

BULTHAUP, Patrick
Osnabrück

Selbstständiger Einsatz von DGS in der Differentialrechnung

Dynamische Geometriesoftware (DGS) ist neben dem Grafikrechner (GTR) und dem Computeralgebra (CAS) das wohl wichtigste und prominenteste digitale Mathematikwerkzeug. Wenngleich DGS zunehmend im Mathematikunterricht zum Einsatz kommt (vgl. Ostermann et al., 2021), wird es doch vordergründig von Lehrkräften als „echtes Werkzeug“ genutzt (vgl. Barzel & Klinger, 2022). Den Lernenden selbst bleiben wenig Freiheiten im Umgang mit dem Werkzeug (Olsson, 2019), wodurch sie nur einen Bruchteil des Potenzials von DGS selbst entdecken und nutzen. Die Gründe dafür, dass Lernende nur selten *selbstständig* mit DGS arbeiten, sind auf unterschiedlichen Ebenen anzusiedeln: Neben bildungspolitischen und technischen Rahmenbedingungen können sowohl die Lehrkräfte mit ihren Kompetenzen und Einstellungen als auch die Lernenden mit ihren individuellen Voraussetzungen ausschlaggebend dafür sein, ob und in welcher Form und Intensität die Schülerinnen und Schüler DGS im Unterricht und darüber hinaus selbstständig einsetzen. Im Beitrag wird dazu auf Grundlage eines theoretisch formulierten Modells zur Beschreibung des *selbstständigen Einsatzes von DGS* eine explorative Interviewstudie mit Schülerinnen und Schülern aus der Sekundarstufe II im Inhaltsbereich der Analysis dargestellt.

Theoretischer Hintergrund

Im Mathematikunterricht kann DGS zu verschiedenen Zwecken und in unterschiedlichen Inhaltsbereichen eingesetzt werden. Insbesondere für das mathematische Problemlösen (z. B. Kuzle, 2017), Argumentieren (z. B. Bauer, 2015) und Modellieren (z. B. Hankeln & Greefrath, 2020) kann das umfangreiche Werkzeug positiven Einfluss auf die Kompetenzentwicklung haben. Maßgeblich verantwortlich dafür ist die Möglichkeit, in kürzester Zeit und oft mit wenig Aufwand multiple dynamische Visualisierungen zu erstellen, diese für die eigenen Zwecke anzupassen, die mathematischen Ideen hinter einer Konstruktion zu entdecken oder bereits erstellte Visualisierungen für den eigenen Lernprozess zu nutzen, sofern sich diese als geeignet erweisen (z. B. Bauer, 2015). Die Dynamik des Tools erlaubt es den Nutzenden so beispielsweise, mathematische Objekte eingehend zu untersuchen, Erkundungen an ihnen vorzunehmen, Vermutungen darüber anzustellen und sich mathematische Zusammenhänge zu erklären (Olsson, 2019). Im Sinne des lebenslangen Lernens (Bolhuis, 2003) erscheint es daher erstrebenswert, Lernende darin zu fördern, mathematische Werkzeuge wie DGS für solche Zwecke auch selbstständig und außerhalb des unterrichtlichen Rahmens gezielt einsetzen zu können. Dazu müssen die Lernenden im Sinne

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

der Instrumentellen Genese für das Werkzeug passende Gebrauchsschemata ausbilden (Drijvers & Trouche, 2008). Je gefestigter diese Schemata sind, desto sicherer können die Lernenden das Werkzeug flexibel in verschiedenen Situationen einsetzen. Im Gegensatz zum GTR, der als Standardwerkzeug beim Mathematiklernen von Lernenden genutzt wird, findet ein selbstständiger Einsatz von DGS in der Praxis bislang jedoch kaum statt. Daher ist noch weitgehend unklar, wie sich ein tatsächlich selbstständiger DGS-Einsatz durch die Lernenden beschreiben lässt. Auf theoretischer Ebene ergeben sich hierzu in Anlehnung an z. B. die Instrumentelle Genese, Modelle mathematischen Problemlösens (Schoenfeld, 1985), des selbstgesteuerten (Pintrich, 2000) und lebenslangen Lernens (Bolhuis, 2003) sowie durch die Kombination kognitiver und metakognitiver Prozesse die Tätigkeiten *Zielsetzung*, *Selektion*, *Nutzung*, *Evaluation* und *Monitoring* (vgl. Bulthaupt & Salle, 2023). Die lediglich theoretisch formulierten Tätigkeiten eines selbstständigen DGS-Einsatzes legen die Fragen nahe, inwieweit sich diese in der Arbeit von Schülerinnen und Schülern mit DGS wiedererkennen lassen, wie sich die Vorgehensweisen der Lernenden hinsichtlich der Tätigkeiten unterscheiden und welche Ursachen es für diese Unterschiede gibt. Konkret soll sich die vorgestellte Studie mit folgenden übergeordneten Fragen befassen:

