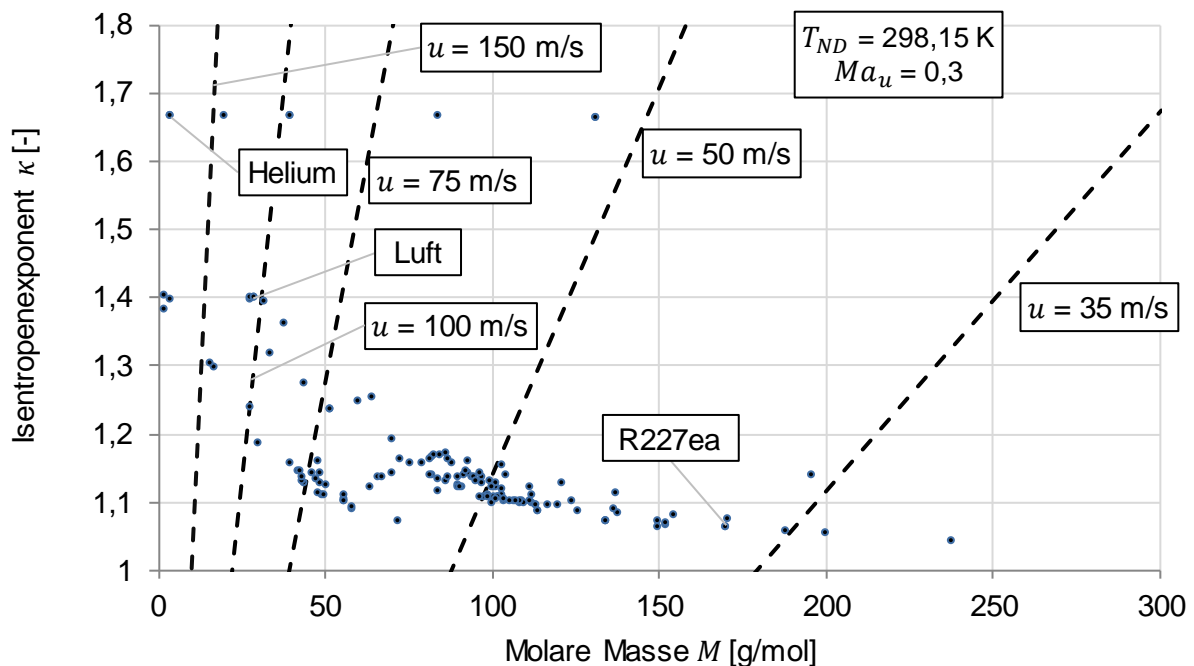


Abbildung 7.32: Isentropenexponent und molare Masse gasförmiger Fluide aus der Refprop-Datenbank [Lem13] sowie Linien konstanter Umfangsgeschwindigkeit für $Ma_u = 0,3$ und $T_{ND} = 298,15 \text{ K}$.

Grabow [Gra02] untersucht ebenfalls den optimalen Einsatzbereich von Schraubenkompressoren für Luft mit $\kappa = 1,4$. Für trockenlaufende Kompressoren gibt er eine Umfangsmachzahl bis zu $Ma_u = 0,25$ an. Den in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnissen entsprechend ergibt sich bei diesen Umfangsmachzahlen für nicht-konstante Steigung kein relevantes Verbesserungspotenzial. Für Kompressoren mit Flüssigkeitseinspritzung sind zwar größere Verdichtungsverhältnisse möglich, jedoch ergeben sich aufgrund der hydraulischen Verluste laut Grabow optimale Umfangsmachzahlen von lediglich bis zu 0,12, was zunächst wenig sinnvoll für die Nutzung nicht-konstanter Steigung mit Luft erscheint. Dennoch können sich bei Einspritzung eines Hilfsfluids Potenziale für nicht-konstante Steigung ergeben. Neben den mechanischen Bauteilen nimmt das Hilfsfluid einen Großteil der durch die Kompression entstehende Verdichtungswärme auf, sodass die polytrop stattfindende Verdichtung einem Prozess mit $\kappa < 1,4$ entspricht. Laut Konka [Kon88] kommen einspritzgekühlte Schraubenkompressoren der isothermen Zustandsänderung sehr nahe. Darüber hinaus ist die Schallgeschwindigkeit des Zweiphasengemisches in der Regel geringer als die Schallgeschwindigkeit des reinen Gases, wodurch die Strömungsgeschwindigkeit beim Auschieben sinkt und das Potenzial für Auslassdrosselung steigt. Des Weiteren entspricht die teilweise Abdichtung der Spalte durch das Hilfsfluid einer effektiven Verkleinerung des h_{sp}/D -Verhältnisses, bei denen größeres Potenzial für nicht-konstante Steigung besteht. Auf eine detaillierte Dimensionsanalyse und Simulation nasslaufender Schraubenkompressoren wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet, dennoch verschiebt sich der in dieser Arbeit untersuchte Kennzahlbereich bei Flüssigkeitseinspritzung in Richtung vielversprechender Einsatzbereiche nicht-konstanter Steigung.

8 Experimentelle Prototypuntersuchung

Das im letzten Abschnitt theoretisch aufgezeigte energetische Potenzial nicht-konstanter Steigung soll ebenfalls praktisch verifiziert werden. Ziel ist dabei die Fertigung eines Prototyps, die Vermessung seines Gütegrades auf einem Maschinenprüfstand sowie die Gegenüberstellung mit einer vergleichbaren Serienmaschine. Dazu wird ein industriell vertriebener Schraubenkompressor, der standardmäßig konstante Steigung aufweist, mit Dual-Lead-Rotoren bestückt. Da der Kennzahlbereich mit dem größten energetischen Potenzial für Dual-Lead hinsichtlich Verdichtungsverhältnis und Umfangsmachzahl für trockenlaufende Schraubenkompressoren für Luft nicht zu erreichen ist, wird hier eine nasslaufende Maschine untersucht. Es wird auf einen öleingespritzten, unsynchronisierten Luftkompressor zurückgegriffen, der einstufig Verdichtungsverhältnisse von bis zu 16 realisieren kann. Im Folgenden werden zunächst die geometrischen Eigenschaften des untersuchten Kompressors und die Fertigung des Prototyps erläutert. Anschließend werden der Maschinenprüfstand vorgestellt und die Messergebnisse des Prototyps denen der Serienmaschine gegenübergestellt. Auf einen detaillierten Vergleich möglicher Fertigungsverfahren sowie eine Beurteilung der Wirtschaftlichkeit der Maschine wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Ebenso wird nicht der Anspruch erhoben, das für die Fertigungstoleranzen und für die Wirtschaftlichkeit einer Serienfertigung beste Fertigungsverfahren ausgewählt zu haben. Vielmehr dient der hier vorgestellte Prototyp dem Nachweis, dass eine Fertigung des Übergangs zwischen den Rotorsegmenten der Dual-Lead möglich ist und gleichzeitig zufriedenstellende Fertigungstoleranzen und dementsprechend hohe Gütegrade erzielt werden können. Darüber hinaus sollen bei dieser Studie erstmalig die Realisierung sowie ein erfolgreicher Betrieb eines Dual-Lead-Prototyps nachgewiesen werden.

8.1 Serienmaschine und Prototyp

Als Referenzmaschine wird ein kommerziell vertriebener Schraubenverdichter verwendet, der sich bereits auf dem Markt bewährt hat. Die Daten der Serienmaschine sind in **Tabelle 8.1** gegeben. Die Rotoren weisen ein asymmetrisches Profil mit der Zähnezahlkombination 4+6, ein L/D -Verhältnis von 1,6 und einen Umschlingungswinkel von $\varphi = 300^\circ$ auf. Das innere Volumenverhältnis von 5,18 ermöglicht eine einstufige Verdichtung vom Umgebungsdruck auf bis zu 16 bar.

Der Gütegrad der Serienmaschine soll mithilfe nicht-konstanter Steigung verbessert werden. Dabei sollen die Abmaße der Rotoren gegenüber der Referenzmaschine unverändert bleiben, um die Rotoren ohne Anpassung der Peripherie (z.B. des Gehäuses) austauschen zu können. Lediglich die axiale Auslassfläche im Gehäuse kann angepasst werden, da Gehäuse mit unterschiedlichen axialen Auslassöffnungen zur Verfügung stehen. Die Optimierung nicht-konstanter Steigung wird für konstante Strömungsbeiwerte durchgeführt und kann [Utr18d] entnommen werden. Bei dem Optimierungsprozess wird die Multiple-Lead-Geometrie ebenfalls untersucht und führt in sehr guter Näherung, wie in Abschnitt 7 erläutert, zu einer Dual-Lead-Geometrie. Als zu realisierende Versuchsmaschine wird die in [Utr18d] optimierte Geometrie zu Spalthöhen von $h_{sp} = 0,075$ mm und einem Strömungsbeiwert von $\alpha = 0,5$ (für Spalte und Ladungswechselflächen), der die Effekte des eingespritzten Öls integral abbilden soll, genutzt. Darüber hinaus wird die Optimierung unter der Annahme eines Isentropenexponenten von $\kappa = 1,1$ durchgeführt. Der Prototyp ist für eine Verdichtung von 1 auf 10 bar ausgelegt, die Daten sind **Tabelle 8.2** zu entnehmen. 40 % der Gesamtumschlingung werden auf dem HD-Segment verwendet,

das nur 21 % der Gesamtlänge einnimmt. Das ND-Segment weist dadurch eine um den Faktor 2,4 größere Steigung auf.

Tabelle 8.1: Technische Daten der Serienmaschine mit konstanter Steigung.

Parameter	Wert
<u>Maschinenparameter:</u>	
HR-Durchmesser D [mm]	150
Rotorlänge L [mm]	238
Umschlingungswinkel φ [°]	300
Inneres Volumenverhältnis v_i [-]	5,18
HR-Zähnezahl z [-]	4
NR-Zähnezahl z_{NR} [-]	6
Maximales Kammervolumen V_{max} [dm ³]	0,627
<u>Betriebsparameter:</u>	
Verdichtungsenddruck p_{HD} [bar]	≤ 16
HR-Umfangsgeschwindigkeit u [m/s]	≤ 50
Leistungsaufnahme P_e [kW]	≤ 139

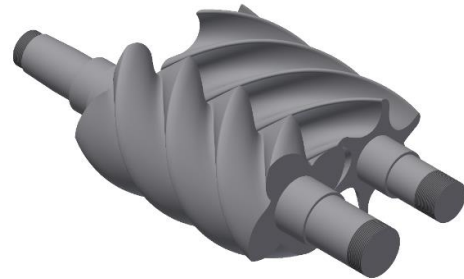
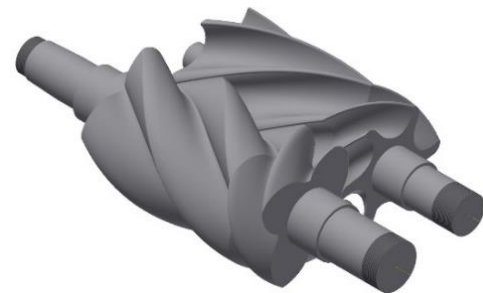


Tabelle 8.2: Maschinenparameter des Dual-Lead-Prototyps.

Parameter	Wert
HR-Durchmesser D [mm]	150
Rotorlänge L [mm]	238
Gesamtumschlingung φ_{ges} [°]	250
Umschlingungswinkel HD-Segment φ_{HD} [°]	100
Länge HD-Segment L_{HD} [mm]	51
Umschlingungswinkel ND-Segment φ_{ND} [°]	150
Länge ND-Segment L_{ND} [mm]	187
Inneres Volumenverhältnis v_i [-]	6,3
Maximales Kammervolumen V_{max} [dm ³]	0,643



Das innere Volumenverhältnis ist im Vergleich zur Referenzmaschine konstanter Steigung geringfügig gesteigert, die während des Ausschlebens verfügbare Auslassfläche jedoch stark vergrößert. Die Verläufe der normierten Volumenkurven und der Auslassfläche sind in **Abbildung 8.1** dargestellt¹². Durch die Reduzierung der Gesamtumschlingung verfügt der Dual-Lead-Prototyp über ein um 2,7 % vergrößertes maximales Kammervolumen. Da bei dem Dual-Lead-Prototyp jedoch auf eine Modifikation der

¹² Der Wert des Hauptrotordrehwinkels des Dual-Lead-Prototyps ist hier mit einem Offset versehen, um ein gleichzeitiges Verschwinden der Kammern von Dual-Lead-Prototyp und Referenzmaschine zu visualisieren. In dem Diagramm entspricht dadurch $\psi = 0$ bei dem Dual-Lead-Prototyp nicht der in **Abbildung 2.6** definierten Rotornullstellung.

verfügbaren Standardgehäuse verzichtet wird und dadurch die ND-Steuerkanten denen der Serienmaschine entsprechen, wird die Kammer erst wieder vom Niederdruckstutzen getrennt, während sich das Kammervolumen bereits wieder verkleinert. Das Kammervolumen bei Kammerabschluss entspricht 98,5 % des Maximalvolumens. Trotz Steigerung des inneren Volumenverhältnisses weist der Dual-Lead-Prototyp – neben der deutlich größeren maximalen Auslassfläche – auch eine längere Ausschleibephase auf. Darüber hinaus ergibt sich im Gegensatz zur Serienmaschine für den Dual-Lead-Prototyp theoretisch die Möglichkeit, eine kleine radiale Auslassfläche zu realisieren. Aufgrund der geringen Größe des radialen Auslasses wird das verfügbare Gehäuse nicht modifiziert, wodurch die maximale Auslassfläche um 2,8 % kleiner ausfällt als theoretisch möglich.

