

REGEL, Nicolas  
Dresden

## **Funktionsmaschinen neu gedacht – Math-Nodes als Darstellung verketteter und verknüpfter Funktionen**

Math-Nodes ist eine digitale Lernumgebung, in der Funktionsmaschinen nach dem Prinzip des Flow-Based Programming verknüpft und verkettet werden. Das besondere Augenmerk liegt auf explorativem Lernen an verketteten und verknüpften Funktionen im Kontext verschiedener Repräsentationen.

### **Theoretischer Hintergrund**

Die Funktionsmaschine gilt als tragfähige Metapher, da sie sowohl den Prozess- als auch den Objektaspekt des Funktionsbegriffs verkörpert (Tall et al., 2000). Die Mathematikdidaktik betrachtet dabei einzelne Maschinen als Metapher, während die Informatikdidaktik deren Netzwerk in den Fokus rückt. Math-Nodes verbindet beide Perspektiven, um das Zusammenspiel verketteter Funktionen im Netzwerk zu verdeutlichen.

### **Forschungsfrage und Methode**

Untersucht wird, wie Lernende mit Math-Nodes den Einfluss von Teilfunktionen auf verschiedene Repräsentationen der Gesamtfunktion beschreiben. Das Projekt folgt einem Design-Based-Research-Ansatz mit vier Zyklen.

### **Ergebnisse**

Bisher identifizierte Strategien sind beispielsweise (Regel, 2024):

- Das objektorientierte Operieren mit Teilfunktionen. Hier wird die Darstellung von Math-Nodes genutzt, um Teilfunktionen als eigenständige Objekte zu referenzieren.
- Das Nachvollziehen der Verkettungen und Verknüpfungen entlang der Kabelverbindungen.
- Die Nutzung des Modulationskonzepts. Hier wird eine Verbindung zwischen Parametern und den sie modulierenden Funktionen hergestellt.

### **Literatur**

- Tall, D. O., McGowen, M., & DeMarois, P. (2000). The Function Machine as a Cognitive Root for the Function Concept. *Proceedings of PME-NA*, 255–261.
- Regel, N. (2024). Der Objektaspekt im Fokus: Konzeptuelle Erweiterungen der Funktionenmaschine am Mathe-Synthesizer. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2024*. <https://doi.org/10.17877/DE290R-24820>



# Math-Nodes

DIE MASCHINENMETAPHER ALS INTUITIVER ZUGANG ZUM FUNKTIONSBEGRIFF DIGITAL ZU ENDE GEDACHT

## Die Lernumgebung

Math-Nodes ist eine digitale Lernumgebung, in der Funktionsmaschinen in einer vom Flow-Based Programming inspirierten Umgebung verkettet und verknüpft sowie mit verschiedenen Repräsentationen verbunden werden können.

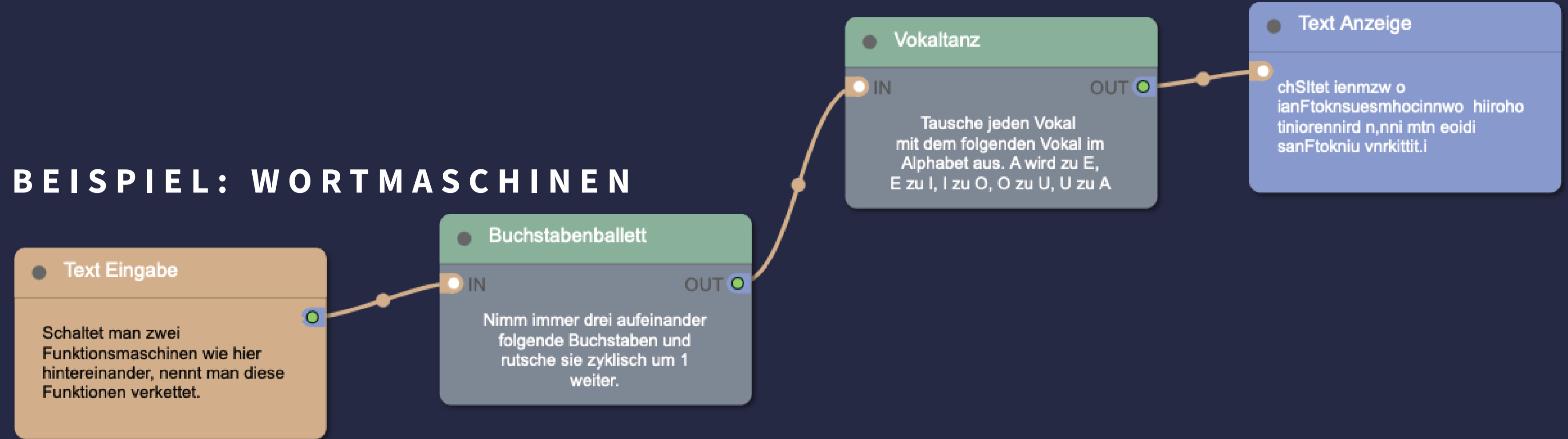
### WORTMASCHINEN

bieten einen niedrigschwelligen Einstieg in den Funktionsbegriff und die Maschinenmetapher. Konzepte wie Verkettung, Eindeutigkeit und Umkehrbarkeit können intuitiv behandelt werden.

