Die Bedeutung des Spinbegriffs

Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
Doctor philosophiae

vorgelegt von
Marcus Schulte

Fachbereich Gesellschaftswissenschaften,
Philosophie und Theologie
der Universität Dortmund

Dezember 1999

Vorwort

> „Es ergibt sich aber, daß ein isoliertes Ding genau genommen nicht existiert. Nur die vorzugsweise Berücksichtigung auffallender, stärkerer Abhängigkeiten und die Nichtbeachtung weniger merklicher, schwächerer Abhängigkeiten erlaubt uns bei einer ersten vorläufigen Untersuchung die Fiktion isolierter Dinge. Auf demselben graduellen Unterschiede der Abhängigkeiten beruht auch der Gegensatz der Welt und des Ich. Ding und Ich sind provisorische Fiktionen gleicher Art." Ernst Mach, [58, S. 15]

Die Frage, wie und wieweit eine Erkenntnis der Natur möglich sei, ist seit Kant nicht mehr eine Frage nach einer universellen Theorie von Welt und erkennendem Subjekt aus göttlicher Perspektive sondern eine Frage nach den Bedingungen der Bezugnahme des Subjekts auf das ihm empirisch Gegebene, die Welt. Seit der sprachphilosophischen Wende der Philosophie um 1900, sind diese Bedingungen der Bezugnahme zu suchen in der Funktionsweise der Sprache. Seit der Krise der idealsprachlichen Rekonstruktionsversuche um 1940/50 ist klar, dass Sprache nicht zeitlos ist sondern gebunden an die Verwendungsregeln und Erfahrungen einer Epoche und eines gesellschaftlichen Segments. Erkenntnis ist eine der Wechselwirkung des Subjekts (bzw. einer Gruppe) mit der übrigen Welt entwachsende Struktur, die die Wechselwirkungen zwischen „Dingen" unter bestimmten Voraussetzungen und Gesichtspunkten spiegelt. Die Fragen, wie die Sprache der Physik als ein solcher Spiegel funktioniert und wieweit man dem Spiegelbild der Natur trauen kann, sind philosophische Fragen nach den Methoden der Physik, und also, wenn obige Thesen wahr sind, nach der konkreten Ausprägung dieser Methoden in ihrer Anwendung auf bestimmte Inhalte.

Die vorliegende Arbeit untersucht die genannten Fragen anhand eines Ausschnitts der frühen Quantenphysik. Dafür, dass diese Einengung auf ein konkretes historisches Beispiel sinnvoll ist, argumentiere ich in Kapitel 1. Kapitel 2 gibt einen Überblick über relevante philosophische Bedeutungstheorien einerseits und Reflexionen der Physiker über ihren Sprachgebrauch andererseits. Kapitel 3 enthält eine Darstellung der älteren Quantentheorie, die die Semantik dieser Theorie rekonstruiert und das Bemühen um Kohärenz und sinnvolle Weiterverwendung und Erweiterung der Begriffe der klassischen Physik herausstellt. Kapitel 4 rekonstruiert die Schritte zur Herausbildung des Spinbegriffs im Rahmen der älteren Quantentheorie. In Kapitel 5 geht es um die Semantik physikalischer Größen, speziell des Spin, in der neuen Quantenmechanik und die Beziehung von Eigenschaften von Theorien (nämlich die, einem Relativitätsprinzip zu genügen, bzw. klassisch zu sein) zum Spin. In Kapitel 6 werden die Ergebnisse kurz zusammengefasst und auf die Frage nach dem (Wirklichkeits–)Gehalt des Spinbegriffs bezogen.

Diese Arbeit wurde angefertigt im Rahmen eines DFG–Projekts (Fa 261/3-1 und Fa 261/4-1). Für diese Unterstützung danke ich der Deutschen Forschungsgemeinschaft. Dem Deutschen Museum in München danke ich für die Möglichkeit, mit der dort vorhandene Kopie des *Archive for the History of Quantum Physics (AHQP)* zu arbeiten. Antonietta Patrizia Zeoli danke ich dafür, dass sie die Mühe, das Manuskript korrekturzulesen, auf sich genommen hat. Für zahlreiche engagierte und fröhliche Diskussionen, u.a. über Ausschnitte dieser Arbeit, danke ich Matthias Adam, Claudio Di Maio, Dr. Andreas Hüttemann, Jesse Kraai, Thomas Kuklinski, Jyoo–Hi Rhee, Dr. Jutta Rockmann, Dr. Orestis Terzidis und Frank Tschepke. Den größten Dank schulde ich jedoch Prof. Dr. Dr. Brigitte Falkenburg für die aktive Betreuung und ihr stetes Interesse an dieser Arbeit, sowie viele Anregungen und Hinweise.

Am 25.5.2000 nahm der Promotionsausschuss des Fachbereichs 14 der Universität Dortmund diese Arbeit als Dissertation im Fach Philosophie an.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Wissenschaftsgeschichte und -philosophie

Wissenschaftstheoretische Fragen sind zunächst systematische Fragen, insofern sie erkenntnistheoretische Fragen über eine besondere Art von Erkenntnis, eben die wissenschaftliche sind. Etwa: Welches sind die Quellen unserer (wissenschaftlichen) Erkenntnis? Wie sind die Methoden ihrer Gewinnung und die Standards ihrer Rechtfertigung?

Diese philosophischen Fragen werden nun – wo nicht eine sozialkonstruktivistische oder historistische Weltsicht favorisiert wird – aufgefasst als Fragen nach dem eigentlichen Wesen naturwissenschaftlicher Erkenntnis und den zeitlosen Standards seiner Rechtfertigung. Damit wird der Anspruch der Wissenschaftler selbst, ein ausgezeichnetes und zeitlos gültiges Wissen zu produzieren, auf der philosophischen Ebene fortgeschrieben. Man könnte kaum einen ewigen oder auch nur langfristigen Geltungsanspruch von wissenschaftlichen Theorien vertreten, wenn man annähme, die Standards ihrer Rechtfertigung änderten sich – überhaupt oder mittelfristig.

Dieses Konzept von Wissenschaftstheorie führt wegen der tatsächlichen Vielgestaltigkeit wissenschaftlicher Theorien auf eine rekonstruktionistische Methode. Alle Theorien sind nach diesem Ansatz in eine einheitliche Sprache zu übersetzen und nach einem einheitlichen Verfahren zu prüfen. Die prominentesten Vertreter dieser Richtung sind die logischen Empiristen und ihre Erben, deren Programm die Rückführung aller Wissenschaften auf Logik (oder eine möglichst sparsame Mathematik) und direkte Sinneserfahrung ist.

Nachdem dieses logisch-empiristische Programm mehr und mehr in die Krise geriet, wurden diverse Alternativen und Korrekturen vorgeschlagen, deren wichtigste ich kurz aufzählen will:

- Unter verschiedenen Namen (Modelltheoretischer Ansatz, Semantische Methode, Strukturalismus) firmiert der Vorschlag die einheitliche Rekonstruktion von Theorien nicht in einer Reformulierung mittels formaler Sprachen (erweiterter Logik) zu suchen, sondern in einer einheitlichen Interpretation solcher Sprachen im Sinne der Tarski'schen Semantik zu suchen. Theorien sind in dieser Rekonstruktion Klassen von Modellen, Modelle sind Systeme von Mengen („Strukturen"). Um diese Strukturen zu charakterisieren, bedient man sich zwar immer noch mathematischer und also formaler Sprachen, erlegt sich aber nicht mehr den Zwang zur Reduktion auf die spartanische Prädikatenlogik auf. (Suppes, Sneed, etc.)

- Die „Experimentalisten" wie Cartwright und Hacking sehen die Quelle des wissenschaftlichen Wissens zwar immer noch in der Empirie, leugnen aber einen durchgängigen systematischen Zusammenhang dieser Quelle mit dem Ozean einer umfassenden, abstrakten Theorie. Einen Wahrheitsanspruch haben nur noch lokale, phänomenologische Gesetze, die für bestimmte Experimente gelten. Einheit gibt es bestenfalls noch in Form bestimmter Methoden der Laborpraxis, z.B. in der Art, wie kausale Zusammenhänge analysiert werden.

- Der Sozialkonstruktivismus verwirft sowohl die Vorstellung einer von einheitlichen (geschweige denn besonderen, Objektivität gewährleistenden) Prinzipien geleiteten Naturwissenschaft, als auch die Annahme einer ausgezeichneten Form von Erfahrung (der experimentellen) als in irgendeinem Sinne objektiver Erkenntnisquelle. Wissenschaft ist nicht zu trennen vom Rest der Gesellschaft. Ihre Entwicklung ist eine historisch kontingente und zur Beschreibung dieser Entwicklung sind (fast) nur Konzepte der Soziologie und der allgemeinen Geschichtswissenschaft wesentlich.

Diese Liste ist nicht vollständig. Es gibt differenzierte Zwischenstandpunkte. Und gerade diese sind es, die wissenschaftstheoretisch interessant sind – im Gegensatz zu den skizzierten Extremen: Der harte Rekonstruktionismus wäre interessant, wenn er denn noch Aussicht auf Erfolg verspräche. Der radikale Sozialkonstruktivismus hat keine Mühe jegliches menschliches Verhalten zu „erklären“ und verliert dadurch die Möglichkeit Wissenschaft als ein besonderes von anderen verschiedenes Unternehmen zu sehen. Wissenschaftstheorie würde damit aufhören, eine eigenständige Disziplin zu sein.

Ich hatte das Programm des logischen Empirismus oben dargestellt als den konsequentesten Versuch, den Anspruch der Wissenschaft, objektive Erkenntnis zu liefern, zu rechtfertigen durch die explizite Angabe einer starren Konstruktion (der formalsprachlichen Rekonstruktion) auf einem starren Fundament (Sinnesempfindungen, Beobachtungssätze). Dass sich die Wissenschaft nun offensichtlich nicht über diesen Leisten schlagen lässt, heißt noch nicht, dass ihr Anspruch auf objektive Naturerkenntnis ungerechtfertigt bleiben muss. Um diesen Anspruch einzulösen, wäre zu zeigen, wie eine Aussage über die Natur unabhängig von ihrem historischen Hintergrund wahr bleiben kann, oder besser, was an ihr vom Wandel dieses Hintergrunds unabhängig ist. Relativistisch ist ein solches Bild der Wissenschaft, insofern es die Möglichkeit die verschiedenen wissenschaftlichen Koordinatensysteme auf ein einheitliches absolutes System zu eichen verzichtet. Absolutistisch ist es dagegen in der Annahme, dass ein Koordinatenwechsel von einer Änderung der Natur zu unterscheiden ist.

Diese Möglichkeit ist durchaus verträglich mit gängigen gemäßigt relativistischen Positionen, wie z.B. der Kuhns, obgleich gerade dessen Rede von verschiedenen Welten, in denen Wissenschaftler vor bzw. nach einem Paradigmenwechsel leben, anderes vermuten lassen könnte. Sieht man sich Kuhns Beispielfälle etwas näher an, so wird klar, dass das Wesentliche und Interessante an ihnen gerade die Variation der wissenschaftlichen Perspektive (des Paradigmas) auf einen (wenigstens beinahe) gleichbleibenden Naturvorgang ist. Interessant ist, dass Aristotelianer und Vertreter der Impetustheorie *denselben* Vorgang der Pendelbewegung ganz unterschiedlich *behandelten* (s. [49]). Würden sie tatsächlich im üblichen Sinn dieses Ausdrucks in verschiedenen Welten leben, gäbe es nichts, worüber man sich wundern müsste.

Mehr noch: So vehement Kuhn auch seine These von der Inkommensurabilität als einer Unübersetzbarkeit zwischen verschiedenen Theorien vertritt, so bereitwillig gibt er die Möglichkeit der Interpretierbarkeit, des allmählichen Erlernens einer fremden Theorie zu. Das ist bemerkenswert, wenn man bedenkt, eine wie vielfältige Verflechtung mit diversen Zeitumständen die Zughörigkeit zu einem „Paradigma“ bedeutet: soziale Stellung, Umgang mit speziellem experimentellen Zubehör, etc. Dennoch scheint ein großer Teil alldessen für das Verständnis alter wissenschaftlicher Theorien von weit geringerem Nutzen zu sein als ein grundlegendes Verständnis moderner Theorien oder eine Vertrautheit mit dem fraglichen Phänomen. So lässt sich die aristotelische Bewegungslehre (der Teil der sich auf Bewegungen im Raum bezieht) bestens vom Standpunkt der modernen Mechanik erklären. Die beiden Theoriealternativen (Aristoteles/Newton) stellen sich dann dar als konsequente Idealisierungen in entgegengesetzte Richtungen. Während Aristoteles die Trägheit gegenüber der Reibung vernachlässigt und erstere dann als sekundären Effekt, nämlich durch die Luftströmung um bewegte Körper, erklärt, sieht Newton von der Reibung ab, die lange Zeit (bis zu ihrer Erklärung im Rahmen der statistischen Mechanik im 19. Jhdt.) als nicht weiter erklärte Tatsache neben den Grundgesetzen der Mechanik bestehen bleibt. Auch die spätmittelalterliche Impetustheorie lässt sich als Zwischenposition hier problemlos einordnen. Das soll nun nicht heißen, dass gerade für eine detailliertere historische Untersuchung nicht auch eine Kenntnis des gesellschaftlichen Umfeldes und der praktischen Handhabung historischer Apparaturen notwendig wäre[1]. Meine These ist nur, dass gerade das grundlegende Verstehen alter Theorien, das Kuhn mit dem Bild des plötzlichen Gestaltwechsels beim Betrachten einer Zeichnung illustriert, durch die richtige Veränderung von (evtl. metatheoretischen) Rahmenannahmen vor dem gleichbleibenden Hintergrund des Naturgeschehens zu erreichen ist.

Mit dieser These akzeptiert man zwar, dass die Naturwissenschaft sich mit einem in gewissem Grade von ihr unabhängigen Wirklichkeitsbereich beschäftigt, hat aber noch nicht gesagt, was und wieviel die wechselnden Theorien nun über diesen Wirklichkeitsbereich sagen und welche Theorie in welchem Sinne die richtigere ist. Die Frage, wann eine Theorie wahr ist und wie dann die Welt aussähe, führt auf die Semantik der Theorie bzw. das philosophische Verständnis einer solchen Semantik, das ich im nächsten Kapitel systematisch behandele. Ich möchte aber an dieser Stelle schon etwas anmerken zur Rolle historischer Untersuchungen für das Problem.

Eine globale Betrachtung der Wissenschafts- und Philosophiegeschichte legt zunächst zwei pessimistische Schlüsse nahe: Erstens werden grundlegende wissenschenschaftliche Theorien immer wieder überholt, was eine gewisse Skepsis gegenüber Kandidaten für eine fundamentale *theory of everything* angebracht erscheinen lässt. Zweitens führt das Scheitern von a–priori–

[1] Für die These, dass es gerade übergreifende Theorien sind, die für ein Verständnis der Wissenschaftsgeschichte notwendig sind, und nicht, wie von Vertretern des „New Experimentalism“ behauptet, Experimente und deren Heuristik, argumentiert Carrier in [12].

Philosophien (wie das des erwähnten logischen Empirismus) zu ähnlichen Vorbehalten gegenüber dem Konzept einer fundamentalen *theory of theories*.

Möglich bleibt die nächstschwächere These: Obwohl eine endgültige Theorie vielleicht nie erreicht, und, sollte sie doch erreicht werden, nicht als solche erkannt werden wird, geht doch die Entwicklung in Richtung immer besser an die Wirklichkeit angepasster Theorien. Diese These setzt aber einen Maßstab zur Beurteilung der Güte von Theorien voraus, der durchgängig und einheitlich wohl nicht zu haben ist, weil eine einheitliche Metatheorie fehlt. Hinreichend wäre jedoch schon die Möglichkeit, den Übergang von einer Theorie zu ihrer direkten Nachfolgerin als rational begründet zu rekonstruieren. Hätte man damit Erfolg, so wären zwar die wissenschaftliche Methode und die Verankerung in der Erfahrung weit weniger fest als im logisch–empiristischen Bild, dafür gewinnt man die Möglichkeit einen Wirklichkeitsbereich aus den Perspektiven unterschiedlicher Begriffsschemata zu betrachten und die Angemessenheit der jeweils verschiedenen metatheoretischer Rahmenannahmen zu vergleichen.

Unabhängig davon, ob die Fortschrittsthese richtig ist, entstünde auch neuer Raum für die realistische Deutung von Theorien. So könnte man in denjenigen Merkmalen, die über einen längeren Zeitraum hinweg von verschiedenen aufeinanderfolgenden Theorien einem Phänomen zugeschrieben werden, gute Kandidaten für objektive Merkmale der Wirklichkeit sehen. Diese These findet sich schon bei Poincaré und eine moderne Variante ist der Entitätenrealismus N. Cartwrights ([13]), die mit ihrer realistischen Deutung phänomenologischer Gesetze und einfacher kausaler Zusammenhänge eben die Robustheit solcher Erklärungsmuster gegen den Wechsel abstrakterer Theorien sowohl im Zuge der historischen Ablösung einer Theorie durch die andere, als auch gegen die Zusammenstückelung des Modells eines Vorgangs aus verschiedenen Theorien zu einer Zeit ausnutzt. Genau genommen, ist dieses Vorgehen plausibler, wenn die Fortschrittsthese falsch ist. Wäre sie richtig, hätte man ja allen Grund, jeweils die Ontologie der besten, aktuellsten Theorie anzunehmen.

Natürlich ist das Robustheitsargument in keinem Fall ein zwingender Grund für den wissenschaftlichen Realismus bezüglich gewisser Dinge. Man kann zwar so einige Kontingenzquellen ausschließen durch die Beschränkung auf von der konkreten historischen Perspektive unabhängige Merkmale, aber das heißt noch nicht, dass nicht gerade die besonders hartnäckigen verzerrenden Vorannahmen (eben tatsächliche A–prioris) bleiben und so den Blick auf die Dinge verzerren.

Ein anderes Argument gegen den Realismus ist die „Unterbestimmtheitsthese", die behauptet, dass es zu jeder Theorie eine in einem näher zu spezifizierenden Sinn[2] äquivalente Alternative gibt, die auf eine interessante Art von ersterer verschieden ist. Eine rein systematische Diskussion dieser These ist, wenn man sich nicht streng im Rahmen einer logisch–empiristischen Rekonstruktion bewegt, schwierig wegen der Unschärfe in der Definition der Äquivalenz von Theorien und der Interessantheit des Unterschiedes[3]. Bei ausreichend scharfen Kriterien für Äquivalenz und Interessantheit ist dann jede Unterbestimmtheit zu vermeiden. Nun kann man sich von einer prinzipiellen Unterbestimmtheitsthese zurückziehen auf den Nachweis einer tatsächlichen historischen Unterbestimmtheit. Diese Variante vertritt Cushing in [15], wo er die bohmsche Interpretation[4] der Quantenmechanik als der üblichen Kopenhagener Fassung äquivalente Theorie darstellt, die aber aus soziologischen, sachfremden Gründen verworfen wurde.

Allgemein muss eine historische Untersuchung um überhaupt zu einem Schluss kommen zu können, eine Theoriewahl nach den tatsächlichen historischen Kriterien untersuchen, da es ja den festen, überzeitlichen Vergleichsstandpunkt nicht gibt. Und diese *historische* Rekonstruktion der Entscheidung ist auch die für die Unterbestimmtheitsthese entscheidende, weil eine Beurteilung nach aktuellen Standards, etwa nach der Reduzierbarkeit auf einen heutige Nachfolgetheorie, eben den einen, verwirklichten Zweig der Geschichte schon voraussetzt – die alternative Theorie hätte sicher eine andere, möglicherweise ähnlich erfolgreiche Nachfolgerin gehabt, von der aus eine Beurteilung der fraglichen Theoriewahl ganz anders ausgesehen hätte. Das Argument für dieses Verbot unhistorischer Beurteilungskriterien bezieht sich allerdings nur auf die Objektebene[5]. Es ist, um in obigem Beispiel zu bleiben, nicht schlüssig, gegen Cushings These die Nähe des heutigen erfolgreichen Programms der Quantenphysik zur Kopenhagener Interpretation anzuführen, jedenfalls solange man nicht nachweist, dass nicht dieselben Erfolge auch im Rahmen eines bohmschen Programms zu erzielen gewesen wären. Schlagend wäre dagegen der Nachweis, dass es nicht soziologische Zufälligkeiten sondern bis heute im wesentlichen stabile metatheoretische Kriterien waren, die,

[2] Minimalforderung ist die Gleichheit der empirischen Konsequenzen. Dazu kann noch die Gleichwertigkeit bezüglich anderer Theorietugenden (Fruchtbarkeit, etc.) kommen.

[3] Siehe hierzu den Artikel von Laudan und Leplin [55] und die nachfolgende Diskussion.

[4] Eine nähere Diskussion dieses Beispiels gebe ich in Kapitel 6

[5] Es sollte also eine Rekonstruktion der Geschichte gewählt werden, die neutral ist gegenüber dem Stand der Physik zu einer bestimmten Zeit (s. [1, S. xviii].

solange die bohmsche Alternative ernsthaft diskutiert wurde, zu ihrer Ablehnung führten.

Damit ist der philosophische Kontext, in dem sich die vorliegende Untersuchung bewegt grob abgesteckt. Es bleibt noch die Frage, warum es in diesem Kontext sinnvoll sein sollte, die Entwicklung eines speziellen physikalischen Begriffs zu untersuchen. Die Antwort verweist wieder auf die Unmöglichkeit die Weise der Bezugnahme einer physikalischen Theorie auf die Wirklichkeit global und ein für allemal zu klären. Wenn es überhaupt möglich ist, etwas darüber zu sagen, wie Physik welchen Zug der Wirklichkeit beschreibt, dann muss das detailliert geschehen. D.h., es ist festzustellen, welche empirischen Fakten in Verbindung mit welchen metatheoretischen Kriterien zu welcher Änderung in der Theorie führt.

Kapitel 2

Theorien der Bedeutung

Die Aufgabe dieser Arbeit ist es, zum einen mit der Begriffsgeschichte des Spin vom Standpunkt einer modernen Auffassung physikalischer Theorien und ihrer Semantik zu rekonstruieren, und zum andern den philosophischen Hintergrund der Akteure – ihre Theoriewahlkriterien und insbesondere ihre Auffassung von der Bedeutung physikalischer Begriffe – zu untersuchen. Demgemäß hat auch dieses Kapitel zwei Funktionen. Nämlich erstens die als systematischen Ausgangspunkt gewählte moderne Theorienauffassung, die sich insbesondere auf Scheibe und strukturalistische Ansätze stützt, in ihrer Beziehung zu sprachphilosophischen Bedeutungstheorien darzustellen und zweitens, soweit möglich und vorhanden, dem (sprach–)philosophischen Hintergrund der damaligen Physiker gegenüberzustellen. Dieser ist sicher nicht einheitlich – nicht einmal für einzelne Akteure. Es scheint aber unstrittig, dass Bohr philosophisch stark von Høffding und James beeinflusst war, während bei Pauli (und später auch bei Heisenberg) eindeutig Mach'sche Einflüsse festzustellen sind.

2.1 Analytische Sprachphilosophie: Intension und Extension

Die Unterscheidung zwischen Umfang und Inhalt eines Begriffs, an die die modernen Begriffe von Intension und Extension anknüpfen, geht bis ins Mittelalter zurück. Der Umfang ist dabei die Menge aller Dinge die unter den Begriff fallen, der Inhalt ist eine logische Verknüpfung von in der logischen Hierarchie niedriger stehenden Begriffen, die den Begriff definiert. Die Frage, was unter diesem Begriffsinhalt, der Intension, zu verstehen ist und wie ihre Beziehung zum Begriffsumfang, den bezeichneten Gegenständen ist, steht im Mittelpunkt der analytischen sprachphilosophischen Diskussion[1] und stellt daher den roten Faden in dem folgenden kurzen Überblick über diese Diskussion dar.

2.1.1 Frege

Den entscheidenden Schritt zu einer im engeren Sinne sprachphilosophischen Theorie, die die Analyse der Begriffe von Untersuchungen über Vernunft oder Psyche des Menschen trennt, ging Frege in seinen Schriften zu Begriff und Bedeutung [28]. Als Explikation von Begriffsinhalt und -umfang führte Frege das Begriffspaar „Sinn“ und „Bedeutung“ ein. Eine wichtige Randbedingung dieser Analyse war die Forderung, dass Sinn und Bedeutung sprachlicher Äußerungen unabhängig von Vorstellungen und Gefühlen des sprechenden oder zuhörenden Individuums sein sollten. Grundsätzlich bezeichnet nach Frege jeder vollständige, syntaktisch korrekte sprachliche Ausdruck einen Gegenstand, wobei „Gegenstand“ in sehr allgemeinem Sinn zu verstehen ist – auch Wahrheitswerte sind beispielweise Gegenstände. Dieser Gegenstand ist die Bedeutung des Ausdrucks, die Art, wie der Ausdruck den Gegenstand bezeichnet sein Sinn. Diese Art des Bezeichnens ist zu verstehen als die Wahl einer bestimmten Relation des zu bezeichnenden Gegenstandes zu seiner Umgebung zum Zwecke seiner Identifikation. Anschaulich sieht dieses Konzept von Semantik etwa so aus (Der Kasten $\square$ symbolisiert mglw. mehrere Gegenstände, der Pfeil dann auch eine komplexe Beziehung):

$$\text{Zeichen (Name)}: \ \square \overset{\text{Sinn}}{\longrightarrow} \text{Bedeutung (Gegenstand)} \tag{2.1}$$

Das Zeichen kann nun zusammengesetzt sein. So ist z.B. ein Satz ein komplexer Eigenname für einen Wahrheitswert[2], sein Sinn ist der mit ihm ausgedrückte Gedanke, wobei „Gedanke“ nicht ein psychologisches Phänomen

[1] Für die sprachphilosophische Behandlung wissenschaftlicher Theorien ist darüberhinaus natürlich die Unterscheidung zwischen Beobachtungssprache und theoretischer Sprache zentral, auf die ich in diesem Abschnitt unter 2.1.6 eingehe.

[2] Dass die Bedeutung eines Satzes sein Wahrheitswert sein muss, folgt aus der Forderung, dass ein zusammengesetztes Zeichen seine Bedeutung nicht ändern soll, wenn man eines seiner Teile durch einen bedeutungsgleichen (aber nicht unbedingt sinngleichen) Ausdruck ersetzt.

meint, sondern einen objektiven Inhalt des Denkens, auf den alle Menschen Zugriff haben. Etwa eine abstrakte Eigenschaft psychologischer Phänomene, über die sich verschiedene Subjekte verständigen können.

Wichtig für das Folgende ist nun eine Analogie zwischen der Syntax sprachlicher Ausdrücke und dem Konzept der mathematischen Funktion. Zerlegt man einen komplexen Eigennamen nämlich in zwei Teile, so ist der eine ungesättigt – er stellt für sich keinen vollständigen Ausdruck dar. Der andere Teil dagegen ist wieder ein kompletter Eigenname. Ersterer ist das Analogon einer mathematischen Funktion ($f(\cdot)$), letzterer entspricht dem Argument der Funktion a, der ungeteilte Ausdruck der Funktion an der durch a bezeichneten Stelle $f(a)$.

Eine so aus einem Aussagesatz gewonnene (also wahrheitswertige) Funktion ist nach Frege ein Begriff [28, S. 28]. Der Graph dieser Funktion ist der Begriffsumfang, der von der Funktion (dem Begriff) im Sinne der Zuordnungsvorschrift streng unterschieden wird (x^2-4x und $x(x-4)$ sind zwei verschiedene Funktionen mit gleichem Werteverlauf (Graphen) [28, S. 23]. Physikalische Größen sind demnach keine Begriffe in diesem Sinn sondern Relationen (wahrheitswertige Funktionen mit mehr als einem Argument, mehrstellige Prädikate). Masse ist z.B. eine Relation zwischen einem physikalischen Gegenstand und einer reellen Zahl (einem Massewert).

Begriffe als solche haben weder Sinn noch Bedeutung, wenigstens keinen „abgeschlossenen Sinn“[28, S. 80]. Will man trotzdem von ihrem Sinn, einem unabgeschlossenen, sprechen, so besteht er gerade in der Zuordnungsregel, der Funktion. Dabei ist die Sinnfunktion keine Abbildung zwischen Zeichen und Bezeichnetem, sondern zwischen verschiedenen Gegenständen – sie stellt Verhältnisse zwischen Gegenständen (in (2.1) durch das Kästchen und den Pfeil angedeutet) dar. Die eigentliche semantische Relation zwischen Zeichen und Bezeichnetem ist erst vollständig gegeben, wenn das Verhältnis zwischen dem Zeichen (und seiner syntaktischen Struktur) und dem Sinn als Relation zwischen Gegenständen, die im allgemeinen keine Zeichen sind, klar ist. Diese systematische Überlegung kann schon Wittgensteins Schritt zu seiner Bildtheorie der Bedeutung, in der eine Isomorphie der Struktur des Zeichens (seiner Syntax) und der Struktur der Welt die Beziehung zwischen Sprache und Welt ausmacht, motivieren. Dass Wittgenstein darüberhinaus im Übergang zu seiner Bildtheorie auch Freges Ansicht, die Bedeutung eines Satzes sei sein Wahrheitswert, verwirft, kommt zwar unserem intuitiven Vorverständnis von „Bedeutung“ entgegen, hat sich aber in der Folge, insbesondere bei Carnap, nicht durchgesetzt.

2.1.2 Wittgenstein

Trotz dieses engen Zusammenhangs zwischen den Bedeutungstheorien Freges und des frühen Wittgenstein (im Tractatus [96]) ist Wittgensteins Terminologie von der Freges recht verschieden. So führt Wittgenstein zunächst neu die Abbildungsbeziehung zwischen Wirklichkeit und Bild (sprachlichem Ausdruck) ein, um die am Ende des letzten Abschnitts bei Frege genannte Lücke zu schließen. Diese Bildrelation besteht zwischen dem strukturierten Zeichen, d.h. dem Zeichen als Komplex aus Teilzeichen, und dem sog. Sachverhalt. Sie zeichnet sich dadurch aus, dass die Teilrelate der einen (Zeichen-)Ebene (also die die Teile des Zeichens auf der Zeichenebene) in gleicher/analoger Weise untereinander verknüpft sind wie die Teilrelate der anderen (Sach-)Ebene (etwa die Dinge, die Bestandteil des Sachverhalts sind). Zustande kommt sie dadurch, dass sich darüberhinaus auch alle *möglichen* internen Verknüpfungen der beiden Ebenen in der genannten Weise entspreche, dass also – in Wittgensteins Worten – beide Ebenen die gleiche Struktur, die „logische Form“, aufweisen, die dann auch die „Form der Abbildung“ ist. Der Sinn eines Satzes ist, wie bei Frege, der durch ihn ausgedrückte Gedanke. Nur ist dieser Gedanke nicht analog einer Funktion, deren Wert ein Gegenstand ist, er ist keine „Weise des Gegebenseins“ eines Dinges, sondern eine hypothetische, strukturierte Zusammenstellung von Gegenständen. Daher hat ein Satz auch nur Sinn und bezeichnet nicht darüberhinaus noch einen Wahrheitswert. Seine Wahrheit besteht vielmehr in der Übereinstimmung seines Sinns mit der Wirklichkeit. Symbolisch lässt sich das analog zu (2.1) etwa so schreiben:

$$\text{Zeichen} \stackrel{\text{Bildrel.}}{\longrightarrow} \text{Sinn/Gedanke} \stackrel{\text{W/F}}{\longleftrightarrow} \text{Sachverhalt i.d. Welt} \tag{2.2}$$

Ein Gedanke, ein Bild, dem kein besonderer Sachverhalt in einer möglichen Welt entspricht, ist nach Wittgenstein gar kein Bild – das zugehörige Zeichen ist sinnlos. Solche sinnlose Zeichen sind z.B. Tautologien (und auch Widersprüche). In interessantem Kontrast zu Frege hält Wittgenstein mathematische Wahrheiten (Sätze) also für sinnlos. $x^2 - 4x = x(x-4)$ ist demnach eine sinnleere Tautologie während „Abendstern = Morgenstern“ ein sinnvoller, weil kontingenter, Satz ist. Für Frege bezeichnen in beiden Fällen der linke und der rechte Ausdruck auf je verschiedene Weise dasselbe und beide Gleichungen sind daher sinnvolle Sätze.

