

LÄUFER, Tim & LUDWIG, Matthias  
Frankfurt am Main

## **Vom digitalen Modell zur didaktischen Innovation: Potenziale des 3D-Drucks in der Bildung angehender Lehrkräfte im Längsschnitt**

Im Laufe des letzten Jahrzehnts hat sich 3D-Modellierung und -Druck in der mathematikdidaktischen Forschung als Werkzeug zur Herstellung von Unterrichtsmaterial weiterentwickelt, und das nicht nur in der Universität. Unter anderem das DigiMath4Edu-Projekt zeigt, wie 3D-Druck in der Grundschule Maßstäbe erfahrbar machen kann (Dilling et al., 2023). Dabei ist von besonderer Bedeutung die Bildung von angehenden und praktizierenden Lehrkräften.

Obwohl (mathematikdidaktische) Bildungsforschung im Hinblick auf 3D-Druck immer präsenter wird, sind es oft Kurzinterventionen in Form von Workshops, die die Forschung beleuchtet. Langanhaltende (Fort-)Bildungsprozesse werden bisher nur teilweise untersucht.

### **Theorie**

3D-Modellierung und -Druck („3DMP“, Läufer & Ludwig, 2023), gerade in der Bildung, ist nicht allein im mathematischen Kontext verortet. Es lassen sich viele Bezüge und Inhalte, die traditionell aus anderen Kontexten wie Physik oder Informatik stammen. Eine passende Beschreibung der dafür nötigen Wissensbereiche ist *TPACK* (Mishra & Koehler, 2006), wo Lehrkräftewissen in fachliches, technisches und pädagogisches Wissen unterteilt wird, die wiederum integrativ miteinander neue Wissensbereiche eröffnen. In unserem Fall nutzen wir nicht nur die Mathematik als fachliches Wissen, sondern Computational Thinking („CT“), welches passende Überschneidungen zum mathematischen Denken enthält. (Kallia et al., 2021)

Die Möglichkeiten von 3DMP in der Lehrerbildung sind reichhaltig, aber mittel- oder langfristige Förderung von Lehrkräftekompetenzen, die über Kurzinterventionen hinausgeht, bedarf noch weiterer Forschung.

### **Forschungsfrage**

Daher haben wir an der Goethe-Universität Frankfurt ein Seminar für Lehramtsstudierende zur Erstellung von mathematischen Manipulatives (vgl. Läufer & Ludwig, 2023) mit 3D-Druck in einer Längsschnittstudie in Hinblick auf die folgende Forschungsfrage untersucht: *Welche Potenziale haben einsemestrige, 3D-Druck zentrierte Bildungsmaßnahmen für angehende Lehrkräfte?*

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),  
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

## Das Seminar

Geleitet wurde das (Wahlpflicht-)Seminar vom Erstautor, unterstützt durch eine studentische Hilfskraft. Voraussetzungen für den Seminarbesuch sind die bestandenen Prüfungen zu den Grundlagenvorlesungen *Didaktik der Geometrie* und *Didaktik der Algebra*.

Der Arbeitsauftrag im Seminar lautet: „*Erstellen Sie mithilfe des 3D-Druckers ein innovatives und nicht anderweitig erwerbbares Manipulative für den mathematischen Schulunterricht.*“ Zwischen jeder Sitzung mussten die Studierenden *Portfolios* zu ihren Fortschritten in Form einer leitfadenorientierten Sprachaufnahme und mind. 1 Bild im Moodlekurs zum Seminar hochladen. Zur Realisierung wurde OpenSCAD zur skriptbasierten Erstellung von 3D-Modellen (Beispiel siehe Abb. 3 links oben), PrusaSlicer für die Vorbereitung der Dateien für den 3D-Druck, und Prusa Minis zum Drucken mit PLA-Filament genutzt (vgl. 3DMP-Prozess in Läufer & Ludwig, 2023).