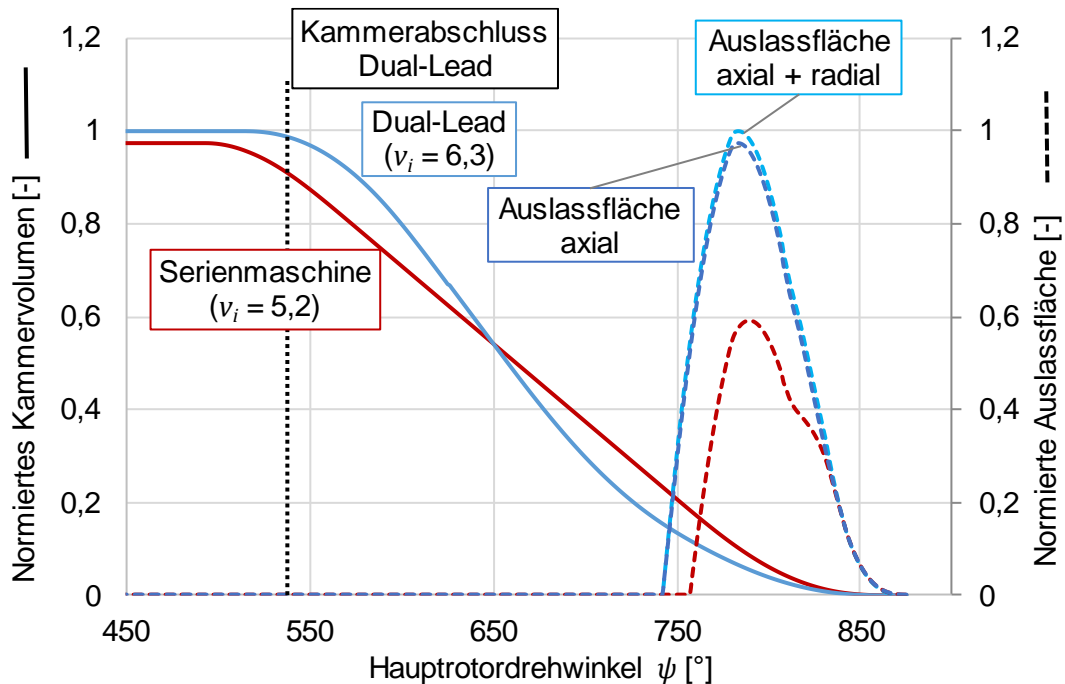


Abbildung 8.1: Auf die jeweiligen Maximalwerte der Dual-Lead normierte Volumenkurve und Auslassfläche von Referenzmaschine und Dual-Lead-Prototyp.

Die Fertigung des Dual-Lead-Prototyps ist aufgrund der beiden Rotorsegmente unterschiedlicher Steigung komplex. Bei Maschinen konstanter Steigung ist ein Schleifprozess auf Endmaß in der Regel der letzte Schritt der Fertigung des Rotorprofils. Eine schleifende Bearbeitung ist bei der Dual-Lead-Geometrie jedoch derzeit nicht möglich, da die Schleifscheibe aufgrund ihrer Größe stets eine Flanke des jeweils anderen Steigungsbereiches beschädigen würde. Aus diesem Grund müssen alternative Fertigungs- bzw. Fügeverfahren in Betracht gezogen werden. Eine Möglichkeit ist die bereits in Abschnitt 2.7 angesprochene separate Fertigung eines der beiden Steigungsbereiche auf einem Ringsegment sowie die anschließende Fixierung auf der Welle unterhalb des Fußkreises. Die Fertigung des Ringsegmentes, das Einbringen der Bohrungen neben den Wellenabsätzen sowie die nachträgliche Verbindung der beiden Segmente sind fertigungstechnisch anspruchsvoll. Aufgrund der Fertigungstoleranzen können sich dadurch große Spalthöhen ergeben. Statt den Dual-Lead-Prototyp in zwei Teilen zu fertigen, ist die Fertigung in einem Stück mittels Fräsbearbeitung auf einer Fünffachsfräsmaschine der Firma Hermle (C400) in der wissenschaftlichen mechanischen Werkstatt, Standort Physik, der Technischen Universität Dortmund durchgeführt worden. Zur Grobbearbeitung werden große Schaftfräser eingesetzt, während das Schlichten mit kleinen Werkzeugen mit einem minimalen Durchmesser von zwei Millimetern

durchgeführt wird, vgl. **Abbildung 8.2**. Zunächst wird ein Rotorpaar aus Aluminium gefertigt, da hier die Fertigungszeit gegenüber Stahl deutlich reduziert ist und Rückschlüsse auf die möglichen Spalthöhen und problematische Profilbereiche geschlossen werden können. Dabei zeigt sich eine Reduzierung der Maßhaltigkeit mit steigendem Abstand zur Einspannung des Rotors. Aus diesem Grund wird bei der Fertigung der Rotoren aus Stahl eine Vorrichtung zur Verringerung der Durchbiegung während der Fertigung genutzt, vgl. **Abbildung 8.3**. Hiervon profitiert insbesondere die Maßhaltigkeit des weniger massiven Nebenrotors. Dennoch ergeben Untersuchungen auf einer Messmaschine für den zuerst gefertigten Nebenrotor aus Stahl größere Abweichungen von der Soll-Kontur, vgl. **Abbildung 8.4**.



Abbildung 8.2: Dual-Lead-Hauptrotor aus Aluminium auf einer Fünffachsfräse mit eingespanntem Zwei-Millimeter-Fräswerkzeug (links), fertiges Dual-Lead-Rotorpaar aus Aluminium ohne bearbeitete Wellenabsätze (rechts) [Utr18d].

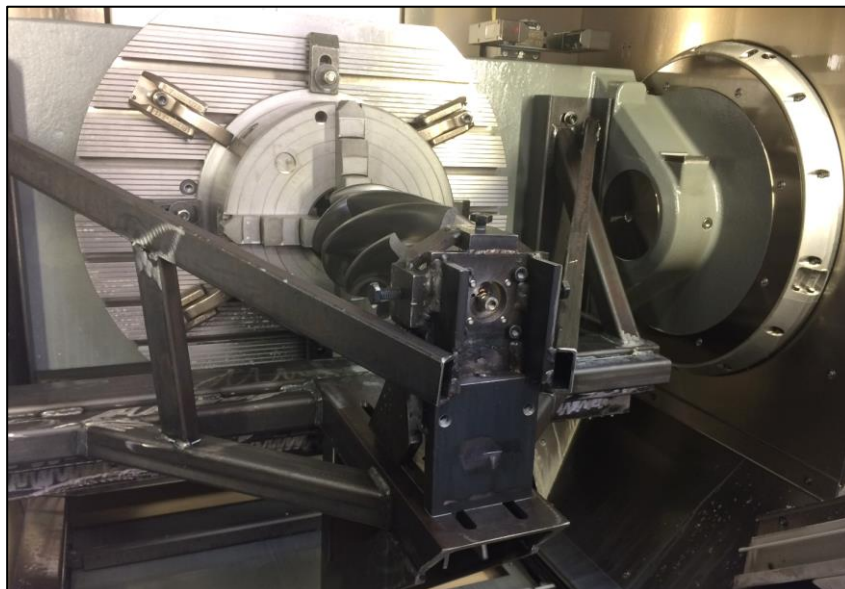


Abbildung 8.3: Dual-Lead-Nebenrotor auf Fünffachsfräse mit geschweißter Vorrichtung zur Verringerung der Durchbiegung.

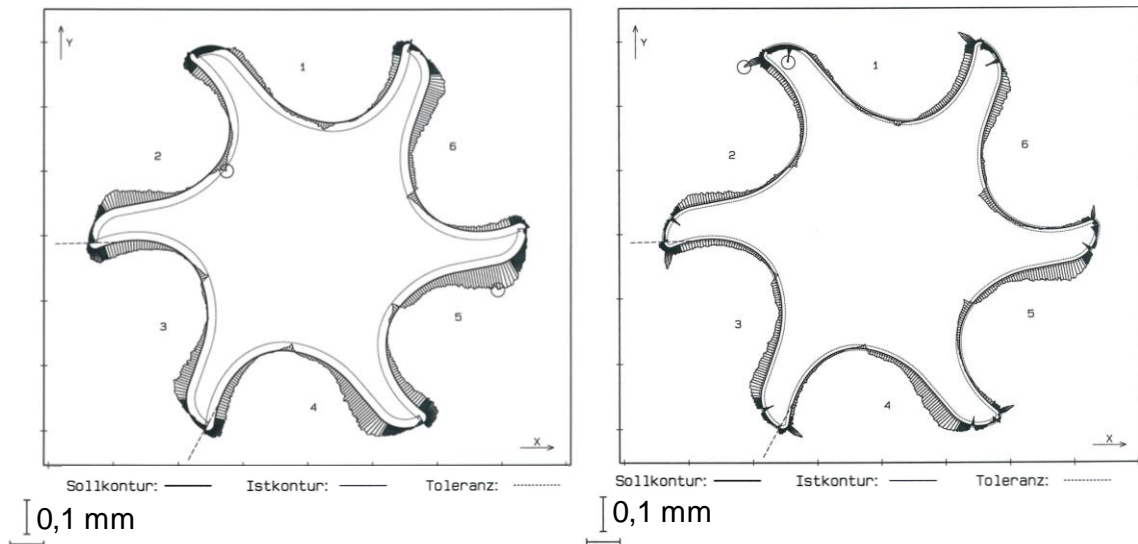


Abbildung 8.4: Grafische Darstellung der gemessenen Abweichung des gefrästen Dual-Lead-Nebenrotorprofils (Stahl) von der Soll-Kontur, links: in der Mitte des HD-Segmentes, rechts: in der Mitte des ND-Segmentes.

Tabelle 8.3: Spalthöhen von Serienmaschine und Dual-Lead-Prototyp.

Spalt	Wert Serienmaschine [Bei11] [mm]	Wert Dual-Lead [mm]
Gehäusespalt HR	0,079	0,155
Gehäusespalt NR	0,089	0,095
Stirrspalt ND	0,135	0,2
Stirrspalt HD	0,05	0,05
PE-Spalt ¹³	0,05	0,2

Insbesondere das stark verwundene HD-Segment zeigt im Bereich der Zahnköpfe ein Aufmaß von mehreren Hundertstel Millimetern. Um ein Klemmen der Rotoren zu vermeiden und einen gefährdungsfreien Betrieb sicherzustellen, ist der Hauptrotor mit einem geringfügigen Untermaß gefertigt. Die Folgen sind ein vergrößerter Hauptrotorgehäusespalt sowie ein vergrößerter PE-Spalt. Die mit Fühlerlehren im montierten Zustand gemessenen Spalthöhen von Serienmaschine und Dual-Lead-Prototyp können **Tabelle 8.3** entnommen werden. Darüber hinaus ist das Rotorprofil des Dual-Lead-Prototyps im mikroskopischen Bereich des Rotorkontaktes so modifiziert, dass sich die Rotoren ausschließlich im ND-Segment berühren. Dazu ist für die spielbehafteten Rotorprofile des ND-Segmentes im Bereich der Wälzkreise eine Profilerhöhung im Bereich weniger Mikrometer an der Kontaktflanke der Rotoren eingebracht. Da in Abbildung 8.4 beide Segmente mit derselben Sollkontur (ohne Profilerhöhung) verglichen werden, ist die Profilerhöhung für das ND-Segment als Abweichung von der Sollkontur im Bereich des Nebenrotorzahnkopfes sichtbar. Die mechanische Belastung durch größere Gleitgeschwindigkeiten

¹³ Durch die Vermessung mit Fühlerlehren ergibt sich ein Rotorkontakt auf der den Fühlerlehren gegenüberliegenden Zahnflanke der Rotoren. Die angegebenen Werte des PE-Spaltes sind daher nicht als Mittelwert, sondern als Maximalwert zu verstehen. Darüber hinaus stellt die Messung aufgrund der schlechten Zugänglichkeit im montierten Zustand lediglich die Spalthöhe im Bereich der Rotormitte dar.

kann durch den Berührungspunkt der Rotoren in der Nähe des Wälzkreises reduziert werden [Utr19]. Da die Umschlingung des ND-Segmentes größer als der Zahnteilungswinkel von 90° ist, ist immer mindestens eine Zahnflanke des ND-Segmentes im Eingriff. Nach der Fertigung des Profils sind die Wellenabsätze der Stahl-Rotoren vom Industriepartner gefertigt worden, wo ebenfalls die Endmontage stattgefunden hat, vgl. **Abbildung 8.5**. Die Vermessung des Dual-Lead-Prototyps wird auf einem Prüfstand des Industriepartners durchgeführt, der im nächsten Abschnitt vorgestellt wird. Auf diesem Prüfstand ist ebenfalls die Serienmaschine vermessen worden [Bei11].



Abbildung 8.5: Dual-Lead-Rotorpaar aus Stahl vor Bearbeitung der Wellenabsätze (links) und vor der Montage in das Läufergehäuse (rechts).

8.2 Maschinenprüfstand und Messergebnisse

Der für die Vermessung der Maschinen genutzte Prüfstand des Industriepartners mit montierter Referenzmaschine ist in **Abbildung 8.6** dargestellt. Der Prüfstand ermöglicht die Vermessung öleingespritzter Kompressoren bis zu einer Leistung von 460 kW. Der Kompressor wird über die Saugleitung mit Umgebungsluft versorgt. Während der Verdichtung wird mithilfe eines geregelten Kreislaufes Öl eingespritzt, das auf eine gewünschte Temperatur temperiert werden kann. Der Druck im Ölbehälter wird von dem Kompressor aufgeprägt, sodass beim Anfahren eine Ölpumpe zum Einsatz kommt, um eine Schmierung der Maschine zu gewährleisten. Nach der Kompression wird die Druckluft mithilfe eines Grobabscheiders und eines Zyklonabscheiders (nicht im Bild) von dem Öl befreit. Die verwendete Messtechnik dient der Erfassung von Drücken, Temperaturen, Luft- und Ölvolumenstrom, Antriebsdrehzahl und -moment. Die im Folgenden dargestellten Messwerte entsprechen stationären Betriebspunkten, bei denen der eingestellte Enddruck stationär ist, die Endtemperatur sich innerhalb einer Minute weniger als 0,5 K ändert und der Ölvolumenstrom sowie die Öleinspritztemperatur maximal 3 % von der Vorgabe abweichen. Detailliertere Informationen zum Aufbau können [Bei11] entnommen werden.