In dem einfachen physikalischen Beispiel der Zuschreibung eines Größenwerts (etwa einer Masse) zu einem Körper sieht der Unterschied wie folgt aus: Der Satz „*Der Körper a hat die Masse x.*“ lässt sich formal schreiben als *aMx* (in beiden Konzeptionen). Die fregesche Sicht der Dinge kann man recht gut in Bild 2.1 erkennen: Funktionen werden von links mit Gegenständen (Argumenten) gefüttert und stoßen darauf rechts andere Gegenstände (Funktionswerte) wieder aus. Dabei wird nicht unterschieden zwischen Wahrheitsfunktionen wie „$\wedge$“ und anderen „ungesättigten Ausdrücken“ wie der Masserelation M.

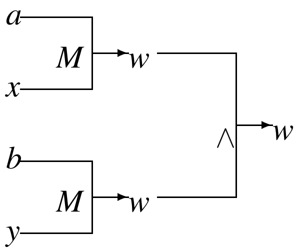

Abbildung 2.1: Der Satz $aMx \wedge bMy$ in Frege’scher Sicht der Semantik.

Für Wittgenstein gibt es dagegen einen grundlegenden Unterschied zwischen Relationen wie M, die je eine Entsprechung (M') in der Welt haben, und Wahrheitsfunktionen, die benutzt werden, um komplexe Bilder der Welt aus einfacheren zusammenzusetzen (etwa: $aMx \wedge bMy$). Der Wahrheitsfunktion (hier „$\wedge$“) ist also keine Bild-Wahrheitsfunktion in der Welt zugeordnet (Siehe Bild 2.2).

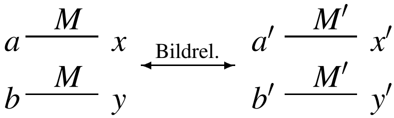

Abbildung 2.2: Der Satz $aMx \wedge bMy$ aus Wittgenstein’scher Perspektive

Die Form der Abbildung, die die oben erwähnte Verknüpfung eines Zeichens mit seinem Sinn herstellt, zeigt sich an den logischen Eigenschaften der benutzten Zeichen, also den Tautologien, die man mit ihnen bilden kann. Zu diesen zählt Wittgenstein speziell auch physikalische Axiome[3], so dass etwa der Satz

$$aMx \wedge bMy \rightarrow (a \circ b)M(x+y)\,, \tag{2.3}$$

in dem „$\circ$“ die Zusammensetzung zweier Körper meint, etwas sagt über die logische Form der Symbole „M“„$\circ$“ usw. Interessiert man sich für die Bedeutung des Begriffs „Masse“, so kann man diesen Satz paraphrasieren als „Masse ist eine extensionale Größe“, was dann nach einem intuitiven Vorverständnis von „Bedeutung“ schon als eine Teilantwort auf die Frage nach der Bedeutung des Massenbegriffs gelten kann.

Die Form einer Abbildung, mit der Wittgenstein in meiner Lesart das Zustandekommen fregeschen Sinns erklärt, ist also gegeben durch die Axiome des abbildenden Zeichenbereichs, oder, in etwas anderer Sprechweise, die axiomatische Bedeutung[4] der Zeichen. Und diese axiomatische Bedeutung soll den Gegenstandsbezug der Zeichen vollständig bestimmen[5].

2.1.3 Carnap

Eine Weiterentwicklung erfuhr Wittgensteins Sprachphilosophie durch die Arbeit des Wiener Kreises in den 20er und 30er Jahren. Das wohl einflussreichste Ergebnis dieser Bemühungen ist die Sprachtheorie Carnaps, auf deren späte Fassung [10] sich dieser Abschnitt bezieht. Carnap bemühte sich um konsistente und möglichst exakte Definitionen semantischer Begriffe – insbesondere der Intension und Extension sprachlicher Ausdrücke. Dieses Begriffspaar war gedacht als Explikation zweier traditioneller Unterscheidungen, nämlich zum einen der zwischen Inhalt und Umfang eines Begriffs, speziell in der Fregeschen Fassung (Sinn und Bedeutung), zum andern der auf

[3] Diese Interpretation ist nicht ganz eindeutig. Einerseits ist für Wittgenstein der Satz ein nur logisches Bild und Tautologien sind logische (und nur logische) Wahrheiten. Andererseits betont er, dass z.B. die newtonschen Axiome nichts über die Welt sagen, sondern nur die Art der Abbildung bestimmen und also in dieser Beziehung denselben Status wie die logischen Tautologien haben.

[4] Darauf, dass der Begriff der axiomatischen Bedeutung auf Hilberts Aufsatz von 1918 [43] zurückgeht, weist Falkenburg in [24] hin.

[5] Man kann sich das etwa veranschaulichen durch das Beispiel einer Sorte von Zeitschriftenrätseln, bei denen es darum geht, Rechnungen zu rekonstruieren, in denen die Ziffern durch seltsame Zeichen ersetzt sind. Für die normalen Ziffern und diese Zeichen gelten dieselben syntaktischen Regeln (Axiome), so dass die gesucht Zuordnung zwischen Ziffer und Symbolen der Abbildungsbeziehung analog ist.

Kant zurückgehenden Unterteilung aller Urteile in analytische und synthetische (faktische).

Von Wittgenstein übernimmt Carnap die Idee einer Zustandsbeschreibung der Welt durch die Angabe sämtlicher atomarer Sätze oder ihrer Verneinung. Ebenso liegt der Sinn aller komplexer Sätze in der Art ihrer Abhängigkeit von diesen Elementarsätzen. Die Bildtheorie, derzufolge Elementarsätzen und Namen ihr Bezug (Sachverhalte und Dinge) qua logischer Form zugeordnet werden, taucht dagegen bei Carnap nicht mehr auf[6].

Atomare Sätze sind dabei solche der Form $Pa_1 \dots a_n$, wobei P ein n-stelliges Prädikat und die a_i Individuenkonstanten sind. Dann soll es semantische Regeln geben, die jedem syntaktisch korrekten Satz der betrachteten Sprache als Bild (engl. „range“) alle Zustandsbeschreibungen („mögliche Welten“) zuordnen, in denen er wahr ist. Dann kann als Explikation von analytischer Wahrheit die Definion gelten:

Definition 2.1 *Ein Satz heißt L-wahr (in einer Sprache S), wenn er in jeder Zustandsbeschreibung von S gilt. (s. [10, S. 10])*

Davon ausgehend kann man dann in offensichtlicher Weise andere L-Prädikate (L-falsch, L-(un)bestimmt) und insbesondere die L-Äquivalenz (Symbol: $\Leftrightarrow$) zwischen beliebigen Ausdrücken A,B von S definieren, letztere durch: $A \Leftrightarrow B$ genau dann, wenn $A = B$ ein L-wahrer Satz ist. Analog werden die entsprechenden nicht-L-Prädikate aus der Definition[7] von „wahr“ (in S)[8] abgeleitet. Die L-Äquivalenz soll nun ein Kriterium für die Gleichheit der Intension zweier Ausdrücke sein:

Definition 2.2 *Zwei Ausdrücke haben die gleiche Intension genau dann, wenn sie L-äquivalent sind.*

und entsprechend

Definition 2.3 *Zwei Ausdrücke haben die gleiche Extension genau dann, wenn sie äquivalent sind.*

Man sieht den engen Bezug zu Wittgenstein: Zwei Sätze sind intensionsgleich, wenn sie, in der Terminologie des *Tractatus*, denselben Punkt im logischen Raum bezeichnen. Der Gedanke, die logische Syntax eine Zeichens

[6]Damit ist auch Wahrheit nicht mehr die Art, wie sich ein Bild (Satz) auf die Welt bezieht, sondern kann wieder wie bei Frege Bezug (Bedeutung) des Satzes sein.

[7]Diese Definition ist natürlich in Definition 2.1 vorausgesetzt.

[8]Das ist üblicherweise eine rekursive Definition durch Wahrheitsregeln.

könnte ausreichen, um die Bedeutung dieses Zeichens auszuzeichnen, taucht allerdings wie eingangs erwähnt bei Carnap nicht mehr auf.

Analog zu Freges gerader und ungerader Rede führt Carnap intensionale und extensionale Kontexte [10, S. 48] ein:

Definition 2.4 *Ein Ausdruck A heißt extensional bezüglich eines Teilausdrucks T, wenn A äquivalent zu jedem Ausdruck A', der durch Ersetzung von T durch T' mit $T' \leftrightarrow T$ aus T hervorgeht.*

Definition 2.5 *Ein Ausdruck A heißt intensional bezüglich eines Teilausdrucks T, wenn A L-äquivalent zu jedem Ausdruck A', der durch Ersetzung von T durch T' mit $T' \Leftrightarrow T$ aus T hervorgeht.*

Sind in einer Sprache nur Ausdrücke bildbar, bezüglich deren sämtliche ihrer Teilausdrücke extensional sind, so heißt die ganze Sprache extensional. Eine extensionale, also nicht-intensionale, Sprache ist daher typischerweise eine, die keine Aussagen über ihre eigene logische Struktur enthalten kann (z.B. in Form von Modal-Aussagen wie „Es ist notwendig, dass *p*“). Aber natürlich haben auch die Ausdrücke einer extensionalen Sprache eine Intension[9].

Nach Carnaps eigenem Verständnis stimmen seine Definitionen von Intension und Extension mit Freges Begriffen von Sinn und Bedeutung ([10, S. 126]) in extensionalen Kontexten überein. Das ist, was Bedeutung und Extension betrifft, sicher richtig; fraglich dagegen ist die Äquivalenz von Intension und Sinn, wenn man bedenkt, dass z.B. durch arithmetische Umformung auseinander hervorgehende Ausdrücke nach Frege nicht denselben Sinn haben (s. 2.1.1), während sie in Carnaps Rekonstruktion sicherlich als L-äquivalent und also auch intensionsgleich gelten müssen. In der Tat schlägt Carnap zur Analyse von intentionalen Sätzen, wie „Erika glaubt, dass *p*“, ein feineres Kriterium für die Substituierbarkeit von *p*-Ausdrücken vor, nämlich die Gleichheit der intensionalen Struktur, die dann gegeben ist, wenn zwei Ausdrücke nicht nur L-äquivalent sind, sondern darüberhinaus auf dieselbe Weise aus jeweils zueinander L-äquivalenten Ausdrücken aufgebaut sind. Beispielsweise wären die beiden mathematischen Satzformen

$$x^2 - 1 = 0 \tag{2.4}$$
$$(x+1)^2 - 2(x+1) = 0\,, \tag{2.5}$$

[9] Etwas irreführend werden extensionale oder nicht-intensionale (das ist in Carnaps Theorie nicht dasselbe) Sprachen gelegentlich als intensionsfrei bezeichnet, z.B. von Quine in [74].

die, wie oben besprochen, verschiedenen Frege'schen Sinn haben, gleiche Carnap'sche Intension (wenn man die Axiome der Arithmetik zu den logischen Regeln der Sprache rechnet) aber wieder verschiedene Carnap'sche intensionale Struktur, denn die Zeichen $(x+1)^2$ und x^2 sind nicht L-äquivalent, ebensowenig wie 1 und $2(x+1)$.

2.1.4 Scheibe

Scheibe definiert Intension und Extension im Rahmen eines Ansatzes, der physikalische Theorien im wesentlichen (d.h. ihren mathematisierten Kern ohne pragmatische Komponenten wie die Festlegung des Anwendungsbereichs) als Strukturarten rekonstruiert. Diese Strukturarten, $\Sigma(\ldots)$, sind Aussagen (Axiome), genauer Aussageformen, die zu kompletten Aussagen werden, wenn man die Pünktchen im Argument durch konkrete Mengen ersetzt: $\Sigma(X_i, A_i, s_i)$. Über diese Mengen wird dann zweierlei gesagt: Zum einen, dass die s_i auf eine bestimmte Weise aus den X_i und A_i zusammengesetzt sind, und zwar durch beliebig wiederholte Anwendung der Grundoperationen „Potenzierung“ und „kartesisches Produkt“. Dieser Teil der Strukturart heißt auch Typisierung, die s_i typisierte Mengen. Der zweite Teil der Strukturart besteht aus einer Aussage, die darüberhinaus noch etwas (das eigentlich physikalisch interessante) über die Argumente sagt. Die untypisierten Mengen (Basismengen) unterteilt Scheibe noch in Hauptbasismengen X_i, die primitive physikalische Elemente wie Raumpunkte und dergleichen enthalten, und Hilfsbasismengen A_i, deren Bestandteile rein mathematischer Natur sind (z.B. Zahlen).[10] Insgesamt heißt ein geordneter Satz von Mengen ($\langle A_i, X_i, s_i \rangle$), für den $\Sigma(X_i, A_i, s_i)$ gilt[11], ein Modell der Strukturart (oder Theorie).

Systematisch steht dieser Ansatz zwischen einem idealsprachlichen wie dem Carnaps und einem strukturalistischen (Suppes u.a.). Anders als ersterer und ähnlich dem letzteren rekonstruiert er eine physikalische Theorie im Rahmen der Mengentheorie, die, wie ihr Name sagt, eben durch die Gegenstände charakterisiert wird, von denen sie handelt, eben den Mengen, und nicht durch die Wahl einer bestimmten formalen Sprache. Umgekehrt legt er aber anders als der Strukturalismus Wert auf eine explizite formale Axiomatisierung der mengentheoretischen Strukturen durch Strukturarten und auf die Ableitungsbeziehungen zwischen diesen Strukturarten, die natürlich Ab-

[10] Für eine vollständigere Diskussion von Strukturarten siehe [80] und [57]

[11] Die Indizes der Mengen sowie die A_i werden im folgenden häufig weggelassen.

leitungsbeziehungen in einer bestimmten formalen Sprache sind[12].

Die für die Explikation der Begriffe von Sinn und Bedeutung wichtige Neuerung gegenüber Carnap ist die Möglichkeit, einem Begriff bequem sein axiomatisches Umfeld zuzuordnen. So unterscheidet Scheibe *absolute Begriffe* (das sind solche, die ihr axiomatisches Umfeld mitbringen und darüberhinaus keines brauchen) von *relativen Begriffen* (das sind solche, die nur relativ zu einem externen axiomatischen Umfeld überhaupt eine Bedeutung haben). Frege und Carnap unterscheiden nicht zwischen relativen und absoluten Begriffen, da ihnen die Auffassung einer Theorie als Begriff fremd ist.

Beispiele für absolute Begriffe sind Theorien (etwa der Begriff der euklidischen Geometrie). Die Intension eines solchen absoluten Begriffs ist nun definiert als eine Strukturart, die Extension als die Klasse der Modelle dieser Strukturart.

Um relative Begriffe zu bilden, erweitert man eine vorliegende Strukturart Σ_{abs} (einen absoluten Begriff) um eine zusätzliche Forderung α und möglicherweise auch eine neue typisierte Menge t. Formal:

$$\Sigma'(X,s,t) \equiv \Sigma_{\text{abs}}(X,s) \wedge t \in \tau(X) \wedge \alpha(X,s,t) \tag{2.6}$$

Damit definiert Scheibe[13]:

Definition 2.6 *Die Extension q eines relativen Begriffs ist die Menge*

$$q_{\alpha,\tau}(X,s) := \{t \,|\, \Sigma'(X,s,t)\} \tag{2.7}$$

Seine Intension ist die Abbildung, die jedem Modell M der zugrundeliegenden Strukturart Σ_{abs} seine Extension in diesem Modell zuordnet:

$$\begin{aligned} I : \{M \equiv \langle X,s\rangle \mid \Sigma_{\text{abs}}(M)\} &\rightarrow \tau(X) && (2.8)\\ M &\mapsto q_{\alpha,\tau}(X,s) && (2.9)\end{aligned}$$

Die im vorigen Abschnitt besprochenen Beispielgleichungen (2.4) spielen in diesem Bild die Rolle der Forderungen α – des (relativen) Begriffs der

[12] Das macht insbesondere Ludwig deutlich, der explizit auf die Syntax der von ihm verwendeten formalen Sprache eingeht [57].

[13] Vergleiche Scheibe [80, S.78]. Diese Definitionen entsprechen genau ihren Gegenstücken in möglichen-Welten-Semantiken, wobei ein bestimmtes Modell eine mögliche Welt darstellt (siehe z.B. [86])

Zahl, die mit sich selbst multipliziert 1 ergibt. Als Extension erhält man, wenn man als axiomatischen Rahmen Σ_{abs} eine Axiomatik der natürlichen Zahlen wählt, $q_{\alpha\equiv(x^2=1),\tau\equiv\mathbb{N}} = \{1,-1\}$. Eine Alternative dazu wären z.B. Axiome für $M_{2\times 2}(\mathbb{C})$ (Quaternionen). Damit wäre dann die Extension ein andere, nämlich: $q = \pm\{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, 1\}$. Ein weiteres Beispiel folgt im nächsten Abschnitt.

2.1.5 Zu Bartels' Entwurf einer Bedeutungstheorie

Das Problem der Inkommensurabilität physikalischer Begriffe, das Bartels mit seinem Vorschlag zu einer Bedeutungstheorie lösen möchte, rekonstruiert er wie folgt. Die „traditionelle“ Theorie wissenschaftlicher Sprachen (Bartels bezieht sich hier hauptsächlich auf Carnap) hat zwei Eigenschaften, nämlich den Holismus der Bedeutung und die Abhängigkeit der Extension von der Intension, die gemeinsam auf eine offensichtlich inakzeptable Form der Inkommensurabilitätsthese führen, derzufolge es unmöglich ist, dass zwei verschiedene Theorien Widersprüchliches über denselben Gegenstandsbereich behaupten. Weil der Sinn von Ausdrücken holistisch von allen den Ausdruck enthaltenden Sätzen der Theorie abhängt, ändert er sich mit jeder noch so geringfügigen Änderung der Theorie, und weil der Sinn oder die Intension wiederum vollständig den Bezug oder die Extension bestimmt, sind beide in gleicher Weise theorieabhängig.

Bartels schlägt nun als Lösung eine Bedeutungstheorie vor, die keine der beiden fatalen Eigenschaften hat. Zum einen soll die Extension im Sinne einer realistischen Semantik von der Intension entkoppelt werden. Zum anderen wird ein Verfahren angegeben, das einen Vergleich der intensionalen Bedeutung einzelner Begriffe ermöglichen soll, und also auf einem lokalen oder wenigstens nicht stark holistischen Bedeutungskonzept beruht. Genau dies soll die Relation der „semantischen Einbettung“ leisten. Besteht sie zwischen zwei Begriffen, so beziehen diese sich nach Bartels – per definitionem – auch auf dieselbe physikalische Eigenschaft – die Begriffe sind extensionsgleich. Wie ist diese entscheidende Relation, die Bartels in modelltheoretischem Vokabular definiert, nun zu verstehen und einzuschätzen? Dazu zunächst eine kurze Skizze von Bartels' strukturalistischer Rekonstruktion.

Eine Theorie wird verstanden als Klasse von Modellen. Modelle sind mathematische Strukturen bestehend aus Individuenmengen (Bezugsbereich), Funktionen und Relationen auf diesen Mengen und Naturkonstanten. Ein Modell der Newtonschen Mechanik könnte beispielsweise bestehen aus einem vierdimensionalen Raum, der Raum–Zeit, und einer Menge von Punktteilchen als Bezugsbereich sowie diversen Funktionen und Relationen auf diesen, wie z.B. der Massefunktion als Abbildung von der Menge der Teilchen in die der Reellen Zahlen oder der Abstandsfunktion zwischen 2 Raum-Zeit-Punkten. Ein Teil dieses Modells ist interpretiert, d.h. seine Strukturen sind umgangssprachlich oder vortheoretisch an die Wirklichkeit, d.h. Experimente und Beobachtungen gekoppelt, er bildet die empirische Substruktur (oder Domain). Der Sinn eines Begriffs in einer theoretischen Sprache wird nun ganz wie bei Scheibe definiert als Funktion („Zuordnungsvorschrift“), die jedes Modell der Theorie auf die Interpretation des Begriffs (oder seine Extension) in diesem Modell abbildet, wobei diese Interpretation eine konkrete Struktur des Modells ist. Das Vorverständnis von „Sinn“, das diese Definition präzisieren soll, könnte etwa sein: Den Sinn eines Begriffs wie den der Masse zu kennen, heißt für jedes Modell angeben zu können, wie in ihm die konkrete Zuordnung zwischen Teilchen und reellen Zahlen, den Massewerten, zu bestimmen ist. Bis hierher unterscheidet sich Bartels’ Konzept also nur durch das Fehlen der Differenzierung zwischen absoluten und relativen Begriffen von dem Scheibes (Abschnitt 2.1.4). Die Referenz[14] des Begriffs ist dann die Menge seiner Interpretationen in allen intendierten Modellen, also der Bildbereich der Sinnfunktion. Im Beispiel heißt das, dass der Sinn des Massenbegriffs in der Newtonschen Mechanik jedem ihrer Modelle eine Funktion von der Menge der Teilchen dieses Modells in die Menge der reellen Zahlen zuordnet.

Die formale Definition auf S. 98 formuliert für das Bestehen der zentralen *Einbettungsrelation* zwischen zwei verschiedenen Theorien ($T_1, T_{2)}$) entstammenden Begriffen (B_1, B_2), oder genauer: deren Sinn, nur das Kriterium, dass es, wenn B_2 B_1 einbetten soll, für jedes Modell der Theorie T_1 eines der Theorie T_2 gibt, so dass die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind:

1. Die Existenz einer Zuordnung α zwischen den Individuenbereichen der beiden Modelle, auf denen die den Begriffen entsprechenden Funktionen definiert sind.

2. Numerische Ähnlichkeit dieser Funktionen.

Es fällt auf, dass das nur Bedingungen an die *Begriffsextension* sind. Natürlich benutzt Bartels in seinen Beispielen intensionale Kennzeichnungen verschiedener Extensionen, nämlich die sie festlegenden Formeln, um

[14]Referenz ist hier also *nicht* synonym mit Extension gebraucht.

die Erfüllung seiner Bedingung zu beweisen, aber von einem Kriterium, das einen „Sinnvergleich" verschiedener Begriffe ermöglichen soll, würde man doch erwarten, dass es explizit vom Sinn dieser Begriffe abhängt[15]. Dass diese Definition für sich viel zu weit gefasst ist, zeigt denn auch folgende Überlegung: Betrachte zwei Modelle m_1, m_2 mit je mindestens einer abzählbaren Individuenmenge I_1, I_2 und Funktionen f_1, f_2, die jedem der Individuen eine reelle Zahl zuordnen. Sei ferner $f_1(I_1) \subset f_2(I_2)$, dann gilt:

$$\forall (i_1 \in I_1)\, \exists (i_2 \in I_2) | \quad f_1(i_1) = f_2(i_2) \tag{2.10}$$

Die Bedingungen 1 und 2 sind also trivial erfüllt, wenn die Zuordnung aus 1 als $\alpha : i_1 \mapsto i_2$ mit obigen i_1, i_2 konstruiert wird.[16] Es ist wohl genau dieses Problem, das Bartels meint, wenn er fordert: „Die Berücksichtigung der Domains und ihrer Rolle in der Festlegung der Bedeutung theoretischer Terme soll die *triviale Erfüllung semantischer Verallgemeinerungen* durch bloß *formal analoge* Terme ausschließen."(S. 101) Dabei seien die Domains als vortheoretisch und interpretiert vorauszusetzen. Sie seien also unterscheidbar, und müssten, falls verschieden, ineinander übersetzt werden, und zwar unabhängig von den theoretischen Strukturen, deren Vergleich Bedingung 2 fordert. Die triviale Erfüllung der Einbettungsrelation durch obiges Beispiel soll also ausgeschlossen werden durch das Verbot, bei der Konstruktion von α auf Gleichung 2.10 zurückzugreifen.[17] Im Beispiel der Einbettung der new-

[15] Warum Bartels darauf verzichten zu können meint, wird klar, wenn man bedenkt, dass er von einer eineindeutigen Zuordnung zwischen Extension und Intension ausgeht (z.B. [2, S. 39]).

[16] Hier handelt es sich nicht um eine globale Unbestimmtheit der Referenz als Folge der Unmöglichkeit nichtintendierte Modelle auszuschließen (s. etwa Putnam [71, Kap. 4]). Das Argument hier ist ja gerade, dass in einer interessanten Theorie das so konstruierte triviale α von einem sinnvollen zu unterscheiden ist, während es Putnam um eine globale, unumgängliche Unbestimmtheit geht, die er am Löwenheim–Skolem–Theorem aufhängt.

[17] Das legt zumindest die Formulierung auf S. 103 nahe:

> „Echte *semantische Relationen* zwischen solchen formal analogen, bedeutungsverschiedenen Termen kann es nur unter der Voraussetzung geben daß die als verschieden identifizierbaren Domains der Theorien zunächst ineinander *übersetzt* werden können. **Erst danach** stellt sich dann die Frage, ob die zu vergleichenden theoretischen Funktionen der Theorien auf Urbild– bzw. Ziel–Elementen dieser Übersetzung in der gleichen Weise operieren." (Fettdruck von mir)

Im Gegensatz dazu heißt es auf S. 100, dass „auch die theoretischen Begriffe von T_2 [der einbettenden Theorie, AdV] verwendet werden können, um die Übersetzung zu definieren." Ich gehe im Folgenden von der ersten, schärferen Lesart aus, weil ich keine andere Möglichkeit sehe, das fatale Beispiel auszuschließen.

tonschen in die relativistische Masse wird die Übersetzung als die „identische Abbildung für die Menge der materiellen Körper"(S. 103) definiert. Dazu ist offensichtlich ein theorieunabhängiges Kriterium dafür nötig, dass sich zwei Individuenkonstanten i_1 und i_2 auf dasselbe Ding beziehen. Ein guter Kandidat für ein solches Kriterium ist beispielsweise eine metrische Struktur der Form $d : I \times I \to \mathbb{R}$. Dann wäre α etwa durch die Vorschrift zu gewinnen: Ordne diejenigen Individuen einander zu, die gleichen Abstand d zu allen anderen (oder 4 ausgezeichneten) Individuen haben.

Dazu ist anzumerken:

- Die Existenz eines gemeinsamen theorieunabhängigen Domains ist nicht selbstverständlich, namentlich in den besonders interessanten Fällen im Einsteinschen Sinne vollständiger Theorien. So erhält man für die Fälle newtonscher bzw. relativistischer Mechanik unterschiedliche Strukturen d für gleiches Beobachtungsmaterial[18].

- Es können immer noch ganz verschiedene Wirklichkeitsbereiche etwa durch eine „Abstandsfunktion" der in obigem Beispiel genannten Art strukturiert sein (Raumpunkte, Töne, Lagerbestände, Spektren), d.h. das Anfangsproblem, dass Strukturähnlichkeit nicht hinreichend ist für Bedeutungsgleichheit, taucht rekursiv wieder auf.

- Die Empirizität des Domains kann unverträglich sein mit der Forderung, dass der Individuenbereich, um dessen Eigenschaften es geht, in ihm enthalten ist. Mikroskopische Teilchen wie Elektronen sind theoretische Entitäten und daher nicht einmal nahezu theorieunabhängig kennzeichenbar wie etwa Sterne.

Die ersten beiden Punkte legen es m.E. nahe, zu einer operationalistischen alltagssprachlichen Verankerung der Domains Zuflucht zu nehmen. Der Gebrauch z.B. von Fernrohr und Winkelmesser läßt sich sicher ohne Rückgriff auf die newtonsche oder die relativistische Theorie beschreiben, wenn auch die Bedeutungen der Resultate solcher Operationen theorieabhängig sind. Eine Verbindung der Strukturen mit bestimmten Messvorschriften ermöglicht es, sie von isomorphen, durch ein anderes Messverfahren gewonnenen, zu

[18] Der rein räumliche Abstand ist im relativistischen Fall abhängig vom Beobachter (Lorenz-Kontraktion); nur der Viererabstand der Minkowski-Metrik hat hier einen beobachterunabhängigen, objektiven Sinn. Ein minimaler theorieunabhängiger Domain beschränkt sich in diesem Fall auf die alltagssprachliche Beschreibung von Messvorgängen (s.u.).

unterscheiden. Nur handelt man sich so die bekannten Schwierigkeiten operationalistischer Bedeutungstheorien ein: Operationen sind den fraglichen Größen i.a. nicht einheitlich sondern nur innerhalb eines bestimmten Parameterbereichs und nicht eindeutig zuzuordnen – zu einer Größe gehören immer ganze Ketten von Messverfahren.

Zugespitzt läuft obige Überlegung darauf hinaus, dass die Einbettung als Kriterium für die referentielle Identität des Bezugs von Begriffen (also der Eigenschaften physikalischer Objekte) den Bezugsobjekten der Individuensymbole, denen diese Eigenschaften zugeordnet werden, voraussetzt. Nehmen wir nun an, es gebe eine Übersetzung α unabhängig von den fraglichen Eigenschaften, dann müssen f_1 und f_2 auf I_1 und I_2 so definiert sein, dass ihre numerische Gleichheit eine empirisch gehaltvolle Aussage wird. D.h. $f(i)$ muß in bestimmter Weise vollständig vom Individuum i und anderen beobachtbaren, interpretierten Parametern des Modells abhängen. Dann ist der Begriff der Sinneinbettung sicher nicht mehr trivial, dafür aber auch weniger klar definiert, als es die Bedingungen 1 und 2 zunächst nahelegen.