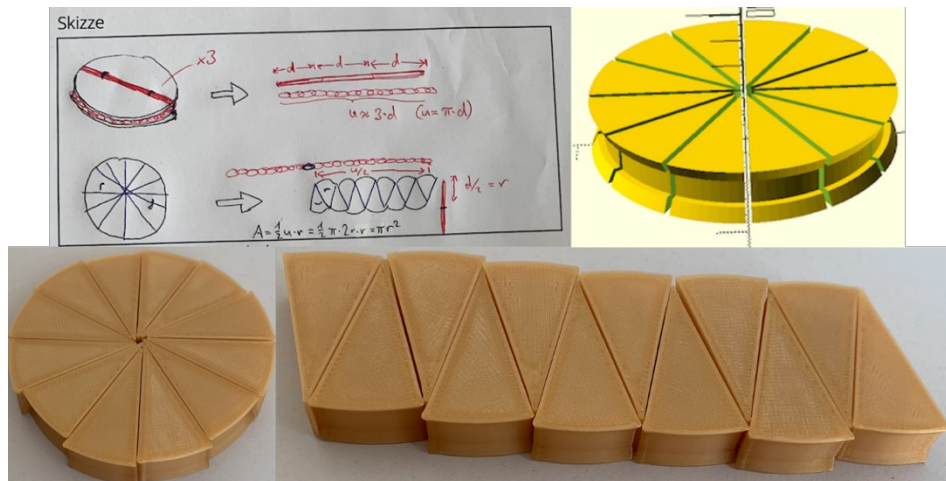
## Methode

Zur Erörterung der Forschungsfrage nutzen wir eine explorative Fallstudie über die Entwicklung eines Lehrmaterials durch eine Studierende Emily (anonymisiert), die das Seminar im Sommersemester 2024 besucht hat. Sie war zum Seminarzeitpunkt im siebten Semester des Mathematiklehramtsstudiums und hat im Seminar ein physisches Lernmaterial zur Erarbeitung der Zusammenhänge zwischen Durchmesser, Umfang und Fläche eines Kreises (Abb. 1–3) entwickelt.

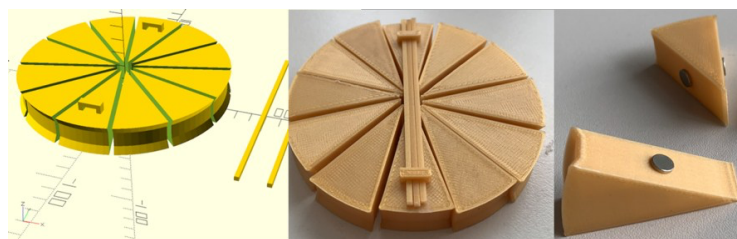
Als Datengrundlage nutzen wir die wöchentlichen Portfolios, in welchen wir die Schritte der Studierenden zusammenfassen und auf TPACK- und 3DMP-Facetten untersuchen. Daraus lassen sich Potenziale von 3DMP in der Lehrkräftebildung ableiten.

## Ergebnisse

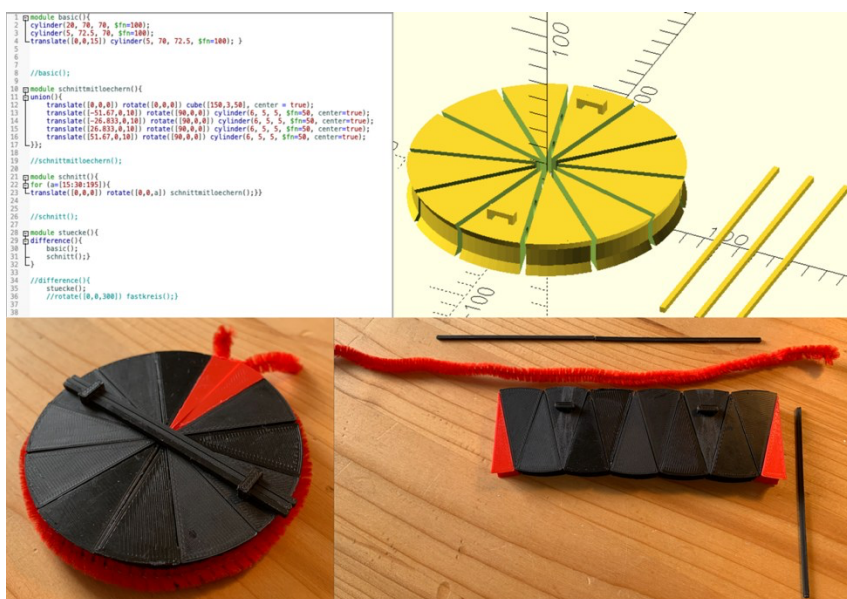
Im Laufe des Seminars hat Emily aus einem bekannten 2D-Beweis (Skizze in Abbildung 1 oben links) ein dreidimensionales Manipulative, laut eigener Aussage ein „*dreidimensionales Werkzeugtool*“, erstellt, mit welchem die Kreisparameter *Durchmesser*, *Umfang* und *Flächeninhalt* erarbeitet werden können. In den verschiedenen Stadien (Abb. 1–3) ist eine deutliche Entwicklung von einem groben Prototyp ohne Messinstrumente (Abb. 1), zum teilweise funktionierenden Prototyp (Abb. 2), hin zu einem einsatzfähigen Manipulative geworden (Abb. 3). Letzterer wurde eingebettet mit Stundenverlaufsplan im Seminar vorgestellt.