- Inwieweit lassen sich die formulierten Tätigkeiten des selbstständigen DGS-Einsatzes in Bearbeitungsprozessen von Lernenden wiederfinden?
- Welche Herausforderungen zeigen sich dabei?
- Welche förderlichen oder hemmenden Faktoren gibt es im Hinblick auf einen selbstständigen Einsatz von DGS auf der Seite der Lernenden?

Anlage der Studie

Um diesen und weiteren Fragen nachzugehen, werden Schülerinnen und Schüler aus dem 11. Jahrgang (Gym./Ges. Niedersachsen) bei der möglichst selbstständigen Arbeit mit DGS im Inhaltsbereich der Differentialrechnung untersucht. Die Lernenden erstellen dazu ein eigenes Applet zur Erklärung der Ableitung und evaluieren bereits erstellte Applets dahingehend, ob bzw. inwieweit diese zum Verständnis der Ableitung beitragen könnten. Um die dabei ablaufenden kognitiven und metakognitiven Aktivitäten zu rekonstruieren, sollen die Versuchspersonen während der Arbeit mit DGS ihre Gedanken im Sinne des *Lauten Denkens* (Ericsson & Simon, 1993) äußern. Die Analysis wurde gewählt, da einerseits davon ausgegangen werden kann, dass die Lernenden der Sekundarstufe II bereits hinreichend oft mit DGS konfrontiert wurden und verschiedene Einsatzmöglichkeiten des Werkzeugs kennengelernt haben; andererseits scheint beim Blick in Praxisanregungen das Thema der Ableitung besonders vielfältige Möglichkeiten für den DGS-

Einsatz im Mathematikunterricht zu bieten. Wenngleich durch die Vorgabe der Aufgabenstellung und des Inhaltsbereichs die Selbstständigkeit bereits eingeschränkt wird (z. B. die *Zielsetzung* des Einsatzes), soll durch das Erstellen eines eigenen Applets auf Grundlage einer leeren, unstrukturierten Datei möglichst viel Freiheit im Hinblick auf die Auswahl und Nutzung verschiedener Werkzeuge, Ansichten und Kontexte innerhalb der DGS gewährleistet werden. Im Anschluss an die Bearbeitung wird ein halbstandardisiertes Interview durchgeführt, durch das einerseits mögliche Herausforderungen beim selbstständigen Einsatz von DGS und andererseits fördernde und hemmende Faktoren für einen selbstständigen Einsatz auf Seiten der Lernenden identifiziert werden sollen.

Ausblick auf erste Ergebnisse

Die Erhebung findet zwischen Januar und April 2024 statt. In einem bereits durchgeführten Pilotierungsinterview (*Jan*, Gym., Kl. 12) deutet sich jedoch bereits an, dass sich das entwickelte Modell zur Charakterisierung des selbstständigen Einsatzes von DGS eignen kann. Obgleich die Nutzung von DGS durch Lernende in Jans Mathematikkurs ausschließlich dadurch realisiert wird, dass die Lehrkraft „schon alles für uns vorbereitet hat“, lassen sich in Jans sehr oberflächlicher Arbeit mit DGS alle Tätigkeiten in unterschiedlicher Ausprägung erkennen: So zeigt sich beispielsweise, dass die *Zielsetzung* des DGS-Einsatzes stark durch die regelmäßige Nutzung des GTR im Mathematikunterricht geprägt ist. Hier dominiert der Wunsch nach Funktionalitäten, die sich auf den Kalkül beziehen und zur „Berechnung von speziellen Punkten“ beitragen. Ein Großteil der oben geschilderten Potenziale wird weder erkannt noch genutzt. Jan versucht, diese scheinbar gefestigten Gebrauchsschemata für den GTR auf die Nutzung der DGS zu übertragen, ohne dass dies direkt in sinnvollen Ausgaben resultiert. Multiplizität und Dynamik des Werkzeugs werden eher als störend, denn als förderlich erachtet („... , weil das nicht im selben (Fenster) ist, wäre das viel schwerer das zu erklären“), weshalb sich die Auswahl und Nutzung der Funktionalitäten vor allem auf solche bezieht, die vermeintlich an den GTR erinnern. Dies wird auch dadurch begründet, dass die Ableitung schließlich ein „Ding, mit dem man Hoch- und Tiefpunkte bestimmen kann“ sei und dessen Berechnung durch das Werkzeug vereinfacht werden kann. Der eigentliche Mehrwert des Tools liegt demnach primär im Erzeugen *eines* Funktionsgraphen (die Möglichkeit diesen zu variieren wird nicht erkannt) und dessen charakteristischen Punkte. Eine *Evaluation* der Ausgaben wird nur selten vorgenommen, insbesondere deshalb, weil kein Bezug zwischen diesen hergestellt wird und – analog zum GTR – die Eingaben als überschrieben angesehen werden, sobald eine neue erfolgt. Der Vortrag liefert Einblicke in erste Ergebnisse aus