Inwiefern ist schließlich die gestellte Aufgabe, einen Sinnvergleich einzelner Begriffe verschiedener Theorien zu ermöglichen, gelöst? Ich sehe keinen entscheidenden Fortschritt gegüber dem von Bartels kritisierten, als funktionalistisch bezeichneten Ansatz Carnaps.[19] Hier wie dort läßt sich das Kriterium für Bedeutungsgleichheit zweier Ausdrücke frei paraphrasieren als gleiche (bzw. bei Bartels näherungsweise gleiche) numerische Abhängigkeit von vorab verfügbaren empirischen Größen. In welcher Hinsicht Bartels Theorie die funktionalistische Erklärung von Bedeutungsbeziehungen als Oberflächenerscheinung verständlich macht und tiefer erklärt, wie auf S. 118 ff. behauptet, ist mir nicht klar. Allein die stärker formale Präzisierung der gerade angegebenen Paraphrasierung wird einen solchen Anspruch kaum machen können. Bleibt zu vermuten, dass Bartels dem „funktionalistischen“ Ansatz einfach das alte inference–to–the–best–explanation–Argument für den wissenschaftlichen Realismus in einer speziell auf einen semantischen Realismus zielenden Variante hinzufügt. Demnach wäre die gleiche oder ähnliche funktionale Form einer Größenzuordnung am besten zu erklären dadurch, dass sich diese Größe auf dasselbe Bezugsobjekt, dieselbe physikalische Eigenschaft, bezieht.

Weiter scheint mir ein *spezieller* Schwachpunkt die Übersetzungsrelation

[19] Eine funktionalistische Bedeutungstheorie ist für Bartels eine die in mathematischen, funktionalen Abhängigkeit eines theoretischen Terms von Beobachtungen nicht nur einen wichtigen Aspekt von Bedeutung sondern *die* Bedeutung schlechthin sehen.[2, S. 115]

zu sein. Dafür, dass diese Beziehung zwischen den Domains doch offenbar entscheidend wichtig ist, scheint sie mir nicht klar genug definiert zu sein. Ein *genereller* Einwand ist, dass die Strukturähnlichkeit als Kriterium für Bedeutungsgleichheit zwar relevant, aber nicht hinreichend ist. Selbst, wenn man die explizite Konstruktion einer die Einbettungsrelation trivialisierenden Übersetzung, etwa gemäß Gleichung 2.10, ausschließt, kann es immer noch „zufällig“ zu einer solchen Zuordnung kommen, ohne dass man deshalb von einer Bedeutungsbeziehung oder –gleichheit sprechen wollte.

2.1.6 Semantik und Ontologie physikalischer Begriffe

Wie sich eine Sprache, speziell die der Physik, auf ihre Gegenstände bezieht, ist mit der eben skizzierten formalen Analyse noch nicht genügend geklärt – es sei denn, man ließe Wittgensteins Bildtheorie als ausreichende Erklärung gelten. Die Modelle (im Sinne von Mengensystemen), die in strukturalistischen Ansätzen die Referenz von Theorien darstellen (Abschnitte 2.1.4, 2.1.5), sind mathematische, ideale Objekte und daher, zumindest solange man nicht glaubt, in einer endgültigen Theorie die exakte Übereinstimmung von Wirklichkeit und mathematischer Beschreibung in Händen zu halten, noch nicht diejenigen Bezugsobjekte, über die realistisch gedeutete Physik spricht. Das entscheidende Zwischenglied, das eine Verbindung mathematischer „Gegenstände“ mit einer nicht gänzlich konstruierten Wirklichkeit zustande bringt, ist natürlich im Fall der Physik die experimentelle Methode. Der Frage, wie sich nun die abstrakten Konzepte von Extension und Intension im Fall der Physik konkretisieren und inwiefern sie das Dasein von Gegenständen (eine Ontologie im Sinne Quines) implizieren, gehe ich im folgenden nach.

Extension

Der Bezugsbereich einer physikalischen Theorie lässt sich in wenigstens drei semantische Ebenen untergliedern.

1. Die erste Ebene (Makroebene) ordnet jedem Modell einer Theorie einen bestimmten Versuchsaufbau, oder ein natürliches Phänomen als seinen Anwendungsfall zu. Ein solches Phänomen ist gewöhnlich räumlich und zeitlich lokalisiert.

2. Auf der zweite Ebene (externe Mikroebene) wird jeder Observablen (Messgröße) einer Theorie über ein Messverfahren ein Messwert (oder eine Verteilung von Messwerten)[20] zugeordnet.

3. Die dritte Ebene (interne Mikroebene) enthält den Bezugsbereich theoretischer Terme. Also Objekte wie das Elektron oder Eigenschaften wie seine Masse.

Insbesondere für die dritte Ebene des Bezugsbereichs einer Theorie wüsste man gern, ob und in welchem Sinn es ihre Elemente gibt. Das einzige Kriterium dafür ist die Zuverlässigkeit der Verfahren zu ihrer Individuierung, womit die Frage nach dem Sinn theoretischer Terme gestellt ist.

Intension

Die Intension besteht, aufgegliedert nach den drei eben unterschiedenen Ebenen

1. im ersten Fall in der Art der, meist informellen, Auszeichnung des intendierten Anwendungsbereichs einer Theorie (Deuten auf das gemeinte System, Anleitung zum Aufbau eines Versuchs und dgl.);

2. im zweiten Fall in der Messvorschrift (oder den Messvorschriften). „Extern“ heißt diese Ebene, weil zur Formulierung der Messvorschrift in der Regel auf andere Sprachen als die der betrachteten Theorie zurückgegriffen wird. In demselben Sinn ist natürlich auch die erste Ebene extern;

3. im dritten Fall in der durch die Axiomatik der Theorie (oder bei Carnap die theoretischen und die Korrespondenzpostulate) gegebenen Abhängigkeit der theoretischen Objekte und Eigenschaften von den Observablen.

Diese Unterteilung der verschiedenen Intensionstypen in physikalischen Theorien ist insofern nicht ganz angemessen, als sie vernachlässigt, dass die Extension eines Begriffs oder einer Größe auf mehrerlei Art gegeben sein kann. Insbesondere die letzten beiden der unterschiedenen Intensionstypen können sich überlagern. Das wird beispielsweise offensichtlich, wenn die

[20] Das ist typischerweise eine rationale Zahl, kann aber ebensogut ein Wahrheitswert sein, wenn es sich bei der Messgröße um eine empirische Alternative (Ja/Nein-Entscheidung) handelt.

Theorie benutzt wird, um Vorhersagen zu machen. In diesem Fall wird der vorherzusagenden Observablen ihr Wert nicht direkt über ein ihr zugeordnetes Messverfahren, sondern über ihre funktionale Abhängigkeit von anderen, theoretischen Größen zugeordnet, die ihrerseits wieder von anderen Observablen (den Ausgangsdaten der Prognose) abhängen[21].

Ontologie

Nun zurück zu der Frage nach dem ontologischen Status der Elemente der internen Mikroebene. Die gerade gegebene Charakterisierung dreier Bedeutungsebenen einer physikalischen Theorie lässt erkennen, dass die Individuierung jeder bestimmten Entität A auf einer der Ebenen immer schon die Kenntnis anderer Entitäten und deren Beziehung zu A voraussetzt. Um z.B. ein Elektron zu erkennen (zu individuieren), muss dem Versuchsaufbau ein Modell zugeordnet sein (Makroebene) und es müssen Regeln zur Interpretation bestimmter Phänomene als Observable dieses Modells bekannt sein (externe Mikroebene). In dieser Relativität aller Bezugnahme erkennt man leicht die wissenschaftstheoretische These von der Theoriebeladenheit aller Erfahrung (der Bezug eines Terms hängt über eine theoretische Verknüpfung wieder vom Bezug eines anderen Terms ab, für den wiederum dasselbe gilt, usw. ad infinitum).

Auch die Quine'sche These vom Holismus der Bedeutung lässt sich in dieser groben Beschreibung der Struktur physikalischer Bedeutung wiederfinden, wenn man zusätzlich zu dieser Struktur annimmt, dass die eben genannte endlos iterierbare Abhängigkeit der Bedeutung eines jeden Terms von den Bedeutungen anderer, so geartet ist, dass sie tatsächlich von *jedem* anderen Term abhängt. Ob das tatsächlich so ist, ist eine bis hierhin noch ganz offene Frage, die natürlich für die ontologische Interpretation der Theorie von großer Bedeutung ist.

Aber selbst, wenn wir auf einer Ebene der Theorie die Bedeutung gewisser Begriffe als ausreichend geklärt voraussetzen, bleibt die Frage, ob die Begriffe und Gesetzmäßigkeiten, die auf dieser Ebene eingeführt werden, in irgendeinem Sinn verlässlich etwas Wirklichem entsprechen. Ist beispielsweise der abstrakte Begriff der Masse und sein intensionaler Zusammenhang

[21] Dass der Sinn eines Ausdrucks in dieser Weise von seinem speziellen Kontext abhängt, ist natürlich nicht überraschend, wenn man z.B. an Freges Theorie der Eigennamen denkt, derzufolge der Sinn etwa von „Aristoteles“ je nach bekannter Hintergrundinformation ganz verschieden aufgefasst werden kann (Arztsohn aus Stagira, Lehrer des Alexander, usw.).

mit anderen theoretischen Begriffen (wie Kraft) und empirischen Daten (Orte, Zeiten), selbst wenn man letztere als gegeben voraussetzt, ein Zeichen für eine reale Eigenschaft „Masse“ oder nur ein bequemes Hilfsmittel zur Darstellung der Fakten? Tatsächlich haben, wie in Kap. 1 besprochen, zwei Faktoren, Erfahrung und Vorannahmen[22] einen Einfluss auf die Theorienbildung. Wie diese Einflüsse zu gewichten sind, ist eine Frage nach dem empirischen Gehalt von Theorien oder Teilen derselben bzw. nach dem Grad ihrer Bestätigung und nach der Zahl gleich gut bestätigter möglicher Alternativen, die durch die Vorannahmen ausgeschlossen werden. Ein Verzicht auf jegliche Vorannahmen ist offensichtlich unmöglich.

Diese Überlegung legt folgendes Kriterium (R) nahe:

(R) Gute Kandidaten für diejenigen Begriffe einer Theorie, denen etwas Reales entspricht, sind solche, die in allen gegenwärtig denkbaren gleich gut bestätigten Theoriealternativen gleich bleiben.

Ich will dieses Kriterium an einem vereinfachten Beispiel im Kontrast zu Quines Auffassung von Ontologie verdeutlichen:

Angenommen, wir sehen aus göttlicher Perspektive eine Welt, die aus einer Gruppe von Wissenschaftlern und einem quadratischen Gitter bestehe, dessen Knotenpunkte mit Lämpchen versehen seien. Das Aufleuchten dieser Lämpchen (und die Unterscheidung zwischen dem Leuchten zweier verschiedener Lämpchen) sei zudem das einzige, was diese Wissenschaftler als Erfahrungsbasis zur Verfügung haben. Welche Art von Theorien können diese dann von ihrer Welt haben? Wieviel können sie über unsere postulierte metaphysische, „objektive“ Realität herausfinden, vorausgesetzt, sie bedienen sich der üblichen Forschungslogik? Offensichtlich ist der einfachste Schritt der, Klassen gleicher Leuchterscheinungen zu bilden und eine entsprechende Beobachtungssprache zu wählen, in der über diese Klassen von Leuchterscheinungen geredet werden kann.

Schon hier ist eine ontologische Entscheidung zu treffen: Die genannten Klassen gleicher Leuchterscheinungen können eineindeutig auf Dinge (unsere metaphysischen Lämpchen) abgebildet werden und statt zu sagen, eine bestimmte Leuchterscheinung zu einem Zeitpunkt t_0, l_{t_0} gehöre zu einer Klasse äquivalenter Leuchterscheinungen X, können wir auch davon sprechen, dass ein Objekt zur Klasse der jetzt leuchtenden Objekte L_{t_0} gehört ($\exists \text{Bij.} f :$

[22] Diese reichen von der Struktur der Wahrnehmung bis zu den Methoden und Regeln der Wissenschaft.

$X \mapsto x \,|\, L_{t_0} = \{x = f(X) \,|\, l_{t_0} \in X\})$. Nach dem Quine'schen Verständnis von „Ontologie“ hätte man sich mit der Entscheidung für eine dieser Alternativen schon für eine fundamentale Ontologie der Theorie entschieden, nämlich für den Fall, dass man die Lampen als Klassen gleichartiger Leuchterscheinungen konstruiert ($X_k = \{l \,|\, l \sim l_k\}$) für eine phänomenologische im andern Fall für eine dingliche[23] – ganz gemäß Quines Slogan „To be is to be the value of a variable“ (s. z.B. [72]). Wenn sich unsere Beispielwissenschaftler also für gerade diese Alternative als die Frage nach der Ontologie ihrer Welt interessieren, haben sie offensichtlich schlechte Karten. Welche im Rahmen unseres metaphysischen Modells denkbare Erfahrung sollte hier noch Argumente für den einen oder den anderen Fall liefern? Ob besser von Klassen von Erscheinungen oder von erscheinenden Dingen die Rede sein sollte, ist ebenso undurchsichtig wie die Frage, ob „gavagai“ nun ein Kaninchen oder ein nicht abgetrenntes Teil eines solchen meint und dergleichen.

Erweitern wir nun das Beispiel noch etwas: Es bestehe ein gesetzmäßiger Zusammenhang zwischen dem (gleichzeitigen) Aufleuchten verschiedener Lämpchen – oder zwischen den Zuständen verschiedener „Leuchtereignisklassen“ –, etwa derart, dass das Gitter nach einer Drehung um 90° um einen bestimmten „Zentralknoten“ wieder ebenso aussieht wie vorher. Um solch ein allgemeines Gesetz formulieren zu können, ist eine systematische Benennung der Knotenpunkte (Lämpchen), also ein Koordinatensystem, notwendig nebst der Angabe, welcher Knoten infolge der Drehung in welchen anderen übergeht. Interpretiert man die Koordinatenabbildung im Sinne einer Quineschen Stellvertreterfunktion, so lässt sich mit jedem Koordinatensystem eine eigene Ontologie verbinden[24].

Ein naheliegendes Koordinatensystem für unser Beispiel ist sicher ein kartesisches mit dem Ursprung im Zentralknoten (dem Drehpunkt), was die Leuchtgitterforscher zu der Annahme (A) verleiten könnte, die Leuchterscheinungen rührten von Punkten eines zweidimensionalen Gitters her, unsere metaphysischen Lämpchen *seien* nichts anderes als Punkte des $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Nun ist aber jede andere Nummerierung der Gitterpunkte, die sich durch eine

[23] Quine trifft eben diese Unterscheidung in „On what there is“: „Here we have two competing conceptual schemes, a phenomenalistic one and a physicalistic one.“ [72, S. 17]

[24] Diese Stellvertreterfunktionen liefern eine der drei von Quine in seinem Aufsatz „Ontologische Relativität“ erläuterten Methoden, über die Ontologie einer Theorie zu sprechen, nämlich die, den Gegenstandsbereich einer Theorie auf einen Gegenstandsbereich einer anderen zu reduzieren. Wie bei den anderen beiden Methoden kommt es Quine hier darauf an, dass jede Aussage über die Ontologie einer Theorie (die Dinge, deren Existenz sie voraussetzt), nur relativ zu einer bestimmten Rahmentheorie sinnvoll ist [73].

beliebige ein-eindeutige Abbildung des $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ auf eine andere Koordinatenmenge (z.B. $\mathbb{N}$) gewinnen lässt[25], ein ebenso zulässiges Koordinatensystem, in dem sich die hypothetische Invarianz unter 90°-Drehungen, wenn vielleicht auch nicht so einfach, auch formulieren lässt. Natürlich ist man nicht gezwungen, Koordinatenabbildungen im Sinne Quines als ontologische Reduktionen zu verstehen. Naheliegender ist sicher, eine Koordinate als „Namen“[26] für etwas (ein „Lämpchen“, einen Raum-Zeit-Punkt) zu verstehen, was die ontologische Unbestimmtheit wieder auf das oben besprochene „gavagai“-Übersetzungsproblem reduzieren würde (Wie einigen sich Anhänger verschiedener Koordinatensysteme per Reaktion auf eine Reizsituation und begleitende sprachliche Äußerung auf eine Koordinatentransformation, die hier der Spezialfall einer Übersetzungsrelation ist?).

Die Frage aber, die mit der Behauptung (A) aufgeworfen wird, nämlich, inwieweit im ontologischen Inventar der Theorie Entsprechungen zu Begriffen wie der Dimension des zur Benennung der „Lämpchen“ verwendeten Koordinatensystems vorkommen, ist noch offen und muss im Rahmen einer Quineschen Ontologie sicher mit „gar nicht“ beantwortet werden, weil es zwar Theorien gibt, in denen über Dimensionen oder Symmetriegruppen quantifiziert wird, dies aber für den Fall unserer Beispieltheorie sicher ganz unnötig ist. Andererseits sind es gerade solche komplexen Merkmale der Theorie, die besonders unempfindlich gegen Vorannahmen sind, in dem Sinn, dass sie über einen weiten Bereich von Theoriealternativen konstant bleiben, und also, nach dem oben vorgeschlagenen Kriterium (R) zum Gegenstandsbereich der Theorie gerechnet werden sollten. So ist die algebraische Struktur der Symmetriegruppe der 90°–Drehungen unabhängig vom Koordinatensystem und davon, ob die „Lämpchen“ nun eine grundlegende Menge von Gegenständen[27] bilden oder „nur“ Klassen von Leuchterschei-

[25] Das Argument funktioniert auch für Kontinua. Der Beweis, dass beliebig-dimensionale Kontinua gleichmächtig sind (dass also Bijektionen zwischen ihnen existieren), geht auf Cantor zurück

[26] Üblicherweise würde man etwa „1“ oder „$(1, 1)$“ für Namen mathematischer Gegenstände halten, für Teile von Modellen mathematischer Theorien. Diese mathematischen Gegenstände stünden hier wieder für andere Gegenstände, etwa Lämpchen, d.h., jene stünden in einer 1-1–Relation, der Koordinatenabbildung, zu diesen. Andererseits kann man „$(1, 1)$“ in einem anderem sprachlichen Zusammenhang auch als Namen eines physikalischen Gegenstandes verstehen. Allerdings wären in einem solchen Zusammenhang Koordinatentransformationen Abbildungen zwischen Zeichen, die sich auf denselben Gegenstand beziehen.

[27] (In Scheibe’scher Terminologie eine Hauptbasismenge)

nungen sind, stets die gleiche[28]. Etwas voraussetzungsreicher ist schon die Dimension des gewählten Koordinatensystems. Hier ist noch die Linearität der Darstellung der Drehungen $x \in D_{90^\circ}$ in allen zulässigen Koordinatensystemen zu fordern[29].

Zusammengefasst: Nach Quine liegt die Antwort auf die Frage nach der Ontologie einer Theorie in der möglichst sparsamen Wahl von Basismengen bei ihrer Rekonstruktion. Dabei impliziert jede Theorie eine ihr eigene Ontologie – was ist, kann nur relativ zu einer bestimmten Theorie gesagt werden. Existenzkriterien fallen also zusammen mit Theoriewahlkriterien. Das Kriterium (R) favorisiert dagegen gegenüber den Grundmengen, aus denen die Modelle einer Theorie konstruiert sind, solche Eigenschaften derartiger Konstruktionen, die für einen möglichst weiten Bereich empirisch äquivalenter Theorien gleich bleiben. Damit bleibt Existenz zwar ein theorierelativer Begriff, bezieht sich aber anders als bei Quine auf einen Klasse von Theorien.[30] Gute Kandidaten hierfür scheinen, wenigstens was obiges Beispielchen betrifft, Symmetrieen zu sein. Dabei kann aber ein physikalischer Größenbegriff natürlich nicht reduziert werden auf seine Symmetrieeigenschaften – ebenso wichtig ist die Klasse von Phänomenen, die er strukturiert. Diese Phänomene können etwa, gemäß dem oben skizzierten Schichtenmodell, in einer vorgängigen Theorie (letztlich der alltagssprachlichen Beschreibung von Experimenten und Beobachtungen) gegeben sein.

Es ist überhaupt schwierig etwas wie Symmetrien als Seiendes (Substanz) zu verstehen. Obwohl der mit ihnen beschäftigte Teil der Mathematik, die Gruppentheorie, durchaus das, was dann in der Physik als Symmetrietransformationen interpretiert wird, als Elemente ihrer Grundmengen einführt, werden diese in den interessanten Zusammenhängen mit Abbildungen identifiziert, die abgeleiteten Strukturen auf den Hauptbasismengen dieser Theorien entsprechen. Wenn wir aber etwa den Begriff der „Translation um einen Meter in x–Richtung" betrachten, ist es natürlich nicht die Extension dieses Begriffs in verschiedenen, bestimmten Modellen (etwa eine Menge $\{(\vec{x},\vec{x}')\}$ im Fall einer euklidischen Geometrie), die konstant bleibt

[28] Nämlich, wenn $a \in D_{90^\circ}$ die Drehung um 90° ist: $a^2 = b, ab = c, ac = a^4 = 1$

[29] Bijektionen zwischen Koordinatensystemen unterschiedlicher Dimension sind stets nichtlinear.

[30] Die Frage nach der Existenz physikalischer Dinge von der Geltung einer Theorie zu lösen ist auch ein Ziel der Ansätze Cartwrights [13] und Hackings [32]. Ihre Stoßrichtung dabei ist allerdings der von (R) entgegengesetzt: Nicht in Richtung theorieübergreifender Theoriemerkmale sondern in Richtung konkreter phänomenologischer Zusammenhänge und Experimente.

im Sinne von (R), es ist noch nicht einmal seine Intension (die Abbildung $\langle X, \dots \rangle \mapsto \{(\vec{x}, \vec{x}') | \vec{x} \in X \wedge \vec{x}' = \vec{x} + \vec{a}\}$), sondern die algebraische Struktur der Translationen unter Verknüpfung, also der Begriff des „Ergebnisses der Hintereinanderausführung zweier Abbildungen auf einer Basismenge der Theorie". Dieser Begriff ist etwas schwierig, weil er kein relativer Begriff einer bestimmten Theorie ist. Eben deshalb ist es naheliegend, ihn innerhalb einer eigenen mathematischen Theorie, mit den Gruppenelementen als primitiven Gegenständen zu definieren, statt zu versuchen, mit Inbegriffen sämtlicher in beliebigen Theorien möglichen Abbildungen einer bestimmten Verknüpfungsstruktur zu hantieren.

2.2 Sprachphilosophischer Hintergrund der Protagonisten

2.2.1 Bohr

Um die philosophischen Äußerungen insbesondere Bohrs besser zu verstehen ist ein kurze Skizze seines philosophischen Hintergrunds nützlich. Sicher festzumachen sind zwei Einflüsse: Zum einen studierte Bohr in Kopenhagen bei Harald Høffding, zum andern las er – vermutlich schon recht früh[31] – William James' Aufsatz „The Stream of Thought"[46]. Beiden Autoren gemeinsam ist die Methode, das Denken nicht wie später in der von Frege begründeten sprachanalytischen Tradition ganz von der objektiven Struktur der Sprache her zu verstehen, sondern es als einen psychologischen Vorgang zu beschreiben. Darüberhinaus haben beide eine holistische Auffassung von Gedanken und sprachlichen Äußerungen. Sie betonen die Unmöglichkeit, den Sinn eines Satzes als bloße Funktion seiner Bestandteile darzustellen. In Høffdings Worten: „Die Teile sind durch das Ganze und das Ganze durch die Teile bestimmt."[42]. Und eben dies – und zwar ausschließlich dies, wenn man seine späten Interview-Äußerungen glaubt[32] – war es, was Bohr an der Philosophie interessierte.

[31] Vgl. AHQP, Interview mit Bohr vom 17.11.1962, S. 7 des Transkripts.

[32] „ … I was not interested in philosophy as one generally called it, but I was interested in this special scheme … " [a.a.O], was frei übersetzt aus dem Bohr'schen Englisch wohl heißt: „Ich war nicht an dem interessiert, was man gemeinhin unter Philosophie verstand, sondern nur an diesem speziellen Schema der Komplementarität von Teil und Ganzem."

Für Høffding besteht Denken im Vergleichen von in Form von Erlebnissen (bzw. Erinnerungen an solche) Gegebenem. Dieses Vergleichen geschieht durch ein Vergegenwärtigen, ein Nebeneinanderstellen der zu vergleichenden Erlebnisse. Dieses Nebeneinanderstellen nennt Høffding, wohl im Anschluss an die kantische Terminologie „Synthese". Die Synthese erfordert „Gedankenarbeit" – je mehr, desto mannigfaltiger und verschiedener die zu vergleichenden Eindrücke sind, desto genauer ihre individuellen Eigenheiten berücksichtigt werden und desto weiter sie räumlich und zeitlich voneinander entfernt sind. Die Fähigkeit solche Gedankenarbeit zu verrichten nennt Høffding „psychische Energie". Die unzusammenhängenden Eindrücke im Traum sind beispielsweise durch geringen Einsatz psychischer Energie zu erklären. Bewusstes wie unbewusstes Denken ist durch ständige Synthese, stetes Entstehen von Zusammenhängen gekennzeichnet. Lockes einfache Ideen sind demnach eine Fiktion. Ebensowenig will Høffding aber dem zergliedernden Nachdenken ein wesentlich ganzes unbewusstes Seelenleben als unabhängiges Anderes entgegensetzen – eine Position, die er James und Bergson zuschreibt. Das gesamte bewusste und unbewusste Seelenleben ist sowohl in Teile gegliedert als auch zusammenhängendes Ganzes und (s. Zitat im vorigen Absatz) keiner dieser beiden Aspekte lässt sich auf den jeweils anderen reduzieren.

James geht es in dem von Bohr zitierten Aufsatz hauptsächlich darum, plausibel zu machen, dass während des Sprechens oder Denkens eines Satzes nicht ein Wort von einer bestimmten Vorstellung begleitet wird, die dann etwa die konstante Bedeutung dieses Wortes ist, sondern dass stets sämtliche Bestandteile des Satzes oder des Gedankengangs in der Vorstellung präsent sind, aber ein jeweils anderer, dem gerade gesprochenen oder gedachten Wort in seiner Stellung im – und Beziehung zum – ganzen Satz entsprechender Aspekt in den Vordergrund tritt.

Die Vorstellungen eines Kontinuums von Bedeutungen eines Wortes und der begrenzten Analysierbarkeit, nicht nur eines Gedankens, sondern generell eines Phänomens, sind Motive, die in Bohrs Denken, am prominentesten in seinem Komplementaritätsbegriff, immer wieder auftauchen. Teils in einem ihrem ursprünglichen ähnlichen Sinn, wie eben im Fall der Komplementarität, teils in völlig freier Übertragung. Für letzteres ist die Rechtfertigung der Ausdehnung des klassischen Energiebegriffs auf das Gebiet der Quantentheorie ein Beispiel, wofür ich in Abschnitt 3.4.2 argumentiere. In beiden Fällen ist es natürlich nötig, festzustellen wie Sinn und Bedeutung physikalischer Begriffe zu rekonstruieren sind, um Bohrs Argumentation so weit als möglich zu verstehen.

Ein weiterer wichtiger Zug von Bohrs „Sprachphilosophie“ ist die Verbindung zweier Theorien, nämlich von klassischer Physik bzw. Quantenphysik mit zwei Weisen des Sprachgebrauchs, nämlich einer anschaulich–begrifflichen und einer unanschaulich–symbolischen. Auf die Verwurzelung dieses Gedankens in der deutschen nachkantischen Philosophie macht Chevalley in [14] aufmerksam. Kantisch ist Bohr insofern er die anschauliche Sprache der klassischen Physik, die für Kant noch als unhintergehbarer Ausdruck der Verstandestätigkeit die Möglichkeit von Naturwissenschaft überhaupt verbürgte, immer noch für unverzichtbar und als Sprache des Experiments für eine Bedingung der physikalischen Forschung hielt, an die Kant–Kritik des späten 19. Jahrhunderts schließt er an, insofern er die anschaulich–klassische Sprache nicht mehr für ausreichend hält, a apriori Struktur und Grenzen der naturwissenschaftlichen Erkenntnis festzulegen.

2.2.2 Heisenberg

Eine der Bohr’schen Unterscheidung zwischen Begriff und Symbol ganz analoge (und sicher auch von ihm beeinflusste) Unterscheidung des Sprachgebrauchs trifft Heisenberg, mit seiner Unterscheidung zwischen „statischem“ und „dynamischem“ Sprachgebrauch[33] oder Denken. Diesen Bezeichnungen sind offenbar auf die Funktionen beider Sprachmodi in der Naturwissenschaft gemünzt, die statische, analytisch–exakte, strukturierte Sprache als das Ziel der Physik, die dynamische, synthetisch–verschwommene als das Mittel zur zunächst unscharfen Erfassung neuer Erfahrungsbereiche.

Ganz präzisierte und entwickelte, statische Theorien fallen unter Heisenbergs Begriff der abgeschlossenen Theorien. Diese sollen einen Ausschnitt der Wirklichkeit so gut beschreiben, wie es aus ihrer Perspektive, d.h. mit der Wahl der Grundbegriffe, deren Bedeutung sie mit größtmöglicher Schärfe definiert, eben machbar ist. Das entscheidende Kriterium für Abgeschlossenheit ist eben dies, dass Die Geltung ihrer Gesetze aus der Anwendbarkeit ihrer Grundbegriffe folgt[34]. Ein weiterer Aspekt ist die transzendentale Rolle

[33] Am ausführlichsten beschrieben in seinem Manuskript „Ordnung der Wirklichkeit“ von 1942, abgedruckt in [39, Abt. C, Bd. 1].

[34] Siehe etwa [37]: „[...]; wo immer Erfahrungen mit den Begriffen dieser Theorie beschrieben werden können, und sei es in der fernsten Zukunft, immer werden die Gesetze dieser Theorie sich als richtig erweisen.“[S. 335]

vorgängiger abgeschlossener Theorien für ihre Nachfolgerinnen[35], die Bohrs Ansicht von der Unverzichtbarkeit der klassisch–anschaulichen Sprache entspricht.

Scheibe hat in seiner Analyse dieses Begriffs in [79] darauf hingewiesen, dass es schon schwierig ist, den Begriff der Abgeschlossenheit einer Theorie auch nur als als analytisch (ein reines Merkmal ihrer mathematischen Formulierung) oder empirisch–synthetisch zu klassifizieren, geschweige denn, seine Bedeutung ganz befriedigend zu klären. Eine solche Klärung hängt nach Scheibe am Verständnis dessen, was man unter „Anwendbarkeit von Grundbegriffen“ verstehen will.