**Abb. 1:** Emilys Portfoliobilder aus den Wochen 3 (oben links), 4 (oben rechts) und 5 (unten).



**Abb. 2:** Emilys Portfoliobilder aus den Wochen 6 (links) und 7 (mitte und rechts).



**Abb. 3:** Emilys Portfoliobilder aus den Wochen 8 (oben) und der fertige Prototyp aus Woche 9 (unten): Ein Zylinder, der zu einem angenäherten Quader zusammgelegt werden kann, der eigene Messinstrumente (Durchmesserstäbe und Umfangsdraht)

Besonders deutlich lassen sich technische und mathematische Inhalte in der Skizze (Abb. 1) und in den Programmcodes (Abbildung 3) sehen. Aber vor allem finden sich häufige Bezüge zu fachdidaktischen Inhalten in den Portfolios; Dinge werden wegen fachdidaktischer Gründe überarbeitet, weshalb

Emily ihren Prototyp in mehreren Meilensteinen erarbeitet, gedruckt und reflektiert hat. Dabei stehen vorwiegend die Größe und die Handhabbarkeit des Manipulatives im Vordergrund, die strukturiert im Laufe des Semesters ausprobiert und reflektiert werden. Etwa stehen die Magnete in Woche 7 (Abb. 2) noch über, was im dritten Prototyp behoben wurde.

Der Programmcode zur Erstellung der 3D-Modelle (siehe Abb. 3) wird im Laufe des Semesters additiv erweitert und besitzt bereits beim ersten Prototypen sichtbar logische Sinnabschnitte in Form von Abstraktionen. Dort wurden dann mehrere Ausdrücke zu einem sog. „Modul“ zusammengefasst und mehrfach aufgerufen, was für Laien im Mathematiklehramtsstudium ohne Programmierwissen fortgeschritten ist. Es zeigt sich im Verlaufe von mehreren Wochen eine deutliche Entwicklung mit technischen, pädagogischen und CT-Facetten.

### **Diskussion & Limitationen**

Emily ist eine Positivauswahl, weshalb nicht davon ausgegangen werden kann, dass gleiche Innovationspotenziale von allen Studierenden erwartbar sind. Dennoch zeigt sich: Der 3D-Druck zeigt hier große Potenziale in der Verknüpfung nicht nur mathematischem, sondern auch von CT-Wissen mit pädagogischem und technologischem Wissen im integrativen Sinne von TPACK.

### **Danksagungen**

Die Promotionsstudie von Tim Läufer „3D-Druck in der Lehramtsbildung“ wird finanziert durch die Hans-und-Ria Messer Stiftung.

### **Literatur**

- Dilling, F., Hörnberger, K., Schneider, R., Witzke, I., & Universität Siegen (Hrsg.). (2023). *DigiMath4Edu. Band 1: Einblicke in die unterrichtspraktische Umsetzung an den Projektschulen / Universität Siegen - Didaktik der Mathematik*; Herausgeber: Dilling, Hörnberger, Schneider & Witzke. universi - Universitätsverlag Siegen.
- Kallia, M., Van Borkulo, S. P., Drijvers, P., Barendsen, E., & Tolboom, J. (2021). Characterising computational thinking in mathematics education: A literature-informed Delphi study. *Research in Mathematics Education*, 23(2), 159–187. <https://doi.org/10.1080/14794802.2020.1852104>
- Läufer, T., & Ludwig, M. (2023). „Building“ knowledge by creating manipulatives with the 3D printer: A course for mathematics student teachers. *9th International Conference on Higher Education Advances (HEAd'23)*, 349–356. <https://doi.org/10.4995/HEAd23.2023.16225>
- Mishra, P., & Koehler, M. J. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108(6), 1017–1054. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x>