

Maike HAGENA, Kassel

„Das Backsteinhaus ist ungefähr 3,875 m hoch“ Zum Einfluss der Größenvorstellungen auf die Modellierungskompetenz von Studierenden

Im vorliegenden Beitrag werden der Aufbau einer Interventionsstudie sowie der zugehörige theoretische Hintergrund vorgestellt. Im Mittelpunkt dieser Interventionsstudie stand die Fragestellung, inwiefern die Größenvorstellung von Lernenden deren Modellierungskompetenz beeinflusst. Um diese Frage beantworten zu können, wurde die Modellierungskompetenz von Mathematikstudierenden des Lehramts für die Primarstufe zu zwei Messzeitpunkten erhoben. Zwischen diesen beiden Messzeitpunkten hat die Hälfte der Studierenden an einer Intervention zur Förderung der Größenvorstellungen zu den Bereichen Längen und Flächeninhalten teilgenommen. Erste Auswertungen dieser Studie lassen interessante Ergebnisse erkennen, die zur Implementierung des mathematischen Modellierens in den Schulalltag beitragen können, indem Anregungen gegeben werden, wie das Lernen und Lehren mathematischen Modellierens gefördert werden kann.

Mathematisches modellieren und Größenvorstellungen

Beim mathematischen Modellieren wenden Schüler Mathematik auf realitätsbezogene Probleme an, die das permanente Übersetzen zwischen der Realität und der Mathematik erfordern. Dabei werden verschiedene Schritte durchlaufen, deren Abfolge idealtypisch im Modellierungskreislauf dargestellt wird (Blum & Leiss, 2005). Jeder dieser Schritte stellt grundsätzlich eine potentielle Hürde dar (Maaß, 2006). Erste Auswertungen der Interventionsstudie haben ergeben, dass derartige Hürden auch durch inadäquate Größenvorstellungen begünstigt werden, aus denen Fehler in einzelnen Schritten des Modellierungsprozesses resultieren können. Solche Hürden sollen für die Aufgabe „Backsteinhaus“ anhand charakteristisch auftretender Schwierigkeiten beziehungsweise Fehler der Studierenden in den jeweiligen Prozessschritten deutlich gemacht werden. Zuvor wird jedoch der Begriff der Größenvorstellungen eingeführt.

Größenvorstellungen besitzen, bedeutet eng gefasst, Vorstellungen über Repräsentanten von Größen zu haben, die je nach Bedürfnis reproduziert und gedanklich weiterverarbeitet werden können. Über Repräsentanten von Größen deshalb, da Größen Abstraktionen objektiver Eigenschaften von Objekten oder Handlungen sind, die nur in Verbindung mit einem Träger greifbar werden. Im Einzelnen umfasst der Begriff Größenvorstellung nach Grund die folgenden Aspekte: Größenarten erkennen und unterscheiden,

Umrechnungen ausführen und Überlegungen zu sinnvollen Resultaten anstellen zu können, Repräsentanten wichtiger Größen zu kennen sowie Fähigkeiten im Messen, Schätzen und Überschlagen zu besitzen. Grundvoraussetzung für die Ausbildung von Größenvorstellungen stellen dabei Zahlvorstellungen dar (Grund, 1992). Griesel erweiterte den Begriff der Größenvorstellung zudem um den Aspekt, Handlungsvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen zu besitzen. Während der Erwerb von Größenvorstellungen zwar ein wichtiges Anliegen des Mathematikunterrichts ist, stellt dieser Bereich gleichzeitig eines der Themen mit den größten Lehr-Lernschwierigkeiten dar (Thompson & Preston, 2004). Untersuchungen zu den spezifischen Schwierigkeiten im Umgang mit Größen haben ergeben, dass insbesondere die Größenbereiche Länge, Flächeninhalt und Volumen für Lernende fehleranfällig sind. Vor allem das Unterscheiden der jeweiligen Größenbereiche bereitet Lernenden Schwierigkeiten (Martin & Strutchens, 2000). Ausgehend von diesen Ergebnissen, ergeben sich die folgenden Forschungsfragen:

- Wie wirken sich Größenvorstellungen auf einzelne Teilkompetenzen sowie auf den gesamten Prozess des mathematischen Modellierens aus?
- Fördert eine verbesserte Größenvorstellung die Modellierungskompetenz von Studierenden?

