

WUNSCH, Antonia; VON HERING, Robert & SIEVERT, Henning
Flensburg

Stochastik in der Grundschule: Kompetenzen im Inhaltsbereich *Daten und Zufall* zu Beginn des vierten Schuljahres

Das Lesen und Verstehen des Familienkalenders oder des Stundenplans, das Abschätzen und Vergleichen von Abstimmungen oder Spielregeln, das Gestalten von Plätzchen oder Geburtstagsstüten – jeder dieser lebensweltlichen Situationen liegt ein stochastischer Kontext zugrunde. Die bis zum Ende der Primarstufe zu erwerbenden stochastischen Kompetenzen sind in der Leitidee *Daten und Zufall* der Bildungsstandards formuliert (KMK, 2022). Der Forschungsstand zu tatsächlich erreichten Kompetenzen bzw. deren Entwicklung ist jedoch vergleichsweise gering. Entsprechend adressiert diese Teilstudie des DFG-Projekts *MAMBO – Mathematikbücher optimal nutzen* die übergeordnete Frage nach der Kompetenzentwicklung im vierten Schuljahr und möglichen Prädiktoren dabei. Dieser Beitrag fokussiert den Kompetenzstand der Grundschüler*innen zu Beginn des vierten Schuljahrs.

Theoretischer Hintergrund

Die erreichten stochastischen bzw. mathematischen Kompetenzen sind sowohl am Ende der Primarstufe (Schumann & Sachse, 2022) als auch an weiterführenden Schulen in Deutschland (OECD, 2023) rückläufig. Betrachtet man Schwierigkeiten in den drei Inhaltsbereichen *Daten*, *Zufall* und *Kombinatorik* genauer, so berichten Herzog et al. (2017) beispielsweise, dass maximal die Hälfte der Drittklässler*innen kombinatorische Aufgabenstellungen korrekt lösen können. Höveler (2014) weist auf das Problem des "Doppelt Zählens" hin sowie auf eine unstrukturierte Herangehensweise von Drittklässler*innen.

Im Bezug auf den Inhaltsbereich *Zufall* stellten Fischbein et al. bereits 1991 sprachliche Herausforderungen mit den Begriffen *sicher*, *möglich* und *unmöglich* fest. Auch Käser (2013) berichtet Verständnisschwierigkeiten mit den Begriffen *Häufigkeit* und *Wahrscheinlichkeit* sowohl bei Viert- als auch bei Siebtklässler*innen. Für den Inhaltsbereich *Statistik* berichten Frische-meier und Schnell (2021), dass bestehende Vermutungen von Drittklässler*innen bei der Dateninterpretation mehr Gewicht haben als ein gezeigtes Schaubild. Weiter weisen Leavy und Hourigan (2021) bei Fünf- bis Sechsjährigen auf die Betrachtung von einzelnen Daten bzw. Fällen statt der Interpretation eines gesamten Schaubilds hin.

Trotz dieser Schwierigkeiten sind der Umgang mit stochastischen Situationen und das Fördern stochastischer Kompetenzen ab der Primarstufe

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

möglich und bedeutsam (z. B. Frischemeier, 2020; Höveler, 2014). So begünstigt eine frühe stochastische Bildung die Kompetenzentwicklung in der Sekundarstufe (Wassner et al., 2002) und bildet so die Grundlage für *Probability Literacy*, die neben *Data Literacy*, *Risk Literacy* und *Statistical Literacy* für eine aktive gesellschaftliche Teilhabe relevant ist (Biehler et al., 2023).

Forschungsfrage

Stochastische Inhalte sind ein verbindlicher Bestandteil des Mathematikunterrichts der Primarstufe. Umfangreiche empirische Erkenntnisse zu aktuellen Kompetenzständen der Schüler*innen in allen drei Bereichen der Stochastik sind bisher allerdings kaum vorhanden. Die vorliegende Untersuchung beschäftigt sich daher mit der Frage:

Welche stochastischen Kompetenzen erreichen die Schüler*innen am Anfang der vierten Jahrgangsstufe?