Da der Begriff der geschlossenen Theorie nun insbesondere für die folgende Diskussion der ältere Quantentheorie (siehe Abschnitt 3.4.1) interessant ist, will ich trotz seiner Schwierigkeit versuchen, ihn noch ein wenig zu beleuchten. Scheibe beginnt seine Diskussion der Frage, ob die Abgeschlossenheit ein analytisches oder ein synthetisches Merkmal sei, mit der Beobachtung, dass sie schon entschieden ist für logisch–mathematische Theorien: Diese sind offenbar sämtlich geschlossen, weil ihre Gesetze sämtlich logisch abgeleitet sind aus der axiomatischen Struktur ihrer Grundbegriffe (aus den Carnap'schen L–Postulaten). So führt sicher jede Änderung von Gesetzen der klassischen, zweiwertigen Logik (etwa in einer Quantenlogik) dazu, dass wir die Bedeutungen ihrer Grundbegriffe als geändert empfinden. Wiewohl Heisenberg stellenweise tatsächlich von physikalischen Theorien, – insbesondere, wenn es um ihre Axiomatisierbarkeit geht – in einer Weise spricht, die sie in die Nähe mathematischer Theorien rückt, möchte ich hier die entgegengesetzten Indizien verfolgen, die es nahelegen, dass die Abgeschlossenheit ein empirisch gehaltvoller Begriff ist. Neben der Tatsache, dass Heisenberg überhaupt neben dem zitierten Hauptkriterium explizit, als Kriterium für die Abgeschlossenheit einer Theorie fordert, ihre Begriffe müssten, „unmittelbar in der Erfahung verankert sein, [...] etwas in der Welt der Erscheinungen ≪bedeuten≫“ [37, S. 338], ist das die Rolle, die (zuvörderst wohl für den für Heisenberg sicher paradigmatischen Fall der Quantenmechanik) Vorgängertheorien für diese Verankerung spielen. Sie machen sie überhaupt erst möglich:

[35] „Auch wenn die Grenzen der ≪geschlossenen Theorie≫ überschritten sind, wenn also neue Erfahrungsgebiete mit neuen Begriffen geordnet worden sind, so bildet das Begriffssystem der geschlossenen Theorie doch einen unentbehrlichen Teil der Sprache, in der wir über die Natur reden.“[37, S. 339]

> Die geschlossene Theorie gehört zu den Voraussetzungen der weiteren Forschung; wir können das Ergebnis eines Experiments nur in den Begriffen früherer geschlossener Theorien ausdrücken.[37, S. 335]

Wenn nun die Frage nach der Anwendbarkeit der Begriffe einer Theorie zumindest zum Teil in den Zuständigkeitsbereich einer anderen Theorie fällt,[36] ist es nicht wahrscheinlich, dass Sätze über die Implikationen dieser Anwendbarkeit sich rein analytisch aus der Struktur der Theorie ergeben. Andererseits wird die neuere Theorie ihre Grundbegriffe i.d.R. nicht einfach aus der vorigen übernehmen,[37] sondern ihre eigenen Begriffe zu diesen in Beziehung setzen. Im Fall von klassischer und Quantenmechanik ist diese Beziehung die der Komplementarität. Der quantenmechanische Begriff des raum–zeitlichen Zustandes eines Systems wird operational bestimmt durch Orts– und Impulsmessungen für je zwei einander ausschließende (komplementäre), konkrete Versuchsaufbauten in der klassischen Laborwelt.

Nach diesem Interpretationsversuch wäre eine Theorie also geschlossen, wenn ihre Grundbegriffe 1. innerhalb der Theorie in einem festen axiomatischen Gefüge stehen, 2. in Bezug auf eine vorgängige abgeschlossene Theorie empirisch interpretiert sind und wenn die Theorie 3. für alle Fälle gilt, die qua 1. und 2. zu erfassen sind.

Obwohl damit der Begriff der abgeschlossenen Theorie noch immer nicht unproblematisch[38] wird, scheint mir die Annahme, die operationale Veran-

[36] Die *geschlossenen* Theorien sind also in der Regel nicht auch *vollständige* Theorien im Sinn von Carrier [11]

[37] Obwohl das sicher teilweise der Fall sein kann, wenn man sich etwa die euklidische Geometrie, als physikalische Thorie verstanden, als Vorläuferin der klassischen Mechanik denkt. Das ist aber nicht der Regelfall, den Heisenberg in seinen Beispielen im Sinn hat. Er geht dort immer von miteinander unverträglichen Theorien desselben Phänomenbereichs aus.

[38] Wie geht man etwa mit den Anomalien einer „geschlossenen" Theorie um, die zur Entwicklung neuer Theorien führten? Für das Doppelspalt–Experiment scheint beispielsweise die durchaus mögliche Beschreibung desselben in klassischen Begriffen auf falsche Vorhersagen zu führen. Klassisch ist nämlich die Auftreffwahrscheinlichkeit eines Teilchens auf des Schirm an Stellen, wo sie nach der Quantenmechanik verschwindet, größer als Null und umgekehrt. Vermutlich hätte Heisenberg hierauf im Sinne seines Umdeutungsartikels mit dem Hinweis darauf geantwortet, dass die klassische Beschreibung, auch wenn wir Ausgangszustand und Prognose nur (klassisch) statistisch festlegen, mit Ensemblen von prinzipiell unbeobachtbaren Bahnen arbeite, während die empirische Bedeutung der quantenmechanischen Beschreibung qua Zustandsvektor sich in der gesetzmäßigen Verknüpfung von Ausgangszustand und Messergebnis erschöpfe. Eine weitere Schwierigkeit besteht in der Möglichkeit, die Quantenmechanik empirisch äquivalent in klassisch–mechanischen Begriffen zu reformulieren (Bohm [5], siehe Ab-

kerung in vorgängigen Theorien sei wesentlich für Heisenbergs Verständnis der Bedeutung von Grundbegriffen einer Theorie, notwendig für eine nicht–triviale Interpretation seines Abgeschlossenheitskonzeptes.

schnitt 5.1.6).

Kapitel 3

Die ältere Quantentheorie

Die Struktur der älteren Quantentheorie soll in zwei Schritten dargestellt werden. Zunächst gebe ich eine abstrakte Übersicht über den Aufbau der Theorie, dann folgt als paradigmatisches Beispiel die alte Theorie des Wasserstoffatoms.

Diese Skizze gibt den Stand der Quantentheorie etwa Ende 1924 wieder, der, was das H–Atom betrifft, bis auf Feinheiten der Darstellung aber schon 1920 erreicht war. Ihr liegen die zu dieser Zeit erschienenen Bornschen „Vorlesungen über Atommechanik" [8] zugrunde.

3.1 Prinzipien der älteren Quantentheorie

Der Aufbau der alten Quantentheorie aus klassischer Mechanik und zusätzlichen, die klassische Mechanik einschränkenden Quantenprinzipien könnte, zumal diese Prinzipien nach und nach hinzugefügt wurden, die Auffassung nahelegen, es handle sich um eine Reihe von ad–hoc–Erweiterungen der klassischen Mechanik auf ein ihr ganz fremdes Anwendungsgebiet. Wie sehr die Entwicklung jedoch auch schon vor 1925 trotz aller Inkonsistenzen und Anomalien auf ein zusammenhängendes Theoriegebäude zielt macht u.a. Borns Versuch einer deduktiven Darstellung der Quantentheorie deutlich.

Als angemessene Schnittstelle für den Einbau der quantentheoretischen Erweiterungen in die klassische Mechanik erwies sich aus im folgenden zu erläuternden Gründen die Beschreibung quasiperiodischer Systeme durch den

Formalismus der Wirkungs– und Winkelvariablen, den ich im folgenden beschreibe, bevor ich die axiomatische Struktur der Theorie rekonstruiere.

3.1.1 Wirkungs– und Winkelvariablen

Die ganze ältere Atomtheorie baut auf auf die Behandlung des Zweikörperproblems im Rahmen der Hamilton–Jacobischen Formulierung der klassischen Mechanik und speziell den Formalismus der Wirkungs– und Winkelvariablen. Ich skizziere hier kurz die Struktur dieser Theorie und setze dabei den kanonischen Hamiltonschen Formalismus voraus[1]. Die Grundidee besteht zunächst darin, eine kanonische Transformation auf Koordinaten (Q_i, P_i) zu finden, so dass die neuen Impulse P_i sämtlich konstant sind. Das ist sichergestellt, wenn man auf eine neue Hamiltonfunktion H' transformiert, die nur von den neuen Impulsen P_i abhängt, d.h., die neuen Ortsvariablen Q_i sollen alle zyklisch sein. Schreibt man nun noch die Erzeugende S dieser kanonischen Transformation als Funktion der alten Ortskoordinaten q_i und der neuen konstanten Impulse P_i, also $S = S(q_i, P_i)$, dann folgt aus den Transformationsgleichungen

$$p_i = \frac{\partial S}{\partial q_i} \tag{3.1}$$

$$H(q_i, p_i, t) + \frac{\partial S}{\partial t} = H' = W(P_i) \tag{3.2}$$

die Hamilton–Jacobi–Gleichung

$$H(q_i, \frac{\partial S}{\partial q_i}, t) + \frac{\partial S}{\partial t} = const \tag{3.3}$$

wobei i immer von 1 bis zur Zahl f der Freiheitsgrade des Systems läuft. Die Transformationsgleichungen für die neuen Ortsvariablen lauten dann

$$Q_i = \frac{\partial S}{\partial P_i} \tag{3.4}$$

[1] Gute Darstellungen desselben finden sich z.B. in Goldstein [30] und Born [8]. Im wesentlichen handelt es sich um eine Reformulierung der Newton'schen Mechanik, in der die Bewegungsgleichungen unter sehr allgemeinen Koordinatentransformationen ihre Form behalten. Die Bewegungsgleichungen in dieser Form und die Transformationen heißen „kanonisch“

Ihre Bewegungsgleichungen sind:

$$\dot{Q}_i = \frac{\partial W}{\partial P_i} = \omega_i = const \tag{3.5}$$

Es bleibt nun noch eine gewisse Freiheit in der Wahl der neuen Impulse P_i. Die Lösung der Differentialgleichung (3.3) führt zunächst natürlicherweise auf S als Funktion der in dieser Lösung auftretenden Integrationskonstanten, die folglich auch die neuen Impulse sind. Genauso gut kann man aber S schreiben als Funktion anderer Parameter, die eineindeutig mit den Integrationskonstanten zusammenhängen. Diese verbleibende Freiheit in der Koordinatenwahl wird bei der Einführung von Wirkungs– und Winkelvariablen ausgenutzt, die der Übersichtlichkeit halber zunächst für ein System mit nur einem Freiheitsgrad gezeigt werden soll. Zudem sei das System periodisch, d.h. es kehre nach einer bestimmten Zeit wieder in seinen Ausgangszustand zurück.

Eindimensionale, periodische Systeme

Die Lösung der Hamilton–Jacobi–Gleichung sei die Funktion $S(q,P)$. Wir definieren nun den neuen Impuls, die sog. Wirkungsvariable, als

$$J = \oint \frac{\partial S}{\partial q}\, dq = \oint p\, dq. \tag{3.6}$$

J ist also die Zunahme von S während einer Periode. Es ist natürlich konstant und hängt nur von der Intergrationskonstanten der Hamilton–Jacobi–Gleichung P ab. Schreibt man nun S als Funktion von J, folgt die Transformationsgleichung

$$w = \frac{\partial S(q,J)}{\partial J}, \tag{3.7}$$

wobei w die neue Ortsvariable, die Winkelvariable, ist, die während einer Periode um 1 anwächst, weil:

$$\oint dw = \oint \frac{\partial}{\partial q}\frac{\partial S}{\partial J} dq = \frac{\partial}{\partial J}\oint p\, dq = 1 \tag{3.8}$$

Daher hat die alte Ortskoordinate als Funktion von w die Periode 1 und ist als Fourierreihe in w darstellbar, was insbesondere für das Korrespondenzprinzip von Bedeutung ist.

Die kanonische Bewegungsgleichung für die Winkelvariable gibt nun:

$$\dot{w} = \frac{dW}{dJ} = \nu = const \tag{3.9}$$

Ihre Lösung ist also:

$$w = \nu t + \beta \tag{3.10}$$

Weil w, wie gerade gezeigt, pro Periode um 1 anwächst, muss ν der Kehrwert der Periode, also die Frequenz der Bewegung, sein.

Quasiperiodische Systeme

Ganz analog lässt sich die Einführung von Wirkungs– und Winkelvariablen auf gewisse mehrdimensionale Fälle erweitern. Wir nehmen an, die Gleichung (3.3) sei separabel, d.h. sie lässt sich durch einen Separationsansatz der Form

$$S = \sum_i S_i(q_i) \tag{3.11}$$

lösen. Dann ist jeder Impuls $p_k = \frac{\partial S_k}{\partial q_k}$ eine Funktion nur von q_k. Jetzt ist noch vorauszusetzen, dass die Bewegung des Systems in jedem solcher Koordinatenpaare (p_k, q_k) im gewöhnlichen Sinn periodisch ist. Dann lassen sich Wirkungsvariablen J_i genau wie in (3.6) definieren. Die dann aus den Transformationsgleichungen folgenden Winkelvariablen w_k nehmen jeweils um 1 zu, wenn die zugehörige Ortskoordinate q_k eine Periode durchläuft. Damit werden die Ortskoordinaten mehrfach periodische (quasiperiodische) Funktionen der Winkelkoordinaten: $q_k(w_i)$. D.h.: Erhöht man eines der w_i um 1, so kehrt q_k wieder zum Ausgangswert zurück. Ist speziell $i = k$, so durchläuft q_k dabei eine ganze Periode. Demnach ist q_k als Fourierreihe darstellbar:

$$q_i(w_i) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j e^{-i2\pi j(\nu_i t + \beta_i)} \tag{3.12}$$

Die kartesischen Koordinaten sind Funktionen der Separationskoordinaten und damit der Winkelkoordinaten $x_k = f(q_1, \ldots, q_n)$. Sie sind damit als mehrfache Fourierreihe mit den ν_i als Grundfrequenzen darstellbar.

$$\vec{x}(t) = \sum_{j_1,\ldots,j_n=-\infty}^{\infty} \vec{a}_{j_1\ldots j_n} e^{-i2\pi[(j_1\nu_1+\ldots+j_n\nu_n)t+j_1\beta_1+\ldots+j_n\beta_n]} \tag{3.13}$$

Der Begriff der mehrfachen Periodizität verdient noch etwas genauere Erläuterung. Die auf einen (p_k, q_k)–Unterraum projizierte Bewegung ist, wie vorausgesetzt, einfach periodisch, d.h., ihre Bahnkurve ist geschlossen, wenn man äquivalente (zu gleichem Systemzustand gehörige) Winkelwerte miteinander identifiziert, als z.B. Drehwinkel modulo 2π darstellt. Betrachtet man nun die Phasenbahn in einem größeren Unterraum, der das Produkt aus 2 oder mehreren der (p_i, q_i)–Unterräume ist, so ist die Bahn nur dann geschlossen, wenn alle Frequenzen als rationale Vielfache einer Frequenz dargestellt werden können. Das ist der Fall, wenn bei f Freiheitsgraden $f-1$ unabhängige Gleichungen der Form

$$\sum_i \lambda_i \nu_i = 0 \tag{3.14}$$

mit ganzzahligen λ_i gelten. Ist die Zahl solcher Gleichungen für die volle Bewegung des Systems (in allen Freiheitsgraden) k, so heißt $s = f - k$, d.i. die Zahl der inkommensurablen Frequenzen, der *Periodizitätsgrad* der Bewegung, die dann s–fach periodisch ist.

Von großer Bedeutung für die Quantentheorie sind noch zwei Sätze über die Eindeutigkeit und Invarianz der eben eingeführten Variablen. Damit eine Verallgemeinerung der Bohrschen Quantenbedingungen einen eindeutigen Sinn haben kann, muss sie koordinatenunabhängig oder in einem physikalisch eindeutig ausgezeichneten Koordinatensystem formuliert werden. Dass ein solches in Form der Winkel– und Wirkungsvariablen vorliegt, zeigt der erste der beiden Sätze[2]:

Satz 3.1 *Wenn ein System auf Winkel– und Wirkungsvariablen transformiert werden kann, so gilt:*

- *Diese Variablen sind so wählbar, dass für die zugehörigen Frequenzen* $\nu_k = \frac{\partial W}{\partial J_k}$ *gilt:* $\nu_1 \ldots \nu_s$ *sind inkommensurabel (die zugehörigen Variablen nicht entartet), und* $\nu_{s+1}, \ldots, \nu_f = 0$ *(s ist der Periodizitätsgrad des Systems).*

- *die* $J_1, \ldots, J_s$ *sind eindeutig bestimmt bis auf eine Transformation* $J'_\alpha = \tau_{\beta\alpha} J_\beta$, *mit ganzzahligen* $\tau_{\beta\alpha}$ *und* $\det(\tau_{\beta\alpha}) = \pm 1$

D.h. alle zulässigen Sätze von Wirkungsvariablen J_k sind ganzzahlige Vielfache von h, wenn das für irgendeinen Satz solcher Variablen gilt.

[2] Siehe Born [8, S. 104]

Entartung Ist in (3.14) $k > 0$, dann spricht man auch von k–facher Entartung des zugehörigen Energieniveaus. Der obige Eindeutigkeitssatz gilt dann für k der Wirkungsvariablen nicht mehr. Veranschaulichen lässt sich das etwa folgendermaßen (übersichtlichkeitshalber für zwei Freiheitsgrade): Gelte $w_1 = \nu_1 t, w_2 = \nu_2 t$ und $\nu_1/m = \nu_2/n =: \nu$ mit $n, m \in \mathbb{N}$, dann haben die Koordinaten q_1 und q_2, die als Funktionen der w_i die Periode 1 und als Funktionen von t die Perioden $1/\nu_1$ bzw. $1/\nu_2$ haben, auch die gemeinsame Periode $1/\nu$; die Systembewegung (und nicht nur deren Projektionen) ist also einfach periodisch und die Bahn des Systems lässt sich als periodische Funktion eines Parameters darstellen – und zwar so, dass dieser Parameter wieder eine, die einzige, Winkelvariable ist. Die andere neue Winkelvariable ist eine Konstante, d.h. die zugehörige Wirkungsvariable taucht im Ausdruck für die Energie nicht auf, was den Zusammenhang mit dem späteren Begriff der Entartung in der Quantenmechanik herstellt (Unabhängigkeit der Energie von einer Quantenzahl).

Der zweite Satz zeigt die Invarianz der Wirkungsvariablen im Geltungsbereich der klassischen Mechanik [3].

Satz 3.2 *(Adiabatensatz) Wenn ein System auf Winkel– und Wirkungsvariablen transformiert werden kann, so gilt: Die $J_1, \ldots, J_s$ sind invariant unter langsamen (adiabatischen) Änderungen der Systemparameter, solange dabei der Periodizitätsgrad gleich bleibt (keine zusätzlichen Entartungen auftreten)*[4]

Der Adiabatensatz stellt sicher, dass die prinzipielle Trennung zwischen den abrupten Änderungen des Systemzustands durch Quantensprünge und den stationären, wenigstens näherungsweise von der klassischen Mechanik bestimmten Zuständen realistisch ist in dem Sinn, dass die Gültigkeit der klassischen Mechanik erweitert werden kann vom Idealfall des absolut isolierten Systems (Atoms) auf das nahezu isolierte System. Der Begriff des abgeschlossenen Systems ist ein nur annähernd erreichbarer Idealbegriff; deshalb sollte ein nützliches Gesetz, das diesen Begriff verwendet auf leichte Abweichungen von diesem Ideal verallgemeinerbar sein. Neben *Die klassische Mechanik gilt für isolierte Atome* sollte *Die klassische Mechanik gilt*

[3] Siehe Born[8, S. 109]

[4] Beispiel: Verkürzt man die Fadenlänge l eines mit kleiner Amplitude A schwingenden Pendels langsam ($\dot{l} \ll A\nu$), dann bleibt E/ν konstant (E ist die Energie).

näherungsweise auch noch für fast isolierte Atome richtig sein. Selbst beliebig kleine Änderungen der Systemparameter (äußerer Felder, z.B. Einschalten el.-mag. Felder) müssten nämlich, würde der Adiabatensatz nicht gelten, sofort zu unmechanischen Zustandsänderungen führen, um die stete Geltung der Quantenbedingungen zu gewährleisten. Über dieses theoretische Konsistenzargument hinaus weist Born noch darauf hin, dass langsame Zustandsänderungen auch experimentell nicht zu typischen Quantenerscheinungen führen, wie sie von plötzlichen Änderungen (Stößen, Lichteinfall) hervorgerufen werden können. Auf die semantische Funktion des Adiabatensatzes gehe ich weiter unten in Abschnitt 3.4.2 ein.

Dass die zu quantisierenden Variablen adiabatisch invariant sein müssen ist darüberhinaus eine Konsequenz aus der Forderung, dass die Boltzmann'sche Entropieformel ($S \propto \ln W$) weiterhin gelten soll. In seiner Ableitung dieser Formel setzt Boltzmann die Gleichwahrscheinlichkeit aller Phasenraumgebiete voraus. Ehrenfest konnte zeigen, dass notwendig für die Ableitung nur ist, dass eine ansonsten beliebige Gewichtsfunktion nur von adiabatischen Invarianten abhängt [18]. Der Anschluss an das Vorgehen Plancks, nur bestimmten diskreten Bereichen im Phasenraum von Null verschiedene und untereinander gleiche Gewichte zuzumessen, verlangt dann, dass diese Gewichtsfunktion überall verschwindet, wo die adiabatischen Invarianten keine ganzzahligen Vielfachen von h sind.

In seiner deduktiven Darstellung der Quantentheorie stellt Born den Adiabatensatz in Form des Adiabatenpostulats (oder –prinzips) sogar noch vor die Quantenbedingungen auf eine Ebene mit der Forderung der Existenz diskreter Zustände und dem Korrespondenzprinzip. Es reicht nämlich, zu fordern, dass die Größen, die die diskreten Zustände festlegen, erstens Vielfache von h und zweitens adiabatische Invarianten sind, um die üblichen Bohr–Sommerfeldschen Quantenbedingungen aus dem Adiabatensatz abzuleiten.

3.1.2 Das Korrespondenzprinzip

Um die Rolle des Korrespondenzprinzips in der älteren Quantentheorie, speziell seine semantische Funktion, richtig beurteilen zu können, ist zunächst möglichst präzise zu definieren, was unter diesem Prinzip zu verstehen ist. Wenigstens drei verschiedene Bedeutungen des Worts „Korrespondenzprinzip" sind in verschiedenen philosophischen und physikalischen Kontexten zu unterscheiden. Dabei ist weder die Zuordnung dieser Bedeutungen zu den Kontexten ganz scharf, noch benutzen die historischen Autoren den Begriff immer ganz konsequent in nur einer Bedeutung – noch nicht einmal innerhalb eines Textes und schon gar nicht zu verschiedenen Zeiten. Die scharfe Trennung verschiedener Aspekte des Korrespondenzprinzips ist daher wenigstens teilweise eine künstliche, die dem philosophischen Verständnis der Theorienbildung dienen soll.

1. Eine typische wissenschaftstheoretische Auffassung des Korrespondenzprinzips findet sich bei Murdoch in [62]. Korrespondenz wird hier verstanden als eine Relation zwischen zwei Theorien, bestehend in einer Art numerischer Näherungsbeziehung zwischen den entsprechenden Vorhersagen, die die ansonsten hoffnungslos chaotische und inkohärente Ansammlung von Modellen, die die ältere Quantentheorie darstellt, zusammenhält und schließlich den Weg in die neue Quantenmechanik weist. Als Relate der Korrespondenzrelation können hier entweder die Theorien selbst, wie bei Murdoch, oder die Größen, deren numerische Annäherung die Beziehung zwischen den Theorien ausmacht, gesehen werden.

2. In physikalischen Lehrbüchern (z.B. Schwabl[81, S. 26 f.], wo auch auf Auffassung 1 als traditionelles Verständnis verwiesen wird) findet sich, wohl auf Heisenberg [36][5] zurückgehend, Korrespondenz als eine Art Übersetzungsregel zwischen klassischen und quantenmechanischen Größen, d.h. zwischen Phasenraumvariablen und Hilbertraumoperatoren, mit deren Hilfe zum einen der Hamiltonoperator eines Quantensystems aus der Hamiltonfunktion des entsprechenden klassischen Systems gewonnen werden kann, und die zum anderen eine Interpretation der Ergebnisse quantenmechanischer Berechnungen in klassischen Begriffen erlaubt, indem der mithilfe einer klassischen Theorie des Messgerätes bestimmte Wert einer klassischen Variablen (ggf. im statistischen Mittel) mit dem Wert der – in diesem Sinne – korrespondierenden quantenmechanischen Observablen identifiziert wird. Die erste dieser Funktionen ist eher formal oder syntaktisch, insofern sie im Verein mit der algebraischen Struktur der quantentheoretischen Größen (Vertauschungsregeln) die Rechenregeln der neuen Theorie bestimmt. Die zweite stellt dagegen den Anschluss an die klassisch beschriebene Erfahrung her und hat insofern eher semantische Funktion.

[5] Dieser Text ist übrigens ein Beispiel für die parallele Verwendung aller drei hier unterschiedenen Bedeutungen von Korrespondenz.

3. Das Korrespondenzprinzip im Sinne der älteren Quantentheorie um etwa 1920 soll in diesem Text als Korrespondenzprinzip im engeren Sinne oder ohne Zusatz schlechthin als Korrespondenzprinzip bezeichnet werden. Anschließen kann ich hier an die Darstellungen von Darrigol [16] und Meyer–Abich [59]. Hier wird das Korrespondenzprinzip historisch (in der Zeit um 1920) richtig[6] als innerquantentheoretisches Prinzip beschrieben, das sich in den Rahmen einer sorgfältig konstruierten, eben nicht aus willkürlichen, inkohärenten Modellen bestehenden Quantentheorie fügt. „Korrespondenz" ist hier eine Relation zwischen den Fourierkomponenten des elektrischen Dipolmoments des Atoms und den Quantenübergängen, bzw. der bei diesen Übergängen ausgesandten Strahlung. Der in 1. genannte Aspekt der numerischen Näherungsbeziehung steckt nach diesem Sprachgebrauch in der heuristischen Überlegung, derzufolge die Korrespondenzrelation eben so zu wählen ist, dass die experimentellen Ergebnisse an die klassisch zu erwartenden anschließen. Ich verwende im folgenden die Terminologie dieser dritten Auffassung.

Wie sich diese drei Konzeptionen im einzelnen zueinander verhalten, wird sich zeigen, wenn es darum geht, die Semantik der älteren Quantentheorie und speziell die Rolle des Korrespondenzprinzips für diese darzustellen. Den systematische Ort des Korrespondenzprinzips im Sinn von 3. wird die folgende Rekonstruktion zeigen.

3.1.3 Rekonstruktion

Nun skizziere ich eine modelltheoretische Rekonstruktion, die sich an Scheibe [80] orientiert. Es zeigt sich, dass sich die Verhältnisse zwischen den einzelnen Teilstücken der Theorie als Reduktionsbeziehungen im Sinn Scheibes interpretieren lassen.

Die Quantentheorie gründet auf der klassischen Punktmechanik mit elektrostatischen, fernwirkenden Kräften. Für die Definition dieser Ausgangsstrukturart[7] Σ_{km}, im wesentlichen die hamiltonsche Mechanik mit der

[6] Auch die intertheoretische Beziehung, die in Auffassung 1 als Korrespondenz bezeichnet wird, spielt zu der Zeit eine Rolle. Nur wurde sie nicht als „Korrespondenz" bezeichnet.

[7] Strukturarten sind die modelltheoretischen Entsprechungen der Axiome einer Theorie. Eine Strukturart $\Sigma(\ldots)$ ist eine Aussagform, deren Argumente Mengensysteme sind (die Strukturen oder Modelle der Theorie).

Hamilton–Funktion

$$H = \sum_i \frac{p_i^2}{2m_i} + \frac{1}{2}\gamma \sum_{i \neq j} \frac{Q_i Q_j}{||q_i - q_j||} \tag{3.15}$$

und den bekannten Bewegungsgleichungen, kann ich auf [80, Abschnitt IV.2] verweisen. Σ_{km} ist unter der Annahme, dass die elektromagnetische Abstrahlung, die in 3.15 eigentlich noch zu berücksichtigen gewesen wäre, vernachlässigbar ist, aus der klassischen Mechanik und Elektrodynamik Σ_{klass} ableitbar. Wählt man der Einfachheit halber die Teilchenzahl als Konstante, so sind die wichtigsten Hauptbasismengen: der Phasenraum, die Zeit, die Menge der Teilchen (Elektronen und Kern) oder eine entsprechende Indexmenge.

Bis hierher wäre dieser Ansatz auch geeignet, eine klassische Theorie des Rutherford–Atoms zu konstruieren. Schon im ersten darauf aufbauenden Schritt gabeln sich nun aber die Wege. Dabei ist vielleicht bemerkenswert, dass die entscheidenden Reduktionsschritte, die den Weg zur Quantentheorie von dem zu einer entsprechenden klassischen Theorie unterscheiden, *Spezialisierungen* sind und nicht Verallgemeinerungen, wie man bei einem theoretischen Fortschritt wohl erwarten würde. Klassisch wäre direkt eine Verallgemeinerung auf gedämpfte Bewegungen und eine Erweiterung um das Strahlungsfeld anzuschließen. Auf dem Weg zu Quantentheorie jedoch wird Σ_{km} zunächst spezialisiert durch die Bedingung der Separabilität der Hamilton–Jacobi–Gleichung und der Quasiperiodizität der resultierenden Bewegung, α_{sp}. Diese spezialisierende Bedingung erlaubt es die Begriffe der Wirkungs– und Winkelvariablen einzuführen, d.h. sie stellt sicher, dass der definierende Ausdruck $J_i := \oint p_i dq_i$ sinnvoll ist und eine Konstante der Bewegung beschreibt. Es ist dann zweckmäßig die Aussageform Σ_{km} nicht mehr als Funktion der ursprünglichen Variablen $\Sigma_{km}(\ldots,(p_i,q_i))$ sondern der Wirkungs– und Winkelvariablen $\Sigma_{km}(\ldots,J_i,w_i)$ zu schreiben.

Es folgt eine weitere Spezialisierung durch das erste Quantenpostulat, das die durch die Quantenbedingung $\alpha_{qp} : J_i = n_i h$ ausgezeichneten Zustände als stabil und einzig zulässig bestimmt. Die kontinuierliche Abstrahlung gemäß der klassischen Elektrodynamik wird also vernachlässigt. Ich bezeichne die so entstehende Strukturart der stationären Zustände mit

$$\Sigma_{stat}(\ldots,n_i) \dashv \Sigma_{km}(\ldots,J_i,w_i) \wedge \alpha_{sp} \wedge \alpha_{qp}. \tag{3.16}$$

Wichtig ist noch, dass die zu quantisierenden Systemparameter schon dadurch eindeutig als die Wirkungsvariablen J_i des Systems bestimmt sind, dass ihre Invarianz unter adiabatischen Transformationen gefordert wird (Adiabatenprinzip). Der Adiabatensatz (3.2)α_{adi}, der die adiabatische Invarianz der Wirkungsvariablen behauptet, ist, wie im vorigen Abschnitt erwähnt, im Rahmen der klassischen Mechanik beweisbar:

$$\Sigma_{km}(\dots, J_i) \wedge \alpha_{sp} \vdash \alpha_{adi} \tag{3.17}$$

Die zugehörigen Modelle $M_{stat}(n_i)$ sollen Beschreibungen der Atome im jeweiligen, durch die n_i gekennzeichneten Zustand sein. Dass die Klasse dieser Modelle $\mathcal{M}_{stat}$ kleiner ist als die der klassischen Theorie ($\mathcal{M}_{stat} \subset \mathcal{M}_{kl}$), spiegelt die oben erwähnte unerwartete Reduktionsrichtung wider.

