

LADEL, Silke & KORTENKAMP, Ulrich  
Schwäbisch Gmünd, Potsdam

## **Analyse der Lehrpläne vor dem Hintergrund des Stellenwertverständnisses**

### **1. Einleitung**

Im Rahmen einer internationalen Projektkooperation zum Stellenwertverständnis wurde eine vergleichende Analyse der Curricula in Australien, Deutschland und Südafrika durchgeführt (Westaway et al. 2023). Für Deutschland wurden hierbei die Bildungsstandards der KMK (2022) mit einbezogen, ebenso wie deren Konkretisierungen in den Lehrplänen aus Baden-Württemberg (Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2016) und Brandenburg (Ministerium für Bildung, Jugend und Sport des Landes Brandenburg, 2015). Aus den Ergebnissen dieser Analyse konnten für die weitere Forschung, sowie für die Lehreraus- und -weiterbildung wertvolle Schlussfolgerungen gezogen werden (Westaway et al. 2023). Ergänzend wurde darauffolgend eine vergleichende Analyse der Lehrpläne aller 16 Bundesländer Deutschlands durchgeführt, welche die Grundlage für den vorliegenden Beitrag darstellt. Da Curricula international unterschiedliche Zielsetzungen haben und entsprechend unterschiedlich gestaltet sind, soll zunächst auf die Zielsetzung und Funktion der Bildungsstandards und Lehrpläne eingegangen werden.

### **2. Bildungsstandards und Lehrpläne in Deutschland**

Die Kultusministerkonferenz (KMK) hat in ihrem Beschluss vom 15.10.2004 die Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich festgelegt und in der Fassung vom 23.06.2022 überarbeitet. Darin ist u. a. der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung dargelegt, und das Fach über prozessbezogene und inhaltsbezogene Kompetenzen strukturiert. „Die Beschreibungen der prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen sollen Lehrkräfte[n] bei aller notwendigen Offenheit für die individuellen kindlichen Prozesse der Aneignung von Mathematik eine klare Perspektive für die anzustrebenden Ziele aufzuzeigen.“ (KMK 2022, S. 8). Diese Bildungsstandards bilden verbindlich normative Referenzpunkte für die länderspezifischen curricularen Vorgaben und die Orientierung des Unterrichts. In den Lehrplänen oder Bildungsplänen der einzelnen Bundesländer werden die vorgegebenen Bildungsziele konkretisiert. Verantwortlich hierfür sind die jeweiligen Kultusministerien. Dabei stellen die Bildungsstandards verbindliche Zielvorgaben dar, die als Grundlage für die Entwicklung und Sicherung von Bildungsqualität in den Schulen dienen (KMK 2022, S. 2). Entsprechend

haben auch die Lehrpläne der einzelnen Bundesländer die Aufgabe Bildungsqualität zu entwickeln und sicher zu stellen.

### **3. Methodisches Vorgehen**

Die aktuellen Lehrpläne in vielen Bundesländern werden in Folge der Überarbeitung der Bildungsstandards (KMK 2022) ebenfalls überarbeitet. Dieser Prozess dauert derzeit noch an, aber es ist nicht zu erwarten, dass sich bzgl. der Konkretisierungen zum Stellenwertverständnis große Änderungen ergeben, da die Bildungsstandards in diesem Bereich nur behutsam angepasst wurden. Aus diesem Grund wurden die zum September 2023 in den jeweiligen Ländern gültigen Lehrpläne in die vergleichende Analyse mit einbezogen (abgerufen über <https://www.bildungsserver.de/lehrplaene-fuer-die-grundschule-1660-de.html>): Baden-Württemberg (2016), Bayern (2014), Berlin-Brandenburg (2015), Bremen (2023), Hamburg (2011), Hessen (2011), Mecklenburg-Vorpommern (2023) Niedersachsen (2017), Nordrhein-Westfalen (2021), Rheinland-Pfalz (2014), Saarland (2009), Sachsen (2019), Sachsen-Anhalt (2019), Schleswig-Holstein (2018), Thüringen (2010). Zur Analyse in der vergleichenden internationalen Studie für Australien, Deutschland und Südafrika (Westaway et al. 2023) wurden die nachfolgenden Bereiche festgelegt:

- Zahlbereiche
- Struktur des Stellenwertsystems
- Rolle der Null
- Bedeutung der Sprache
- Gebrauch von Material

In diesem Beitrag übernehmen wir die ersten vier Bereiche, da sie sich mit ihrer Theoriebasierung in der internationalen Vergleichsstudie bewährt haben. Die Analyse in Bezug auf den Gebrauch von Material ist Bestandteil einer gesonderten Studie und wird deshalb im vorliegenden Beitrag nicht berücksichtigt.

Die Inhaltsanalyse der Lehrpläne wurde über die Identifikation von Schlagworten durchgeführt, die vorab ausgewählt wurden und im Zusammenhang mit dem Stellenwertverständnis stehen, z. B. Stelle, Stellenwert, System, Ziffer, Wert, Bündel, entbündeln, Sprache, sprechen, Null, Einer, Zehner, Hunderter. Die so gefundenen Textstellen wurden tabellarisch aufgeführt und nach Bundesland sowie zugeordneter Klassenstufe bzw. Niveaustufe geordnet.