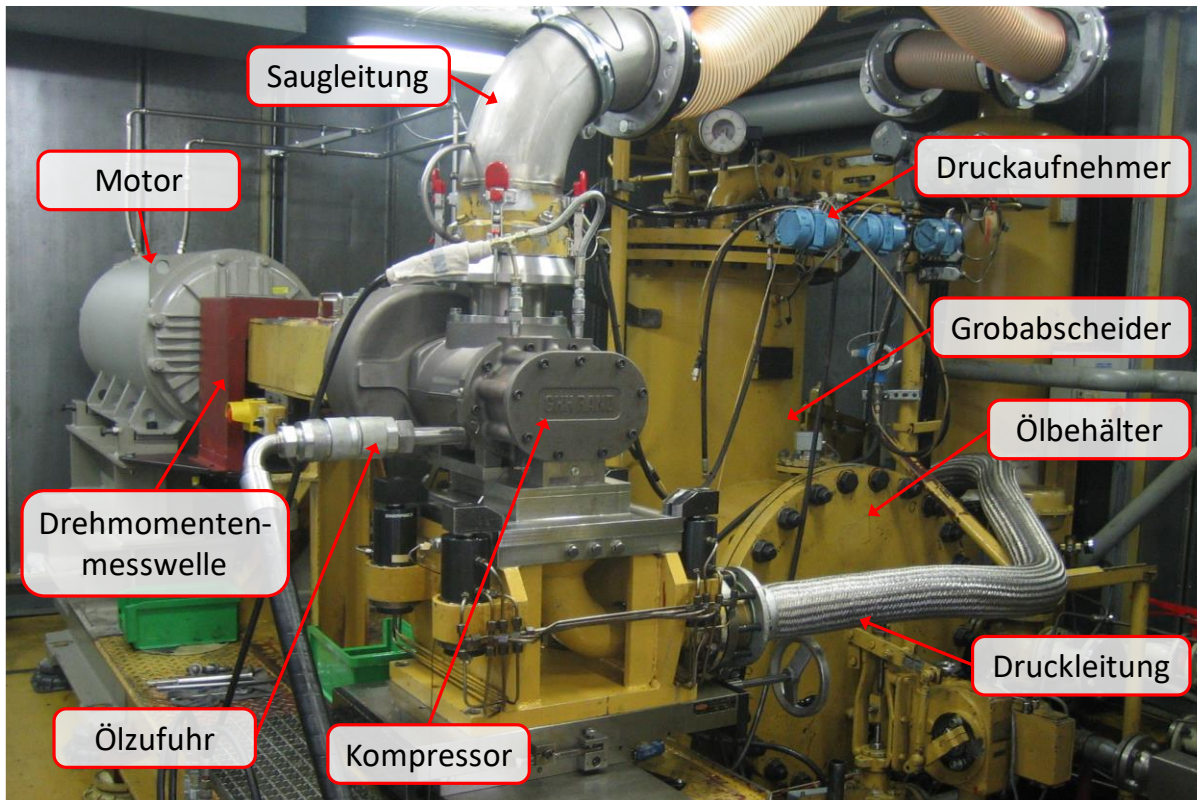


Abbildung 8.6: Prüfstand mit montierter Testmaschine und Teilen der verwendeten Messtechnik [Bei11].

Der Dual-Lead-Prototyp wird bei unterschiedlichen Soll-Hochdrücken von 8, 11 und 14 bar Absolutdruck für verschiedene Umfangsgeschwindigkeiten bis 50 m/s vermessen. Angesaugt wird stets auf Umgebungsbedingungen. Aufgrund von Drossleffekten weicht der gemessene Niederdruck p_{ND} jedoch bis zu 40 Millibar von den Normalbedingungen ab. Ölvolumenstrom und -temperatur bleiben für die Messungen konstant bei Soll-Werten von 95 l/min und 50 °C. Die Messwerte der Serienmaschine entstammen [Bei11]. Hier werden dieselben Soll-Hochdrücke vermessen, während ebenfalls bei Umgebungsbedingungen angesaugt und die Umfangsgeschwindigkeiten bis 50 m/s variiert werden. Die in [Bei11] dargestellten Werte sind mithilfe firmeninterner, teilweise empirischer Formeln auf Soll-Werte hinsichtlich Drehzahl, Ansaug- und Enddruck und Ölvolumenstrom und -temperatur umgerechnet worden. Um diese Umrechnung zu vermeiden, werden im Folgenden hingegen die direkt gemessenen Messwerte genutzt, die zur Vergleichbarkeit der beiden Maschinen über dem Verdichtungsverhältnis aufgetragen werden, da dieses je nach Betriebspunkt in gewissen Grenzen schwankt. Darüber hinaus sind die beiden Maschinen in den meisten Betriebspunkten bei unterschiedlichen Öltemperaturen und -volumenströmen vermessen worden. Da von Beinert [Bei11] für die Serienmaschine entsprechende Variationen verfügbar sind, werden nun zunächst die Ergebnisse dieser Variation in Form von zwei Diagrammen vorgestellt, um den Einfluss von Öltemperatur und -volumenstrom einordnen zu können.

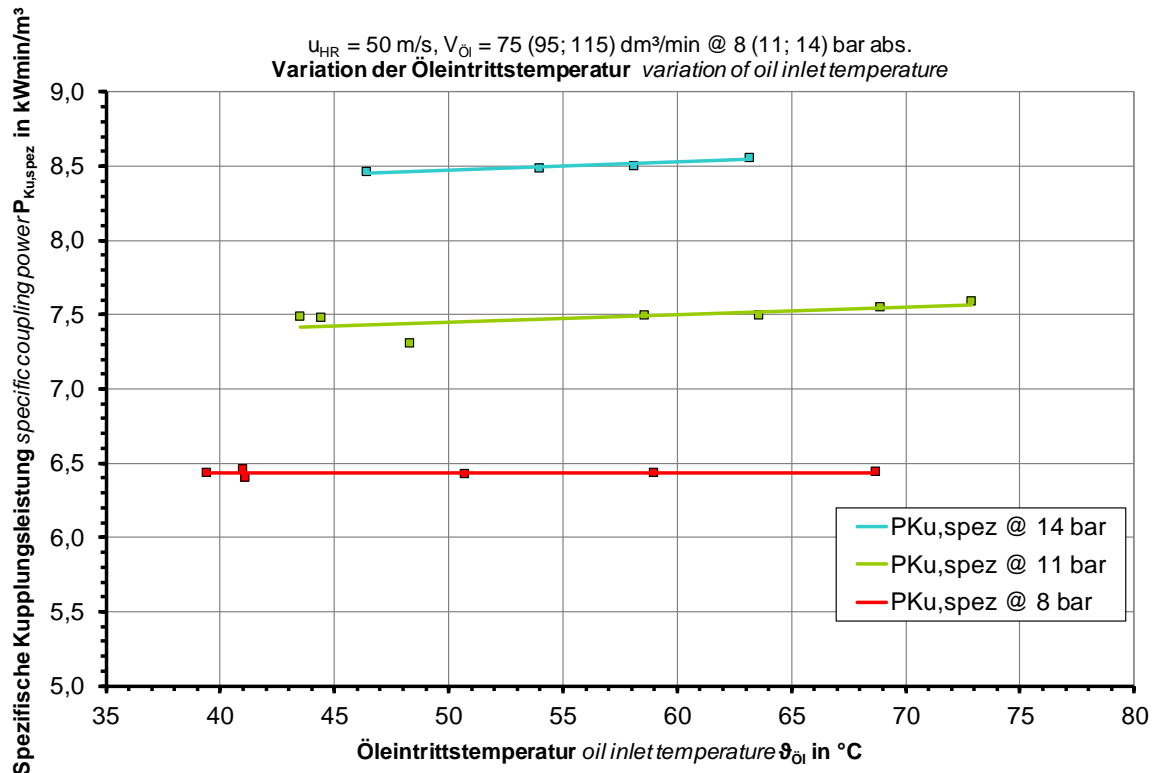


Abbildung 8.7: Ansaugvolumenstromspezifische effektive Leistung (vgl. Abschnitt 2.4, hier als spezifische Kupplungsleistung bezeichnet) als Funktion der Öleintrittstemperatur bei unterschiedlichen Hochdrücken mit jeweils konstantem Ölvolumenstrom (8 bar: $75 \text{ dm}^3/\text{min}$, 11 bar: $95 \text{ dm}^3/\text{min}$, 14 bar: $115 \text{ dm}^3/\text{min}$) und HR-Umfangsgeschwindigkeit, angesaugt bei Umgebungsbedingungen [Bei11].

Beinert [Bei11] untersucht den Einfluss der Öltemperatur auf die spezifische Kupplungsleistung der Serienmaschine bei verschiedenen Enddrücken und einer Umfangsgeschwindigkeit von $u = 50 \text{ m/s}$, vgl. **Abbildung 8.7**. Die spezifische Kupplungsleistung erhöht sich geringfügig mit der Öltemperatur, sodass mehr Arbeit verrichtet werden muss, um dasselbe Luftvolumen zu komprimieren. Grundsätzlich sinkt die Ölviskosität mit steigender Öltemperatur, sodass die hydraulischen Verluste der Maschine verringert werden. Die geringere Viskosität führt jedoch gleichzeitig auch zu einer verringerten Abdichtung der Spalte, was sich ebenfalls in dem mit der Öltemperatur sinkenden Liefergrad zeigt (nicht dargestellt) [Bei11]. Darüber hinaus fällt die Kühlung des Arbeitsmediums mit steigender Öltemperatur geringer aus, was ebenfalls die Energiewandlungsgüte verschlechtert. Mit Ausnahme des Messpunktes bei 11 bar und 48 °C beträgt die Änderung der spezifischen Leistung in den einzelnen Messreihen maximal 1,3 %, wobei Änderungen der Öleintrittstemperatur von bis zu $\Delta T = 30 \text{ K}$ untersucht werden. Der Einfluss ist damit verhältnismäßig gering. Zur besseren Einordnung werden im Folgenden dennoch die Öltemperaturen der Messungen mit angegeben.

Der Einfluss des Ölvolumenstroms auf den effektiven isentropen Gütegrad (nach Gl. 2.5) der Serienmaschine ist in **Abbildung 8.8** für drei verschiedene Hochdrücke und zwei unterschiedliche Umfangsgeschwindigkeiten dargestellt. Der Gütegrad wird dabei Gl. 2.5 entsprechend anhand der gemessenen Effektivleistung sowie des Enthalpiegefälles von Luft mit $\kappa = 1,4$ ohne die Berücksichtigung des eingespritzten Öls berechnet. Die Öltemperatur für die verschiedenen Enddrücke ist im geringen Maße verschieden. Es zeigt sich hinsichtlich der Ölmenge kein eindeutiges Betriebsverhalten. Bei dem kleinsten

Hochdruck von 7,5 bar scheint die mit der Ölmenge gesteigerte Dichte aber zu einer Überkompression zu führen, die den Gütegrad reduziert. Bei $u = 50$ m/s zeigt sich bei einem Hochdruck von 10,3 bar eine optimale Öleinspritzmenge von rund 95 l/min, bei 13 bar sind es 115 l/min. Die Gütegrade bei diesen beiden optimalen Einspritzmengen werden im Folgenden für den Vergleich mit dem Dual-Lead-Prototyp genutzt.

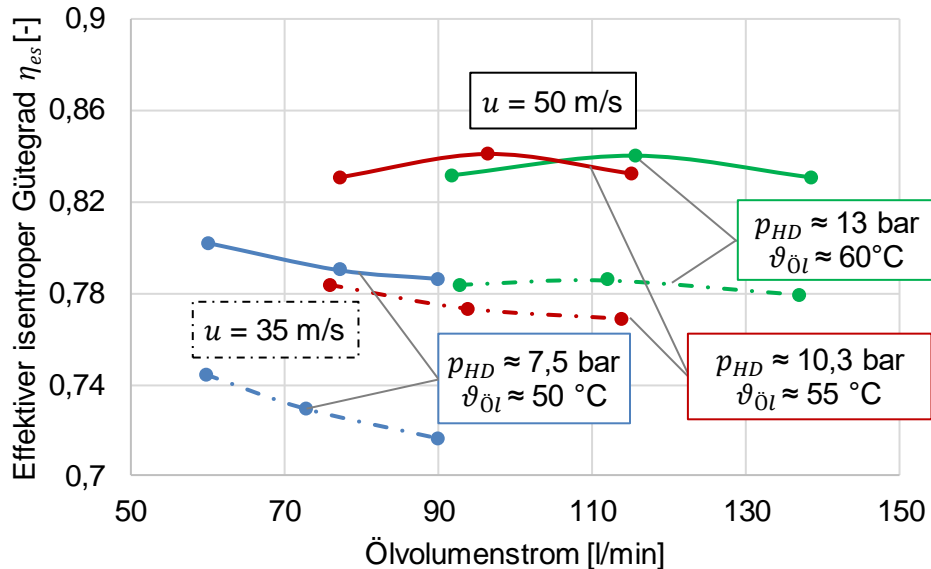


Abbildung 8.8: Effektiver isentroper Gütegrad der Serienmaschine als Funktion des eingespritzten Ölvolumenstroms für verschiedene Enddrücke bei $u = 35$ m/s und $u = 50$ m/s, angesaugt bei Umgebungsbedingungen (Daten nach [Bei11]).

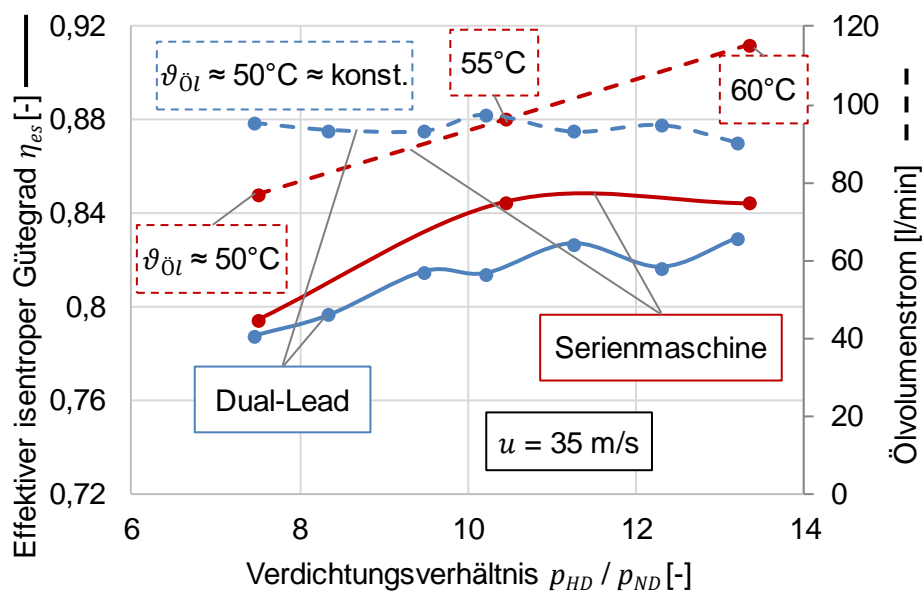


Abbildung 8.9: Effektiver isentroper Gütegrad und eingespritzter Ölvolumenstrom als Funktion des Verdichtungsverhältnisses für Serienmaschine [Bei11] und Dual-Lead-Prototyp bei $u = 35$ m/s, angesaugt bei Umgebungsbedingungen.