Der weitaus größte Teil des empirischen Materials der Atomtheorie sind Lichtspektren, die mit einem Spektrographen ausgemessen werden. Die Messtheorie der Spektroskopie ist eine Wellentheorie des Lichts. Zweite Zutat zur Quantentheorie ist demnach eine zur Beschreibung von Spektrographen hinreichende Version einer Wellenoptik $\Sigma_{opt}(\dots, \nu, I, P)$, die mit den stationären Zuständen gekoppelt ist, und zwar zum einen über das zweite Quantenpostulat $\Delta E = h\nu$, zum anderen eben über das Korrespondenzprinzip. Grundsätzlich besteht diese Kopplung in einer zu den beiden Strukturarten Σ_{stat} und Σ_{opt} hinzutretenden Aussage $\alpha_{kop,qt}(\nu, I, P, n_i)$, die das Dipolmoment des atomaren Zustandes verknüpft mit Frequenz, Intensität und Polarisation der ausgesandten Strahlung. Ähnliches gilt nun nicht nur für den Fall der Quantentheorie, sondern auch für den der klassischen Theorie, die man erhält, wenn man Σ_{stat} durch Σ_{km} ersetzt und über die klassische Kopplung $\alpha_{kop,kl}$ anbindet. $\alpha_{kop,kl}$ und $\alpha_{kop,qt}$ haben beide dieselbe Form α_{kop}: „Die Aussendung von Strahlung der Frequenz ν ist bedingt durch das Auftreten einer bestimmten, korrespondierenden Frequenz ω im Dipolmoment des Systems“.

Diese Form wird nun im quantentheoretischen Fall ganz anders ausgefüllt als im klassischen. Klassisch erhält man eine eindeutig bestimmte Relation $R_{kl}(J_i, \nu, \vec{I})$ zwischen dem Zustand des Atoms, gegeben durch die J_i, und Frequenz und Amplitude der Strahlung, derart dass letztere einfach proportional ist der Dipolamplitude derselben Frequenz ($\nu = \omega$) in der Fourierentwicklung des Dipolmomentes.

Quantentheoretisch dagegen hat man eine Relation R_{qt} zwischen *zwei* Zuständen des Atoms, nämlich Anfangs– und Endzustand, n_i^a und n_i^e, und den Strahlungsparametern, die aber jetzt andere sind als im klassischen Fall. Insbesondere ist die Intensität ersetzt durch eine Übergangswahrscheinlichkeit, die die relative Häufigkeit der Abstrahlung eines Strahlungsquantums der Energie $E = h\nu$ angibt. D.h. Σ_{stat} wäre zunächst zu verallgemeinern von der Beschreibung eines Atoms auf die Beschreibung einer großen Zahl und anschließend zu vergröbern auf eine statistische Beschreibung, die nicht mehr den Zustand jedes einzelnen Atoms angibt, sondern nur noch für jeden Zustand, wie viele Atome sich gerade in ihm befinden. Auf dieser Grundlage lässt sich dann der Begriff der relativen Häufigkeit eines Überganges zwischen zwei Zuständen bilden.

R_{qt} wird zerlegt, zum einen in die Relation zwischen n_i^a, n_i^e und ν, gegeben durch das zweite Quantenpostulat, zum andern in die Relation zwischen den zu den n_i^a und n_i^e gehörigen Dipolschwingungsamplituden und der erwähnten Übergangswahrscheinlichkeit, die eigentliche Korrespondenzrelation. Diese beiden Relationen sind nun im quantentheoretischen Fall so zu formulieren, dass sie sich im Grenzbereich großer Quantenzahlen $(n_i^a - n_i^e)/n_i^a \ll 1$ den wohlbekannten klassischen numerisch annähern. In eben dieser Gleichheit der Form im klassischen und im quantentheoretischen Fall und in der Bedingung der Grenzfallbeziehung besteht das theorienverbindende Element des Korrespondenzprinzips oder, genauer, seiner Heuristik oder metatheoretischen Verankerung. Die „Korrespondenz“ zwischen Theorien im Sinne von Auffassung 1 war eine Bedingung, die an das Korrespondenzprinzip gestellt wurde. Eine weitere solche Bedingung, die von der numerischen Näherungsbeziehung zu unterscheiden ist, ist die der Gleichheit der logischen Form von $\alpha_{kop,kl}$ und $\alpha_{kop,qt}$. Sie kann aufgefasst werden als eine Präzisierung der von der Bedingung der numerischen Approximation verlangten Strukturähnlichkeit zwischen M_{qt} und M_{klass}. Letztere sorgt ja nur dafür, dass zwei gleiche Eingangsparameter unter einer bestimmten Bedingung auf annähernd gleiche Vorhersagen führen, ohne Näheres über die dazwischengeschaltete Modellmaschinerie zu sagen[8].

Die resultierende Strukturart der älteren Quantentheorie, deren Axiome allerdings wegen der Unbestimmtheit von α_{kop} nie explizit formuliert werden konnten, nenne ich Σ_{qt}.

$$\Sigma_{stat} \wedge \Sigma_{opt} \wedge \alpha_{kop,qt} \vdash \Sigma_{qt} \tag{3.20}$$

$$\begin{tikzcd}
\Sigma_{km} \arrow[r, "\text{spez}"] \arrow[d, "\text{erw}"] & \Sigma_{stat} \arrow[d, "\text{erw}"] \\
\Sigma_{klass} \arrow[r, leftrightarrow, "?"] & \Sigma_{qt}
\end{tikzcd}$$

Abbildung 3.1: Einige Reduktionsbeziehungen der Quantentheorie

3.2 Das wasserstoffähnliche Atom als Paradigma der älteren Quantentheorie

Das H–Atom war das Paradigma (im Kuhn'schen Sinne) der alten Quantentheorie nach 1913. Um die damalige Atomtheorie zu verstehen, ist es nötig, sowohl dieses Modell in seinen Einzelheiten zu begreifen, als auch den theoretischen Zusammenhang zu erfassen, in den das H–Modell im Laufe der

---

[8] Beispielsweise würde es, um numerische Annäherung zu erreichen, für den Fall des Wasserstoffatoms genügen die abgestrahlte Frequenz einmal klassisch als Funktion des Bahnradius a und einmal quantentheoretisch nach der Rydbergschen Formel als Funktion der Quantenzahl n hinzuschreiben

$$\nu_{kl} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{e^2}{ma^3}} \tag{3.18}$$

$$\nu_{qt} = R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n''^2}) \tag{3.19}$$

und dann den Zusammenhang $a(n)$ und die Rydbergkonstante R entsprechend festzulegen. Damit ginge der Zusammenhang zwischen diesem und möglichen anderen Modellen der Quantentheorie, der auf der Verankerung der Korrespondenz in dem gemeinsamen Begriff der Fourierkomponenten des Dipolmoments (oder der Elektronenbewegung) beruht, ganz verloren.

Entwicklung der Atomtheorie gestellt wurde und der die schrittweise Verallgemeinerung auf kompliziertere Fälle leitete.

Es soll nun gezeigt werden, wie das wasserstoffähnliche Atom im Rahmen des oben dargestellten Formalismus zu behandeln ist. Dazu ist in erster Näherung (keine relativistischen Korrekturen und keine Wechselwirkung des am Strahlungsvorgang beteiligten sog. Leuchtelektrons mit den restlichen Elektronen) das Keplerproblem zu lösen. Formuliert man dieses in sphärischen Polarkoordinaten, so führt der Separationsansatz (3.11) für Hamilton–Jacobi–Gleichung (3.3) auf drei gewöhnliche Differentialgleichungen:

$$\frac{dS_r}{dr} = p_r \quad = \quad \sqrt{2m(W - \frac{Ze}{r}) - \frac{\alpha_\theta^2}{r^2}} \tag{3.21}$$

$$\frac{dS_\theta}{d\theta} = p_\theta \quad = \quad \sqrt{\alpha_\theta^2 - \frac{\alpha_\phi^2}{\sin^2\theta}} \tag{3.22}$$

$$\frac{dS_\phi}{d\phi} = p_\phi \quad = \quad \alpha_\phi \tag{3.23}$$

Diese Ausdrücke für die Impulse kann man nun direkt in die Definition der Wirkungsvariablen 3.6 einsetzen und die auftretenden Integrale ausrechenen (dazu z.B. Goldstein [30] S. 333ff.). Das führt auf die Hamiltonfunktion in der Form:

$$H = \frac{2\pi^2 m(eZ)^2}{(J_r + J_\theta + J_\phi)^2} \tag{3.24}$$

Man sieht sofort, dass die Bewegung vollständig entartet ist, weil H nur von der Summe der Wirkungsvariablen, nicht von jeder einzeln abhängt. Daher sind natürlich auch die Ableitungen von H nach jeder dieser Variablen J und nach 3.9 die Frequenzen der Winkelvariablen gleich.

Es lässt sich nun einfach eine kanonische Transformation angeben, die alle bis auf eine Winkelvariable auf Konstanten transformiert. Ihre Erzeugende ist

$$F = (w_\phi - w_\theta)J_1 + (w_\theta - w_r)J_2 + w_r J_3 \tag{3.25}$$

Die Transformationsgleichungen selbst lauten damit:

$$w_1 = \frac{\partial F}{\partial J_1} = w_\phi - w_\theta \tag{3.26}$$
$$w_2 = \frac{\partial F}{\partial J_2} = w_\theta - w_r \tag{3.27}$$
$$w_3 = w_r \tag{3.28}$$
$$J_\phi = \frac{\partial F}{\partial w_\phi} = J_1 \tag{3.29}$$
$$J_\theta = \frac{\partial F}{\partial w_\theta} = J_2 - J_1 \tag{3.30}$$
$$J_\theta = \frac{\partial F}{\partial w_r} = J_3 - J_2 \tag{3.31}$$

Die letzten Gleichungen nach den J_i aufgelöst:

$$J_1 = J_\phi \tag{3.32}$$
$$J_2 = J_\phi + J_\theta \tag{3.33}$$
$$J_3 = J_\phi + J_\theta + J_r \tag{3.34}$$
$$\tag{3.35}$$

Die Frequenzen der Variablen w_1 und w_2 sind natürlich Null.

Die mechanischen, bzw. geometrischen Bedeutungen der neuen Variablen ergeben sich wie folgt: $J_1 = J_\phi$ ist nach wie vor die Drehimpulskomponente parallel der Polachse wegen $J_\phi = \int_0^{2\pi} p_\phi \, d\phi = \int_0^{2\pi} r^2 \dot{\phi} m \sin^2\theta \, d\phi$. J_θ war die Komponente des Drehimpulses senkrecht zur Polachse ($p_\theta = mr^2\dot{\theta}$). Damit folgt die Bedeutung von J_2 direkt aus der Transformationsgleichung (3.33). Sie ist das 2π–fache des Gesamtdrehimpulses. Die Winkelvariablen werden aus den Transformationsgleichungen $w_i = \frac{\partial S}{\partial J_i}$, wobei S natürlich als Funktion der neuen Variablen zu schreiben ist (Einsetzen der J_i in (3.21)) abgeleitet. Die Rechnung (s. Born [8]) ergibt:

w_1	Länge der Knotenlinie
w_2	Winkel zwischen Knotenlinie und Perihel
w_3	„mittlere Anomalie“. Das ist der Winkelabstand eines Punktes vom Perihel, der das Perihel gleichzeitig mit dem Elektron passiert, sich jedoch linear in der Zeit bewegt.

3.3 Konsistenz und Inkonsistenzen

Welche Vorkehrungen sind nun getroffen, um die Konsistenz der Theorie zu gewährleisten und welches sind die Anomalien und Unzulänglichkeiten der älteren Quantentheorie? Während z.B. Hund [45] und Darrigol [16] auf den inneren Zusammenhang und die Systematik ihres Aufbaus hinweisen, ist oft die Rede von ihren Inkonsistenzen. Diese Inkonsistenzen sind, was die Grundlagen der Theorie betrifft, größtenteils keine inneren, d.h. keine Selbstwidersprüche der Theorie, sondern vielmehr Unverträglichkeiten mit angrenzenden Theorien, übergeordneten Prinzipien oder mit experimentellen Daten. Die wichtigsten dieser „Inkonsistenzen“ sind folgende:

- Die offensichtlichste Inkonsistenz ist sicher die bloße Tatsache der Modifikation der klassischen Theorie durch die in Bohrs Worten „irrationale“ Annahme quantisierter Zustände. Die Quantenpostulate sind eben deshalb so schockierend, weil sie metatheoretischen Prinzipien widersprechen, insbesondere dem Grundsatz des Determinismus und dem Kontinuitätsprinzip „natura non saltat“, die leitend waren bei der Entwicklung der klassischen Theorien, Theorien, die ja in Teilstücken auch noch in der Quantentheorie enthalten sind. Die anschaulichen Modellvorstellungen, die den klassischen Theorien bzw. Theoriestücken zugrundeliegen, setzen aber gerade die verletzten metatheoretischen Prinzipien voraus. So geht das in Raum und Zeit anschauliche Bild der Vorgänge, die „Möglichkeit, uns ein zusammenhängendes Bild der Vorgänge zu machen, in das diese Prinzipien [der Quantentheorie] sich einfügen lassen“[6, S. 156f.] verloren.

- Die Bedingung der Quasiperiodizität ist für Modelle komplizierterer Atome häufig nicht erfüllt, und der Adiabatensatz gilt nicht mehr. Bohr postulierte in diesen Fällen die adiabatische Invarianz der Wirkungsvariablen und also der Quantenzahlen unabhängig. Das heißt nun aber, dass die klassische Mechanik nicht einmal mehr für beliebig langsame Änderungen der Systemparameter, z.B. das Einschalten äußerer Felder, gilt. Eben diese Vorgänge spielen aber eine wichtige Rolle bei der Frage, wie eine konsistente Verwendung klassischer Begriffe in der Quantentheorie möglich ist. Das wird der Abschnitt 3.4.1 zeigen.

- Empirische Anomalien, z.B. bei H_2^+ und He, die beide zum Gültigkeitsbereich der Theorie hätten gehören sollen.

- Die Übergangswahrscheinlichkeiten sind nur ungefähr bestimmt durch die numerische Anschlussbedingung an die klassische Theorie. — Das ist eher eine Unvollkommenheit als eine Inkonsistenz zu nennen.

Als wichtigste Konsistenzbedingung sieht Bohr die Möglichkeit, klassische Begriffe widerspruchsfrei in der definitiv nichtklassischen Quantentheorie zu verwenden. Er schreibt in [6, S. 117]:

> Beim jetzigen Standpunkt der Physik muss jedoch jede Naturbeschreibung auf eine Anwendung der in der klassischen Theorie eingeführten und definierten Begriffe gegründet werden. Es erhebt sich deshalb die Frage nach der Möglichkeit, die Prinzipien der Quantentheorie in einer solchen Form darzustellen, dass diese Anwendung als widerspruchsfrei erscheint.

Bohrs Kriterien für die Anwendbarkeit von Begriffen stelle ich im nächsten Abschnitt dar.

3.4 Die Begriffe der älteren Quantentheorie

3.4.1 Übernahme klassischer Begriffe

Bohr verpflanzte klassische Begriffe nicht unüberlegt in fremde Anwendungsgebiete. Vielmehr verwendete er große Sorgfalt darauf, die Anwendbarkeit von Begriffen zu rechtfertigen oder zu kritisieren und die Gültigkeitsbereiche der klassischen und der Quantentheorie gegeneinander abzugrenzen.

Was die Bedeutung der klassischen Begriffe betrifft, so betonte Bohr zunächst, dass sie in der klassischen Theorie definiert seien. Und solange die Anwendungsbedingungen der klassischen Theorie annähernd gelten, nämlich in den stationären Zuständen, ist davon auszugehen, dass die definierenden klassischen Ausdrücke ihren üblichen Sinn behalten. Damit ist die wenigstens näherungsweise Gültigkeit der klassischen Theorie eine plausible Voraussetzung für die Anwendbarkeit klassischer Begriffe. Diese Voraussetzung lässt sich in zwei Bedingungen aufspalten, wie ich an zwei Beispielen, in denen Bohr das Argument gebraucht, verdeutlichen will.

Die erste Bedingung stellt sicher, dass bei der Abtrennung von Σ_{stat} von der klassischen Theorie nicht einfach ein beliebiger Bruchteil von Σ_{klass} in einen fremden Kontext (Anwendungsbereich) verpflanzt wird, vielmehr sind auch die Gültigkeitsbedingungen zu berücksichtigen. D.h., dass von Σ_{stat} nicht erwartet wird, dass es mit größerer Genauigkeit gilt, als es gelten würde, wenn Σ_{klass} streng richtig wäre, wenn also das System gemäß der klassischen Theorie strahlen würde. Bohr sah in dieser Forderung eine Bedingung für die Möglichkeit überhaupt klassische Begriffe im atomaren Bereich anzuwenden:

> Wenn es trotzdem möglich gewesen ist, bei der Beschreibung der Bewegung in den stationären Zuständen in großem Umfang von der klassischen Theorie geholte Begriffe zu benutzen, so liegt dies vor allem darin, daß bei den gewöhnlich betrachteten Atomsystemen diejenige Änderung in der Bewegung der Teilchen, die nach dieser Theorie in direktem Zusammenhang mit der Aussendung der Strahlung stehen würde, in jedem Augenblick nur klein ist im Vergleich zu der Bewegungsänderung, die von den zwischen den Teilchen wirkenden elektromagnetischen Kräften herrührt; [6, S. 118 f.]

Die zweite Bedingung stellt sicher, dass die relative Häufigkeit von Quantensprüngen während einer klassischen Periode des stationären Zustandes sehr viel kleiner als eins ist. Bohr führt diese Bedingung ein im Zusammenhang einer Diskussion prinzipieller Gültigkeitsgrenzen der Quantentheorie. Als Beispiel dafür, dass die klassische Theorie nicht auf die Quantentheorie reduzierbar ist, sondern vielmehr ihren eigenen, genuin klassischen Anwendungsbereich hat, nennt er „die Aussendung von elektromagnetischen Wellen in der drahtlosen Telegraphie“[6, S. 156]. Das Argument dafür ist das folgende:

> Dies [das Versagen der Postulate der Quantentheorie] hängt damit zusammen, daß wir es mit Systemen zu tun haben, wo die Ausstrahlung nach der klassischen Theorie berechnet, so groß ist, daß die während einer einzigen Periode ausgesandte Energie einer großen Anzahl von elementaren Strahlungsprozessen der Art, wie wir ihnen bei den typischen Anwendungen der Quantentheorie auf Atomprobleme begegnen, entsprechen würde. Eine unmittelbare Folge davon ist, daß die Formulierung der Postulate der Quantentheorie, die unter Berücksichtigung der Anwendungen auf die letztgenannten Probleme aufgestellt wurden, in dem hier betrachteten Fall, wie erwähnt, ihren Sinn verliert, und daß im besonderen der Gebrauch der Begriffe der klassi-

> schen Theorie bei der Verwertung dieser Postulate jede Grundlage vermißt.[6, S. 156]

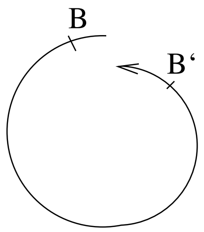

Abbildung 3.2: Veranschaulichung von Bohrs erster Bedingung für die Anwendbarkeit klassischer Begriffe. Die Bahnabschnitte bei B und B’ dürfen sich nur wenig unterscheiden.

Während die erste Bedingung ausschließt, dass der vernachlässigte Teil der klassischen Theorie für die Festlegung der stationären Zustände eine nennenswerte Rolle spielt (s. Bild 3.3), sichert also die zweite Bedingung dasselbe für den nichtklassischen Teil, indem sie fordert, dass quantentheoretische Übergänge sich auf einer anderen Zeitskala als die stationären Zustände abspielen und deshalb bei bei der Festlegung von Begriffen im Rahmen der stationären Zustände vernachlässigt werden können (s. Bild 3.3). Beide zusammen lassen sich verstehen als Konsequenz einer funktionalen Auffassung von Begriffen, wie sie bei Frege oder im strukturalistischen Theorienverständnis zu finden ist. Wenn der Sinn eines Begriffes in einer Zuordnungsvorschrift zwischen „Gegenständen“ im weitesten Sinne besteht, dann ist die Bedingung, dass alle Relationen zwischen diesen Gegenständen nach wie vor in guter Näherung von derselben Theorie beschrieben werden, eine hinreichende Bedingung dafür, dass man Begriffe mit in eben dieser Näherung gleichem Sinn weiterverwenden kann. Damit ist natürlich noch wenig über die Nähe von Bohrs Auffassung physikalischer Begriffe zur genannten philosophischen Konzeption behauptet. Gemeinsam ist aber sicher eben das Verständnis von physikalischen Begriffen als Teilbeziehungen eines übergeordneten Beziehungsgeflechts (der Theorie).

Wissenschaftstheoretisch bemerkenswert ist an dem zweiten der gerade besprochenen Beispiele noch, dass hier Überlegungen über die Gültigkeits-

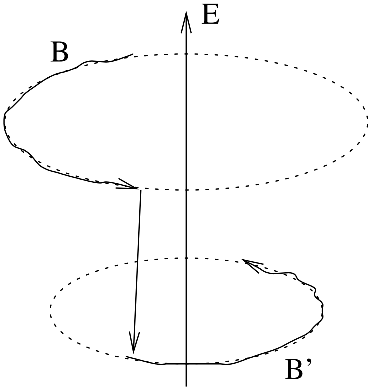

Abbildung 3.3: Bohrs zweite Bedingung: Quantensprünge müssen während einer Periode sehr unwahrscheinlich sein.

grenzen einer Theorie angestellt werden, ohne dass eine umfassendere Theorie, die Erfolg und Misserfolg ihrer Vorgängerin erklären könnte, verfügbar wäre. Bohr erreicht das durch eine Verknüpfung von Theoriegeltung und Brauchbarkeit von Begriffen:

1. Die Gültigkeit einer Theorie setzt die Anwendbarkeit der Begriffe, in denen sie formuliert ist, voraus.

2. Begriffe sind nur anwendbar, wenn die zugehörige Theorie gilt.

Wenn in den beiden vorigen Sätzen je von derselben Theorie die Rede ist, entsteht ein Zirkel, der eine brauchbare Abschätzung von Gültigkeitsgrenzen allein nach diesem Kriterium verhindert. Das Kriterium ist dann nicht zirkulär, wenn, wie das in der älteren Quantentheorie der Fall ist, die beiden Theorien nicht gleich sind, also in der Theorie, um die es in 1 geht (hier der Quantentheorie) in einer anderen Theorie (hier der klassischen Theorie) beheimatete Begriffe benutzt werden. Der ganze Gedanke erinnert an Heisenbergs abgeschlossene Theorien. Das Kriterium der Abgeschlossenheit besteht hier in der Äquivalenz der Geltung einer Theorie und der Anwendbarkeit ihrer Grundbegriffe. Wäre oben in den Implikationen 1. und 2. jeweils dieselbe Theorie gemeint, so würden sie zusammen gerade die genannte Äquivalenz fordern. Das zeigt, dass es zumindest bei Heisenberg noch von 1. und 2. unabhängige Kriterien für Theoriegeltung bzw. Begriffsanwendbarkeit geben muss, wenn der Begriff der Abgeschlossenheit nicht tautologisch werden soll (wofür ich in Abschn. 2.2.2 argumentiert habe).Ein möglicher Ausweg wäre es also, ganz analog zur Situation in der älteren Quantentheorie, einen Teil der Theorie als den die Grundbegriffe festlegenden Kern auszuzeichnen und dessen Gültigkeit dann als Bedingung für die Anwendbarkeit der Begriffe zu nehmen, oder die Bedeutung der Grundbegriffe mit Rückgriff auf eine andere Theorie zu bestimmen. Die ältere Quantentheorie ist nun sicher keine abgeschlossene Theorie und was ihr dazu fehlt ist überraschenderweise *nicht* die scharfe Fixierung ihrer Grundbegriffe, weil diese ja einfach aus der klassischen Mechanik übernommen werden. Gegen ihre Geschlossenheit sprechen erstens, dass die klassische Mechanik nicht allgemein ein Grenzfall der älteren Quantentheorie ist, die Theorie also weniger weit gilt als ihre Begriffe, und zweitens, dass die durch die borschen Postulate überbrückte Bruchstelle innerhalb der Theorie genug Freiheit zu ihrer Anpassung bietet, ohne ihre Grundbegriffe zu verändern, wie spätere Versuche mit geänderten Quantenregeln zeigen (etwa [34]).

3.4.2 Der Energiebegriff

Problematisch an den im vorigen Abschnitt besprochenen Gültigkeitskriterien ist, dass sie die Anwendung der klassischen Begriffe auf die Beschreibung des Übergangs zwischen zwei stationären Zuständen verbieten und so die Frage aufwerfen, wie trotzdem *eine* Theorie beider Bereiche zustandekommen kann. Dieses Problem betrifft alle Begriffe, die in den Strahlungsübergänge betreffenden Gesetzmäßigkeiten (2. Quantenpostulat und Korrespondenzprinzip) vorkommen, insbesondere also auch den im zweiten Quantenpostulat auftauchenden Energiebegriff. Bohr führt die Energie zunächst ganz im Sinne des vorigen Abschnitts ein:

> E ist eine Funktion der p und q, welche als die Totalenergie des Systems bezeichnet werden kann, und die nach der klassischen Theorie mit großer Annäherung durch die gegenseitigen Stellungen und Geschwindigkeiten der Teilchen definiert ist. [6, S. 119]

Die genannte Schwierigkeit formuliert Bohr etwas später so:

> In § 1, wo die Energie formal eingeführt wurde, war prinzipiell von Energieänderungen keine Rede, und wir hatten noch keinen

> Grund, im voraus zu erwarten, daß die für physikalische Anwendungen maßgebenden Energieunterschiede der verschiedenen stationären Zustände einfach durch die Energiefunktion der klassischen Theorie mit der geforderten Annäherung berechnet werden können. [6, S. 133]

Es ist das Adiabatenprinzip, das es nun ermöglicht, nicht nur die Energie eines, sondern auch die Energiedifferenz zweier stationärer Zustände klassisch zu berechnen. Durch geschickte, ausreichend langsame – eben adiabatische – Variation der Kräfte im Atom ist es möglich, einen stationären Zustand in einen beliebigen anderen zu überführen, ohne dabei den Gültigkeitsbereich der klassischen Mechanik und also der Energiedefinition zu verlassen. Damit ist nun die Maßgeblichkeit der klassischen Energiedifferenz auch für Quantensprünge nur dann gezeigt, wenn klar ist, dass in beiden Theorieteilen von derselben Größe „Energie“ die Rede ist. Die widerlegte Position ist also nicht:

> *Die Energiedifferenz, die im zweiten Quantenpostulat auftaucht, hat möglicherweise gar nichts zu tun mit dem, was wir klassisch ‘Energie’ nennen,*

sondern vielmehr:

> *Möglicherweise ist die klassische Definition der Energiedifferenz als die Arbeit $\int dW$, die an dem System verrichtet wird, um es von einem in einen anderen Zustand zu bringen, unbrauchbar, weil während des nichtklassischen Übergangsprozesses eine ganz unbekannte nichtklassische Dynamik gilt.*

Letzteres ist unter der Voraussetzung, dass ein perpetuum mobile 1. Art unzulässig ist, ausgeschlossen, denn, wenn der nichtklassische Übergang eine andere als die klassische Energiedifferenz freisetzen bzw. benötigen würde, dann wäre es möglich, den Quantensprung mittels einer adiabatischen Transformation in die Gegenrichtung zu einem Kreisprozess zu ergänzen, der netto Energie abwürfe (siehe Bild 3.4).

Dafür, dass diese Deutung der bohrschen Überlegung richtig ist, spricht ihre Übereinstimmung mit Paulis Wiedergabe des Arguments (bzw. einer leicht modifizierten Version, die nicht zwei bestimmte Zustände des Systems ineinander überführt, sondern das ganze System in eines, in dem sämtliche Energienieveaus beliebig dicht beieinander liegen). In seinem Handbuchartikel [67, S. 37] schreibt Pauli:

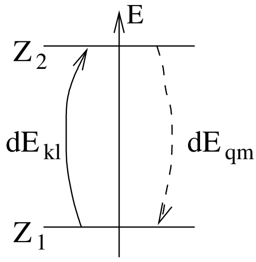

Abbildung 3.4: Kreisprozess zwischen den Zuständen Z_1 und Z_2 mit einem adiabatischen Übergang (durchgezogen) und einem Quantensprung (gestrichelt)

> Eine weitere physikalische Anwendung des Adiabatenprinzips, auf die von Bohr besonders aufmerksam gemacht wurde, betrifft die klassische Berechenbarkeit der Energiewerte der stationären Zustände von Periodizitätssystemen. Diese wäre nämlich noch keine logisch notwendige Folge aus der Berechenbarkeit der Bewegung der Teilchen in den stationären Zuständen, wenn die Energiewerte verschiedener Quantenzustände eines Systems nicht auf einem klassisch–mechanischen Weg miteinander verglichen werden könnten. Ein solcher Vergleich ist indessen möglich, wenn man das betreffende System adiabatisch in ein solches überführt, bei dem die Energiewerte in den verschiedenen Quantenzuständen sich nur unendlich wenig voneinander unterscheiden. Dabei ist die zu leistende bzw. vom System geleistete Arbeit mit den verschiedenen Quantenzuständen des ursprünglich gegebenen Systems als Anfangszuständen gemäß der Mechanik zu berechnen.

Darrigol [16] versucht dagegen eine Verbindung dieses Gedankengangs mit Bohrs späteren sprachphilosophischen Äußerungen herzustellen. Sein Argument hierfür ist, dass Bohr in beiden Zusammenhängen eine Analogie zu mehrdeutigen Umkehrfunktionen, wie dem Logarithmus oder der Wurzel, sieht. Er vergleicht einerseits in einem Manuskript die verschiedenen stationären Zustände eines Quantensystems mit den Werten einer Funktion auf verschiedenen Riemannschen Blättern. Andererseits illustriert er in seinem letzten Interview mit Kuhn seinen Begriff der Komplementarität etwas kryptisch anhand einer ähnlichen Funktion. Klar ist daran zunächst nur, dass es Bohr darum geht, zu beschreiben, wie sich im Zuge einer kontinuierlichen Argumentationskette oder überhaupt einer zusammenhängenden Folge sprachlicher Äußerungen die Bedeutung der gebrauchten Wörter verschiebt:

> It was especially made for the question of the free will, where you have to go round and where you do no[t] speak about the same thing, unless you move back again. [...] you certainly are treating things in an orderly manner, but you gradually get over into some other meaning of the words. [AHQP]

Darrigols Meinung ist nun, dass das oben besprochenen Argument für die Brauchbarkeit der klassischen Energiedefinition „might seem obscure if not related to Bohr's early reflections on the innner working of language and thought" [16, S. 133]. Tatsächlich scheint mir aber gerade eine solche Verbindung etwas obskur. Der Übergang zwischen zwei verschiedenen stationären Zuständen müsste dann verbunden sein mit einer Bedeutungsänderung von Wörtern, speziell wohl des Energiebegriffs. Das macht keinen Sinn. Der fragliche Übergang ist schwerlich einer zwischen verschiedenen Bedeutungen des Energiebegriffs, sondern vielmehr einer zwischen verschiedenen Elementen der Extension des Energiebegriffs und für diesen generell Kontinuität zu fordern ist wenig plausibel, schon weil das andere Begriffe mit diskreter Extension ausschlösse. Was sollte z.B. unter einem kontinuierlichen Übergang zwischen einem Exemplar des Begriffs „Elektron" und einem anderen zu verstehen sein? Damit ist natürlich nicht gesagt, dass die der Interviewäußerung zugrundeliegenden Überlegungen nicht schon in Bohrs früher Arbeit ein Rolle spielten. Nur scheint mir hier dasselbe Bild der komplexen Funktion dann in wenigstens zwei recht verschiedenen Analogien vorzukommen.