Methode und Instrumente

Zur Untersuchung der genannten Fragestellungen haben 118 Studierende des Lehramts für die Primarstufe an der Universität Kassel im Rahmen einer Mathematikfachvorlesung an einer Interventionsstudie teilgenommen. Die Studierenden des dritten Fachsemesters wurden in zwei etwa gleich große Gruppen (Experimental- und Kontrollgruppe) eingeteilt, die bezüglich ihrer Leistung parallelisiert waren. Während die Experimentalgruppe an einer vierstündigen Intervention zu Größenvorstellungen teilgenommen hat, erhielt die Kontrollgruppe im gleichen Zeitraum eine Einführung in die Bruchrechnung. Vor der Teilnahme an der Intervention haben alle Studierenden im Rahmen der Vorlesung eine Einführung in die verschiedenen Größenbereiche sowie in das mathematische Modellieren erhalten. Daran anknüpfend erhielten die Teilnehmer der Versuchsgruppe innerhalb der vierstündigen Intervention, eine Förderung einiger, für Größenvorstellung charakteristischer, Aspekte (Größenarten erkennen und unterscheiden, Stützpunktvorstellungen, schätzen, umrechnen von Größenangaben, Handlungsvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen). Für jeden dieser fünf Aspekte gab es eine kurze Einführung, eine anschließende Arbeitsphase

sowie eine Ergebnissicherung und Diskussion. Um die Effekte der Intervention kontrollieren zu können, wurden ein Pre- und ein Posttest eingesetzt. Da die Entwicklung der Modellierungskompetenz bei den Studierenden analysiert werden soll, stand die Erhebung dieser sowohl im Pre- als auch im Posttest im Fokus. Außerdem konnte mittels Pretest sichergestellt werden, dass Experimental- und Kontrollgruppe auch bezüglich ihrer Modellierungsleistung parallelisiert waren. Der Posttest erhielt zusätzlich Items zur Erfassung der Größenvorstellung der Studierenden. Der Follow-Up Test, der eingesetzt wird, um langfristige Entwicklungen festzustellen und dafür erneut die Modellierungskompetenz sowie die Größenvorstellung der Studierenden erhebt, steht zum jetzigen Zeitpunkt noch aus. Zur Kontrolle des Treatments wurden Experimental- und Kontrollgruppe während der Intervention videografiert. Außerdem erhielten die Studierenden Fragebögen, in denen sie Auskunft über die Inhalte der Intervention geben mussten.

Erste Ergebnisse und Ausblick

Die bisher erfolgten Auswertungen der Interventionsstudie konnten beim ersten Messzeitpunkt verschiedene Schwierigkeiten bei der Bearbeitung der Modellierungsaufgabe „Backsteinhaus“ offen legen, die auf mangelnde Größenvorstellungen zurückzuführen sind. Hieraus lässt sich ableiten, für welche Schritte des Modellierungsprozesses Größenvorstellungen benötigt werden.



Abbildung 1: Modellierungssitem Backsteinhaus

- Studierende haben nicht den Flächeninhalt der Außenwände, sondern das Volumen des Hauses berechnet. Das Verstehen der Realsituation erfordert, dass Lernende den zu betrachtenden Größenbereich auswählen können. Dafür ist es notwendig, dass Lernende Größenarten erkennen und unterscheiden können.

- Beim Vereinfachen des Situationsmodells wurden zu stark vereinfachende beziehungsweise unrealistische Annahmen getroffen: „Das Backsteinhaus ist 3,875 m hoch.“ Lernende benötigen Stützpunktvorstellungen, um Annahmen treffen und daraus ein geeignetes Realmodell erstellen zu können.
- Für das Mathematisieren des Realmodells ist der Flächeninhalt der Außenwände mit dem Flächeninhalt der Vorderseite eines Backsteins multipliziert worden. Lernende benötigen Handlungsvorstellungen zu den Rechenoperationen mit Größen, um ein geeignetes mathematisches Modell aufstellen zu können.
- Beim mathematischen Arbeiten resultierten Fehler aus falschen Umrechnungsfaktoren. Ein Flächeninhalt der Größe 100 cm² wurde mit einem Flächeninhalt der Größe 1 m² gleichgesetzt.

Aufgrund derartiger Fehler sind Studierende zu den Ergebnissen gelangt, dass für die Außenwände des Hauses etwa dreihundertsechzig oder Dreimillionen Backsteine benötigt wurden. Eine erste Sichtung der Testinstrumente des zweiten Messzeitpunktes lässt positive Entwicklungen hinsichtlich dieser Fehlvorstellungen erkennen. Detaillierte Ergebnisse werden jedoch erst nach der quantitativen Auswertung der Testinstrumente erwartet. Es besteht die Vermutung, dass adäquate Größenvorstellungen dazu beitragen können, systematischen Fehlern entgegenzuwirken und Schwierigkeiten zu mindern.

Literaturverzeichnis

- Blum, W., Leiss, D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der “Tanken“-Aufgabe. In: *mathematik lehren*, 128, 18-21.
- Grund, K.-H. (1992): Größenvorstellungen – eine wesentliche Voraussetzung beim Anwenden von Mathematik. In: *Grundschule*, 12, 42-44.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? In: *ZDM* 38(2), 113-142.
- Strutchens, M. E., Martin, W. G. & Kenney, P. A. (2003): Assessing and developing measurement with young children. In D. H. Clements & G. W. Bright (Eds.): *Learning and teaching measurement (Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics)*. Reston, VA: NCTM, 195-207.
- Thompson, T. D. & Preston, R. V. (2004): Measurement in the Middle Grades. Insights from NAEP and TIMSS. In: *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9, 514-519.