den Interviews der Hauptstudie. Dabei sollen typische Vorgehensweisen und Verhaltensmuster der Schülerinnen und Schülern, Schwierigkeiten in der Bearbeitung auf mathematischer und technologischer Ebene sowie die eine selbstständige Nutzung bedingenden fachlichen, technologischen, motivationalen und kontextuellen Faktoren herausgestellt werden. Auf dieser Grundlage sollen anschließend mögliche Empfehlungen für eine Förderung des selbstständigen Einsatzes in der Praxis abgeleitet werden.

Literaturverzeichnis

- Barzel, B., & Klinger, M. (2022). Digitale Mathematikwerkzeuge. In G. Pinkernell, F. Reinhold, F. Schacht, & D. Walter (Hrsg.), *Digitales Lehren und Lernen von Mathematik in der Schule: Aktuelle Forschungsbefunde im Überblick* (S. 91–108). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-65281-7_5
- Bauer, A. (2015). *Argumentieren mit multiplen und dynamischen Repräsentationen*. Würzburg University Press.
- Bolhuis, S. (2003). Towards process-oriented teaching for self-directed lifelong learning: A multidimensional perspective. *Learning and Instruction*, 13(3), 327–347. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(02\)00008-7](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(02)00008-7)
- Bulthaupt, P., & Salle, A. (2023). *Unterrichtliche Förderung des selbstständigen Einsatzes von Dynamischer Geometriesoftware*. <https://doi.org/10.17877/DE290R-23367>
- Drijvers, P., & Trouche, L. (2008). From artifacts to instruments: A theoretical framework behind the orchestra metaphor. *Research on technology and the teaching and learning of mathematics*, 2, 363–392.
- Ericsson, K. A., & Simon, H. A. (1993). *Protocol Analysis: Verbal Reports as Data*. The MIT Press. <https://doi.org/10.7551/mitpress/5657.001.0001>
- Hankeln, C., & Greefrath, G. (2020). Mathematische Modellierungskompetenz fördern durch Lösungsplan oder Dynamische Geometrie-Software? Empirische Ergebnisse aus dem LIMo-Projekt. *Journal für Mathematik-Didaktik*. <https://doi.org/10.1007/s13138-020-00178-9>
- Kuzle, A. (2017). Delving into the Nature of Problem Solving Processes in a Dynamic Geometry Environment: Different Technological Effects on Cognitive Processing. *Technology, Knowledge and Learning*, 22(1), 37–64. <https://doi.org/10.1007/s10758-016-9284-x>
- Olsson, J. (2019). Relations Between Task Design and Students' Utilization of GeoGebra. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 5(3), 223–251. <https://doi.org/10.1007/s40751-019-00051-6>
- Ostermann, A., Lindmeier, A., Härtig, H., Kampschulte, L., Ropohl, M., & Schwanewedel, J. (2021). *Mathematikspezifische Medien nutzen. Was macht den Unterschied – Lehrkraft, Schulkultur oder Technik?*. <https://doi.org/10.25656/01:22239>
- Pintrich, P. R. (2000). The Role of Goal Orientation in Self-Regulated Learning. In *Handbook of Self-Regulation* (S. 451–502). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-012109890-2/50043-3>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2013-0-05012-8>