3.4.3 Fourierkomponenten und Übergangswahrscheinlichkeiten

Neben der eben besprochenen Energie sind es die Fourierkomponenten der klassischen Bewegung und die elektromagnetischen Größen des emittierten oder absorbierten Lichtes, die in die drastisch nicht–klassischen Gesetze der Quantensprünge eingehen. Die Fourierkomponenten der stationären Elektronenbewegung und die Charakteristika der Linienstrahlung (Intensität, Polarisation, Frequenz) sind die unmittelbar vom Korrespondenzprinzip betroffenen Größen; sie sind die Relate der Korrespondenzrelation. Wenigstens bis 1924 bleibt die Bedeutung ersterer nahezu unberührt von der Tatsache, dass sie in dieser Relation stehen. Die durch diese Fourierkomponenten charakterisierte stationäre Bewegung bleibt fest auf dem Boden der klassischen Mechanik. Nur die Verbindung dieser Bewegung zur Strahlung und auch die Begriffe der Elektrodynamik werden geändert und zwar wie erwähnt dahingehend, dass die neue Ersatz–Elektrodynamik nicht mehr von den jedem Atom in einem stationären Zustand eindeutig zugeordneten Strahlungsgrößen handelt, sondern nur noch von relativen Häufigkeiten verschiedener Strahlungsvorgänge in einem Atomensemble.

In der Krisenzeit 1923-25 wendet sich dann aber die „semantische Stoßrichtung“ des Korrespondenzprinzips allmählich gegen die mechanische Basis des Atommodells. Diese Entwicklung kulminiert in Heisenbergs „Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen“[35]. Es ist dort nicht mehr so, dass die Fourierkomponenten einer wohldefinierten Bewegung in eine neue, der alten in gewisser Weise analoge Beziehung zur Strahlung treten. Vielmehr wird in einer gewissen Weise von den Parametern der Strahlung auf eine „Elektronenbewegung“ geschlossen. Und zwar so, dass die Art dieses Schlusses derjenigen analog ist, in der man nach der klassischen Physik von der Strahlung auf die hervorrufende Bewegung schließen würde (nämlich durch Zusammensetzung der Frequenzen und Amplituden in einer Fourierreihe). Die analoge Übertragung des Multiplikationsgesetzes für Fourierreihen auf die neue Bahngröße führt dann auf die bekannten Matrixmultiplikationsgesetze, die der neuen Quantenmechanik zugrundeliegen. Hier wird nun auch der Zusammenhang zwischen der 2. und 3. der eingangs genannten Bedeutungen von „Korrespondenz“ deutlich: Es ist eine Korrespondenzrelation im Sinn von 3., die die Strahlungsübergänge mit den neuen Matrixgrößen, den späteren Operatoren im Heisenbergbild, verbindet; und es ist eine typische Korrespondenzüberlegung, die die Art dieser Verbindung der klassischen analog setzt. Diese Verhältnisse veranschaulicht Bild 3.5. Ausgefüllte Pfeile symbolisieren die Relationen zwischen Atom und Strahlung, der offene Pfeil die Analogie zwischen diesen Relationen. Die einfachen Linien ordnen den Modellgrößen eine zugrundeliegende Modellvorstellung zu.

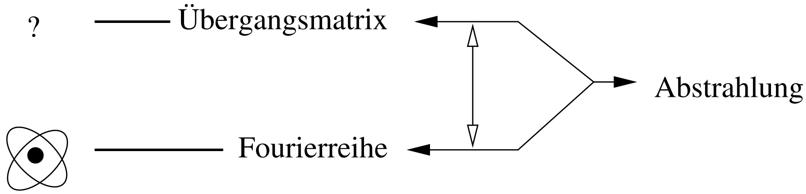

Abbildung 3.5: Korrespondenz beim Übergang zur Quantenmechanik

3.5 Schlüsse für die Semantik der Quantentheorie

Nach dieser Analyse der Struktur der älteren Quantentheorie lässt sich schon etwas über die Semantik quantentheoretischer Begriffe festhalten. Insbesondere sind dabei die Funktionen des Korrespondenzprinzips in seinen verschiedenen Bedeutungen von Interesse.

Wie schon in Abschnitt 3.1.3 erwähnt, erben die quantentheoretischen Begriffe zunächst ihre Bedeutung einfach dadurch von ihren klassischen Vorfahren, dass ein großes Bruchstück der klassischen Physik in die Quantentheorie eingebaut wird. D.h., dass die Definitionen vieler Begriffe einfach übernommen werden: Die Zuordnungsvorschrift, die einem bestimmten Modell M_{stat} z.B. das elektrische Dipolmoment $d \in M_{stat}$ zuordnet, ist nahezu die gleiche wie die entsprechende Vorschrift für M_{km}, nämlich[9]

$$q_{kl}(\dots) \equiv \iota d \,|\Sigma_{km}(J_i,\dots) \wedge d \in \delta \wedge \left(d(t) = \sum_{j \in \mathcal{T}} q_j \vec{x}_j(t) \right) \tag{3.36}$$

mit $\delta \equiv \mathrm{Pow}(\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R})$ und der Menge der Teilchen $\mathcal{T}$ im klassischen Fall und

$$q_{qt}(\dots) \equiv \iota d \,|\Sigma_{stat}(J_i,\dots) \wedge d \in \delta \wedge \left(d(t) = \sum_{j \in \mathcal{T}} q_j \vec{x}_j(t) \right) \tag{3.37}$$

im quantentheoretischen. Wegen $\mathcal{M}_{stat} \subset \mathcal{M}_{kl}$ ist $q_{kl}|_{\mathcal{M}_{stat}} = q_{qt}$. Zwischen den Klassen der vollen Theorien Σ_{qt} und Σ_{klass} besteht natürlich kein so einfacher Zusammenhang und man muss auf obige Beziehung zwischen den

[9]Siehe Abschnitt 2.1.4, (2.7)

Teilmodellen zurückgreifen und M_{qt} als $\langle M_{stat}, \mathrm{Rest}\rangle$ schreiben – wobei unter M_{stat} der Zustand zu verstehen ist, in dem sich das Atom (oder die Atome im betrachteten Ensemble) gerade befindet, und nicht die unendlich vielen anderen Zustände, die auch noch Teil von M_{qt} sind.

Ob diese Rekonstruktion eine befriedigende Erklärung der Bedeutung bzw. Bedeutungsübertragung zwischen Theorien liefert, hängt zumindest noch von zwei Voraussetzungen ab:

Erstens ist die Extension, die in Ausdrücken wie (3.37) einem Begriff zugeordnet wird, zunächst einmal nur eine mathematische Struktur und als solche einer weiteren Interpretation bedürftig, die etwa darin bestehen kann, eine Teilstruktur, den „Kern“, von außen („gleichsam wie durch einen Fingerzeig Gottes“ (Scheibe [80, S. 55]) festzulegen. Von eben derselben Art sind die „Referenzhypothesen“, auf die Falkenburg in [24] am Beispiel von Newtons Massedefinition als einen Aspekt der Bedeutung physikalischer Begriffe aufmerksam macht. Auch Bohr legt in [6, S.118] zunächst einen solchen Kern, auf den sich dann die folgenden Quantenpostulate beziehen, fest, wenn er schreibt:

> Wir beginnen damit, ein abgeschlossenes Atomsystem zu betrachten, worunter wir ein System von elektrisch geladenen Teilchen verstehen wollen, die sich unter dem Einfluß der gegenseitigen Kräfte in solcher Weise bewegen, daß die Abstände der Teilchen stets unter gewissen bestimmten Grenzen bleiben.

Zweitens: Die q in (3.37) und (3.36) sollen als die Terme, die die Zuordnung zwischen einem Modell und einer Teilstruktur in diesem Modell leisten, die Intension des Begriffs darstellen. Das ist nur dann plausibel, wenn man zu diesen Termen nicht nur das durch sie bezeichnete mengentheoretische Konstrukt rechnet (das wäre der Graph der Zuordnung) sondern im Anschluss an Freges Definition von Sinn auch die Art des Gegebenseins dieser Zuordnung, also den Definitionsausdruck auf den rechten Seiten von (3.37) und (3.36)[10]. Ein Fall, der sich gut durch diese Integration der Definition erklären lässt, ist Paulis Unterscheidung zwischen kinematischem und dynamischem Drehimpulsbegriff. Ersterer ist als Funktion der Teilchenbahnen definiert, letzterer als Teilnehmer an einer dynamischen Wechselwirkung mit einem klassischen Ding wie etwa dem äußeren Magnetfeld im Einstein–de–Haas–Effekt.

[10] Genau das vernachlässigt Bartels in seiner Definition der begrifflichen Einbettung in [2]. Eine treffende Kritik dieser Beschränkung des Strukturalismus auf Modelle, verstanden ausschließlich als Mengensysteme, gibt auch Scheibe [80, S. 46].

Nach diesen Bemerkungen ist nun das Korrespondenzprinzip in eine derartige Rekonstruktion einer Semantik einzuordnen. Demnach spielt das Korrespondenzprinzip, was die Bestimmung der modelltheoretischen Bedeutung betrifft, nur bei Begriffen wie dem der im Mittel[11] ausgesandten Strahlung eine Rolle, weil solche Begriffe nicht im Rahmen von Teilmodellen, die im Verhältnis der Spezialisierung zueinander stehen, definiert werden können und darüberhinaus die Definition relativ zu den beiden verschiedenen Strukturarten je eine andere wäre (d.h., die jeweils letzten Faktoren in (3.36) und (3.37) wären verschieden). Das ist allerdings nur unter den im vorigen Absatz gemachten Annahmen so, die gar nicht selbstverständlich sind, insbesondere, wenn man dem Aufbau des ganzen Modells auf den ausgezeichneten Kern nicht vertraut und lieber auf eine operationale, auf den tatsächlichen Messgrößen aufbauende Begriffsstruktur setzt. Das ist es ja, was in der in Abschnitt 3.4.3 beschriebenen Wende zu Heisenbergs „Umdeutung“ geschieht.

Unabhängig davon, welches „Ende“ des Modells als interpretiert vorausgesetzt wird, ist das Korrespondenzprinzip entscheidend für die Bedeutung derjenigen Größen, die nur über das Korrespondenzprinzip mit den jeweils bekannten Größen verbunden sind. Hier kann das Korrespondenzprinzip verstanden werden als eine vorläufige, noch unscharfe Formulierung der beiden genannten Weisen, in denen man oben den Term q als Bedeutung des Begriffs des elektrischen Dipolmoments aufzufassen hatte. Nämlich erstens als Mengensystem, bzw. als Abbildung zwischen solchen (Kriterium für Bedeutungsgleichheit wäre hier eine topologische Nähe zwischen zwei solchen Strukturen etwa im Sinn von Bartels) und zweitens als Strukturart bzw. Abbildungsvorschrift (Gleichheitskriterium ist die Gleichheit, bis auf Spezialisierung der Rahmenstruktur, der q definierenden Prädikate). Ersteres, die numerische Ähnlichkeit, entspricht der ersten der eingangs genannten Auffassungen des Korrespondenzprinzips, letzteres findet sich in der Forderung einer gleichen Aussageform α_{kop} für die Anbindung an die Strahlungstheorie, wie am Ende von Abschnitt 3.1.3 ausgeführt. Welche Teile der Struktur aber in welcher Näherungsbeziehung stehen und welche logischen Merkmale durch die Wahl einer gleichen logischen Form entsprechender Gesetze gleich bleiben ist damit noch nicht erklärt.

Gälte eine derartige Strukurähnlichkeit global, hieße das, dass jede quantentheoretische Größe im bekannten Limes großer Quantenzahlen in eine entsprechende klassische Größe übergeht. Das ist nun allerdings nicht der

[11] Der Begriff *der* Abstrahlung *eines* Atoms ist in Σ_{qt} gar nicht zu definieren.

Fall. Einige quantentheoretische Größen, wie z.B. der Spin haben in diesem Grenzübergang keine klassische Entsprechung. Im Sinn von Korrespondenz–3 hat der Spin dagegen sehr wohl eine korrespondierende Größe, nämlich über die auf ihn zurückzuführende Präzession der Bahn und die dieser Präzession entsprechende Fourierkomponente im Dipolmoment die zugehörigen Linien.

3.6 Korrespondenz bei anderen Theorieübergängen

Eine volle Entsprechung des Korrespondenzprinzips auch bei anderen Theorieübergängen ist schon wegen der einzigartigen Tiefe des Bruchs zwischen Quantentheorie und klassischer Physik nicht zu erwarten. Als diesem Bruch durchaus vergleichbar, was die Notwendigkeit einer Umdeutung grundlegender Begriffe betrifft, sahen aber sowohl Bohr als auch Heisenberg speziell den Übergang zwischen newtonscher und relativistischer Mechanik. Eine Ähnlichkeit ist darüberhinaus zu finden in den Analogieargumenten, mit denen die sinngemäße Erweiterung newtonscher Begriffe im relativistischen Bereich gerechtfertigt wurde. Die Ähnlichkeit besteht darin, dass in beiden Fällen die Form eines gesetzmäßigen Zusammenhangs als in neuer und alter Theorie gleichbleibend angenommen wird. So betrachtete z.B. Einstein in [19] die Beschleunigung eines geladenen Teilchens unter dem Einfluss eines elektromagnetischen Feldes aus zwei gegeneinander bewegten Bezugssystemen und forderte dann, dass der Zusammenhang zwische Bahn, Masse und Kraft immer die newtonsche Form $F = m\ddot{x}$ haben solle. Daraus folgt bei bekanntem Transformationsverhalten von Ort, Zeit und Kraft ein Ausdruck für die Masse. Aber: Die genaue Beziehung zwischen allen beobachtbaren Größen des Phänomens ist hier aus den Grundpostulaten (Relativität und Konstanz der Lichtgeschwindigkeit) und der operationalen Definition der kinematischen Grundbegriffe ableitbar. Es geht also nicht um die schrittweise Erschließung zunächst unscharfer neuer Begriffe und deren unbekannten Zusammenhänge sondern um eine möglichst weit an den klassischen Fall anschließende Benennung klar bekannter Strukturen.

Kapitel 4

‘Spin’ in der älteren Quantentheorie

Bevor ich die Entwicklung des Spinbegriffs in der alten Quantentheorie im einzelnen darstelle, beschreibe ich kurz das abstrakte Schema der induktionsgeleiteten Anpassung der Theorie an die Erfahrung, dem diese Entwicklung folgt[1].

[1]Darauf, dass eine Kombination aus induktivem und deduktivem Vorgehen (*analysis* und *synthesis* in der traditionellen Terminologie) in der Entwicklung älteren Quantentheorie eine bedeutende Rolle spielen, weist Falkenburg in [25] hin. Dieser Aspekt einer auch induktiven Methodologie findet sich in der übrigen wissenschaftstheoretischen Literatur kaum. Gelegentlich wird er sogar explizit geleugnet. Etwa von Lakatos, der in [50] schreibt: „Da die Balmer- und Paschen–Serien schon vor 1913 bekannt waren, stellen einige Historiker diese Story als ein Beispiel Baconschen ‘induktiven Aufstiegs’ dar [...] Aber der Fortschritt der Wissenschaft wärre ohne die lobenswerten Versuche und Irrtümer des erfinderischen Schweizer Schullehrers kaum verzögert worden: die spekulative Hauptlinie der Wissenschaft, vorwärtsgetrieben von den kühnen Gedanken Plancks, Rutherfords, Einsteins und Bohrs, hätte Balmers Ergenbisse auch ohne seine sogenannte ‘Pionier–Arbeit’ rein deduktiv und als Prüfungssätze ihrer Theorien gezeitigt.“(S. 143) – Das ist für dieses Beispiel (Bohrs 1913er Arbeiten) sogar noch einigermaßen plausibel, wenn man nur die Spektroskopie als experimentelle Grundlage des bohrschen Atommodels berücksichtigt, nicht plausibel ist es jedoch für die hier behandelte Episode, noch auch für Plancks Entdeckung des Wirkungsquantums, die er ohne Bekanntschaft mit den experimentellen Gesetzmäßigkeiten der Schwarzkörperstrahlung kaum gemacht haben dürfte.

4.1 Induktionsschema

Im Anschluss an die semantische Theorienauffassung (etwa v. Frassens „semantische Modelle“ [27]) soll zunächst ein Datenmodell (die empirische Substruktur) und dann dessen sukzessive Einbettung in umfassendere Theorien skizziert werden. Der Einfachheit halber beschränke ich mich im folgenden auf den Fall eines chemischen Elements.

a) Die empirische Substruktur besteht aus dem gemessenen Spektrum S, das aus diskreten Linien L_i zusammengesetzt ist:

$$S_f = \{L_i^f\}, \tag{4.1}$$

Der Index f steht hier für äußere Parameter/Felder, von denen das Spektrum noch abhängen kann, $i \in \mathbb{N}$ zählt die Linien.

Jeder Linie ist eine Frequenz $\nu : S \to \mathbb{Q}^+$ und eine Intensität $I : S \to \mathbb{Q}^+$ zugeordnet. Die Polarisation der Linie ist $p : S \times O \to V$, wobei V z.B der Stokesvektor und O die Orientierung relativ zu einer ausgezeichneten Richtung ist, z.B. $\{\perp, \|\}$ für senkrecht, bzw. waagerecht zu einem äußeren Feld

b) Das Datenmodell a) wird eingebettet in ein phänomenologisches Modell. Dadurch werden zahlreiche Elemente der Datenebene (Linien) auf wenige dieser Ebene (Terme, T) zurückgeführt. Schon diese phänomenologische Minimaltheorie führt zur Vorhersage neuer Linien und war – neben der Theorie der im Experiment verwendeten Geräte natürlich – das fast ausschließliche Handwerkszeug der praktischen Spektroskopiker zu Anfang des Jahrhunderts. Zur bequemen Beschreibung indizieren wir die Linien L_i mit je 2 Tupeln ganzer Zahlen, j und k, den sog. Quantenzahlen: $(L_{j,k})$. Dann lautet eine rudimentäre Axiomatik der phänomenologischen Quantentheorie (PQT):

   - Eine phänomenologische Quantentheorie besteht aus einem konstanten Teil, der Rumpfquantentheorie RQT und einer oder mehreren phänomenologischen Regeln (PR), die den zu untersuchenden Daten angepasst werden:

$$PQT = RQT \wedge PR, \tag{4.2}$$

– Dabei besteht die *RQT* as dem Rydberg-Ritz'schen Prinzip und einer Auswahlstruktur:

$$RQT = RR \wedge AS, \tag{4.3}$$

– Nach dem Rydberg-Ritz'sche Prinzip (auch Kombinationsprinzip), *RR*, sind sämtliche Linien als Differenz zweier Terme darstellbar und alle diese Differenzen sind Kandidaten für neue Linien:

$$\nu(L_{j,k}) = T_j - T_k \tag{4.4}$$

– *AS* definiert eine Auswahlstruktur. Sie schränkt in einer qualitativen Version die gemäß *RR* zulässigen Termkombinationen wieder ein und bestimmt in der quantitativen Version die Stärke (Intensität) der Linien:

$$A : (j,k) \mapsto I, \tag{4.5}$$

I ist dabei die Intensität, eine analoge Struktur bestimmt die Polarisation. Damit werden Linien festgelegt: $I(L_{j,k}) = A(j,k)$

– Eine phänomenologische Regel (*PR*) ist z.B. die Rungesche Regel der Termaufspaltung im B–Feld, wobei

$$T_x^{B=0} \mapsto T_{(x,y)}^{B=B_0} \tag{4.6}$$

und *y* die neuen Terme zählt:

$$T_{(x,y)}^{B=B_0} - T_x^{B=0} = \frac{m_y}{n} C(B_0) \quad \forall y, n, m_y \in \mathbb{N} \tag{4.7}$$

oder eine Kombination von Regeln.

Änderungen nur auf dieser Ebene b) werden von den Akteuren auch „formal"[2] genannt, weil sie noch nicht mit einem physikalischen Modell verknüpft sind.

[2]Das Adjektiv „formal" wird auch noch in einer etwas anderen Bedeutung gebraucht, nämlich etwa im Sinn von „syntaktisch": Formal ist ein Argument oder Beweisschritt, der rein den Regeln der Symbolmanipulation genügt, ohne dass klar ist, was ein solcher Schritt eigentlich bedeutet. Nimmt man an, dass Terme der Ebene b) ihre Bedeutung erst durch die Einbettung in ein physikalisches Modell (Ebene c)) erhalten, sind die beiden Varianten von „formal" gleichbedeutend.

c) Auf dieser Ebene wird b) in ein physikalisches Modell eingebettet: Sei $M = \{Z_i\}$ eine Menge von Modellen der Newtonschen Partikelmechanik kombiniert mit Elektrostatik und Quantenpostulat, gelte also $\Sigma_{stat}(Z_i)$ (siehe Abschnitt 3.1.3). Sei weiter i wieder ein Tupel von Quantenzahlen, die die Bahn des äußersten Elektrons von Z festlegen, $E(Z)$ sei dessen Energie. Sei $z : i \mapsto Z_i$ bijektiv. Dann bestimmt das Korrespondenzprinzip in Verbindung mit der klassischen Elektrodynamik bzw. die Drehimpulserhaltung eine Auswahlstruktur A', die definiert ist wie oben A in (4.5).

   Die Einbettungsbedingung ist dann die Identität der folgenden Strukturen:

$$A = A' \qquad (4.8)$$

$$E(Z_i) = hT_i \qquad (4.9)$$

   Ebene c) nennen die Akteure auch „physikalisch". D.h., nicht jede Beschreibung physikalischer Phänomene verdient das Prädikat „physikalisch" in diesem engeren Sinn.

d) Als höchste Ebene ist noch die der modell– und theorieübergreifenden physikalischen (oder wenn man so will metaphysischen) Prinzipien zu nennen. Die Verbindung dieser Ebene zu den Vorgängen bei der sukzessiven Einordnung eines bestimmten Phänomens ist naturgemäß viel lockerer und informeller. Hier geht es um Fragen, wie die Geltungs– und Anwendungsbedingungen grundlegender Begriffe. Ein Beispiel für die Wirkung von c) auf d) ist etwa die in Abschnitt 4.5 diskutierte Überlegung Paulis zur Aufspaltung des Drehimpulsbegriffs in einen dynamischen und einen kinematischen, die, in den Erfordernissen des konkreten Modells verwurzelt, Überlegungen zu axiomatischen Struktur der gesamten Theorie nach sich zieht.

Die Induktion im Fall des Zeeman–Effektes und der Multipletts läßt sich etwa so rekonstruieren: Neue Linien, die nicht als Differenzen der bisherigen Terme darzustellen sind treten auf, also werden neue Terme, eingeführt, so dass die neuen Linien als Übergänge zu möglichst wenigen dieser Terme darzustellen sind. Die neuen Terme erfordern nun natürlich wieder neue Quantenzahlen zu ihrer Nummerierung und – über die Einbettungsabbildung z – auch neue Zustände des physikalischen Atommodells Z. Damit sind den

Quantenzahlen solche Modelle zuzuordnen, die die empirischen Strukturen auf den Quantenzahlen reproduzieren und gleichzeitig den in Abschnitt 3.1.3 beschriebenen Prinzipien der Quantentheorie gehorchen.

Zwischen den Ebenen b) und c) kann man noch eine Ebene idealisierter oder vergröberter „Ersatzmodelle" einfügen, die zu b) in derselben Beziehung wie c) steht, aber das exakte Atommodell etwa durch ein Drehimpulsvektorgerüst ersetzt, das aber dem Anspruch nach näherungsweise auf ein exaktes Atommodell zu reduzieren sein sollte. Den Aufbau solcher Ersatzmodelle stelle ich in Abschnitt 4.4 im einzelnen dar.

4.2 Eine Anomalie wird zum Rätsel: Sommerfeld 1920

Mit diesem Artikel [84] begann die intensive Beschäftigung der führenden Quantentheoretiker mit den Anomalien der Multipletts (zunächst nur Dubletts und Tripletts) und des anomalen Zeemaneffekts. Sommerfeld beginnt die Diskussion der Multiplettstruktur H-unähnlicher Elemente mit einem Vergleich mit dem Paradigma der älteren Quantentheorie, dem H-Atom, dessen Feinstruktur Sommerfeld schon 1916 erklären konnte [83]. Den H-Feinstrukturtermen modellmäßig analog sind gemäß dieser Erklärung die verschiedenen Serienterme. Beiden entsprechen im Modell verschiedene Werte der azimutalen Quantenzahl, bzw. Exzentrizitäten der Bahnellipse des Leuchtelektrons bei gleicher Hauptquantenzahl. Dagegen ließ die Feinheit der Multiplettaufspaltung eine Analogie zwischen der Feinstruktur des Wasserstoffs und der höherer Elemente vermuten. Dies stellt eine Diskrepanz zwischen der Analogie auf phänomenaler und auf modellmäßiger Ebene dar, deren Überwindung erst Goudsmit und Uhlenbeck gelang. Darüberhinaus waren mit der Zuordnung der verschiedenen Bahnexzentrizitäten zu den Serientermen alle Freiheitsgrade des Modells, die zu einer weiteren Aufspaltung der Energieterme führen könnten verbraucht. Damit scheint eine einfache Einordnung des Phänomens in bestehende Modelle unmöglich, und Sommerfeld verfährt im weiteren induktiv. Er rekapituliert eine Reihe phänomenologischer Gesetze, die durch möglichst einfache Extrapolation von auffallenden Regelmäßigkeiten, ähnlich der Fortschreibung einer Zahlenreihe in einem Rätsel, gewonnen werden.

Der entscheidende neue Induktionsschritt ist die Einführung der sog. „inneren Quantenzahl", die bis auf eine additive Konstante festgelegt ist durch eine Rumpfquantentheorie (im wesentlichen das Kombinationsprinzip von Rydberg und Ritz), wobei für die neue Quantenzahl dieselbe Auswahlregel wie für die azimutale Quantenzahl gilt. Diese Übertragung der Auswahlregel bestimmt zwar die innere Quantenzahl, ist aber nicht trivialerweise möglich sondern falsifizierbar. Wären beispielsweise alle Übergänge zwischen zwei Triplettermen möglich, so gäbe es keine Nummerierung der Terme, die die Auswahlregel $\Delta i = 0, \pm 1$ erhält.

Die Zeemanaufspaltung der Linien wird dann im zweiten Teil des Artikels auf die der Terme zurückgeführt („magnetooptischer Zerlegungssatz"). Man erhält eine *PQT* mit der *PR*

$$T_{(x,y)}^{B=B_0} - T_x^{B=0} = \frac{m_y}{n} C(B_0) \quad \forall y, n, m_y \in \mathbb{N} \tag{4.10}$$

Für die so eingeführten phänomenologischen Zahlen, Rungescher Nenner n und Zähler m_y, werden dann einige Regelmäßigkeiten angeführt, deren wichtigste das von Sommerfeld so genannte „Zahlenmysterium" ist, demzufolge der Rungesche Nenner von Triplett– bzw. Dublettermen gleich der azimutalen Quantenzahl l bzw. $2l-1$ ist. Das Bestehen eines solchen Zusammenhangs findet Sommerfeld „auch theoretisch verständlich", da ein Abhängigkeit der Aufspaltung vom magnetischen Moment des Atoms und damit von l zu erwarten sei. Das ist nur einleuchtend, wenn man die Analogie nur auf den reinen Zusammenhang als solchen erstreckt, die Form desselben läuft nämlich, wie Forman in [26] betont, der klassisch zu erwartenden genau zuwider.

4.2.1 Bedeutung der neuen Terme und Gesetze im Hinblick auf die Entstehung des Spinbegriffs

Der erste über die allgemeine Bedeutung von Quantenzahlen hinausgehende Hinweis auf die Bedeutung der inneren Quantenzahl erscheint zunächst rein spekulativ: In einem Nebensatz spricht Sommerfeld bei der Einführung der inneren Quantenzahl davon, diese sei „etwa entsprechend einer verborgenen Rotation" – im Gegensatz zum Gesamtdrehimpuls, den er mit der azimutalen Quantenzahl in Verbindung bringt. Einen Hinweis hätte die Auswahlregel für die neue Quantenzahl geben können, die über das Korrespondenzprinzip oder, woran Sommerfeld zu dieser Zeit eher gedacht haben dürfte, über die Rubinowicz–Bohr–Sommerfeldsche Drehimpulserhaltungsbedingung mit der Elektronenbewegung verknüpft ist. Dieses Argument findet sich hier noch nicht, weil Sommerfeld seine Auswahlregel für die neue Quantenzahl als analoge Übertragung der Regel für die azimutale Quantenzahl und nicht als empirische Tatsache sieht[3]. Er verlangt offenbar nach einer weitergehenden empirischen Begründung oder einer deduktiven Rechtfertigung, d.h. einer Ableitung aus dem physikalischen Modell, wenn er schreibt:

> Ich möchte nicht unterlassen hervorzuheben, daß wir bei der Übertragung unseres Auswahlprinzips auf die „inneren“ Quantenzahlen und bei der Wahl der letzteren ziemlich formal vorgegangen sind. [...] Die Annahme aber, daß diese Quantenbedingungen dieselbe Form haben, wie bei den äußeren azimutalen Quantenzahlen, ist einigermaßen willkürlich. [84, S. 234]

Die Rungesche Regel ist empirisch bedeutsam nur solange eine große Zahl zu einem Nenner gehöriger Terme einem relativ kleinen numerischen Wert dieses Nenners gegenübersteht. Sommerfelds Erstreckung ersterer auf alle Terme eines Multipletts erweist sich als nur für Dubletts adäquat. Gleichwohl kann hinter Sommerfelds Überlegungen der erster entscheidende Schritt im Rahmen eines heuristischen Programms zur Lösung des Problems gesehen werden. Dieses Programm, hier noch undeutlich, ist etwa das folgende: Die anomale Aufspaltung ist wie die normale auf die Wechselwirkung von äußerem Feld und magnetischem Moment des Atoms, dieses auf die Rotation von geladenen Teilchen zurückzuführen, die wiederum von den Quantenzahlen charakterisiert wird. Versuche also die beobachteten Aufspaltungen als Funktion der Quantenzahlen und der normalen Aufspaltung darzustellen. Dass Sommerfeld mit dieser Strategie noch keinen vollen Erfolg hatte, liegt hauptsächlich an seiner gemeinsamen Behandlung der Aufspaltung aller Terme eines Multipletts also gleicher azimutaler Quantenzahl.