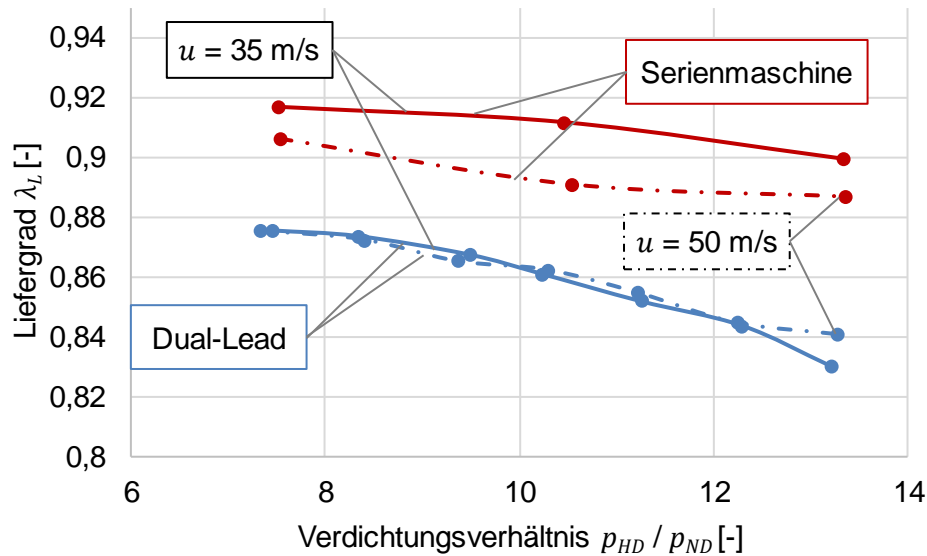


Abbildung 8.10: Liefergrad als Funktion des Verdichtungsverhältnisses für Serienmaschine [Bei11] und Dual-Lead-Prototyp bei $u = 35$ m/s und $u = 50$ m/s, angesaugt bei Umgebungsbedingungen.

Ein Vergleich des effektiven isentropen Gütegrades sowie der eingespritzten Ölmengen von Serienmaschine und Dual-Lead-Prototyp ist in **Abbildung 8.9** für $u = 35$ m/s dargestellt. Die eingespritzte Ölmenge des Dual-Lead-Prototyps ist mit etwa 95 l/min konstant, während die Ölmenge bei der Serienmaschine mit dem Enddruck von 75 l/min auf 115 l/min ansteigt. Zu den Ölmengen sind ebenfalls die zugehörigen Einspritztemperaturen gekennzeichnet. Während beim Dual-Lead-Prototyp mit einer konstanten Öltemperatur von 50 °C eingespritzt wird, steigt diese für die Serienmaschine mit steigendem Verdichtungsverhältnis von 50 °C auf 60 °C. Den zuvor gezeigten Ergebnissen entsprechend sind die Auswirkungen der Öltemperaturvariation auf den Gütegrad gering. Der effektive isentrope Gütegrad der Serienmaschine ist in allen untersuchten Betriebspunkten größer als der des Dual-Lead-Prototyps. Der Gütegrad des Dual-Lead-Prototyps schwankt dabei geringfügig mit der eingespritzten Ölmenge und zeigt im untersuchten Bereich höhere Gütegrade mit einer geringeren Einspritzmenge. Bei der hier untersuchten Umfangsgeschwindigkeit scheint die Spaltsituation des HD-Segmentes, gepaart mit der flachen Volumenkurve während des Ausschlebens, für den Dual-Lead-Prototyp zu großen Spaltverlusten zu führen. Diese Aussage wird vom Verlauf des Liefergrades bestätigt, vgl. **Abbildung 8.10**. Bei $u = 35$ m/s und einem Verdichtungsverhältnis von 10,3 ist der Liefergrad der Serienmaschine rund fünf Prozentpunkte größer als der des Dual-Lead-Prototyps. Dies lässt sich unter anderem durch die nicht-angepasste Einlassfläche sowie die größeren Spalthöhen des Dual-Lead-Prototyps erklären (vgl. Abschnitt 8.1). Darüber hinaus zeigt die theoretische Untersuchung aus Abschnitt 7 ebenfalls, dass Dual-Lead-Maschinen in der Regel einen geringeren Liefergrad als die optimalen Maschinen konstanter Steigung aufweisen, da während des Ausschlebens eine ungünstigere Spaltsituation vorliegt. Der flachere Verlauf des Liefergrades der Serienmaschine bei Steigerung des Verdichtungsverhältnisses lässt sich – neben der Spaltsituation – auch mit der im vorherigen Diagramm dargestellten Steigerung des Ölein-spritzvolumenstroms mit dem Verdichtungsverhältnis erklären. Die ebenfalls in **Abbildung 8.10** dargestellte Kurve zu $u = 50$ m/s zeigt für den Dual-Lead-Prototyp keine relevante Änderung des Liefergrades, während der Liefergrad der Serienmaschine um mehrere Prozentpunkte reduziert ist. Beinert

[Bei11] erklärt dies für die Serienmaschine mit gesteigerten Drosselwirkungen während des Ansaugens. Als Begründung für eine mögliche alternative Erklärung zeigt **Abbildung 8.11** die gemessene effektive Leistung über der Umfangsgeschwindigkeit für ein nahezu konstantes Verdichtungsverhältnis. Wie aus **Abbildung 8.10** hervorgeht, ergibt sich für beide Maschinen bei Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit von 35 m/s auf 50 m/s eine geringfügige Anhebung des Verdichtungsverhältnisses, die hauptsächlich auf eine Reduzierung des Ansaugdruckes bei großen Umfangsgeschwindigkeiten zurückzuführen ist. Die Änderung des Verdichtungsverhältnisses liegt jedoch, auch bei Erhöhung der Umfangsgeschwindigkeit von 28 m/s auf 35 m/s, deutlich unter einem Prozent und ist daher für die nachfolgende Betrachtung nur von untergeordneter Bedeutung. Für die in **Abbildung 8.11** gestrichelt dargestellte Linie sind die Werte für $u > 35$ m/s mithilfe der beiden Messwerte von $u \approx 28$ m/s und $u \approx 35$ m/s linear extrapoliert. Für den Dual-Lead-Prototyp ist die gemessene Leistung bei $u \approx 50$ m/s im Vergleich zur extrapolierten Leistung lediglich um 0,6 % erhöht, was unter anderem auf gesteigerte hydraulische und mechanische Verluste zurückzuführen ist. Für die Serienmaschine ergibt sich bei derselben Umfangsgeschwindigkeit eine um 4 % höhere effektive Leistung im Vergleich zum extrapolierten Wert, obwohl der Liefergrad im Vergleich zu $u \approx 35$ m/s deutlich reduziert ist. Ölvolumenstrom und Öltemperatur sind für die dargestellten Werte nahezu identisch. Gemeinsam mit dem gesunkenen Liefergrad spricht dies für eine starke Auslassdrosselung der Serienmaschine bei größeren Umfangsgeschwindigkeiten. Die Druckerhöhung in der Kammer führt zu einer Vergrößerung der aufzuwendenden Leistung sowie zu einer Verstärkung der Spaltmassenströme, die aufgrund des höheren Druckes insbesondere während des Ausschubens einen großen Einfluss auf den Liefergrad besitzen. Eine abschließende Klärung der vorliegenden physikalischen Effekte kann beispielsweise über Indizierdruckmessungen in der Kammer der Maschine erfolgen.

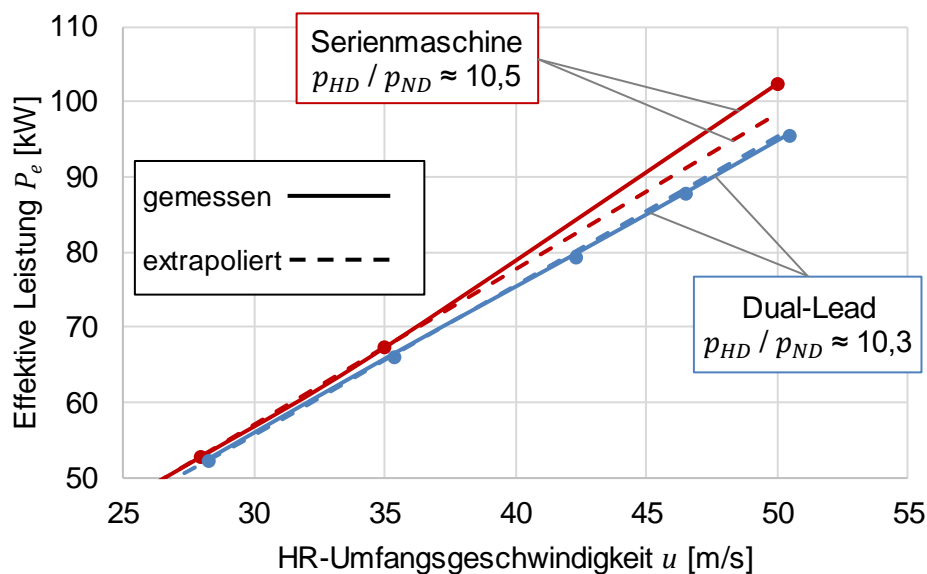


Abbildung 8.11: Gemessene und extrapolierte effektive Leistung als Funktion der HR-Umfangsgeschwindigkeit für Serienmaschine [Bei11] und Dual-Lead-Prototyp bei jeweils konstantem Verdichtungsverhältnis, angesaugt bei Umgebungsbedingungen.

Die Auswirkung der beschriebenen Mechanismen ist ein für die Serienmaschine deutlich reduzierter effektiver isentroper Gütegrad bei $u \approx 50$ m/s, der in **Abbildung 8.12** dargestellt ist. Im Vergleich zur

kleineren Umfangsgeschwindigkeit aus Abbildung 8.9 ist der Gütegrad der Serienmaschine für alle Verdichtungsverhältnisse um mindestens sechs Prozentpunkte reduziert. Bei dem Dual-Lead-Prototyp ergibt sich, abgesehen von dem niedrigsten untersuchten Verdichtungsverhältnis von 7,2, bei dem wahrscheinlich in der Maschine eine Kompression über den Gegendruck stattfindet, im Mittel lediglich eine Reduzierung von 1,6 Prozentpunkten im Vergleich zur kleineren Umfangsgeschwindigkeit, was unter anderem auf die angesprochenen gestiegenen hydraulischen und mechanischen Verluste zurückzuführen ist. Im Vergleich zur Serienmaschine ist der Gütegrad für den gesamten untersuchten Druckverhältnissbereich bis zu vier Prozentpunkte vergrößert und unterstreicht damit die Eignung der nicht-konstanten Steigung bei großen Umfangsgeschwindigkeiten und hohen Gegendrücken.

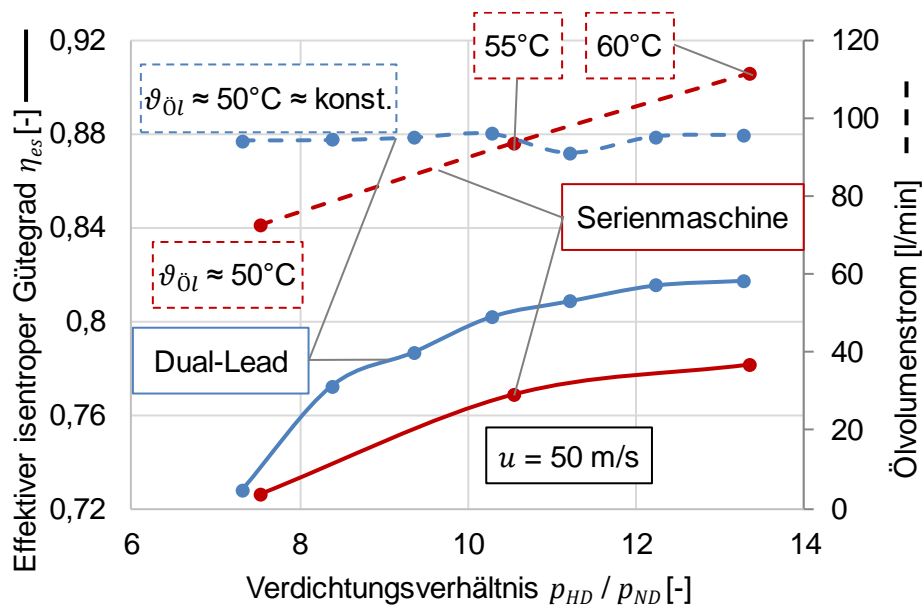


Abbildung 8.12: Effektiver isentroper Gütegrad und eingespritzter Ölvolumenstrom als Funktion des Verdichtungsverhältnisses für Serienmaschine [Bei11] und Dual-Lead-Prototyp bei $u = 50$ m/s, angesaugt bei Umgebungsbedingungen.

8.3 Fazit

Nach Aufzeigen des theoretischen Potenzials in Abschnitt 7 belegen die gezeigten Messergebnisse auch das praktische Potenzial nicht-konstanter Steigung bei der Verdichtung von Luft mit großen Umfangsgeschwindigkeiten und großen Verdichtungsverhältnissen. Da diese Bedingungen eher bei nasslaufenden Schraubenkompressoren vorzufinden sind, wird zur praktischen Realisierung eine kommerziell vertriebene, öleingespritzte Maschine mit Dual-Lead-Rotoren ausgestattet. Dabei können das innere Volumenverhältnis sowie die während des Ausschlebens zur Verfügung stehende Auslassfläche vergrößert werden. Die erstmalig realisierte Fertigung der Dual-Lead-Rotoren auf einer Fünffachsfräsmaschine zeigt zufriedenstellende Ergebnisse, auch wenn größere Spalthöhen gegenüber der Serienmaschine resultieren. Die praktische Untersuchung auf einem Maschinenprüfstand liefert erste Erfahrungswerte hinsichtlich Betrieb und resultierender Effizienz von nasslaufenden Schraubenkompressoren mit nicht-konstanter Steigung. Gegenüber der Serienmaschine ist der effektive isentrope Gütegrad des Dual-Lead-Prototyps bei $u \approx 35$ m/s geringer. Bei der maximalen Umfangsgeschwindigkeit von $u \approx 50$ m/s kann

der Gütegrad hingegen um vier Prozentpunkte gesteigert werden und bestätigt damit das hohe theoretisch bestimmte Potenzial im Bereich größerer Umfangsmachzahlen und Verdichtungsverhältnisse. Da der Fördermassenstrom mit der Umfangsgeschwindigkeit steigt, werden in der Praxis häufig große bzw. die maximal möglichen Umfangsgeschwindigkeiten der Kompressoren verwendet, was das Potenzial der nicht-konstanten Steigung unterstreicht.

Der Fertigungsaufwand nicht-konstanter Steigung ist jedoch im Vergleich zu konventionellen Maschinen mit konstanter Steigung deutlich erhöht. Die zukünftige kommerzielle Eignung nicht-konstanter Steigung wird daran gemessen, ob das in dieser Arbeit aufgedeckte Potenzial von Maschinen mit nicht-konstanter Steigung mit einer wirtschaftlichen Fertigung kombiniert werden kann.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Schraubenkompressoren werden aufgrund ihrer robusten Bauweise und Effizienz häufig zur Verdichtung von Gasen eingesetzt und sind dadurch für einen großen Teil des weltweiten elektrischen Energieumsatzes verantwortlich. Um die Energieeffizienz der Maschine weiter zu verbessern, untersucht die vorliegende Arbeit das Potenzial von Schraubenkompressoren mit nicht-konstanter Rotorsteigung. Nicht-konstante Rotorsteigung bezeichnet in diesem Zusammenhang Rotoren, die zwischen ihren beiden Stirnflächen keine konstante Steigung aufweisen. Das Konzept wird im Rahmen dieser Arbeit für eine große Bandbreite von Randbedingungen untersucht, indem die Rotorgeometrie mithilfe von Kammermodellsimulationen optimiert und mit Maschinen mit konstanter Rotorsteigung verglichen wird. Die Genauigkeit des Simulationsansatzes hängt in großem Maße von der Abbildungsgüte der maschineninternen Spaltmassenströme ab, worauf ein weiterer Schwerpunkt dieser Arbeit liegt.

