Birgit BRANDT

Mathematische Handlungsschritte in Aufgabenlösungsprozessen

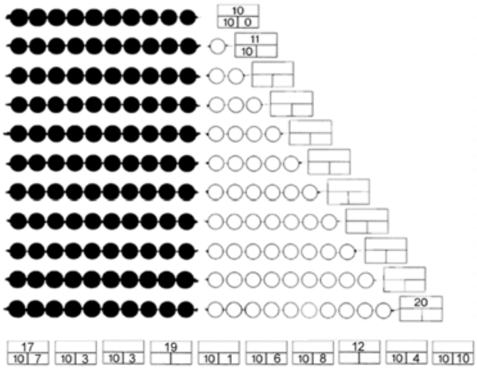
Die Alltagspraxis im Anfangsunterricht Mathematik ist geprägt durch den Umgang mit Materialien und Veranschaulichungsmitteln, die die Kinder zur Lösung von (Rechen-)Aufgaben nutzen können. Die Verwendung dieser Hilfsmittel gehören zur mathematischen Handlungspraxis, die im täglichen Miteinander ausgehandelt, stabilisiert und modifiziert wird. Im folgenden Beitrag werde ich zwei kollektive Aufgabenlösungsprozesse unter interaktionistischer Perspektive rekonstruieren und dabei den Fokus auf die Alltagsvorstellungen richten, die dem Handeln zugrunde liegen (könnten).

Bruner (1996) fasst Alltagsvorstellungen im Zusammenhang mit Lehr- und Erziehungshandlungen als Alltagspädagogik zusammen (s.a. Naujok 2000); speziell für den Mathematikunterricht beschreiben Yackel/Coob (1996) „socio-mathematical norms“, die auch Vorstellungen beinhalten, was als mathematisches Handeln gelten kann (s.a. Brandt 2004). Diese zugrundeliegenden Vorstellungen sind nicht mit Subjektiven Theorien gleichzusetzen, die die Interagierenden für Erklärungen ihrer Handlungen heranziehen würden. Unsere Alltagsvorstellungen prägen jedoch gerade unter Handlungsdruck wesentlich das Geschehen. Eine Rekonstruktion (möglicher) Alltagsvorstellungen aus wissenschaftlichen Perspektive kann dazu beitragen, ein Problembewusstsein insbesondere bei den Lehrenden zu entwickeln. Nur so wird der Unterrichtsalltag Veränderungen zugänglich, die nicht nur die Handlungsoberfläche (Aufgabenformate, Organsation etc.) betreffen, sondern neue (Alltags-)Routinen hervorbringen (vgl. Gellert 2003 zur Diskussion von Unterrichtsinnovation).

Die beiden Unterrichtssequenzen aus einer ersten Klasse in einem Berliner Brennpunktbezirk entstammen dem DFG-Projekt „Argumentationsfomate im Mathematikunterricht der Grundschule“ (Krummheuer/Brandt 2001, s.a. Brandt 2004). Dabei haben wir den Lehrerinnen in dem Projekt keinerlei Vorgaben für die Unterrichtsdurchführung gegeben; videografiert wurde alltäglicher Mathematikunterricht, soweit dies unter Videobeobachtung möglich ist. Analysiert werden Interaktionen zum Arbeitsblatt „Zahlen zwischen 11 und 20“ (s. Abb.[1]), und zwar eine Schülerkooperation zwi-

[1] Aus: Mathematik I, Arbeits-Diagnose-Förderblätter; Schülermaterial; Paknin u.a. 1984, Berlin.

schen Efrem und Wayne und eine Einzelhilfe der Lehrerin für Efrem.