4.3 Landés 1921er Artikel

Landé führte die phänomenologische Analyse Sommerfelds in [51, 52] weiter, indem er nunmehr die Aufspaltung jedes Multipletterms einzeln behandelt und in Analogie zum normalen Zeemaneffekt als Produkt aus im Fall des Dubletts halbzahlig quantisierter Komponente des Drehimpulses in Feldrichtung m und einem anomalen Faktor g darstellt. m gehorcht der korrespondenzmäßig begründeten Auswahlregel für äquatoriale Quantenzahlen

[3] In der Tat hat sie ja, wie oben erläutert, wenigstens teilweise konventionellen Charakter.

$\Delta m = 0, \pm 1$ und bestimmt dadurch die relative bzw. im Verein mit dem Wertebereich die absolute Zahl von parallel und senkrecht polarisierten Zeemankomponenten. Außerdem geht Landé erste Schritte in Richtung einer modellmäßigen Deutung und versucht dabei die Art der notwendigen Änderung an der bisherigen Theorie zu bestimmen.

Ich folge im weiteren Landés Argumentation in den fertigen Artikeln. Die heuristischen Schritte, die ihn über eine weitere Ausgestaltung der von Sommerfeld genannten empirischen Regeln schließlich auf die entscheidende Deutung der „inneren“ Quantenzahl j als Gesamtimpuls des Atoms führten sind von Forman [26] eingehend beschrieben worden. Ich beschränke mich hier aber auf die rationalen Begründungen von Hypothesen ohne Rücksicht auf die Psychologie ihrer Entstehung.

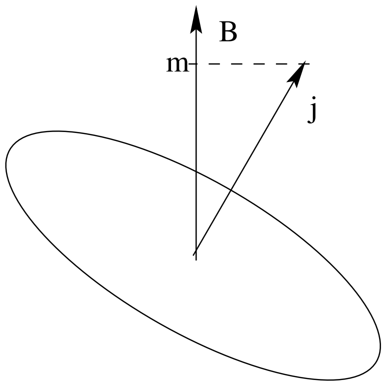

Abbildung 4.1: Veranschaulichung der Quantenzahlen j und m

Landé zitiert im ersten Abschnitt seines Artikels Sommerfelds Einführung der inneren Quantenzahl und die zugehörige Auswahlregel. Im nächsten Abschnitt fasst er die Ergebnisse des Debye–Sommerfeldschen Modells für den normalen Zeemaneffekt zusammen. In Analogie zu diesem Modell wird dann in den folgenden Paragraphen eine Analyse des anomalen Zeemaneffekts entwickelt.

4.3.1 Das Sommerfeld–Debye–Modell

1916 veröffentlichten Debye und Sommerfeld unabhängig voneinander ein quantentheoretisches Modell des Bohrschen Atoms im Magnetfeld, das die Ergebnisse der klassischen Lorentzschen Rechnung reproduzierte und also den normalen Zeemaneffekt erklärte. Die Ableitung, wie Sommerfeld sie in der 1. Auflage von „Atombau und Spektrallinien“ [85] gibt, beruht zum einen auf dem Larmorschen Theorem der klassischen Mechanik, zum anderen auf der Adiabatenhypothese der Quantenmechanik. Larmors Theorem behauptet, dass ein System von Elektronen sich unter dem Einfluss eines homogenen Magnetfeldes relativ zu einem rotierenden Bezugssystem genauso bewegt wie ohne Magnetfeld in einem Inertialsystem und zwar mit der Larmorfrequenz

$$\omega_L = \frac{eH}{2mc}. \tag{4.11}$$

Nach der Adiabatenhypothese sind nun zwei Quantenzustände, die über eine stetige Transformation, hervorgerufen durch eine langsame Änderung eines äußeren Feldes, ineinander überführbar sind, durch gleiche Quantenzahlen gekennzeichnet. Es zeigt sich dann, dass der Ausdruck für den Energiezuwachs des Leuchtelektrons im Magnetfeld (Energie im Ruhesystem weniger Energie im rotierenden System) der äquatorialen Impulskomponente proportional ist. Es wird also die Entartung der zugehörigen äquatorialen Quantenzahl m aufgehoben. Die Energiedifferenz zum feldfreien zustand ist also

$$\Delta E = \frac{m}{2\pi}\omega_L h \tag{4.12}$$

Die zusätzlich abgestrahlten Linien sind dieselben wie nach der klassischen Theorie, weil die Energie — wie beim harmonischen Oszillator — der Frequenz der mechanischen Ladungsoszillation proportional ist. Die Auswahlregeln werden verständlich, wenn man die Winkelvariablen des ursprünglichen, entarteten Keplerproblems so wählt, dass alle bis auf einen konstant bleiben (siehe z.B. Goldstein, S. 336 f.). Dann ist der dem Drehimpuls in Polrichtung konjugierte Winkel der Azimut der Knotenlinie (Schnittlinie zwischen Äquator– und Bahnebene). Nach dem adiabatischen Einschalten des Magnetfelds rotiert dieser Winkel demnach mit der Larmorfrequenz ω_L, die also als neue Grundfrequenz der Bewegung der azimutalen Quantenzahl, deren Entartung damit aufgehoben ist, zugeordnet ist. Im Ausdruck für das Dipolmoment taucht die Larmorfrequenz nur in der in der Äquatorebene liegenden

Komponente auf, wohingegen Oberschwingungen ganz fehlen. Nach dem Korrespondenzprinzip folgt dann die Auswahlregel $\Delta m = 0, \pm 1$, wobei bei transversaler Beobachtung Übergänge mit $\Delta m = 0$ parallel, die anderen senkrecht zum Feld polarisierte Linien ergeben.

Weil nun nach Gleichung 4.12 die Termaufspaltung für alle Terme gleich von m abhängt und m sich nur gemäß der gerade angegebenen Auswahlregel ändert, ergibt sich für alle Linien derselbe normale Zeemaneffekt mit $\Delta\nu = \frac{0,\pm 1}{2\pi}\omega_L$.

4.3.2 Übertragung auf den anomalen Zeemaneffekt

Die wichtigste Neuerung in Landés Ansatz ist die Deutung der inneren Quantenzahl. Als empirisches Indiz führt er das Auswahlprinzip ($\Delta j = 0, \pm 1$) an. Für die Quantenzahl der Leuchtelektronenbahn sind dagegen auch Übergänge $\Delta l = 0$ verboten, weil es keine korrespondierende Fourierkomponente im Dipolmoment gibt. Dieses Argument ist natürlich keineswegs zwingend, weswegen Landé sich auch sicherheitshalber den Rückzug auf die formale Ebene der Ordnung des empirischen Materials offenhält („man braucht überall statt Quantenzahlen einfach Zahlen zu sagen“(S. 234)). Im einzelnen wird das Sommerfeld–Debye–Modell wie folgt auf den anomalen Zeemaneffekt übertragen:

- Übergang von der azimutalen Quantenzahl des Leuchtelektrons auf die innere Quantenzahl (Gesamtdrehimpuls) und analog für die jeweilige Komponente in Feldrichtung m, wodurch $|m| \leq j$ verständlich wird.

- Veränderung von Gleichung 4.12 um den zunächst unbestimmten g–Faktor:

$$\Delta E = g\frac{m}{2\pi}\omega_L h \tag{4.13}$$

- Einführung halbzahliger Quantenzahlen m, um Dubletterme erklären zu können.

Die Anwendung auf die Daten erlaubt nun, die g–Faktoren für die einzelnen Terme zu bestimmen und hieraus ihre funktionale Abhängigkeit von den Quantenzahlen j und l zu induzieren.

4.3.3 Ableitung der Intensitätsverhältnisse

Der letzte Teil des Artikels enthält eine Ableitung der Intensitätsverhältnisse aus dem Korrespondenzprinzip. Hierzu wird ein „Ersatzmodell“, bestehend aus einem in einer Ebene rotierenden und einem senkrecht dazu, parallel zur Gesamtdrehimpulsachse oszillierenden Elektron herangezogen. Weil die Bewegung der Elektronen im einzelnen und also auch die Zerlegung in periodische Bestandteile nicht bekannt sind, ist eine detaillierte Anwendung des Korrespondenzprinzips unmöglich. Trotzdem kann man eine qualitative Überlegung anstellen, auf die das Landésche „Ersatzmodell“ letztendlich auch hinausläuft. Vorausgesetzt wird dabei:

- Die Amplitude der Elektronenbewegung ist am größten in der Ebene senkrecht zum Gesamtdrehimpuls.
- Qua Analogie mit dem normalen Zeemaneffekt gehen die Übergänge entweder mit zur Feldrichtung parallel oder senkrecht polarisierter Strahlung einher.

Daraus folgt dann, dass die parallel polarisierten Linien bei senkrecht zum Magnetfeld orientiertem Gesamtdrehimpuls (betragsmäßig kleine m) am stärksten sind, während es sich für die senkrecht polarisierten genau umgekehrt verhält.

4.3.4 Physikalische Deutung

Landé schlägt in seinem zweiten Artikel vor, die Anomalie des g–Faktors als Versagen des Larmor–Theorems zu deuten, eine Hypothese, die auch geeignet wäre die Anomalie des Barnett–Einstein–de Haas–Effektes zu erklären. Dieser Vorschlag ist insofern zwingend, als die Abhängigkeit der Termaufspaltung von der Gesamtimpulskomponente in Feldrichtung genau die Beziehung ist, die die in Abschnitt 4.1, Punkt c) angegebene Einbettungsbeziehung zwischen phänomenologischer und physikalischer Ebene bestimmt. Es entspricht dann genau einer schrittweisen Induktion von der untersten Ebene a) aufwärts, die Rumpfquantentheorie RQT festzuhalten und phänomenologische Regeln PR so zu suchen, dass sie bei möglichst geringen Änderungen physikalischer Gesetze diese Beziehung erfüllen. Allerdings bleibt dann noch immer im Dunkeln, warum welcher Term der Gleichung (4.13) zu modifizieren ist, um den g–Faktor zu „absorbieren“. Jedenfalls trifft aber Formans

Behauptung, die Prinzipien und Kategorien der Quantentheorie würden von Landé und Sommerfeld nach belieben („at will“[4]) geändert nur auf die unterste „formale“ Ebene zu, und auch auf diese nur eingeschränkt, weil die heuristischen Verschiebungen auf dieser Ebene doch spätestens bei der physikalischen Deutung der Quantenzahlenformalismen wieder in eine kohärente Theorie eingepasst werden müssen.

Landé erwägt zwei Möglichkeiten zur Abänderung des Larmortheorems:

a) Änderung der Präzessionsfrequenz um die Feldachse (Änderung von Gleichung (4.11)).

b) Änderung der Rotationsfrequenz um die Impulsachse des Atoms.

Seine Behauptung, dass „die verschobenen π–Komponenten der anomalen Zeemantypen [...] nach dem Analogieprinzip direkt auf“ [52, S. 401] die zweite Möglichkeit hinweisen, scheint unschlüssig. Eine direkte Zuordnung von Strahlungsfrequenzen zu mechanischen Frequenzen *eines* Modellzustandes ermöglicht das Korrespondenzprinzip gerade nicht. Diese ist nur im klassischen Limes möglich, wo nach dem Lorentzschen Modell die π–Komponente von der Oszillation des Elektrons in Polrichtung herrührt und unverschoben bleibt. Dass sich diese Komponente im quantentheoretischen Bereich verschiebt ist im allgemeinen zu erwarten. Die einzige Ausnahme ist der erwähnte Fall des harmonischen Oszillators, wo die mechanische Frequenz einer stationären Bewegung gleich $\Delta E/h$ ist.

4.4 Heisenbergs Rumpfmodell 1922

Heisenberg führt Landés Arbeit in [33] fort, indem er physikalisch erklärt, wie der Gesamtdrehimpuls und sein magnetisches Moment zustandekommen. Dazu sind die Landéschen Formeln bzw. die allgemeineren, auch den Übergang zum Paschen–Back–Effekt beschreibenden Voigtschen Formeln auf die Quantentheorie zu reduzieren. Die Voigtsche Theorie behandelt den anomalen Zeemaneffekt rein phänomenologisch. Sie erweitert direkt das Lorentzmodells für den normalen Zeemaneffekt, indem sie anstelle von einem

[4] Forman schreibt: „Thus I will show that in the search for a theory of the anomalous Zeeman effect the principles of the quantum theory as expounded in contemporary treatises, or even so general a postulate as the combination principle, placed only the loosest constraints upon Landés thought, or rather were treated by him as highly plastic categories to be remolded and reshaped at will.“[26, S. 156]

drei elastisch gebundene Elektronen annimmt. Die reduzierende Theorie ist nun nicht die exakte Quantentheorie. Vielmehr werden zunächst komplizierte Details (die exakten Elektronenbahnkonfigurationen) hinter gröberen Eigenschaften, die näherungsweise[5] gültigen Gesetzen unterworfen sind, versteckt. Wichtige Strategien dazu sind:

- Die Summation einzelner Eigenschaften von Subsystemen und ihrer Wirkungen zu solchen des zusammengesetzten Systems. Hierunter fällt die Zusammenfassung der Nicht–Valenzelektronen und ihrer Effekte zum Rumpfdrehimpuls.
- Die Mittelung der Eigenschaften und Wirkungen über die Zeit oder Subsysteme. So nimmt Heisenberg an, dass die Wechselwirkung zwischen Leuchtelektron und Rumpf im Mittel über mehrere Umläufe dazu führt, dass der Rumpf sich ein halbes Drehimpulsquant vom Bahndrehimpuls des Leuchtelektrons borgt. Ein anderes Beispiel, das allerdings nicht der vorläufigen Vergröberung der Theorie dient, sondern eine substantielle Modifikation ist, stellt die Annahme der nur im Mittel über viele Ausstrahlungsprozesse gültigen Drehimpulserhaltung dar.
- Die analoge Übertragung struktureller Zusammenhänge. Hier ist die Auswahlregel für die magnetische Quantenzahl m zu nennen, die aus dem Modell des normalen Zeemaneffekts übernommen wird.

Ich folge nun dem Gang von Heisenbergs Argumentation zur Erklärung der Dublettaufspaltung. Zunächst behandelt er die Dublettaufspaltung im magnetfeldfreien Fall. Unter der Annahme nur zweier möglicher Einstellungen der Drehimpulse von Rumpf und Leuchtelektron zueinander ergibt sich diese sofort aus der gewöhnlichen Formel für die Energie eines magnetischen Dipols im Magnetfeld

$$\Delta E = \vec{M} \cdot \vec{H} \tag{4.14}$$

wobei für H hier das vom äußeren Leuchtelektron an der Stelle des Rumpfes erzeugte Feld H_i einzusetzen ist (Bild). Auch in einem äußeren Magnetfeld läßt sich die Energietermverschiebung nach Gleichung 4.14 ausrechnen, nur sind zu der Wechselwirkung zwischen Leuchtelektron und Rumpf dann noch die Wechselwirkungen der beiden mit dem äußeren Feld H_a zu addieren:

$$\Delta E = \vec{M}_R \cdot \vec{H}_i + \vec{M}_L \cdot \vec{H}_a + \vec{M}_R \cdot \vec{H}_a \tag{4.15}$$

[5] vom Standpunkt der exakten Atommodelle (s. Kap. 3)

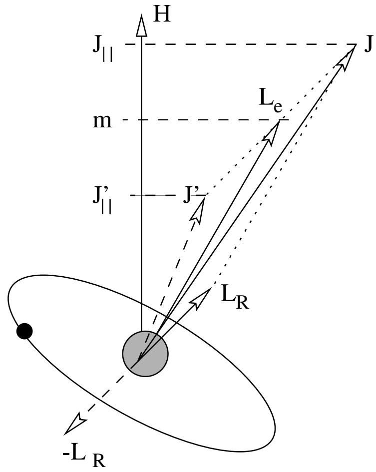

Abbildung 4.2: Drehimpulsvektorgerüst. J ist der Gesamtdrehimpluls, L_e bzw. L_R der Drehimpuls von Leuchtelektron bzw. Rumpf.

Bis hierher steht das Modell noch durchaus im Rahmen der klassischen Mechanik, wenn auch die konventionelle Quantentheorie schon die Annahme des halbzahligen, „geborgten" Rumpfdrehimpulses nicht zuläßt. Erst der folgende Gedankengang, der die räumliche Lage der in 4.15 auftretenden Vektoren zueinander festlegt, widerspricht auch der klassischen Mechanik, die eigentlich für die stationären Zustände gelten sollte. Kurz zusammengefaßt besteht der Trick darin, die Auswahlregeln auf die Quantelung der Orientierung des Leuchtelektronendrehimpulses relativ zum Feld (Quantenzahl m) zu stützen, die Energie im Magnetfeld aber über den Gesamtdrehimpuls (Rumpf + Leuchtelektron) zu bestimmen. So läßt sich das anomale Verhältnis zwischen Drehimpuls und magnetischem Moment, dass Landé in seinen g–Faktor gefaßt hat, reproduzieren. Im einzelnen argumentiert Heisenberg, wie folgt:

Könne m_i die Werte $m_{i1}, \ldots, m_{i\lambda}$ annehmen, dann ist die Energieverschiebung eine Funktion von m_i und m, weil diese beiden Parameter die Lage des Impulsgerüstes im Raum vollständig festlegen. (Heisenberg läßt hier λ verschieden Orientierungen von Rumpf und Leuchtelektron zueinander zu, um die oben gemachte Annahme, es gebe deren nur zwei noch zu begründen.)

Betrachte weiter Übergänge, die der Auswahlregel $\Delta m = 0, \pm 1$ genügen. Falls nun m, wie im Modell des normalen Zeemaneffekts, den Gesamtdrehimpuls in Feldrichtiung $J_{||}$ bestimmt, der wiederum für schwache Felder über Gleichung 4.14 die Strahlungsfrequenz bestimmt, so erhält man nur den normalen Zeemaneffekt:

$$\Delta J_{||} \propto \Delta m \wedge \Delta E \propto \Delta J_{||} \Rightarrow \Delta E \propto \Delta m = (0, \pm 1)\text{const} \tag{4.16}$$

Also dürfen die $\Delta J_{||}$ entgegen Rubinowicz' Prinzip nicht an den Drehimpulserhaltungssatz gebunden sein. Es gelte die Drehimpulserhaltung also nicht für den einzelnen Strahlungsvorgang sondern nur im Mittel für viele Atome. Gebe es also λ verschiedene, gleichwahrscheinliche Atomzustände, für die der Zusammenhang zwischen m und $\Delta J_{||}$ je verschieden ist, dann ist für einen $(\Delta m = 1)$–Übergang statt $\Delta J_{||} = \hbar$ zu fordern:

$$\langle \Delta J_{||} \rangle = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{\lambda} \Delta J_{||k} \tag{4.17}$$

Weil aber der Zusammenhang zwischen m, der Drehimpulskomponente des Leuchtelektrons in Feldrichtung, und $\Delta J_{||}$ von der relativen Orientierung der beiden bestimmt wird, gibt also jedes m_{ik} ein anderes $\Delta J_{||k}$ und man schreibt für 4.17:

$$\frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{\lambda} \Delta J_{||}(m_{ik}, m) = m\hbar \tag{4.18}$$

oder nach Multiplikation mit der Larmorfrequenz und Berücksichtigung nicht von m abhängiger Bestandteile der Energieverschiebung durch Addition einer Konstante:

$$\frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^{\lambda} \Delta E_k = m\hbar\omega_L + \text{const} \tag{4.19}$$

Nun ist noch die explizite Formel für ΔE_k auszurechnen und einzusetzen, was eine Gleichung für die m_{ik} liefert, die diese zu $m_i = \pm n$ bestimmt, wobei n die Quantenzahl für den Drehimpuls des Leuchtelektrons ist. Heisenberg führt das zunächst für kleine äußere Felder durch und reproduziert so die Landéschen Formeln für die Energieverschiebung, dann behandelt er den allgemeinen Fall unter der zusätzlichen Annahme, dass der Rumpfimpuls sich stets in Richtung des Magnetfeldes einstellt, das sich aus dem äußeren und dem vom Leuchtelektron am Ort des Rumpfes erzeugten Feld zusammensetzt. Das Larmortheorem würde dagegen eine Präzession der Gesamtdrehimpulsachse um die Feldrichtung und eine Präzession vom Rumpf– und Leuchtelektronendrehimpuls um die Gesamtdrehimpulsachse fordern. Eine weitere Ungereimtheit ist die Bedingung $|m| \leq n_J$, weil m eben die Parallelkomponente des Leuchtelektronendrehimpulses sein soll, nicht die des Gesamtdrehimpulses.

Es sind zusammen 4 Anomalien des Modells, die von Landé, Pauli, u.a. hauptsächlich kritisiert wurden, nämlich:

- Halbe Quantenzahlen
- Unwirksamkeit des Rumpfimpulses, bzw. nur statistische Drehimpulserhaltung.
- Einstellung des Rumpfes in Richtung der Resultante aus äußerem und vom Leuchtelektron erzeugten Feld.
- $|m| \leq n_J$ statt $|m| \leq n$

Obwohl also viele Einzelheiten des Modells allgemein für falsch gehalten wurden, galt es doch als im Kern zutreffende Deutung des Effekts. Landé formuliert diese Haltung in [53, S. 353] so:

> „Jedoch gelangt man bei näherer Beschäftigung mit dem Problem der magnetischen Linienaufspaltung trotz aller Bedenken stets wieder zu der Überzeugung, dass die Zeemantypen mit ihrer tiefgehenden Symmetrie der Termaufspaltungen bereits von formalen wie auch von modellmäßigen Gesichtspunkten aus kaum wesentlich anders als nach Heisenberg gedeutet werden können. Z.B. ist die formale Symmetrie zwischen zwei zusammengehöfigen Dublettermen x_1 und x_2, deren Aufspaltungsformeln [...] nur durch eine Vorzeichenvertauschung $\pm$ auseinander hervorgehen, nach Heisenberg auf zwei symmetrische Lagen der sich offenbar irgendwie anomal verhaltenden Rumpfachse gegen die invariable Atomachse zurückzuführen."

(Siehe dazu Abb. 4.3)

Etwas abstrakter können wir mit Rückgriff auf unser Induktionsschema aus Abschnitt 4.1 sagen: Die einander auf den Ebenen b) und c) gemäß

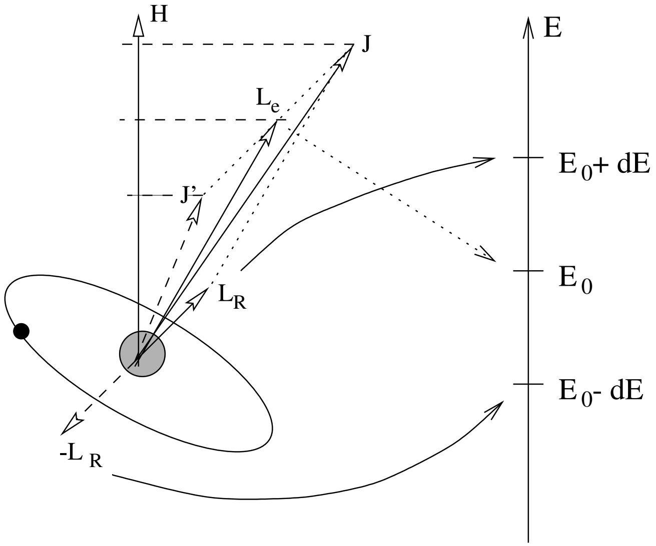

Abbildung 4.3: Veranschaulichung von Landés Symmetrieerhaltungsargument

der Einbettungsbeziehung entsprechenden Abweichungen vom Normalfall (Änderungen gegenüber dem Standardatommodell) weisen die gleiche Symmetrie auf. In der Formulierung von (4.9) heißt das, wenn g eine Transformation ist und Striche den Übergang zum modifizierten Modell bezeichen in etwa:

$$E(g(Z_i' \setminus Z_i)) = g(E(Z_i') - E(Z_i)) \tag{4.20}$$

Dabei muss g natürlich gleichermaßen auf das in Z' hinzukommende Modellelement und auf die Termdifferenz ΔE anwendbar sein. Nur „in etwa" gibt diese Gleichung das gemeinte wieder, weil $Z_i' \setminus Z_i$ natürlich nicht einfach die Mengendifferenz zweier Strukturen sein kann, da diese Differenz nicht einfach der gewünschte Rumpfdrehimpuls wäre, sondern auch noch alle in Z_i' vorkommenden, aus der Hinzufügung dieses Rumpfdrehimpuls resultierenden Abweichungen von Z_i enthielte. Rein auf der Modellebene ist der abstrakte Begriff der „Änderung gegenüber dem Standardmodell" also nicht zu bilden, denn wie sollte das hinzugefügte Modellelement von den durch es hervorgerufenen Änderungen zu unterscheiden sein, ohne auf die gesetzmäßigen Zusammenhänge, die hinter diesem Hervorrufen stecken, zurückzugreifen? Der entsprechende Begriff desjenigen Modellteils, dessen Existenz zu fordern, genügt, um eine Ausgangstheorie Σ so zu modifizieren, dass sie Z_i' als Modell hat, ist formal:

$$\iota R \subset Z_i' | (\Sigma \wedge r)(Z_i') \wedge \Sigma(Z_i) \tag{4.21}$$

wobei r die Aussage „Der Atomrumpf hat den Drehimpuls R" bezeichnet. g ist schließlich in (4.20) beide Male die Multiplikation mit -1.

4.5 Pauli 1923

Eine klare Formulierung der etwa 1923 zur Diskussion stehenden Abweichungen von den üblichen Gesetzen der klassischen Mechanik und der Quantentheorie gibt Pauli in einem Brief an Landé [69, 35]. Er unterscheidet dort eine „mechanische" von einer „magnetischen Auffassung" der im anomalen Zeemaneffekt (und den magnetomechanischen Versuchen von Einstein–de–Haas und Barnett) auftretenden Anomalie.

Erstere läßt das Biot–Savartsche Gesetz, das das von einer bewegten Ladung erzeugte Magnetfeld bestimmt, intakt. Das Verhältnis von magnetischem Moment zu Drehimpuls bleibt hier normal. Dafür wird aber unterschieden zwischen einem „effektiven" (dynamisch wirksamen) und einem „kinematischen" Drehimpuls. Es ist der effektive Drehimpuls, dessen Komponente parallel dem Magnetfeld gequantelt wird und der so die Auswahlregel für die äquatoriale Quantenzahl bestimmt. Der kinematische Drehimpuls dagegen wirkt nur durch seinen Beitrag zum magnetischen Moment, er präzediert auch nicht gemäß den Kreiselgleichungen, sondern richtet sich einfach parallel zum Nettomagnetfeld aus. Jedem der Teilsysteme des Ersatzmodells wird also nunmehr zwei Drehimpulswerte, ein kinematischer und ein dynamischer, zugeordnet. Dem Rumpf im Heisenbergschen Modell käme damit der dynamische Drehimpuls Null zu. Das Leuchtelektron hätte dagegen gleich große dynamische und kinematische Drehimpulswerte. Der Landésche g–Faktor des Atoms bedeutet damit in dieser Auffassung das Verhältnis von kinematischem zu effektivem Drehimpuls.

Hier ist gut zu sehen, wie die alte Theorie seziert wird und dabei an der Trennstelle der Begriff des Drehimpulses in zwei sinnverschiedene Komponenten aufgespalten wird, je nach ihrem Zusammenhang mit der Theorie bzw. deren Fragmenten. Der kinematische Drehimpuls generiert ein magnetisches Moment, wird aber von äußeren Feldern nicht beeinflusst, der dynamische Drehimpuls unterliegt der bekannten Wechselwirkung: er trägt zum magnetischen Gesamtmoment bei und ist im äußeren Feld einem Drehmoment ausgesetzt. Dieses Muster habe ich in Abschnitt 3.5 schon für Heisenbergs Übergang von der alten Quantentheorie zur neuen Quantenmechanik beschrieben.

Die magnetische Auffassung dagegen lässt die Kreiseldynamik und das übliche Verfahren der Richtungsquantelung im wesentlichen unverändert, ändert aber den Zusammenhang zwischen magnetischem Moment und Drehimpuls. Der g-Faktor gibt hier gerade das Verhältnis dieser beiden Größen für den resultierenden Gesamtdrehimpuls des Atoms an.

Pauli beschränkt sich in [64] darauf, „einfache formale Eigenschaften" des Termschemas festzustellen, ohne sich auf eine bestimmte Modellvorstellung festzulegen. Dass er der „magnetischen Auffassung" zuneigt und diese auch seinen formalen Betrachtungen heuristisch zugrunde liegt, macht er jedoch in dem zitierten Brief an Landé sowie einem späteren Schreiben an Sommerfeld [69, 40] deutlich:

> „Wie Sie sehen werden, war ich durch den Mißerfolg aller meiner modellmäßigen Überlegungen so eingeschüchtert, daß ich sogar das Wort Impulsmoment in der Arbeit sorgfältig vermieden habe. Auf die dort angegebene Darstellung der Termwerte bei starken Feldern wäre ich jedoch nie gekommen, wenn ich dabei nicht von Modellvorstellungen geleitet gewesen wäre." [69, Nr. 40]

Diese Modellvorstellung, die weiter unten dargestellt wird, schließt an das Landèsche Vektormodell der atomaren Drehimpulse an. Dieses Modell und seine Varianten wurden zu der Zeit als „Ersatzmodell" bezeichnet.

Der Artikel enthält erstens eine einfache Darstellung des Multiplettermschemas bei starken Feldern (Paschen–Back–Effekt) und zeigt zweitens, wie anhand solcher gemessener Termwerte die g–Faktoren und also die Termniveaus für beliebige Feldstärken zu berechnen sind.

Die azimutale Quantenzahl k des Leuchtelektrons wird ganzzahlig angenommen, und die Quantenzahl für den Gesamtdrehimpuls j dann symmetrisch um $j = k$ verteilt. Also wird hier j bei geraden Multipletts halbzahlig, anders als bei Landé und Heisenberg zur selben Zeit, die k halbzahlig und dafür j ganzzahlig wählen. Pauli begründet diese Wahl damit, dass allein die Quantenzahl k schon vor und unabhängig von der Analyse der Multiplettstruktur und des anomalen Zeemaneffekts eine Rolle in der Quantentheorie spielte, während m und j erst mit der Behandlung dieses Effektes ins Spiel gekommen seien (Brief an Landé [69, Nr. 41]). Weiter benutzt Pauli die äquatoriale Quantenzahl m, die über die Landésche Formel

$$\Delta E = mg\omega_L\hbar \tag{4.22}$$

mit der Termaufspaltung im Magnetfeld zusammenhängt, und die Rumpf–Quantenzahl i, die die Termzahl des Multipletts zu $2i$ festlegt. Nimmt man noch die Auswahlregel $\Delta m = 0, \pm 1$ an, ist m direkt aus einer Termanalyse zu gewinnen. Dabei stellt sich heraus, dass m halbzahlig für gerade und ganzzahlig für ungerade Multipletts ist. Pauli tabelliert nun in Abhängigkeit von k und m die Verschiebungen der Terme im starken Magnetfeld. Diese können über eine Analyse des partiellen Paschen–Back–Effekts[6] gewonnen werden. Die Zahl der Terme in jedem Tabelleneintrag ist gleich der Zahl derjenigen Stellungen von Leuchtelektronenbahndrehimpuls L_e und Rumpfdrehimpuls L_i zueinander, die auf einen Gesamtdrehimpuls L_g führen, der eine Komponente m parallel der Feldachse hat. Die Tabelle ist völlig symmetrisch zu $m = 0$, d.h. zu jeder Orientierung des Gesamtdrehimpulses zum Feld gibt es die genau entgegengesetzte, die eine entgegengesetzt gleiche Termverschiebung erzeugt. Das Schema läßt sich durch zwei Formeln analytisch darstellen:

$$m = m_1 + \mu \tag{4.23}$$

$$\Delta E = (m_1 + 2\mu)\omega_L\hbar \tag{4.24}$$

Als zusätzliche Auswahlregel für starke Felder ist dann noch $\Delta\mu = 0$ zu fordern, um zum normalen Zeemantriplett des Paschen–Back–Effektes zu gelangen.