Das Durchflussverhalten der Stirn- und Gehäusespalte der Maschine wird detailliert mithilfe von CFD-Simulationen sowie Experimenten untersucht. Dazu werden die Spaltgeometrien zu einer zweidimensionalen Geometrie vereinfacht. Es werden dimensionslose Kennzahlen zur Beschreibung der physikalischen und der geometrischen Ähnlichkeit bestimmt, um die Anzahl der zu untersuchenden Einflussparameter zu reduzieren und die Ergebnisse zu verallgemeinern. Als dimensionslose Zielgröße wird der Strömungsbeiwert verstanden, der den Spaltmassenstrom auf einen theoretischen Massenstrom bezieht. Zur Simulation des Spaltdurchflusses wird die Finite-Volumen-Software Ansys® CFX ohne und mit Bewegung der Systemberandung zur Berücksichtigung der Rotorbewegung genutzt. Zur experimentellen Spaltuntersuchung ohne Bewegung der Systemberandung steht ein offener Luftkreislauf zur Verfügung, in den ein Spaltmodell integriert wird. Auf diese Weise können die simulativ bestimmten Werte in einem Bereich der Kennzahlen für Luft validiert werden.

Der Stirnspalt besteht aus einem länglichen, rechteckigen Strömungskanal konstanter Spalthöhe, dessen Untersuchung sich als durchaus komplex herausgestellt hat. Insbesondere im Bereich transitioneller Reynoldszahlen kann keines der verwendeten Turbulenzmodelle die experimentellen Daten uneingeschränkt reproduzieren, was Potenzial für weiterführende Untersuchungen mittels direkter numerischer Simulation oder experimenteller Untersuchung mittels Schlierentechnik oder Laser-Doppler-Anemometrie bietet. Im übrigen Reynoldszahlbereich zeigen Simulation und Experiment eine hohe qualitative Abbildungsgüte. Als entscheidende Einflussparameter für den Strömungsbeiwert haben sich die Reynoldszahl sowie das Spalthöhe-Längen-Verhältnis herausgestellt, mit deren Anstieg der Strömungsbeiwert ebenfalls ansteigt. Der Isentropenexponent des Fluids, die Prandtl-Zahl sowie das am Spalt anliegende Druckverhältnis sind hingegen nur von untergeordneter Bedeutung. Im Bereich geringer Reynoldszahlen (< 1000) kann neben den aufwendigen CFD-Simulationen auch ein hergeleiteter analytischer Ansatz zur Bestimmung des Spaltdurchflusses genutzt werden. Die Ergebnisse der Simulationen ohne Bewegung der Systemberandung werden mithilfe einer Regressionsanalyse in einer Gleichung zusammengefasst, sodass der Strömungsbeiwert in Abhängigkeit der übrigen Kennzahlen bestimmbar ist. Eine Bewegung der Systemberandung hat großen Einfluss auf den Durchfluss durch den Stirnspalt, da zusätzlich zur druckgetriebenen (Poiseuille-)Strömung eine Schlepp-(Couette-)Strömung entsteht, die bei Berandungsbewegung in Strömungsrichtung den Spaltdurchfluss vergrößert und vice versa. Die

Auswirkungen der bewegten Systemberandung können über einen halbempirischen Ansatz mit den Strömungsbeiwerten für unbewegte Berandungen zur Bestimmung des Spaltdurchflusses verwendet werden.

Zur Untersuchung der Gehäusespalte werden drei unterschiedliche Rotorsteigungen bei konstantem Durchmesser untersucht. Im Vergleich zum Stirnspalt besitzt der Nebenrotorgehäusespalt eine deutlich kürzere Spaltlänge konstanter Spalthöhe und einen abgerundeten Ein- und Auslauf, was die Bestimmung der Strömungsbeiwerte vereinfacht. Es ergibt sich eine hohe Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment, während die verwendeten Turbulenzmodelle kaum unterschiedliche Ergebnisse liefern. Aufgrund der in der Regel kürzeren Spaltlänge liegt der Strömungsbeiwert im Vergleich mit dem Stirnspalt auf einem grundsätzlich höheren Niveau. Auch für den Nebenrotorgehäusespalt ist die Reynoldszahl der entscheidende Parameter für den Spaltdurchfluss. Die Variation der Rotorsteigung führt primär zu einer Änderung der Spaltlänge konstanter Spalthöhe, weshalb sich die Untersuchung eines Spalthöhe-Länge-Verhältnisses anstelle von Rotorsteigung-Durchmesser-Verhältnis und Spalthöhe-Durchmesser-Verhältnis anbietet. Der Einfluss der bewegten Systemberandung ist gering.

Der Hauptrotorgehäusespalt entspricht einer Düse-Diffusor-Geometrie, wobei die kleinste Spalthöhe in nur einem Strömungsquerschnitt vorliegt. Folglich ergeben sich die größten Strömungsbeiwerte der in dieser Arbeit untersuchten Maschinenspalte sowie ein reduzierter Einfluss der Spalthöhe. Wie beim Nebenrotor ist der Einfluss des Turbulenzmodells gering und die Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment hoch. Neben der Reynoldszahl hat sich das Rotorsteigung-Durchmesser-Verhältnis als wichtiger Einflussfaktor für den Strömungsbeiwert herausgestellt, da dieses die Länge des Strömungskanals bestimmt. Auch hier sind die Auswirkungen der bewegten Systemberandung sowie einer Variation von Isentropenexponent und Druckverhältnis weniger relevant. Wie für den Stirnspalt wird für die Gehäusespalte der Strömungsbeiwert ohne Bewegung der Systemberandung mithilfe einer Regressionsanalyse in Abhängigkeit der relevantesten Parameter angenähert.

Die gewonnenen Erkenntnisse hinsichtlich des Spaltdurchflusses dienen der Erhöhung der Genauigkeit der Kammermodellsimulation und werden in das Simulationsprogramm „KaSim“ implementiert. Die Arbeit hinterlässt Potenzial zur genaueren Approximation der Strömungsbeiwerte, beispielsweise durch eine Annäherung über B-Splines oder die Nutzung von KI-Modellen, statt der Implementierung über Regressionsfunktionale. Der Fokus weiterer Durchflussuntersuchungen nach dem Vorbild der hier durchgeführten systematischen Kennzahlvariation sollte auf dem Profileingriffsspalt sowie der Kopfrundungsöffnung und den Ladungswechselflächen liegen. Darüber hinaus hinterlässt diese Arbeit Potenzial zur experimentellen Untersuchung der Spalte unter Berücksichtigung der Rotorbewegung.

Die kammermodellbasierte Optimierung der Rotorgeometrie bedingt die Erstellung einer großen Anzahl von Kammermodellen. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit mit dem Programm „ChamberModel-Builder“ ein neuer Ansatz der Kammermodellerstellung beschrieben, der insbesondere die geometrische Periodizität der Schraubenkompressoren mit zylindrischen Rotoren ausnutzt. Dadurch können mit geringen Rechenressourcen automatisiert Mehrkammermodelle für Schraubenmaschinen konstanter und nicht-konstanter Rotorsteigung berechnet werden. Der beschriebene Ansatz wird mit KaSim und einem Optimierungsablauf gekoppelt, der über einen Simplex-Algorithmus die Rotorsteigung bzw. den Rotor-

steigungsverlauf und über ein Bisektionsverfahren das innere Volumenverhältnis der Maschine optimiert. Die Fluid- und Betriebsparameter sowie Länge und Durchmesser der Rotoren werden vom Anwender vorgegeben und bleiben bei einem Optimierungsdurchlauf konstant.

Zwei Arten von Schraubenrotoren mit nicht-konstanter Rotorsteigung werden in dieser Arbeit untersucht. Die erste besteht aus vielen Rotorsegmenten mit identischer Länge („Multiple-Lead“), die jeweils eine unterschiedliche (aber für das Segment konstante) Rotorsteigung besitzen können, wodurch bei einer großen Segmentzahl eine kontinuierliche Steigungsänderung angenähert werden kann. Die zweite Art besteht aus nur zwei Segmenten unterschiedlicher Länge und Rotorsteigung („Dual-Lead“). Wie bei der Spaltuntersuchung wird eine Dimensionsanalyse und anschließend eine Untersuchung der nicht-konstanten Rotorsteigung anhand dimensionsloser Kennzahlen durchgeführt. Der innere isentrope Gütegrad wird in Abhängigkeit der übrigen bestimmten Kennzahlen für konstante und nicht-konstante Rotorsteigung optimiert und dadurch potenzielle Anwendungsbereiche der nicht-konstanten Rotorsteigung identifiziert. Die Steigung der einzelnen Rotorsegmente sowie das innere Volumenverhältnis stellen freie Geometrieparameter dar, die optimiert werden.

Die Multiple-Lead wird mit bis zu elf Rotorsegmenten untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass die optimierte Geometrie näherungsweise aus nur zwei Abschnitten konstanter Rotorsteigung besteht, was einer Dual-Lead-Geometrie entspricht. Der Fokus der Untersuchungen liegt daher auf Dual-Lead im Vergleich mit konstanter Rotorsteigung. Es zeigt sich, dass mithilfe nicht-konstanter Rotorsteigung der Gradient der Volumenkurve so angepasst werden kann, dass im Vergleich zur konstanten Rotorsteigung größere innere Volumenverhältnisse bei gleichzeitiger Steigerung der Größe der Auslassfläche möglich sind. Dafür ist hochdruckseitig ein vergleichsweise kurzes Rotorsegment mit einer geringen Steigung und ein längeres niederdruckseitiges Segment größerer Steigung nötig. Durch eine flache Volumenkurve während des Ausschlebens kann die dissipative Auslassdrosselung reduziert werden, wodurch der innere isentrope Gütegrad gesteigert wird. Dadurch können hohe Gütegrade bereits bei geringen Gesamtumschlingungen erreicht werden, wodurch sich im Vergleich zur konstanten Rotorsteigung ein größeres Kammervolumen und damit ein größerer Fördermassenstrom ergeben. Gleichzeitig verschlechtert sich für nicht-konstante Rotorsteigung in der Regel die Spaltsituation, wodurch der Liefergrad bei gleicher Gesamtumschlingung etwas geringer ausfällt als für konstante Rotorsteigung.

Im Bereich großer Verdichtungsverhältnisse und Umfangsmachzahlen bei gleichzeitig geringem Isentropenexponent des Fluids und geringen Spalthöhen ergibt sich das größte Verbesserungspotenzial nicht-konstanter Rotorsteigung. Der innere isentrope Gütegrad der Dual-Lead-Maschine liegt im untersuchten Kennzahlbereich bis zu sechs Prozentpunkte über der optimalen Maschine konstanter Rotorsteigung. Für geringe Verdichtungsverhältnisse, geringe Umfangsmachzahlen und große Isentropenexponenten ist das Optimierungspotenzial hingegen deutlich reduziert bzw. nicht vorhanden.

Das Potenzial nicht-konstanter Rotorsteigung wird im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls praktisch nachgewiesen. Der aus der theoretischen Untersuchung resultierende potenziell vorteilhafte Kennzahlbereich legt ebenfalls Potenziale für nasslaufende Schraubenkompressoren offen. Für eine praktische Prototypuntersuchung wird daher auf einen kommerziellen, öleingespritzten Luftkompressor zurückgegriffen, wodurch Verdichtungsverhältnisse bis zu 16 untersucht werden können. Der Kompressor wird mit Dual-Lead-Rotoren ausgerüstet, die auf einer Fünffachsfräsmaschine gefertigt sind. Die Spalte des Dual-Lead-

Prototypen fallen im Vergleich zur Referenzmaschine konstanter Rotorsteigung jedoch größer aus, wodurch die Referenzmaschine bei geringen Umfangsgeschwindigkeiten deutlich höhere effektive isentrope Gütegrade aufweist. Bei Umfangsgeschwindigkeiten von 50 m/s ergibt sich hingegen für alle untersuchten Verdichtungsverhältnisse ein höherer innerer effektiver Gütegrad des Dual-Lead-Kompressors, der bei einem Verdichtungsverhältnis von 16 gegenüber der Referenzmaschine um vier Prozentpunkte gesteigert werden kann und damit das theoretische Verbesserungspotenzial auch praktisch validiert.

Neben den hier durchgeführten Untersuchungen ergibt sich Potenzial für weiterführende Untersuchungen nicht-konstanter Rotorsteigung bzw. geometrischer Optimierungskonzepte. Das energetische Potenzial nicht-konstanter Rotorsteigung konnte in dieser Arbeit nachgewiesen werden. Die Geometrie der Rotoren mit nicht-konstanter Steigung ist im Vergleich zur konstanten Steigung jedoch deutlich komplexer und fertigungstechnisch anspruchsvoll. Eine detaillierte Betrachtung der möglichen Fertigungs- bzw. Fügeverfahren zur wirtschaftlichen Herstellung von Rotoren mit nicht-konstanter Rotorsteigung steht derzeit noch aus. Ein weiteres vielversprechendes Konzept zur Verbesserung der Effizienz von Schraubenkompressoren stellen konische Rotoren dar, für die noch keine detaillierten Untersuchungen verfügbar sind. Letztlich lässt sich das Konzept nicht-konstanter Rotorsteigung auch in Schraubenexpansoren anwenden, wodurch die Füllung der Maschine und damit die Gesamteffizienz verbessert werden könnte.