## 4. Ergebnisse

### Zahlbereiche:

Die Bildungsstandards der KMK (2022) legen den Zahlbereich für die Primarstufe auf „bis 1 000 000“ fest. Die meisten Bundesländer unterteilen die Primarstufe in die Klassenstufen 1/2 und in die Klassenstufen 3/4. Lediglich das Saarland und Sachsen unterscheiden nochmals die Klassenstufen 3 und 4 voneinander. Der Rahmenlehrplan für die Länder Berlin und Brandenburg, die eine sechsjährige Primarstufe umsetzen, formuliert Niveaustufen, von denen die Schulanfangsphase den Niveaustufen A, B, in Teilen C und die Jahrgangsstufen 3/4 den Niveaustufen C, in Teilen D zugeordnet ist. Wenn im Zusammenhang mit dem Stellenwertverständnis Zahlbereiche in den Lehrplänen aufgeführt sind, dann lauten diese „bis 100“ in Klasse 1/2, „bis 1000“ in Klasse 3, bzw. „bis 1 000 000“ in Klasse 3/4. Vereinzelt findet sich „bis 20“ für die erste Klasse wieder.

### Struktur des Stellenwertsystems:

Das Erkennen und Verstehen des Aufbaus des dezimalen Stellenwertsystems, sowie die Orientierung darin findet sich in allen Lehrplänen wieder. In fünf Bundesländern (Bremen, MV, NRW, Thüringen und RP) finden sich jedoch auch Hinweise zum Rechnen in anderen Stellenwertsystemen. So formuliert Bremen bspw. als Anforderung „natürliche Zahlen in unterschiedlichen Zahlensystemen darstellen“ und führt als Inhalt „römische Zahlen, Dualsystem oder ein anderes Stellenwertsystem“ (2023, S. 28) auf. In Mecklenburg-Vorpommern heißt es in der Übersicht über die Themenfelder Zahlen und Operationen „sie erfahren, dass es dekadische und nichtdekadische Stellenwertsysteme gibt. In Lebensweltbezügen wenden sie das Prinzip der fortgesetzten Bündelung zu verschiedenen Basen an“ (2023, S. 23). Auf Lebensweltbezüge nimmt auch Rheinland-Pfalz im Bereich Größen und Messen Bezug „nichtdekadische Bündelungseinheiten kennen und beim Berechnen von Zeitspannen berücksichtigen“ (2014, S. 29).

### Rolle der Null:

Die „Bedeutung der Zahl Null“ wird in lediglich in drei Bundesländern hervorgehoben: BW, RP und Sachsen, in RP und Sachsen bereits in Kl. 1/2. In RP soll in Kl. 4 zudem die „Funktion der Zahl Null im Stellenwertsystem“ gekannt werden.

### Bedeutung der Sprache:

Die Sprache spielt in fast allen Lehrplänen eine Rolle (außer BB, Hessen, Schleswig-Holstein, Thüringen). Meist geht es darum Zahlen „sprechen, lesen und schreiben“ zu können. Lediglich in RP („Unterschied zwischen

Sprech- und Schreibweise bei Zehner-Einer-Zahlen kennen“) und in BW („Sprachliche Schwierigkeiten (Herkunftssprache)“) wird die Zahleninversion und sprachliche Schwierigkeiten hervorgehoben.

## 5. Diskussion der Ergebnisse

Die Formulierung der Zahlenräume mit „bis zu ...“ ist mit aktuellen mathematikdidaktischen Prinzipien nicht gut vereinbar. Sie vermittelt ein Verbot, darüber hinaus zu agieren. Im australischen Curriculum wird an dieser Stelle der Begriff „bis mindestens ...“ verwendet. Zudem sind die genannten Grenzen (100, 1000, 1 000 000) mathematisch nicht begründet. Im südafrikanischen Curriculum wird dies durch eine Vielzahl an Grenzen (bis 10, bis 15, bis 19, bis 25, bis 50, bis 75, bis 99, bis 500, bis 700, bis 999) verstärkt vor Augen geführt. Vor dem Hintergrund des Stellenwertsystems wären hier 19 (einmal bündeln) und 99 (wiederholtes Bündeln) geeigneter (vgl. Ladel et al. 2023).

Das Rechnen in anderen Stellenwertsystemen kann bei Schüler:innen zu einem verständnisvolleren Umgang im dezimalen Stellenwertsystem führen. Auch international ist dies vielerorts (z.B. Australien) bereits in der Primarstufe verortet.

Der Umgang mit der Ziffer Null bereitet vielen Schüler:innen Schwierigkeiten. Insofern überrascht es, dass dieser in den Lehrplänen kaum erwähnt wird.

Die Bedeutung der Sprache insbesondere in ihrer Funktion als Vermittler im Mathematikunterricht ist sehr groß. Leider wird diese meist auf das Sprechen, Lesen und Schreiben von Zahlen reduziert, was für ein Stellenwertverständnis nicht ausreichend ist (vgl. Larkin et al, 2024). Die Herkunftssprache und der Zusammenhang der Regeln zur Zahlwortbildung zu den Stellenwerten sind mehr in den Vordergrund zu stellen.

## Literatur

- KMK. (2002). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik. Primarbereich*. (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i.d.F. vom 23.06.2022).
- Ladel, S., Larkin, K. & Kortenkamp, U. (2023). *The concept of Place Value* (1.9). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.8229116>
- Larkin, K., Ladel, S., Kortenkamp, U., Vale, P., Westaway, L. & Graven, M. (im Druck). *Investigating the impact of language on place value learning*. SAARMSTE: IUM. Dorade Campus, Windhoek, Namibia.
- Westaway, L., Ladel, S., Vale, P., Larkin, K., Graven, M., & Kortenkamp, U. (2023). A Tri-Nation Comparative Study of Place Value in Early Years Curricula Documents. In B. Reid-O'Connor, E. Prieto-Rodriguez, K. Holmes & A. Hughes (Hrsg). *Proc. of the 45th Annual Conference of the MERGA*, S. 529–536. Newcastle