Methodik

Zur Beantwortung der Forschungsfrage wurde ein Paper-Pencil-Test entwickelt, der zu Beginn des Schuljahres 2024/2025 in der vierten Klassenstufe eingesetzt wurde. Es nahmen 43 Klassen aus Schleswig-Holstein mit insgesamt $N = 634$ Schüler*innen teil. Die Durchführung des Tests dauerte 45 Minuten. Vorab wurde der Test in einem mehrstufigen Verfahren pilotiert und angepasst (Wunsch et al., 2024).

Das entwickelte Instrument besteht aus drei Subtests mit insgesamt 32 Items: Teil 1 – Daten (11 Items), Teil 2 – Kombinatorik (10 Items), Teil 3 – Zufall (11 Items). Im ersten Subtest entnehmen die Lernenden Tabellen und Diagrammen Informationen, wechseln deren Darstellungen und interpretieren Daten zur Aufgabenbeantwortung. Der zweite Subtest umfasst das Lösen verschiedener kombinatorischer Aufgabenstellungen mit der Wahl einer geeigneten Vorgehensweise für das Finden aller Kombinationen sowie für das Bestimmen von Kombinationsanzahlen. Im dritten Subtest wird das qualitative Einschätzen und Begründen von Zufallsexperimenten fokussiert. Die Lernenden nutzen die drei Antwortmöglichkeiten *sicher*, *möglich* sowie *unmöglich* zur Einschätzung von Eintrittswahrscheinlichkeiten und wählen aus verschiedenen Ereignissen von Zufallsexperimenten jeweils das mit der günstigeren Gewinnchance aus. Der Test verfügt über offene sowie geschlossene Antwortformate. Bei den meisten Items erfolgt eine dichotome, bei 7 Items eine Partial-Credit-Codierung. Sowohl der Gesamttest ($\alpha = .84$) als auch die drei Subtests ($.58 \leq \alpha \leq .80$) weisen zufriedenstellende Reliabilitätswerte auf.

Ergebnisse

Im Gesamttest wurden im Mittel 44.57 von 64 möglichen Punkten (Gesamtscore) erreicht. Die Standardabweichung liegt bei 10.28. Der niedrigste Score liegt bei 9 und der höchste Score bei 64 Punkten. Tabelle 1 zeigt die deskriptiven Kennwerte zusätzlich für die drei Subtests. In allen drei Subtests wurden sowohl die minimale als auch die maximale Punktzahl erreicht. Der Kompetenzbereich *Daten* wies dabei das höchste Scoring der drei Subtests auf. Hinsichtlich der Gesamtscores zeigen einfaktorielle Varianzanalysen signifikante Unterschiede auf Schulebene ($F(17) = 5.57$, $p < .001$) sowie auf Klassenebene ($F(39) = 3.21$, $p < .001$).

Subtest	M	SD	Min	Max
Daten	17.81	4.38	0	22
Kombinatorik	12.08	4.72	0	20
Zufall	14.66	3.84	0	22
Gesamt	44.57	10.28	9	64

Tab. 1: Mittelwert (M), Standardabweichung (SD), Minimum (Min) und Maximum (Max) der drei stochastischen Subtests sowie des Gesamttests ($N = 634$)