Literaturverzeichnis

- [Alt02] Alt, W.: Nichtlineare Optimierung. Eine Einführung in Theorie, Verfahren und Anwendungen. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2002.
- [Amo77] Amosov, P. E.: Vintovie kompresornie mashinii-Spravochnik. (Screw Compression Machines-Handbook). Mashinstroenie, Leningrad, 1977.
- [ANS16a] ANSYS, Inc.: Ansys CFX Theory Guide. Release 17.2, 2016.
- [ANS16b] ANSYS, Inc.: Ansys CFX Modeling Guide. Release 17.2, 2016.
- [Bei11] Beinert, M.: Analyse der Öleinspritzung von öleinspritzgekühlten Schraubenkompressoren. Diplomarbeit 2011/08D, Fachgebiet Fluidtechnik, Technische Universität Dortmund, 2011.
- [Bei82] Bein, T. W.; Hamilton, J. F.: Computer modeling of an oil flooded single screw air compressor. In: International Compressor Engineering Conference, paper 383, Purdue University, USA, 1982.
- [Bel13a] Bell, I. et al.: A computationally efficient hybrid leakage model for positive displacement compressors and expanders. In: International Journal of Refrigeration 36 (7), pp. 1965-1973, 2013.
- [Bel13b] Bell, I. et al.: Development of a generalized steady-state simulation framework for positive displacement compressors and expanders. In: 8th International Conference on Compressors and their Systems. City University, London (UK). Woodhead Publishing, Cambridge, 2013.
- [Bel57] Bell, K. J.; Bergelin, O. P.: Flow Through Annular Orifices. In: Transactions of the ASME 79, pp. 593-603, 1957.
- [Bla13] Blasius, H.: Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. In: Mitteilung über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, pp. 1-41. Springer, Berlin, Heidelberg, 1913.
- [Bra60] Bragg, S. L.: Effect of compressibility on the discharge coefficient of orifices and convergent nozzles. In: Journal of Mechanical Engineering Science 2 (1), pp. 35-45, 1960.
- [Buc12] Buckney, D. et al.: Some Aspects of Estimating Geometric Characteristics of Screw Compressors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 2130, Purdue University, USA, 2012.
- [Buc13] Buckney, D.; Kovacevic, A.; Stošić, N.: Experimental validation of a geometry model for twin screw machines. In: 8th International Conference on Compressors and their Systems. City University, London (UK). Woodhead Publishing, Cambridge, 2013.
- [Buc14] Buckingham, E.: On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations. In: Physical review 4 (4), pp. 345-376, 1914.

- [But85] Buthmann, P.: Rechnergestützte Schraubenverdichterprofilentwicklung und -rotorauslegung unter Berücksichtigung der betriebsbedingten Verformungen. Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1985.
- [Caf74] Caffrey, T.: Multiple Lead Screw Compressor. United States Patent Nr. 3,807,911, 1974.
- [Cip14] Cipollone, R.; Vittorini, D.: Energy Saving Potential in Existing Compressors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 2379, Purdue University, USA, 2014.
- [Dre89] Dreißig, B.: Ein Beitrag zur Auslegung von trockenlaufenden Schraubenmotoren. Dissertation, Universität Dortmund, 1989.
- [Egl35] Egli, A.: The Leakage of Steam through Labyrinth Seals. In: Transactions of the ASME 57 (3), pp. 115-122, 1935.
- [End19] Endress+Hauser: Technical Information Proline Promass F 300 Coriolis flowmeter, 2019.
- [Fan94] Fan, Z.; Chen, Z.: A Calculating Method for Gas Leakage in Compressor. In: International Compressor Engineering Conference, paper 955, Purdue University, USA, 1994.
- [Fer08] Ferziger, J. H.; Perić, M.: Numerische Strömungsmechanik. Springer-Verlag, Berlin, 2008.
- [Fis84] Fister, W.; Neumann, G.: Berechnung der reibungsbehafteten Strömung in den Zahnlücken und Dichtspalten von Schraubenmaschinen. In: VDI-Berichte 521, pp. 299-327. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1984.
- [Fos03] Fost, C.: Ein Beitrag zur Verbesserung der Kammerfüllung von Schraubenmotoren. Dissertation, Universität Dortmund, 2003.
- [Gar18] Gardner Denver Industrials: Gardner Denver CycloBlower VHX. <https://www.youtube.com/watch?v=6n0kADKeFes>, aufgerufen am 7.3.2019, 2018.
- [Gar19] Gardner Denver Industrials: Positive Displacement Blowers & Vacuum Pumps. CycloBlower Informationsbroschüre, <https://www.gardnerdenver.com/en/gdproducts/products/blowers/helical-screw-technology/cycloblower-vhx>, aufgerufen am 7.3.2019, 2019.
- [Gar69] Gardner, J. W.: Variable lead Compressor. United States Patent Nr. 3,424,373, 1969.
- [Gra02] Grabow, G.: Optimalbereiche für Schraubenmaschinen zur Förderung kompressibler Fluide. In: VDI-Berichte 1715, pp. 385-396. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2002.
- [Gra10] Grafinger, M.: Entwurf und Berechnung von Rotorprofilen mit der Profilsteigungsfunktion und dem Computerprogramm SV_Win. In: VDI-Berichte 2101, pp. 357-372. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2010.
- [Han94] Hanjali, K.; Stosic, N.: Application of mathematical modelling of Screw Engines to the optimization of lobe profiles. In: VDI-Berichte 1135, pp. 383-392. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1994.

- [Hau10] Hauser, J.: Geometrische Analyse von Schraubenrotoren für die umformende Fertigung. Dissertation, Technische Universität Dortmund, 2010.
- [Hau13] Hauser, J.; Beinert, M.; Herlemann, S.: Thermodynamic simulation of multi-stage screw compressors using chamber-based screw model. In: 8th International Conference on Compressors and their Systems. City University, London (UK). Woodhead Publishing, Cambridge, 2013.
- [Hei11] Heiyanthuduwage, M.; Mounoury, S.; Kovacevic, A.: Performance prediction methods for screw compressors. In: 7th International Conference on Compressors and Their Systems. City University London (UK). Woodhead Publishing, Oxford, 2011.
- [Hel06] Helpertz, M.: Multikriterielle Profilloptimierung. Optimierung von Kopfrundungsöffnung und Eingriffslinienlänge mit Hilfe von Paretofronten. In: VDI-Berichte 1932, pp. 33-51. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2006.
- [Her14] Herlemann, S.; Hauser, J.; Henning, N.: Optimization of rotor profiles for energy efficiency by using chamber-based screw model. In: 9th International Conference on Screw Machines 2014, VDI-Berichte 2228, pp. 211-223. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2014.
- [Hes14] Hesse, J. et al.: Structured meshes and reliable CFD simulations: TwinMesh for positive displacement machines. In: 9th International Conference on Screw Machines 2014, VDI-Berichte 2228, pp. 297-308. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2014.
- [Hin18] Hinz, J.; Möller, M.; Vuik, C.: Spline-Based Parameterization Techniques for Twin-Screw Machine Geometries. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 425, paper 012030, 2018.
- [Hir07] Hirsch, C.: Numerical computation of internal and external flows. Introduction to the fundamentals of CFD. Butterworth-Heinemann, Oxford, 2007.
- [Hua15] Huang, C.-Y.: New Twin Screw Compressor Design by Deviation Function Method. Ph.D. Thesis, University of California, USA, 2015.
- [Hua94] Huang, Y.: Leakage Calculation Trough Clearances. In: International Compressor Engineering Conference, paper 953, Purdue University, USA, 1994.
- [Huc20] Huck, C.: Verdünnte Strömung in Spalten von Vakuumpumpen mit bewegter Berandung. Dissertation, Technische Universität Dortmund, 2020.
- [Hüt16] Hütker, J.: Energiewandlung in trockenlaufenden Schraubenmotoren. Dissertation, Technische Universität Dortmund, 2016.
- [Ich19] Icha, P.; Kuhs, G.: Climate Change 10/2019. Entwicklung der spezifischen Kohlendioxid Emissionen des deutschen Strommix in den Jahren 1990 - 2018, Umweltbundesamt (Hrsg.), Dessau-Roßlau, 2019.
- [Ish08] Ishii, N. et al.: Effects of Surface Roughness Upon Gas Leakage Flow Through Small Clearances in CO2 Scroll Compressors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1851, Purdue University, USA, 2008.

- [Ish96] Ishii, N. et al.: Refrigerant Leakage Flow Evaluation for Scroll Compressors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1175, Purdue University, USA, 1996.
- [Jan07] Janicki, M.: Modellierung und Simulation von Rotationsverdrängermaschinen. Dissertation, Universität Dortmund, 2007.
- [Jün18] Jünemann, T.; Brümmer, A.: Optimisation of screw spindle vacuum pumps with variable rotor pitch regarding load-lock operation. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 425, paper 012028, 2018.
- [Kau02a] Kauder, K. et al.: Optimisation methods for rotors of twin-screw compressors. In: VDI-Berichte 1715, pp. 29-50. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2002.
- [Kau02b] Kauder, K.; Stratmann, D.: Theoretical Gas Flow through Gaps in Screw-Type Machines. In: VDI-Berichte 1715, pp. 99-112. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2002.
- [Kau90] Kauder, K.; Dreißig, B.: Optimierte Auslegung von trockenlaufenden Schraubenmotoren. In: VDI-Berichte 859, pp. 163–183. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1990.
- [Kea52] Kearton, W. J.; Keh, T. H.: Leakage of air through labyrinth glands of staggered type. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 166 (1), pp. 180-195, 1952.
- [Kel97] Keller, G.: Simulationsgestützte Entwicklung des Motors einer Heißgasschraubenmaschine. Dissertation, Universität Dortmund, 1997.
- [Ken17] Kennedy, S.; Wilson, M.; Rane, S.: Combined Numerical and Analytical Analysis of an Oil-free Twin Screw Compressor. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 232, paper 012080, 2017.
- [Ket11] Kethedi, M. et al.: Evaluation of various turbulence models in predicting screw compressor flow processes by CFD. In: 7th International Conference on Compressors and Their Systems. City University London (UK). Woodhead Publishing, Oxford, 2011.
- [Kim16] Kim, G.-W. et al.: Prediction of Leakage Flow of Radial Clearance in a Rolling Piston Rotary Compressor. In: International Compressor Engineering Conference, paper 2493, Purdue University, USA, 2016.
- [Kon88] Konka, K.-H.: Schraubenkompressoren. Technik und Praxis. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1988.
- [Kov02] Kovacevic, A.: Three-Dimensional Numerical Analysis for Flow Prediction in Positive Displacement Screw Machines. Ph.D Thesis, City University London, 2002.
- [Kov07a] Kovacevic, A. et al.: Screw Compressors. Three Dimensional Computational Fluid Dynamics and Solid Fluid Interaction. Springer Science & Business Media; Springer-Verlag, s.l., 2007.
- [Kov07b] Kovacevic, A. et al.: An integrated model for the performance calculation of Screw Machines. In: International Conference on Compressors and Their Systems. Cass Business School, City University, London (UK). Chandos Publishing, Oxford, 2007.

- [Kov13] Kovacevic, A.; Rane, S.: 3D CFD analysis of a twin screw expander. In: 8th International Conference on Compressors and their Systems. City University, London (UK). Woodhead Publishing, Cambridge, 2013.
- [Kov14a] Kovacevic, A. et al.: Influence of approaches in CFD Solvers on Performance Prediction in Screw Compressors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 2252, Purdue University, USA, 2014.
- [Kov14b] Kovacevic, A.; Rane, S.; Stosic, N.: Screw Compressor with Variable Geometry Rotors. Analyses of Designs by CFD. In: European Fluid Machinery Congress, pp. 91-101. Institution of Mechanical Engineers, Edinburgh, Scotland, 2014.
- [Kri78] Krigar, H.: Verwendung eines Schraubengebläses als Gebläse, Pumpe, Presse, Motor und Messapparat. Deutsches Patent, Nr. 7116, 1878.
- [Lan05] Langtry, R.; Menter, F.: Transition Modeling for General CFD Applications in Aeronautics. In: 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting, 2005.
- [Lem13] Lemon, E. W. et al.: NIST Standard Reference Database 23: Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties-REFPROP, Version 9.1, National Institute of Standards and Technology, 2013.
- [Lys41] Lysholm, A.: Rotary Compressor. United States Patent Nr. 2,243,874, 1941.
- [Lys43] Lysholm, A.: A New Rotary Compressor. In: Proceedings of the Inst. of Mech. Engineers London Bd. 150, 1943.
- [Mat08] Mathison, M. M.; Braun, J. E.; Groll, E. A.: Modeling of a two-stage rotary compressor. In: HVAC&R Research 14 (5), pp. 719-748, 2008.
- [Men93] Menter, F.: Zonal Two Equation k-w Turbulence Models For Aerodynamic Flows. In: 24th Fluid Dynamics, Plasmadynamics, and Lasers Conference, 1993.
- [Mic18] Micro-Epsilon: Produktkatalog: Kapazitive Sensoren für Weg, Abstand & Position, 2018.
- [Mis17] Mises, R. v.: Berechnung von Ausfluß- und Ueberfallzahlen. In: Zeitschrift des VDI 61 (21), 1917.
- [Möl18] Möller, M.; Hinz, J.: Isogeometric analysis framework for the numerical simulation of rotary screw machines. I. General concept and early applications. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 425, paper 012032, 2018.
- [Mor86] Mori, H. et al.: Single Stage, Oil-Free Screw Compressor with a Compression Ratio Eight. In: International Compressor Engineering Conference, paper 519, Purdue University, USA, 1986.
- [Muj11] Mujic, E.; Hossner, K.; Feller, K.: Rotor enhancement for improved screw compressor performance. In: 7th International Conference on Compressors and Their Systems. City University London (UK). Woodhead Publishing, Oxford, 2011.
- [Mül13] Müller, R.: Spaltströmung mit Wärmeübertragung in Vakuumpumpen. Dissertation, Universität Kaiserslautern, 2013.

- [Nad17] Nadler, K.: Modellierung und Analyse von Schraubenvakuumpumpen im Blower-Betrieb. Dissertation, Technische Universität Dortmund, 2017.
- [Nau82] Naujoks, R.: Zustandsänderungen in trockenlaufenden Schraubenmaschinen. Ein Vergleich von Rechnung und Experiment. Dissertation, Universität Dortmund, 1982.
- [Nel65] Nelder, J. A.; Mead, R.: A Simplex Method for Function Minimization. In: The Computer Journal 7 (4), pp. 308-313, 1965.
- [Nik14] Nikolov, A.; Brümmer, A.: Influence of water injection on the operating behaviour of screw expanders. Experimental investigation. In: 9th International Conference on Screw Machines 2014, VDI-Berichte 2228, pp. 43-60. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2014.
- [Oer11] Oertel, H.; Böhle, M.; Reviol, T.: Strömungsmechanik. Grundlagen - Grundgleichungen - Lösungsmethoden - Softwarebeispiele. Vieweg+Teubner Verlag / Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH, Wiesbaden, 2011.
- [Pap15] Papes, I.; Degroote, J.; Vierendeels, J.: Numerical simulation of a twin screw expander for performance prediction. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 90, paper 012059, 2015.
- [Pap16] Papes, I.; Degroote, J.; Vierendeels, J.: Development of a thermodynamic low order model for a twin screw expander with emphasis on pulsations in the inlet pipe. In: Applied Thermal Engineering 103, pp. 909-919, 2016.
- [Pas14] Pascu, M. et al.: Numerical Investigation Of The Leakage Flows In Twin Screw Compressor Rotors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 2321, Purdue University, USA, 2014.
- [Pev87a] Peveling, F.-J.: Ein Beitrag zur Optimierung adiabater Schraubenmaschinen in Simulationsrechnungen. Dissertation, Universität Dortmund, 1987.
- [Pev87b] Peveling, F.-J.: Einfluss des Umschlingungswinkels auf das Betriebsverhalten von Schraubenmaschinen. In: VDI-Berichte 640, pp. 209-229. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1987.
- [Pra74] Prakash R., Singh, R.: Mathematical Modeling and Simulation of Refrigerating Compressors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 132, Purdue University, USA, 1974.
- [Pri03] Prins, J.; Ferreira, I.: Selected basic theory of gas leakage. In: IMechE Conference Transactions 4, pp. 521-530. Professional Engineering Publishing, 2003.
- [Pri04] Prins, J.: Boundary Layer Leakage Model. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1696, Purdue University, USA, 2004.
- [Pri06] Prins, J.: On the Structure of Compressor Gas Leakage Flows. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1728, Purdue University, USA, 2006.
- [Pri98a] Prins, J.; Ferreira, I.: Quasi One-Dimensional Steady-State Models for Gas Leakage. Part II: Improvement of the Viscous Modeling. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1302, Purdue University, USA, 1998.