Efrem (der im Zahlenraum bis 20 durchaus gut rechnen kann) bemüht sich anfangs, die Aufgabe allein zu lösen. An seiner Rechenkette legt er die Kreisdarstellung der zweiten Reihe nach, zählt die 11 Perlen ab und macht dann mit Blick auf die schon eingetragenen Zahlen der zweiten Reihe „eine weg“. Eventuell interpretiert er die Zahlen als nachzulegende Anzahlen; er weiß nun nicht, was er in das noch leere Kästchen der zweiten Zeile eintragen soll. Die Lehrerin schickt Wayne als „Tutor“ an den Tisch. Wayne hat sein ausgefülltes Arbeitsblatt dabei und sagt Efrem gleich zu Beginn, was „da rein müsste“ <Zeile 433>; Efrem reagiert jedoch unerwartet:[2]

429	Wayne	*kommt mit seinem Aufgabenblatt und stellt sich neben den lächelnden Efrem* hier sind doch zehn \ zeigt auf die Kästchen auf Efrems Blatt und hier eins . da musst du doch / . guck doch \ (unverständlich)
432	Efrem	ja \ eine Eins \ ja
433	Wayne	ja + da müsste ne Eins (jetzt rein) (unverständlich)
434	Efrem	und jetzt *zeigt immer die gelben Kreisreihen von links nach rechts entlang* zwei drei vier fünf
435	Wayne	zeigt auf die Kästchen guck jetzt /
436	< Efrem	sechs sieben acht
437	< Wayne	(unverständlich)
438	Efrem	neun zehn . bis hier sollen wir (eins) hinschreiben + \ stimmts /
439	Wayne	*zeigt auf das Kästchen* guck mal und hier musst du jetzt erst mal hier ne Eins machen
440	Efrem	*holt einen Stift aus der Mappe, schreibt* eins /

Bevor Efrem die Eins tatsächlich einträgt <Zeile 440>, greift er die von Wayne eingebrachte Lösungszahl als Anfang der Zahlwortreihe auf und zeigt dabei jeweils auf die gelben Kreise der Abbildung, die den zweiten Zehner in der Zerlegung symbolisieren <434-438>. Er betrachtet das Arbeitsblatt vertikal und findet so für sich eine sinnvolle Verbindung zwi-

[2] Ausführliche Interpretation siehe z.B. Brandt 2004, 160f; siehe dort auch für die Transkriptionslegende.

schen den Anzahlen der Kreise und den Lösungszahlen der Kästchen. An diese Idee knüpft Wayne weitere Erklärungen an:

452	Wayne	guck mal \ hier ist doch *auf die Kästchen zeigend* zwölf dreizehn vierzehn fünfzehn sechzehn siebzehn + und hier / in diese Kästchen immer zehnsf *(unverständlich)*
454	< Efrem	und diese Kästchen immer auch drei vier fünf sechs
455	< Wayne	ja \ ja \ *klopft mit seinem Stift auf den Tisch* so \
457	*Efrem arbeitet alleine weiter.*	

Auch Wayne betrachtet nun das Arbeitsblatt vertikal, beschränkt sich dabei aber auf die Kästchen, die noch ausgefüllt werden müssen. In dieser Schülerkooperation lässt sich so eine Konvergenz der Herangehensweisen erkennen: die Zahlwortreihe in Verbindung mit der vertikale Betrachtung (Efrem) und der Beschränkung auf die Kästchen (Wayne). Resultat dieser gemeinsamen Interpretation des Arbeitsblatts ist ein sehr schematisches Lösungsschema, das die Zahlzerlegung durch die vertikale Bearbeitung in die Reproduktion der Zahlwortreihe überführt. Efrem füllt mit dieser Strategie den oberen Teil des Arbeitsblattes richtig aus – allerdings lässt sich dieses Schema nicht auf den zweiten Aufgabenteil übertragen. Diesmal hilft ihm die Lehrerin. Anders als Wayne greift sie dabei auch auf das schon fertig ausgefüllte Feld für die Zahl 17 zurück. Dabei wird Efrem in das Vorlesen der Musteraufgabe als Plusaufgabe einbezogen:

529	L	*zeigt das erste Feld* guck mal was steht da \ . siebzehn \ ist gleich /
530	< L	*zeigt auf ein Kästchen* *zeigt ein anderes Kästchen* so \
.1	< Efrem	zehn / (sieben)

Für das zweite Feld der unteren Aufgabenreihe holt die Lehrerin die Rechenkette als weiteres Hilfsmittel heran. Die Sequenz entspricht dem typischen Dreischritt schulischer Interaktion (Mehan 1979, 52):