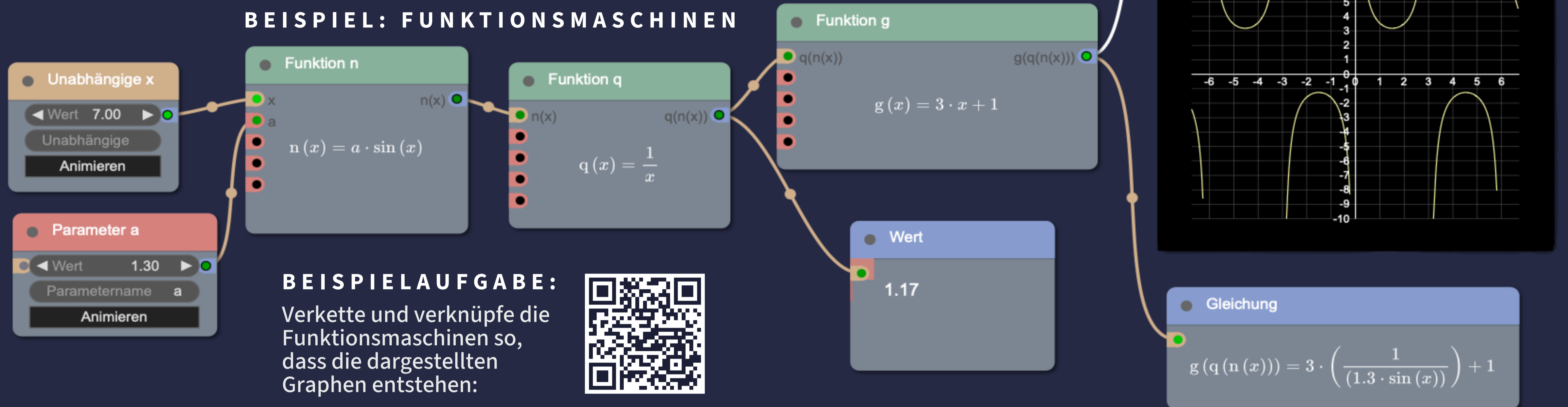
### FUNKTIONSMASCHINEN

sind der Kern der Lernumgebung. Hier werden komplexe Funktionen erkundet, indem der Einfluss ihrer verketteten und verknüpften Teilfunktionen auf die Repräsentationen der Gesamtfunktion untersucht wird.