- [Pri98b] Prins, J.; Ferreira, I.: Quasi One-Dimensional Steady-State Models for Gas Leakage. Part I: Comparison and Validation. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1301, Purdue University, USA, 1998.
- [Rad01] Radgen, P.; Blaustein, E.: Compressed Air Systems in the European Union. Energy, Emissions, Savings Potential and Policy Actions. LOG_X Verlag GmbH, Stuttgart, 2001.
- [Ran14] Rane, S. et al.: Deforming grid generation and CFD analysis of variable geometry screw compressors. In: Computers & Fluids 99, pp. 124-141, 2014.
- [Ran15a] Rane, S.: Grid Generation and CFD Analysis of Variable Geometry Screw Machines. Ph.D. Thesis, City University London, 2015.
- [Ran15b] Rane, S.; Kovacevic, A.; Stosic, N.: Analytical Grid Generation for accurate representation of clearances in CFD for Screw Machines. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 90, paper 012008, 2015.
- [Rat15] Ratcliffe, C.; Ratcliffe, B.: Doubt-Free Uncertainty In Measurement. An introduction for engineers and students. Springer International Publishing, Cham, 2015.
- [Rau93] Rau, B.; Kauder, K.: Ein Verfahren zur Bestimmung der Rotoreingriffsgeometrie bei Schraubenmaschinenrotoren. In: Schraubenmaschinen 1, pp. 18-23, Universitätsdruckerei Dortmund, 1993.
- [Rau94] Rau, B.: Ein Beitrag zur Auslegung trockenlaufender Schraubenkompressoren. Dissertation, Universität Dortmund, 1994.
- [Rey95] Reynolds, O.: On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion. In: Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 186, pp. 123-164, 1895.
- [Ric11a] Richter, D.; Nadler, K.: A new approach to three-dimensional intermesh clearance calculation. In: 7th International Conference on Compressors and Their Systems. City University London (UK). Woodhead Publishing, Oxford, 2011.
- [Ric11b] Richardson, L. F.: The Approximate Arithmetical Solution by Finite Differences of Physical Problems Involving Differential Equations, with an Application to the Stresses in a Masonry Dam. In: Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 210 (459-470), pp. 307-357, 1911.
- [Rin79] Rinder, L.: Schraubenverdichter. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1979.
- [Rof97] Rofall, K.: Ein Beitrag zur Verifizierung eines Simulationssystems für trockenlaufende Schraubenkompressoren. Dissertation, Universität Dortmund, 1997.
- [Roh05] Rohe, A.: Wärmehaushalt von Schraubenspindel-Vakuumpumpen. Dissertation, Universität Dortmund, 2005.
- [Rot56] Rotta, J.: Experimenteller Beitrag zur Entstehung turbulenter Strömung im Rohr. In: Ingenieur-Archiv 24 (4), pp. 258-281, 1956.

- [Row18] Rowinski, D. et al.: Modeling a dry running twin-screw expander using a coupled thermal-fluid solver with automatic mesh generation. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 425, paper 012019, 2018.
- [Sac02] Sachs, R.: Experimentelle Untersuchung von Gasströmungen in Schraubenmaschinen. Dissertation, Universität Dortmund, 2002.
- [Sai39] Saint-Venant, B.; Wantzel, L.: Mémoire et expériences sur l'écoulement de l'air déterminé par des différences de pression considérables. In: Journal de l'École Polytechnique 16, 1839.
- [Sak70] Sakun, I. A.: Schraubenverdichter. Theoretische Grundlagen, Berechnung, Konstruktion. Verlag Masinstroenie, Leningrad, 1970.
- [Sau13] Sauls, J.; Branch, S.: Use of computational fluid dynamics to develop improved one-dimensional thermodynamic analyses of refrigerant screw compressors. In: 8th International Conference on Compressors and their Systems. City University, London (UK). Woodhead Publishing, Cambridge, 2013.
- [Sau96] Sauls, J.: Development of a Comprehensive Thermodynamic Modeling System for Refrigerant Screw Compressors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1098, Purdue University, USA, 1996.
- [Sch06] Schlichting, H.; Gersten, K.; Krause, E.: Grenzschicht-Theorie. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2006.
- [Sch14] Schulze-Beckinghaus, P.; Hauser, J.; Herlemann, S.: Advanced analysis of twin screw compressors with variable rotor pitch using one-dimensional thermodynamic simulation. In: 9th International Conference on Screw Machines 2014, VDI-Berichte 2228, pp. 237-247. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2014.
- [Sin84] Singh, P. J.; Onuschak, A. D.: A Comprehensive, Computerized Method for Twin-Screw Rotor Profile Generation and Analysis. In: International Compressor Engineering Conference, paper 501, Purdue University, USA, 1984.
- [Sin86] Singh, P. J.; Bowman, J. L.: Effect of Design Parameters on Oil-Flooded Screw Compressor Performance. In: International Compressor Engineering Conference, paper 517, Purdue University, USA, 1986.
- [Sno52] Snow, E. W.: Communications on Leakage of air through labyrinth glands of staggered type. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 166 (1), pp. 190-192, 1952.
- [Spa92] Spalart, P.; Allmaras, S.: A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In: 30th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 1992.
- [Spi15] Spille-Kohoff, A.; Hesse, J.; El Shorbagy, A.: CFD simulation of a screw compressor including leakage flows and rotor heating. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 90, paper 012009, 2015.

- [Ste93] Steffens, R.: Die Profilsteigungsfunktion, ein neuer Weg zur Analytischen Bestimmung und Optimierung allgemeiner Profilflankenpaarungen. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, 1993.
- [Sto02] Stosic, N.; Smith, I. K.; Kovacevic, A.: Optimization Of Screw Compressor Design. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1592, Purdue University, USA, 2002.
- [Sto03] Stosic, N.; Kovacevic, A.; Smith, I. K.: Three Dimensional Numerical Analysis of Screw Compressor Performance. In: Journal of Computational Methods in Sciences and Engineering 3 (2), pp. 259-284, 2003.
- [Sto04] Stosic, N.: Screw Compressors in Refrigeration and Air Conditioning. In: HVAC&R Research 10 (3), pp. 233-263, 2004.
- [Sto05] Stosic, N.; Smith, I. K.; Kovacevic, A.: Screw Compressors. Mathematical Modelling and Performance Calculation. Springer-Verlag, s.l., 2005.
- [Sto07] Stosic, N. et al.: Development of a rotor profile for silent screw compressor operation. In: International Conference on Compressors and Their Systems. Cass Business School, City University, London (UK). Chandos Publishing, Oxford, 2007.
- [Str10] Stratmann, D.: Kennfeldverhalten zweiwelliger Rotationsverdrängervakuumpumpen. Dissertation, Technische Universität Dortmund, 2010.
- [Svi02] Svigler, J.; Albl, P.: Beitrag zur geometrischen Optimierung des Arbeitsraumes der Schraubenmaschinen. In: VDI-Berichte 1715, pp. 295-306. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2002.
- [Tan78] Tang, S. P.; Fenn, J. B.: Experimental determination of the discharge coefficients for critical flow through an axisymmetric nozzle. In: AIAA Journal 16 (1), pp. 41-46, 1978.
- [Tem07] Temming, J.: Stationärer und instationärer Betrieb eines unsynchronisierten Schraubenladers. Dissertation, Universität Dortmund, 2007.
- [Tro50] Trojanovsky, B. M.: Der Dampfverlust durch Labyrinthstopfbüchsen (russ.). In: Mitteilung des WTI 1, pp. 19-24, 1950.
- [Tru08] Truckenbrodt, E.: Fluidmechanik. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [Tru73] Trutnovsky, K.: Berührungsfreie Dichtungen. Grundlagen und Anwendungen der Strömung durch Spalte und Labyrinth. VDI-Verl., Düsseldorf, 1973.
- [Uni15] "Paris Agreement". United Nations Framework Convention on Climate Change (UNFCCC), 2015.
- [Utr14] Utri, M.; Brümmer, A.: A comparative examination of the potential of screw expanders with variable rotor pitch. In: 9th International Conference on Screw Machines 2014, VDI-Berichte 2228, pp. 249-266. VDI-Verlag, Düsseldorf, 2014.

- [Utr16] Utri, M.; Brümmer, A.: Improvement of the Efficiency of Twin-Screw Refrigeration Compressors by means of Dual Lead Rotors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 2474, Purdue University, USA, 2016.
- [Utr17] Utri, M.; Brümmer, A.: Energy potential of dual lead rotors for twin screw compressors. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 232, paper 012018, 2017.
- [Utr18a] Utri, M.; Brümmer, A.: Opportunities for variable rotor lead in screw compressors depending on dimensionless numbers. In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering, 2018.
- [Utr18b] Utri, M.; Brümmer, A.: Fluid Flow through Front Clearances of Dry Running Screw Machines Using Dimensionless Numbers. In: International Compressor Engineering Conference, paper 2583, Purdue University, USA, 2018.
- [Utr18c] Utri, M.; Höckenkamp, S.; Brümmer, A.: Fluid flow through male rotor housing clearances of dry running screw machines using dimensionless numbers. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 425, paper 012033, 2018.
- [Utr18d] Utri, M.; Brümmer, A.; Hauser, J.: Comparison of thermodynamic efficiency between constant, dual and multiple lead rotors for an industrial air screw compressor. In: IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 425, paper 012025, 2018.
- [Utr19] Utri, M. et al.: Theoretische Untersuchung der mechanischen Rotorbelastung von unsynchronisierten, trockenlaufenden Schraubenmaschinen. In: Prozesstechnik und Komponenten, Dr. Harnisch Verlags GmbH, 2019.
- [Vas16] Vasuthevan, H.; Brümmer, A.: Thermodynamic Modeling of Screw Expander in a Trilateral Flash Cycle. In: International Compressor Engineering Conference, paper 2475, Purdue University, USA, 2016.
- [Ver07] Versteeg, H. K.; Malalasekera, W.: An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method. Pearson/Prentice Hall, Harlow, 2007.
- [Vim02] Vimmr, J.: A Treatise on the Numerical Simulation of the Compressible Fluid Flow in the Sealing Gap of the Screw Machines. In: VDI-Berichte 1715, pp.155-166, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2002.
- [Vim06] Vimmr, J.; Fryč, O.: Numerical simulation of Leakage flow between moving rotor and housing of screw compressor. In: Modelowanie Inzynierskie 32, pp. 461-468, 2006.
- [Vim07] Vimmr, J.: Modelling of Complex clearance Flow in Screw-type machines. In: Mathematics and Computers in Simulation 76 (1-3), pp. 229-236, 2007.
- [Wai11] Waide, P.; Brunner, C. U.: Energy-Efficiency Policy Opportunities for Electric Motor-Driven Systems, 2011.
- [Wec94] Weckes, N.: Ein Beitrag zur Optimierung geometrischer und thermodynamischer Kenngrößen von Schraubenladern. Dissertation, Universität Dortmund, 1994.
- [Wen01] Wenderott, D.: Spaltströmungen im Vakuum. Dissertation, Universität Dortmund, 2001.

- [Wil88] Wilcox, D. C.: Multiscale model for turbulent flows. In: AIAA Journal 26 (11), pp. 1311-1320, 1988.
- [Xin00] Xing, Z.: Screw Compressors: Theory, Design and Application. In: China Machine Press, Beijing, China, 2000.
- [You96a] You, C. X.; Tang, Y.; Fleming, J. S.: Optimum Rotor Geometrical Parameters in Refrigeration Helical Twin Screw Compressors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1074, Purdue University, USA, 1996.
- [You96b] You, C. X.; Tang, Y.; Fleming, J. S.: Optimum Lobe Tip Designs in Oil Injected Helical Twin Screw Compressors. In: International Compressor Engineering Conference, paper 1075, Purdue University, USA, 1996.
- [Yua92] Yuan, X.; Chen, Z.; Fan, Z.: Calculating Model and Experimental Investigation of Gas Leakage. In: International Compressor Engineering Conference, paper 919, Purdue University, West Lafayette, Indiana, USA, 1992.