535	L	leg mir das mal hin \ . zeig mir das mal \ . ne Zehn / und ne Drei \
536	Efrem	*bewegt zehn Perlen an seiner Kette* zehn und eine Drei . zehn / . *tut drei gelbe Perlen dazu*
538	L	mmh / wie viel haste dann / mmh /
539	Efrem	*zählt die Perlen leise einzeln ab* ... dreizehn \
540	L	mmh / und wo schreibtst du die hin
541	< Efrem	hier *schreibt*
542	< L	mmh / dann machs \[3]

Die Lehrerin legt durch ihre Aufforderungen <535, 538, 540> jeweils die Handlungsebene (Rechenkette, Arbeitsblatt) fest, so dass Efrem keine Transformation zwischen diesen Handlungsebenen leisten muss. Er führt die Handlungsschritte ‚Vorlesen‘, ‚Legen‘, ‚Abzählen‘ und ‚Hinschreiben‘

---

[3] Diese Lösungshilfe kann nicht bei allen Feldern erfolgversprechend genutzt werden.

nach Vorgabe der Lehrerin aus – die dazu notwendigen Einzelschritte bereiten ihm keine Schwierigkeiten. Durch das Benutzen der Rechenkette als Veranschaulichungsmaterial auf enaktiver Ebene entsteht der Eindruck einer geglückten Hilfe zur Selbsthilfe – allerdings kann Efrem schon das nächste Kästchen nicht allein ausfüllen. Bezogen auf das Partizipationsmodell von Krummheuer/Brandt (2001; s.a. Krummheuer 2004) lässt sich für Efrem in dieser Interaktion kein Autonomiegewinn erkennen. Die Verantwortung für den Handlungszusammenhang bleibt allein bei der Lehrerin.

Im Vortrag habe ich an diesen kurzen Sequenzen mögliche Vorstellungen aller Beteiligten zum Lernen und zur (Schul-)Mathematik aufgezeigt. Für die Schulmathematik möchte ich mich hier auf die Lehrerin beschränken. In ihren Handlungen erscheint (Schul-)Mathematik als eine „Sammlung von Lösungswegen“, die automatisiert auf jeweils bestimmte Aufgabenformate angewendet werden. Zu dieser algorithmischen Vorstellung von Mathematik passt das alltagspädagogische Lernmodell „Vormachen und Nachmachen“ (Lernen durch Imitation), das Olson/Bruner (1996) als „The Acquisition of ‚Know-How‘“ (ebd. 16) beschreiben. Die Interaktion zwischen Wayne und Efrem war hingegen viel mehr als „Lehr- und Lernpartnerschaft“ ausgelegt und scheint somit eher konstruktivistischen Lerntheorien zu entsprechen (s.a. Brandt 2004, 207f) – wobei die vertikale Sicht auf das Arbeitsblatt und die damit verbundenen Aneignungsprozesse wohl nicht den Intentionen der Lehrerin entsprechen.

Literatur:

Brandt, Birgit (2004): Kinder als Lernende – Partizipationsspielräume und –prfile im Klassenraum. Peter Lang.

Bruner, J. (1996): The Culture of Education. Harvard University Press.

Gellert, Uwe (2003): Exzeptionalität und Alltäglichkeit der Veränderung von Mathematikunterricht. In: JMD 24 (2003) H. 3/4, 151-171.

Krummheuer, Götz (2004): Das Produktdesign – Die Partizipation tätig-werdender Schüler. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2004. Franzbecker 317-321.

Krummheuer, G. und B. Brandt (2001): Paraphrase und Traduktion. Partizipationstheoretische Elemente einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens in der Grundschule. Beltz.

Mehan, H. (1979): Learning Lessons. Harvard University Press.

Naujok, N. (2000): Schülerkooperation im Rahmen von Wochenplanunterricht. Analyse von Unterrichtsausschnitten aus der Grundschule. Beltz.

Olson, D. und J. Bruner (1996): Folk Psychology an Folk Pedagogy. In: D. Olson und N. Torrance (Hrsg.): The Handbook of Education and Human Development. New Models of Learning, Teaching, and Schooling. Blackwell, 9-27.

Yackel, E. und P. Cobb (1996): Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. Journal of Research in Mathematical Education 27/4, 458-477.