### BEISPIEL: WORTMASCHINEN



### BEISPIEL: FUNKTIONSMASCHINEN

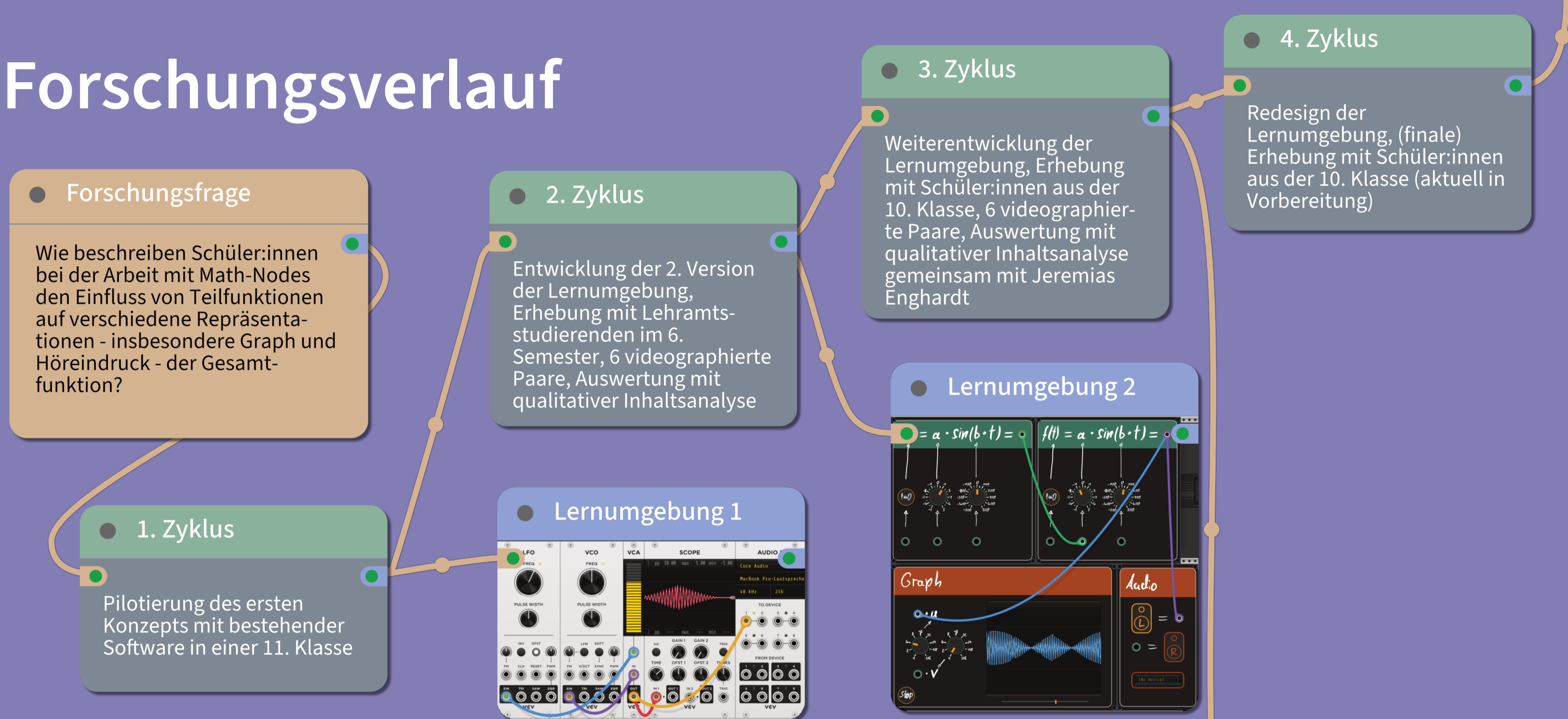


### BEISPIELAUFGABE:

Verkette und verknüpfe die Funktionsmaschinen so, dass die dargestellten Graphen entstehen:



## Forschungsverlauf



## Theoretischer Hintergrund

- Das Arbeiten mit Funktionen als Objekt ist beim Erlernen des Funktionsbegriffs für Schüler:innen besonders schwierig. (Sfard 1991, Vollrath 1989)
- Die Funktionsmaschine kann als tragfähige Metapher und Cognitive Root für den Funktionsbegriff dienen und verkörpert dabei sowohl den Objekt- als auch den Prozessaspekt des Funktionsbegriffs. (Sfard 1991, Tall et al. 2000)
- Im Flow-Based Programming wird die Maschinenmetapher erfolgreich genutzt, um Entitäten in der Informatik zu veranschaulichen. (Xinogalos 2013)
- In der Mathematikdidaktik liegt der Fokus auf der einzelnen Maschine als Metapher, in der Informatikdidaktik steht die Rolle der Maschine im Netzwerk im Vordergrund.
- Math-Nodes verknüpft beide Ansätze, um Funktionen einerseits im Sinne der Maschinenmetapher als Objekt zu verkörpern und andererseits das Zusammenwirken von verketteten und verknüpften Funktionen (im Netzwerk) zu vermitteln.

## Literatur

Enghardt J. (2024). *Argumentationsprozesse zum Einfluss von Teilfunktionen im Kontext von Funktionsmaschinen in Flow-Darstellungen*. (Staatsexamensarbeit, betreut von Nicolas Regel)

Regel, N. (2024). Der Objektaspekt im Fokus: Konzeptuelle Erweiterungen der Funktionsmaschine am Mathe-Synthesizer. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2024*. doi.org/10.17877/DE290R-24820

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1–36. doi.org/10.1007/bf00302715

Tall, D. O., McGowen, M., & DeMarois, P. (2000). The Function Machine as a Cognitive Root for the Function Concept. *Proceedings of PME-NA*, 255–261.

Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 10(1), 3–37. doi.org/10.1007/BF03338719

Xinogalos, S. (2013). Using flowchart-based programming environments for simplifying programming and software engineering processes. *2013 IEEE Global Engineering Education Conference (EDUCON)*, 1313–1322. doi.org/10.1109/EduCon.2013.6530276

## Ergebnisse

**Ausgewählte Ergebnisse**

Schüler:innen beschreiben den Einfluss von Teilfunktionen bei der Arbeit mit Math-Nodes, ...

- ... indem sie Widerspruchsargumente gebrauchen.
- ... indem sie mithilfe der Flow-Darstellung über das Einsetzen von Termen reflektieren.
- ... indem sie das Modulationskonzept im Zusammenspiel von Teilfunktionen und Parametern anwenden.
- ... indem sie Teilfunktionen mit Parametern identifizieren und andersrum.
- ... indem sie Aussagen über den Charakter der Verbindungen zwischen Teilfunktionen treffen.
- ... indem sie Zwischenergebnisse bezüglich einzelner Teilfunktionen darstellen.
- ... indem sie objektorientiert mit Teilfunktionen operieren.
- ... indem sie Verbindungen zwischen Flow-Darstellungen und weiteren Darstellungsformen herstellen (hier insbesondere Graph und Höreindruck).