Anhang

A.1 Dimensionsanalyse und Kennzahlen

A.1.1 Maschinenspalte

Nach Durchführung des Pi-Theorems auf Grundlage der Parameter aus Gl. 4.2 ergeben sich folgende Kennzahlen zur Beschreibung der physikalischen Ähnlichkeit für das Teilsystem Spalt:

$$\begin{aligned} \Pi_1^* &= \frac{\dot{m}_{th}}{\dot{m}_{Sp}} = \frac{1}{\alpha}, & \Pi_2 &= \frac{c_p}{c_v} = \kappa, & \Pi_3 &= \frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi_{Sp}, \\ \Pi_4^* &= \frac{\eta_{HD} \cdot D}{\dot{m}_{Sp}}, & \Pi_5^* &= \frac{\dot{m}_{Sp} \cdot u_{Sp}}{D^2 \cdot p_{HD}}, & \Pi_6^* &= \frac{\lambda_{HD} \cdot D}{\dot{m}_{Sp} \cdot c_v} \end{aligned} \quad \text{Gl. A.1}$$

Folgende Kennzahlen beschreiben die geometrische Ähnlichkeit:

$$\Pi_7 = \frac{h_{Sp}}{D}, \quad \Pi_8 = \frac{s}{D} \quad \text{Gl. A.2}$$

Die Kennzahl Π_1^* bildet den Kehrwert des Strömungsbeiwertes (vgl. Gl. 2.10) zur Charakterisierung des Spaltdurchflusses. Die Form der Kennzahl Π_4^* erinnert an die Reynoldszahl, welche das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften angibt und allgemein über folgende Gleichung definiert ist:

$$Re = \frac{\rho \cdot c \cdot l_{char}}{\eta} \quad \text{Gl. A.3}$$

Die charakteristische Länge l_{char} hängt von dem untersuchten System ab und ist für Rohre beispielsweise der Durchmesser. Da die Spaltfläche keinen Kreisquerschnitt besitzt, wird hier mit dem hydraulischen Ersatzdurchmesser gearbeitet, welcher sich aus dem Verhältnis von vierfacher Spaltfläche und Spaltumfang ergibt. Für Spaltströmungen, bei denen die Spalthöhe deutlich geringer ist als die Spaltbreite ($h_{Sp} \ll b_{Sp}$), ergibt sich näherungsweise die doppelte Spalthöhe als hydraulischer Ersatzdurchmesser. Damit ergibt sich für die Reynoldszahl durch Erweiterung mit dem Massenstrom:

$$Re = \frac{\rho \cdot c \cdot l_{char}}{\eta} = \frac{2\rho \cdot c \cdot h_{Sp}}{\eta} = \frac{2\rho \cdot \dot{m}_{Sp} \cdot h_{Sp}}{\eta \cdot \rho \cdot h_{Sp} \cdot b_{Sp}} = \frac{2\dot{m}_{Sp}}{\eta \cdot b_{Sp}} \quad \text{Gl. A.4}$$

Als Kennzahl Π_4 wird daher die Reynoldszahl aus Gl. A.4 verwendet. Die Kennzahl Π_5^* kann mit weiteren Kennzahlen verrechnet werden:

$$\frac{\Pi_5^* \cdot \Pi_1^*}{\Pi_7^2} = \frac{\dot{m}_{th} \cdot u_{Sp}}{p_{HD} \cdot h_{Sp}^2} \quad \text{Gl. A.5}$$

Der theoretische Massenstrom nach Gl. 2.8 kann auch geschrieben werden als:

$$\dot{m}_{th} = p_{HD} \cdot \frac{A}{a_{HD}} \cdot \sqrt{\frac{2\kappa}{1 - \frac{1}{\kappa}} \cdot \left((\Pi_{Sp^*})^{\frac{2}{\kappa}} - (\Pi_{Sp^*})^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)} = p_{HD} \cdot \frac{A}{a_{HD}} \cdot f(\Pi_{Sp}, \kappa) \quad \text{Gl. A.6}$$

mit $\frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi_{Sp}$ und $\Pi_{Sp^*} = \Pi_{Sp}$ für $\Pi_{Sp} > \Pi_{krit}$ und $\Pi_{Sp^*} = \Pi_{krit}$ für $\Pi_{Sp} \leq \Pi_{krit}$

Damit berechnet sich Gl. A.5 zu:

$$\frac{\Pi_5^* \cdot \Pi_1^*}{\Pi_7^2} = \frac{p_{HD} \cdot A \cdot u_{Sp}}{p_{HD} \cdot h_{Sp}^2 \cdot a_{HD}} \cdot f(\Pi_{Sp}, \kappa) \quad \text{Gl. A.7}$$

Durch Multiplikation mit dem dimensionslosen Verhältnis aus Spalthöhe zu -breite ergibt sich die Umfangsmachzahl am Spalt:

$$\Pi_5 = \frac{u_{Sp}}{a_{HD}} = Ma_{u,Sp} \quad \text{Gl. A.8}$$

Die Kennzahl Π_6^* kann ebenfalls verrechnet werden, wodurch sich die Prandtl-Zahl ergibt:

$$\frac{\Pi_2 \cdot \Pi_4^*}{\Pi_6^*} = \frac{\eta_{HD} \cdot c_p}{\lambda_{HD}} = Pr = \Pi_6 \quad \text{Gl. A.9}$$

A.1.2 Schraubenkompressor

Nach Durchführung des Pi-Theorems auf Grundlage der Parameter aus Gl. 6.18 ergeben sich folgende Kennzahlen zur Beschreibung der physikalischen Ähnlichkeit für das System Schraubenkompressor:

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{c_p}{c_v} = \kappa, & \Pi_2^* &= \frac{a_{ND}}{u} = \frac{1}{Ma_u}, & \Pi_3^* &= \frac{p_{HD}}{p_{ND}}, \\ \Pi_4^* &= \frac{v_{ND}}{u \cdot D} = \frac{1}{Re_u}, & \Pi_5^* &= \frac{w_i}{u^2}, & \Pi_6^* &= \frac{\lambda_{ND} \cdot u}{c_v \cdot p_{ND} \cdot D} \end{aligned} \quad \text{Gl. A.10}$$

Der Isentropenexponent κ sowie die Umfangsmachzahl Ma_u sind bereits von der Spaltuntersuchung bekannt. Die Umfangsmachzahl wird hier jedoch mit der Umfangsgeschwindigkeit des Hauptrotors u gebildet. Damit das Druckverhältnis analog zur Definition aus Gl. 2.8 definiert und kleiner eins ist, wird der Kehrwert von Π_3^* verwendet:

$$\Pi_3 = \frac{p_{ND}}{p_{HD}} = \Pi_{Kompr} \quad \text{Gl. A.11}$$

Π_5^* kann mit Π_2^* verrechnet werden:

$$\frac{\Pi_5^*}{\Pi_2^{*2}} = \frac{w_i}{a_{ND}^2} = \frac{w_i}{\kappa \cdot R_s \cdot T_{ND}} = \frac{w_i}{f(\Pi_1 \cdot R_s \cdot T_{ND})} \quad \text{Gl. A.12}$$

Die theoretisch nötige spezifische Arbeit w_s , die im Fall einer isentropen Kompression nötig wäre, kann analytisch über folgende Gleichung bestimmt werden:

$$w_s = \Delta h_s = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot R_s \cdot T_{ND} \cdot \left[\left(\frac{p_{HD}}{p_{ND}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] = f(\Pi_1, \Pi_3, R_s, T_{ND}) \quad \text{Gl. A.13}$$

Aufgrund ähnlicher Abhängigkeiten wie die des Nenners in Gl. A.12 kann dieser durch die spezifische isentrope Arbeit w_s ersetzt werden, wodurch sich der bereits in Abschnitt 2 vorgestellte innere isentrope Gütegrad ergibt:

$$\Pi_5 = \frac{w_s}{w_i} = \eta_{is} \quad \text{Gl. A.14}$$

Π_6^* kann ebenfalls verrechnet werden und ergibt dadurch die Prandtl-Zahl Pr .

$$\frac{\Pi_4^* \cdot \Pi_1^2}{\Pi_6^*} = \frac{\eta_{ND}}{u \cdot D \cdot \rho_{ND}} \cdot \kappa^2 \cdot \frac{c_v \cdot p_{ND} \cdot D}{\lambda_{ND} \cdot u} = \frac{\eta_{ND} \cdot c_p \cdot \kappa \cdot R_s \cdot T_{ND}}{\lambda_{ND} \cdot u^2} = Pr \cdot \frac{1}{Ma_u^2} \quad \text{Gl. A.15}$$

Neben den physikalischen Kennzahlen $\Pi_1 - \Pi_6$ ergeben sich folgende Kennzahlen, die die geometrische Ähnlichkeit des Kompressors beschreiben:

$$\Pi_7 = \frac{L}{D}, \quad \Pi_8 = \frac{h_{sp}}{D}, \quad \Pi_9^* = \frac{s}{D}, \quad \Pi_{10}^* = \frac{V_{Kompr,Ende}}{D^3} \quad \text{Gl. A.16}$$

Die Kennzahl Π_9^* kann mit der Definition der Rotorsteigung auch geschrieben werden als:

$$\Pi_9^* = \frac{s}{D} = \frac{360^\circ}{\varphi} \cdot \frac{L}{D} = \frac{360^\circ}{\varphi} \cdot \Pi_7 \quad \text{Gl. A.17}$$

Als Kennzahl Π_9 wird daher auf das Verhältnis $360^\circ/\varphi$ zurückgegriffen und damit statt auf die Rotorsteigung die Rotorumschlingung zur Charakterisierung der Maschine verwendet.

Durch Verrechnung von Π_{10}^* mit Π_7 ergibt sich:

$$\frac{\Pi_7}{\Pi_{10}^*} = \frac{L \cdot D^2}{V_{Kompr,Ende}} \quad \text{Gl. A.18}$$

Das maximale Kammervolumen V_{max} der Arbeitskammer ist proportional zur Rotorlänge und zur Stirnfläche der Rotoren, weshalb folgende Kennzahl gebildet werden kann, um das in Gl. 2.1 eingeführte innere Volumenverhältnis zu erhalten:

$$\Pi_{10} = \frac{V_{max}}{V_{Kompr,Ende}} = v_i \quad \text{Gl. A.19}$$

Im Vergleich zum System Spalt aus Anhang A.1.1 ergibt sich, neben der Zielgröße des Strömungsbeiwertes statt des inneren isentropen Gütegrades, auf der Seite der physikalischen Kennzahlen die Umfangsreynoldszahl statt der Reynoldszahl. Diese sind jedoch ineinander überführbar. So ergibt die Verrechnung der Spaltkennzahlen mit $u_{Sp} = u$ unter Verwendung von Gl. 2.8, der idealen Gasgleichung sowie der Definition der isentropen Schallgeschwindigkeit:

$$\begin{aligned} \frac{Re \cdot Ma_u \cdot \kappa}{\alpha} \cdot \frac{D}{h_{Sp}} &= \frac{2\dot{m}_{th} \cdot \kappa}{\rho_{HD} \cdot v_{HD} \cdot b_{Sp}} \cdot \frac{u}{a_{HD}} \cdot \frac{D}{h_{Sp}} \\ &= \frac{2p_{HD} \cdot D \cdot \kappa}{\alpha_{HD} \cdot \rho_{HD} \cdot v_{HD}} \cdot \frac{u}{a_{HD}} \cdot f(\Pi_{Sp}, \kappa) \\ &= \frac{2R_s \cdot T_{HD} \cdot \kappa \cdot D}{\alpha_{HD} \cdot v_{HD}} \cdot \frac{u}{a_{HD}} \cdot f(\Pi_{Sp}, \kappa) \\ &= 2 \frac{u \cdot D}{v_{HD}} \cdot f(\Pi_{Sp}, \kappa) = 2Re_u \cdot f(\Pi_{Sp}, \kappa) \end{aligned} \quad \text{Gl. A.20}$$

Dies zeigt, dass die physikalischen Spaltkennzahlen von den physikalischen Maschinenkennzahlen abhängen und kein Widerspruch zwischen der Verwendung der Reynoldszahl und der Umfangsreynoldszahl besteht.

A.2 Sensorpositionen im Gehäuse des Spaltmodells

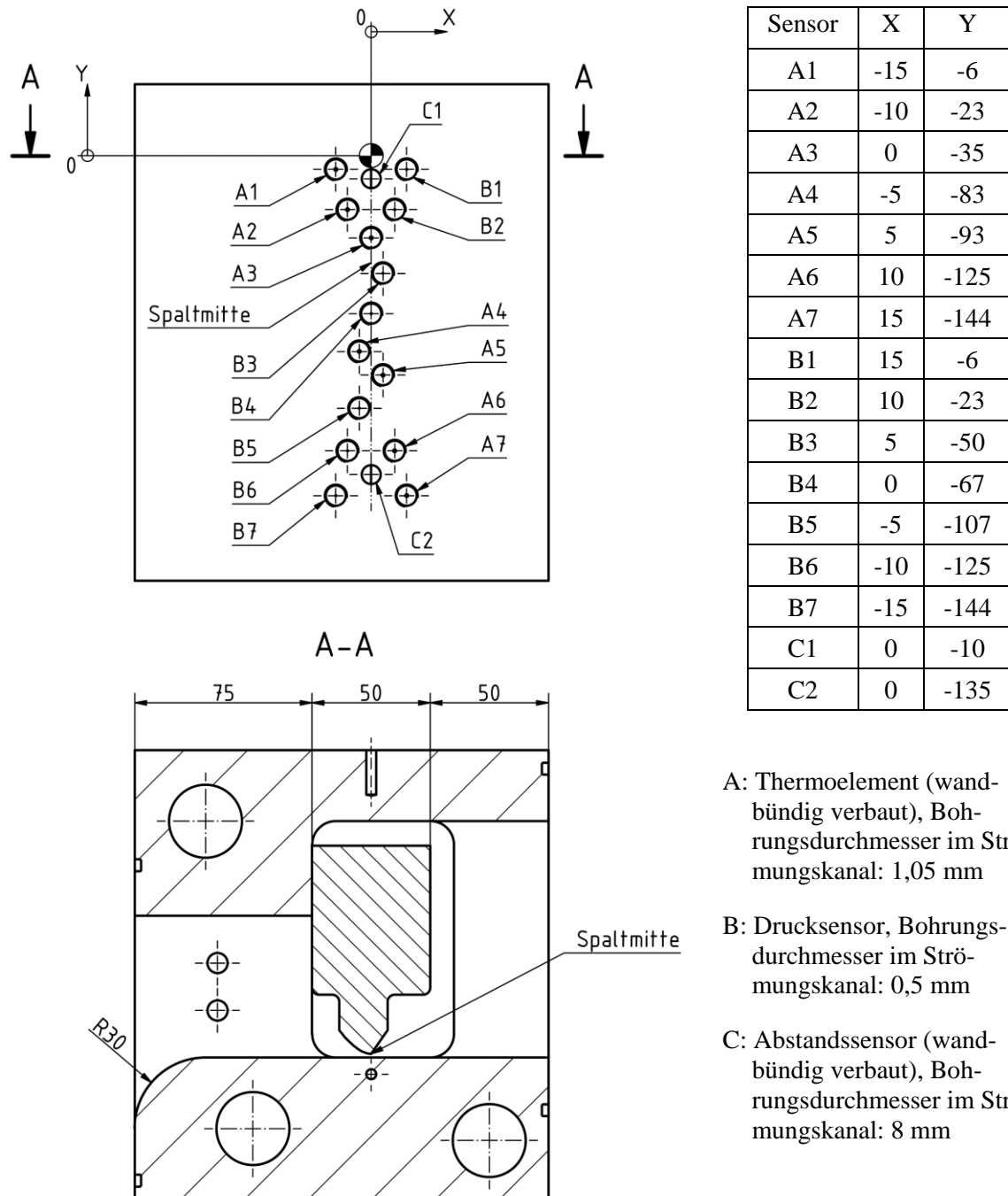


Abbildung A.1: Ansicht von unten und Schnittansicht zur Visualisierung der Abmaße und Sensorpositionen des Spaltgehäuses, Ursprung für die Sensorposition ist auf Höhe der Spaltmitte und an der Gehäusewand, Gesamtbreite des Strömungskanal: 150 mm.