Diskussion und Ausblick

Die stochastischen Kompetenzen zu Beginn der vierten Klassenstufen konnten für alle drei stochastischen Inhaltsbereiche umfangreich erhoben werden und können nun als Ausgangspunkt für eine längsschnittliche Untersuchung im Verlauf von Klassenstufe 4 dienen. So können die Kompetenzentwicklung sowie mögliche Einflussfaktoren genauer analysiert werden. Die beobachteten Unterschiede zwischen den Schulen und Klassen deuten auf Effekte des Mathematikunterrichts hin. Daher bietet sich zusätzlich die Durchführung von Interviews mit den teilnehmenden Mathematiklehrkräften sowie eine Analyse der verwendeten Mathematikschulbücher an, um Inhalte und Umfang des Stochastikunterrichts in Klassenstufe 4 einschätzen zu können. Mit Blick auf einen langfristigen mathematischen Kompetenzerwerb im Inhaltsbereich der Stochastik können die Ergebnisse sowohl zur Optimierung des Stochastikunterrichts in der Grundschule, als auch zu Gelingensbedingungen für einen erfolgreichen Übergang in die Sekundarstufe beitragen.

Literatur

Biehler, R., Engel, J. & Frischemeier, D. (2023). Stochastik: Leitidee Daten und Zufall. In R. Bruder, A. Büchter, H. Gasteiger, B. Schmidt-Thieme & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (2. Auflage) (S. 243–278). Springer Spektrum.

- Fischbein, E., Nello, M. S. & Marino, M. S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22(6), 523–549.
- Frischemeier, D. (2020). Building Statisticians At An Early Age – Statistical projects Exploring Meaningful Data In Primary School. *Statistics Education Research Journal*, 19(1), 39–56.
- Frischemeier, D. & Schnell, S. (2021). Statistical investigations in primary school – the role of contextual expectations for data analysis. *Mathematics Education Research Journal*, 35, 217–242.
- Herzog, M., Ehlert, A. & Fritz, A. (2017). Kombinatorikaufgaben in der dritten Grundschulklasse. Darstellung, Abstraktionsgrad und Strategieeinsatz als Einflussfaktoren auf die Lösungsgüte. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 38(2), 263–289.
- Höveler, K. (2014). Das Lösen kombinatorischer Anzahlbestimmungsprobleme. Eine Untersuchung zu den Strukturierungs- und Zählstrategien von Drittklässlern (Dissertation). Technische Universität Dortmund.
- Käser, U. (2013). Stochastisches Wissen und Entscheidungskompetenz in probabilistischen Problemsituationen ‚know that und ‚know how‘ von Viert- und Siebtklässlern über Häufigkeit, Zufall und Wahrscheinlichkeit. In G. Greefrath, F. Käpn M. Stein (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2013. Vorträge auf der 47. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 04.03.2013 bis 08.03.2013 in Münster*, Band 1 (S. 524–527). WTM.
- KMK (= Kultusministerkonferenz) (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich. Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004*. KMK.
- Leavy, A. & Hourigan, M. (2021). Data Modelling and Informal Inferential Reasoning: Instances of Early Mathematical Modelling. In J. M. Suh, M. H. Wickstrom & L. D. English (Hrsg.), *Exploring Mathematical Modeling with Young Learners* (S. 67–93), Springer Nature.
- OECD (2023). *PISA 2022 Ergebnisse (Band I): Lernstände und Bildungsgerechtigkeit*. wbv Media.
- Schumann, K. & Sachse, K. A. (2022). Kompetenzstufenbesetzungen im Fach Mathematik. In P. Stanat, S. Schipolowski, R. Schneider, K. A. Sachse, S. Weirich & S. Henschel (Hrsg.), *IQB-Bildungstrend 2021. Kompetenzen in den Fächern Deutsch und Mathematik am Ende der 4. Jahrgangsstufe im dritten Ländervergleich* (S. 67–80). Waxmann.
- Wassner, C., Martignon, L. & Sedlmeier, P. (2002). Die Bedeutung der Darbietungsform für das alltagsorientierte Lehren von Stochastik. *Zeitschrift für Pädagogik*, 45, 35–50.
- Wunsch, A., von Hering, R. & Sievert, H. (2024). Entwicklung und Pilotierung eines Testinstruments für den Kompetenzbereich Daten und Zufall in der Primarstufe. In P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2024. 57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (S. 1561–1564). WTM.