Die zugrundeliegende Modellvorstellung, die Pauli in den zitierten Briefen erwähnt ist die, dass m_1 die Parallelkomponente des Leuchtelektronenbahndrehimpulses ist und μ die des Rumpfdrehimpulses. μ geht dabei mit doppeltem Gewicht in Gleichung 4.24 ein, weil dem Rumpf gemäß Paulis „magnetischer Auffassung" der Anomalie das doppelte des normalen gyromagnetischen Verhältnisses zugeschrieben wird. Für den Fall $k = 2$, $i = 1$ und $m = 1/2$ ist beispielsweise m so zu zerlegen:

[6]Beim partiellen Paschen–Back–Effekt ist das Magnetfeld stark nur gegen die Multiplettaufspaltung eines der an der betrachteten Linie beteiligten Terme. So läßt sich der Effekt am einzelnen Term beobachten.

m_1	μ	ΔE
0	$\frac{1}{2}$	1
1	$-\frac{1}{2}$	0

Dabei ist ΔE normiert auf $\omega_L\hbar$. Der Tabelleneintrag für dieses Dublett ist also $0, 1$. Das Vektordiagramm für die Konfiguration zeigt Bild 4.4.

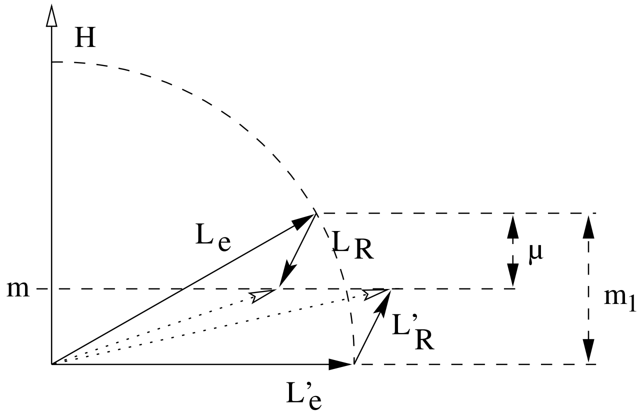

Abbildung 4.4: Die punktierten Pfeile stellen den Gesamtdrehimpuls dar.

Der Grund für Paulis Verzweifeln an diesem Modell ist, wie er Sommerfeld in [69, 40] mitteilt, dass es über die trigonometrische Berechnung des Drehimpulsvektordiagramms für schwache Felder auf die Formel

$$g = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\frac{k^2 - i^2}{j^2} \tag{4.25}$$

statt der von Landé aus dem empirischen Material erschlossenen

$$g = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\frac{(k - \frac{1}{2})^2 - i^2}{j(j-1)} \tag{4.26}$$

führt. Im selben Brief weist Pauli noch auf eine interessante Analogie des Verhältnisses dieser beiden Formeln zueinander zur korrespondenzmäßigen Deutung des Übergangs von klassischer Physik zur Quantentheorie als eines

Übergangs von Differentialquotienten zu Differenzenquotienten hin. Das $\frac{1}{j^2}$ der ersten Formel läßt sich nämlich schreiben als $\frac{d}{dj}\frac{1}{j}$, während das $\frac{1}{j(j-1)}$ der zweiten als zugehöriger Differenzenquotient $\frac{1}{j}-\frac{1}{j-1}$ erscheint. Pauli sah hierin zunächst nur einen Hinweis auf „etwas Unmechanisches" [69, 40], Heisenberg baute die Überlegung in einem späteren Artikel [34] dann weiter aus. Der Grund dafür, diesen Unterschied zwischen (4.25) und (4.26) als den Übergang vom Differentialquotienten zum Differenzenquotienten zu interpretieren, liegt in der Analogie zum Korrespondenzprinzip, das in formal gleicher Weise formuliert werden kann. Die klassische Frequenz der Strahlung ist nämlich bei Separation nach Wirkungs– und Winkelvariablen gegeben durch $\nu_{kl} = \sum \frac{\partial E}{\partial J_i}\tau_i$, denn $\frac{\partial E}{\partial J_i}$ ist die Frequenz der i–ten Winkelvariable (siehe (3.13) und (3.9)). Die quantentheoretische Formel ist dagegen $\nu_{qu} = \frac{\Delta E}{\Delta J_i}\Delta n_i$.

Auch der Unterschied zwischen Korrespondenzprinzip und der vorliegenden Analogie ist klar: Beim Korrespondenzprinzip steht als Differentialquotient auf der klassischen Seite des Übergangs ein wohldefinierter Ausdruck. Sowohl Gesamtenergie (Hamiltonfunktion) des Systems als auch die Wirkungsvariablen sind bekannte Größen; die Ableitung der Hamiltonfunktion nach einer Wirkungsvariablen ist nach den kanonischen Bewegungsgleichungen gerade die Zeitableitung der je konjugierten Winkelvariablen und diese ist konstant, weil die Bewegungsvariablen gerade so gewählt sind, dass H eine Funktion zeitunabhängiger Impulse ist. Im vorliegenden Fall ist dagegen gar nicht klar, was der Ausdruck $1/j$ oder gar seine Ableitung nach j klassisch bedeuten sollen, weil er auf ganz andere Weise, nämlich über den Kosinussatz im Impulsvektordiagramm, mit der klassischen Theorie zusammenhängt.

Den Übergang zu den g–Faktoren bei schwachen Feldern erlaubt nun die im Briefwechsel „Summenregel" genannte Forderung, dass die Gleichung

$$\sum_{m,k\,\mathrm{fest}} \Delta E \propto H + \mathrm{const} \tag{4.27}$$

unabhängig von der Feldstärke immer gilt. Setzt man hier links einmal die Aufspaltungen für schwache Felder gemäß Gleichung 4.22 und einmal die Summe der ΔE für starke Felder aus der Tabelle ein, so erhält man ein Gleichungssystem, das sich nach den g–Faktoren für die einzelnen Terme auflösen läßt.

Für den Spezialfall, dass m und k so gewählt sind, dass die maximal mögliche Zahl $2i$ von Stellungen von Rumpf und Leuchtelektron zueinander erreicht wird, folgt wegen der symmetrischen Verteilung der ΔE um $\Delta E = mg\omega_L\hbar$ aus Gleichung 4.27:

$$\frac{1}{2i}\sum_{m,k\,\text{fest}} \Delta E = m\hbar\omega_L \tag{4.28}$$

Eine ähnliche Gleichung hatte Heisenberg in [33] gefordert und sie dort als statistische Erhaltung von Energie und Impuls bei der Ausstrahlung interpretiert (siehe 4.19). Diese Interpretation — eine Konsequenz aus Heisenbergs der Mechanik widersprechenden Modellannahmen — lehnten sowohl Landé als auch Pauli ab. Beide übernahmen zwar Gleichung 4.28, betrachteten sie jedoch zunächst als formale empirische Regularität bzw. als Hinweis auf das Vorliegen einer „gewisse[n] Symmetrie der stationären Zustände“[64, S. 163].

Anschaulich läßt sich (4.28) interpretieren als Mittelung über alle möglichen Orientierungen des anomalen Rumpfdrehimpulses (bzw. des Spins). Gleichung 4.28 lautet dann einfach $\langle g\rangle = 1$ falls es zu jeder in der Summe vorkommenden Rumpfimpulskomponente μ genau eine entgegengesetzte $-\mu$ gibt. Weniger klar ist die Deutung der allgemeinen Summenregel (4.27). Sie läßt sich schreiben als

$$\sum_{m,k\,\text{fest}} g_k\mu + g_R m_1 = \text{const} \tag{4.29}$$

oder als

$$\sum_{m,k\,\text{fest}} g_J m = \text{const} \tag{4.30}$$

wobei g_k, g_R bzw. g_J die gyromagnetischen Verhältnisse für den Bahn–, den Rumpfdrehimpuls bzw. den Gesamtdrehimpuls bezeichnen. Letztere Form benutzt Landé in [54]. Weil sich die Summe nicht unbedingt über alle möglichen Orientierungen zwischen Rumpf– und Bahnimpuls erstreckt, gelten hier aber keine Symmetrieregeln für die μ und m_1. Dass diese Formeln gelten, kann im Rahmen des Vektormodells des Atoms nicht verstanden werden, ja sie widersprechen ihm sogar, insofern sie für die theoretische g–Formel (4.25) nicht erfüllt sind. Besser steht es um das Modell im Fall starker Felder. Hier geben die Paulischen Formeln (4.23) und (4.24) die empirischen Werte genau wieder und folgen gleichzeitig aus dem Modell. Dieser Sachverhalt ist nun von Bedeutung für den Versuch, den Geltungsbereich der klassischen Mechanik im Atommodell möglichst genau abzustecken und so eine klarere Vorstellung von Art und Ort der nötigen Modifikation zu bekommen. Im starken Feld gilt das Ersatzmodell und also die klassische Mechanik; die nichtklassische Summenregel erlaubt dann den Übergang zu schwachen Feldern. Landé schließt daraus in [54, S.122], „daß in starkem Feld die Mechanik für die stationären Quantenzustände in weiterem Maße gültig ist, als in schwachem Feld, wo die innere Koppelung überwiegt und nach Bohr die Mechanik außer Kraft sein soll". Er bezieht sich dabei auf die Bohrsche Analyse der Quantenmechanik komplizierterer Atome, die nicht mehr als quasiperiodische Systeme unter dem Einfluß langsam veränderlicher äußerer Felder (Adiabatenprinzip) beschrieben werden können. In [6] heißt es beispielsweise:

> „Dieses allgemeine Versagen der klassischen Gesetze bringt es mit sich, daß wir schon für den Fall eines harmonischen Wechselspiels erwarten müssen, daß sich die Festlegung der Energie sowie die Beurteilung der Stabilität nicht mit Hilfe der Prinzipien der gewöhnlichen Mechanik streng durchführen läßt in Fällen, wo das Wechselspiel der Elektronen nicht auf adiabatischem Wege hergestellt werden kann, oder wo der Einfluß von äußeren Kräften, klassisch berechnet, den Charakter des Wechselspiels verändern würde." (S. 135)

4.6 Das Ausschließungsprinzip

Im Herbst und Winter 1924/5 entstanden, angeregt durch eine im Oktober 1924 erschienene Arbert von Stoner [88], zwei Arbeiten, in denen Pauli völlig mit den bisherigen Modellvorstellungen für Mehrelektronenatome brach und sein berühmtes Ausschließungsprinzip formulierte.

4.6.1 Rumpfmodell und Relativitätstheorie

In der ersten [65] untersuchte er den Einfluss der relativistischen Massezunahme auf das gyromagnetische Verhältnis der Rumpfelektronen, genauer der Elektronen der K–Schale, die im Rahmen des Rumpfmodells gewöhnlich für den Rumpfdrehimpuls verantwortlich gemacht wurden. Dazu ist im wesentlichen der zeitliche Mittelwert des relativistischen Korrekturfaktors

$\gamma = \sqrt{1 - v^2/c^2}$ über die Elektronenbahn in Abhängigkeit von der Kernladungszahl zu berechnen (die Quantenzahlen n und k sind für die K–Schale konstant = 1), was auf $\langle\gamma\rangle = \sqrt{1 - \alpha^2 Z^2}$ führt. Dieses $\langle\gamma\rangle$ tritt dann wegen $m = \gamma m_0$ direkt im gyromagnetischen Verhältnis $g = \frac{e}{2mc}$ und damit auch in der Linienaufspaltung beim Zeemaneffekt auf. Nähme man nun den üblichen anomalen Wert für den Rumpf, nämlich $g_R = 2$ für leichte Elemente wie Lithium an, und zwar so, dass man ihn als das doppelte des normalen Wertes betrachtet: $g_R = 2g$, dann würde er, wie dieser, mit wachsender Kernladungszahl deutlich abnehmen, was aber mit den Experimenten unvereinbar ist. Den offensichtlichen Ausweg, wenn man schon ein anomales gyromagnetisches Verhältnis ad hoc postulieren muss, dessen Unabhängigkeit von relativistischen Einflüssen gleich mit zu postulieren nannte Pauli „außerordentlich unbefriedigend“[65, S. 383]. Dass Pauli seinem Argument großes Gewicht beimaß, ist zu erklären, einerseits durch die Rolle die dieselbe Massenzunahme in der gut bestätigten sommerfeldschen Theorie der Wasserstoff–Feinstruktur spielt, andererseits durch sein Streben nach einheitlichen Prinzipien der Physik und seiner Abneigung gegen ein eklektisches Zusammenstückeln von Modellen[7].

Pauli führt am Schluss des Artikels als andere Argumente gegen das Rumpfmodell noch an: unerklärliche Auszeichnung der K–Schale, Schwierigkeit beim Übergang eines Leuchtelektron in den Kern im Zuge des Aufbauprozesses, der relativistischen Beschreibung der Dublettintervalle. Insgesamt kommt er so zu dem Schluss, neben der üblichen Auffassung sei auch noch die folgende in Betracht zu ziehen:

> Die abgeschlossenen Elektronenkonfigurationen sollen nichts zum magnetischen Moment und zum Impulsmoment des Atoms beitragen. Insbesondere werden bei den Alkalien die Impulswerte des Atoms und seine Energieänderungen in einem äußeren Magnetfeld im wesentlichen als eine alleinige Wirkung des Leuchtelektrons angesehen, das auch als der Sitz der magneto–mechanischen Anomalie betrachtet wird. Die Dublettstruktur der Alkalispektren, sowie die Durchbrechung des Larmortheorems kommt gemäß diesem Standpunkt durch eine eigentümliche, klassisch nicht beschreibbare Art von Zweideutigkeit der quantentheoretischen Eigenschaten des

[7] Zu Paulis Kriterien für die Einschätzung physikalischer Modelle im Unterschied zu Heisenberg in dieser Zeit siehe [82]

> Leuchtelektrons zustande.
>
> Es braucht kaum betont zu werden, daß die weitere Entwicklung der Theorie zeigen muß, inwiefern eine solche Auffassung das Richtige trifft und ob sie weiter ausgebildet werden kann. Es stehen dieser Auffassung große Schwierigkeiten entgegen, besonders im Hinblick auf eine natürliche Verbindung derselben mit dem Korrespondenzprinzip.[65, S. 385]

Wiewohl er sich mit diesem im folgenden Artikel [66] ausgeführten Programm zunächst radikal von allen mechanischen Modellvorstellungen abzuwenden schien, behielt Pauli dennoch die Notwendigkeit irgendeines Anschlusses der Quantentheorie an die klassische Mechanik im Sinne des Korrespondenzprinzips im Auge. Der Artikel endet denn auch mit dem Satz:

> Vielleicht wird die endgültige Lösung der hier vorliegenden Probleme in der Richtung eines Mittelweges zwischen diesen beiden Auffassungen liegen.[a.a.O.]

Dieser Mittelweg ist nun aber keinesfalls als fauler Kompromiss, als am empirischen Bedarf orientiertes Zusammenstückeln von Modellkomponenten verschiedener theoretischer Herkunft zu verstehen (s.o.). Vielmehr dachte Pauli an eine fundamentale einheitliche Theorie, als deren Aspekte sich das jeweils richtige der unvereinbaren Gesichtspunkte ergibt. Diese schon stark an den späteren Begriff der Komplementarität erinnernde Sichtweise tritt deutlich zu Tage in einem Brief Paulis an Bohr vom Dezember 1924:

> Aber ich glaube, daß das, was ich hier mache, *kein größerer* Unsinn ist, als die bisherige Auffassung der Komplexstruktur, Mein Unsinn ist zu dem bisher üblichen Unsinn konjugiert. Eben deshalb glaube ich, daß dieser Unsinn beim jetzigen Stand des Problems notwendigerweise gemacht werden muß. Der Physiker, dem es einmal gelingen wird, diese beiden Unsinne zu addieren, der wird die Wahrheit erhalten!
>
> [...] Das (noch unerreichte) Ziel muß sein, diese und alle anderen physikalisch realen, beobachtbaren Eigenschaften der stationären Zustände aus den (ganzen) Quantenzahlen und quantentheoretischen Gesetzen zu deduzieren. [69, Nr. 74]

4.6.2 Ausschließungsprinzip und neue Quantenzahlen

Der zweite Artikel, in dem das Pauli–Verbot erstmals formuliert wurde, ist in zwei Abschnitte unterteilt. Der erste enthält das neue Quantenzahlenschema und den Beweis seiner Verträglichkeit mit dem Aufbauprinzip. Der zweite enthält das Pauli–Prinzip und eine Diskussion von dessen Konsequenzen für den Aufbau des Periodensystems und charakteristische Merkmale der Element.

Neue Quantenzahlen

Aus den bisherigen Modellen übernommen werden die Hauptquantenzahl n und die Nebenquantenzahl k_1, üblicherweise k genannt und als azimutale Quantenzahl gedeutet, von der es heißt, sie bestimme „die Größe der Zentralkraftwechselwirkung des Leuchtelektrons mit dem Atomrest“. Als nächstes wird k_2 eingeführt, als die Quantenzahl, die die Multipletterme nummeriert (beim Dublett ist $k_2 = k_1, k_1 - 1$) und die die Relativitätskorrektion bestimmt. Letzteres bezieht sich auf die von Landé und Millikan hervorgehobene Analogie zwischen optischen und relativistischen Röntgendubletts. In dem Sommerfelds Rechnung zu Grunde liegenden Modell ist die die Relativitätskorrektion bestimmende Quantenzahl ebenfalls die azimutale, deren Entsprechung hier aber k_1 ist. Es ist also *ein* Modellparameter, die Exzentrizität der Elektronenbahn, der für zwei Effekte verantwortlich ist (Termaufspaltung durch 1. relativistischen Massenzuwachs und 2. Abweichung vom Coulombfeld) in zwei verschiedene empirische Parameter, die jeweils einen der beiden Effekte parametrisieren, aufgespalten. Dass Pauli unter diesen Umständen von modellmäßigen Deutungen Abstand nahm, ist nicht verwunderlich. Mit der im Rumpfmodell üblichen Gesamtdrehimpuls–Quantenzahl j hängt k_2 über $j = k_2 - 1/2$ zusammen. Die vierte Quantenzahl m_1 gibt den Betrag der Drehimpulskomponente des Atoms parallel zu einem äußeren Feld an. Schließlich kann in starken Feldern k_2 ersetzt werden durch die „magnetische Quantenzahl“ m_2, „die direkt die Energie des Atoms im Magnetfeld , das ist die Komponente des magnetischen Moments des Leuchtelektrons parallel dem Felde, angibt“[8]. m_2 kann dann die beiden Werte $m_1 \pm 1/2$ annehmen,

[8]Wollte man die Quantenzahlen im Rahmen des Rumpfmodells interpretieren müsste hier von der Komponente des magnetischen Moments des *Atoms*, nicht des *Leuchtelektrons* die Rede sein. Als Konsequenz seiner Zuschreibung aller Quantenzahlen zum Leuchtelektron kann Pauli hier dem Atom zugeschriebene Momente vollständig auf das Leuchtelektron zurückführen.

je nachdem, wie sich, modern gesprochen, der durch m_1 gegebene Drehimpuls aus Bahn– und Spinanteil zusammensetzt. Stehen beide parallel bzw. antiparallel, ist die Energie um $1/2$ größer bzw. kleiner als bei normalem gyromagnetischem Verhältnis erwartet.

Was Pauli über die Bedeutung seiner neuen Quantenzahlen sagt, lässt sich gut als Konsequenz seiner an Mach orientierten Maxime deuten, nur beobachtbare, d.h. durch tatsächliche Messvorschriften definierbare Größen zuzulassen. Die Einführung verschiedener Quantenzahlen für Zentralkraftwechselwirkung und Relativitätskorrektion macht es unmöglich die Modellkomponente „Gestalt bzw. Exzentrizität der Elektronenbahn" eindeutig empirisch zu bestimmen. So heißt es in dem zitierten Brief an Bohr:

> Die relativistische Dublettformel scheint mir nun zweifellos zu zeigen, daß nicht nur der dynamische Kraftbegriff, sondern auch der kinematische Bewegungsbegriff der klassischen Theorie tiefgehende Modifikationen wird erfahren müssen* (Deshalb habe ich auch die Bezeichnung „Bahn" in meiner Arbeit durchweg vermieden.)[69, Nr. 74]

In der Fußnote (*) wendet er sich noch gegen das Argument, die Vorstellung von Elektronenbahnen sei wegen ihrere Anschaulichkeit beizubehalten:

> * Dies halte ich für sicher — trotz unseres guten Freundes Kramers und seiner bunten Bilderbücher. — „und die Kinder, sie hören es gerne" Wenn auch das Verlangen dieser Kinder nach Anschaulichkeit teilweise ein berechtigtes und gesundes ist, so darf dieses Verlangen doch niemals in der Physik als Argument für die Beibehaltung gewisser Begriffssysteme gelten. Sind die Begriffssysteme einmal abgeklärt, so werden auch die neuen anschaulich sein.[a.a.O]

Infolgedessen werden die Quantenzahlen k_1 und k_2 nur funktional eingeführt, d.h. es wird nur der Zusammenhang angegeben, über den sie beobachtbare Größen bestimmen. Das sind nun die „Energie– und Impulswerte der stationären Zustände", von denen es heißt, sie seien „etwas viel realeres als 'Bahnen'."[a.a.O.] Eben diese Annahme einer größeren Realität des dynamischen Drehimpulses, d.h. des Drehimpulses, definiert über seine Wechselwirkung mit äußeren Systemen[9], erlaubt es Pauli auch, der Quantenzahl m_1 direkt die

[9]Diese Ansicht äußerte Pauli noch verschiedentlich in Briefen der Zeit. So z.B. in einem

Bedeutung einer Drehimpulskomponente zuzuordnen. Ähnlich beschreibt m_2 direkt die Wechselwirkung des Atoms, bzw. den Beitrag des jeweiligen Elektrons zu dieser, mit dem äußeren Magnetfeld.

Hier wären die zu (3.36) und (3.37) in Abschnitt 3.5 analogen formalen Bestimmungen der Begriffe von dynamischem und kinematischem Drehimpuls etwa:

$$q_{\text{kin}}(\dots) \quad := \quad \iota l \,|\, \Sigma_{\text{stat}}(\dots) \wedge l \in \lambda \wedge \left(l(t) = \sum_{j \in \mathcal{T}} m_j x_j \times \dot{x}_j \right) \tag{4.31}$$

$$q_{\text{dyn}}(\dots) \quad := \quad \iota l \,|\, \Sigma_{\text{L-dyn}}(\dots) \wedge l \in \lambda \wedge \left(l = \frac{\Delta L}{n} \right) \tag{4.32}$$

Dabei beschreibt $\Sigma_{\text{L-dyn}}(\dots)$ das Verhalten geladener Kreisel in äußeren Feldern (ihre „dynamische“ oder „effektive“ Wechselwirkung)[10].

Folgerungen

Das neue Quantenschema passte nun auch problemlos zum Aufbauprinzip. Hatte man bisher die Spin–Bahn–Wechselwirkung als Wechselwirkung zwischen Leuchtelektron und Rumpf gesehen, was zur Durchbrechung des Aufbauprinzips führte (s. Abschnitt 3.3), so war nun der Zustand des Leuchtelektrons komplett durch dessen Quantenzahlen charakterisiert. Es ist nicht mehr der Gesamtimpuls des Ions, der beim Hinzukommen des Leuchtelektrons plötzlich zwei Werte annehmen kann, wie Landé und Heisenberg ihren „Verzweigungssatz“ interpretierten, sondern die Zweideutigkeit steckt allein im Elektron. Pauli resümiert:

Schreiben an Landé vom November 1924:

> „Den Impuls des Atoms kann man sich dynamisch ermittelt denken durch die Reaktion des Atoms mit anderen Systemen (Einstein–de–Haas–Effekt, Zusammenstoß mit freien Elektronen, etc.). An die kinematische Definition des Impulses der klassischen Mechanik will ich dabei nicht denken; ebensowenig wie man die Energie mechanisch berechnen kann.“[69, Nr. 71]

[10] In dieser Unterscheidung dynamischer und kinematischer Konzepte, die Pauli ähnlich schon 1923 traf (s. Abschnitt 4.5) dürfte auch der Ursprung sein für die von Bohr der klassischen Mechanik gegenübergestellte Unvereinbarkeit von Raum-Zeit-Begriffen und dynamischen Erhaltungssätzen in der Beschreibung eines quantenmechanischen Systems (s. z.B. [78, Kap. 1]) .

> Nach der hier vorgeschlagenen Auffassung äußert sich ferner der Bohrsche Zwang nicht in einer Durchbrechung der Permanenz der Quantenzahlen bei der Kopplung des Serienelektrons an den Atomrest, sondern nur in der eigentümlichen Zweideutigkeit der quantentheoretischen Eigenschaften der einzelnen Elektronen in den stationären Zuständen des Atoms.[66, S. 768]

Eine unangenehme Folge der neuen Auffassung war dagegen die offenbare Unvereinbarkeit mit dem Korrespondenzprinzip — für Pauli der schwerwiegendste Einwand gegen seine Theorie:

> So erfordern bekanntlich in unserem Falle die genannten Auswahl– und Polarisationsregeln gemäß dem Korrespondenzprinzip den Bewegungstypus einer Zentralbahn mit überlagerter Präzession der Bahnebene um eine ausgezeichnete Achse des Atoms, zu der in schwachen äußeren Magnetfeldern noch eine Präzession um eine in der Feldrichtung durch den Kern gelegte Achse hinzutritt. [...]
>
> Es entsteht hier also das schwierige Problem, wie das Auftreten des vom Korrespondenzprinzip geforderten Bewegungstypus des Leuchtelektrons unabhängig von seiner bisher angenommenen, kaum aufrecht zu erhaltenden, speziellen dynamischen Deutung physikalisch interpretiert werden kann.[66, S. 770 f.]

Wie soll man sich aber überhaupt eine physikalische Interpretation des „geforderten Bewegungstypus" vorstellen, wenn doch jegliche Elektronenbahnen von vornherein diskreditiert sind? Dem zitierten Brief an Bohr ist zu entnehmen, dass Pauli nicht an einen endgültigen Abschied von Bahnvorstellungen dachte — das wäre tatsächlich ein unüberbrückbarer Bruch mit der klassischen Physik — sondern er hatte vielmehr eine „tiefgehende Modifikation" des klassischen Bewegungsbegriffs im Sinn. Erst auf der Grundlage eines so reformierten Bewegungsbegriffs erwartete Pauli eine gültige Formulierung des Korrespondenzprinzip:

> Daß das Korrespondenzprinzip nicht nur auf mehrfach periodische Systeme begrenzt ist, sondern auch für alle Atome in irgend einer Form Geltung besitzen wird, ist ja nicht zu bezweifeln. Wir dürfen uns aber nicht darüber hinwegtäuschen, daß wir für Nicht–Periodizitätssysteme eine genaue Formulierung dieses

> Prinzips noch nicht besitzen, daß vielmehr eine solche Formulierung erst *zu suchen* ist. [...]
>
> Da dieser Bewegungsbegriff auch dem Korrespondenzprinzip zu Grunde liegt, so müssen seiner Klärung vor allem die Anstrengungen der Theoretiker gelten.[69, Nr. 74]

Der zweite Abschnitt des Artikels enthält dann das paulische Ausschließungsprinzip, anschließend an eine Arbeit von Stoner [88], der erkannt hatte, dass die Zahl der Elektronen in einer Untergruppe ((n,l)– Schale) gleich ist der Zahl der Termkomponenten im anomalen Zeemaneffekt des entsprechenden Alkaliatoms. Diese Regel konnte Pauli dann durch sein allgemeineres Prinzip erklären:

> Es kann niemals zwei oder mehrere äquivalente Elektronen im Atom geben, für welche in starken Feldern die Werte aller Quantenzahlen n, k_1, k_2, m_1 (oder was dasselbe ist, n, k_1, m_1, m_2) übereinstimmen. Ist ein Elektron im Atom vorhanden, für das diese Quantenzahlen (im äußeren Felde) bestimmte Werte haben, so ist dieser Zustand „besetzt". [66, S. 776]

Damit war dann nicht nur der Abschluss der Perioden zu erklären, sondern auch der Ausfall derjenigen Terme, die dem Ausschließungsprinzip nicht genügen.

4.7 Goudsmit und Uhlenbeck postulieren das rotierende Elektron

Ganz grob kann man den Schritt Goudsmits und Uhlenbecks zur Eigenrotation des Elektrons [91, 92] charakterisieren als eine Synthese von Paulis gerade beschriebenem letzten Schritt, den der Multiplettaufspaltung entsprechenden neuen Freiheitsgrad vom Rumpf auf das Leuchtelektron selbst zu übertragen, und der ursprünglichen Heisenberg-Landé'schen Interpretation dieser Aufspaltung als Resultat einer magnetischen Wechselwirkung drehimpulsbehafteter Subsysteme des Atoms. Diese Synthese erforderte allerdings eine tiefgreifende Revision des Landé-Heisenberg'schen Ersatzmodells. Bisher gab es eine eindeutige Zuordnung zwischen den Subsystemen des Atoms, ihrem Drehimpuls und dem zugehörigen magnetischen Moment. Die Wechselwirkung zweier Drehimpulse *eines* Subsystems, des Leuchtelektrons, miteinander passt natürlich gar nicht in dieses Schema. Erst die Überlegung, dass die Zuschreibung eines magnetischen Moments zu einem Subsystem nicht absolut möglich ist sondern im dem Ersatzmodell zugrundeliegenden „exakten“ Atommodell auf der Bewegung einiger Modellteile relativ zu anderen beruht, führt auf den Gedanken, durch eine Transformation ins Ruhesystem des Leuchtelektrons dessen Bahndrehimpuls und damit das zugehörige magnetische Moment auf den Atomrest zu transferieren und dann dessen Wechselwirkung mit dem beim Leuchtelektron verbliebenen Eigendrehimpuls zu betrachten.

Die wesentlichen Schritte zu dieser Synthese bestanden darin,

1. Paulis Quantenzahlen in starken Feldern m_1 und m_2 im Sinne des alten Rumpfmodells darzustellen durch einen Bahn- und einen „Rumpf-“ Anteil (s. Goudsmits Artikel [31]).

$$m_1 = m_k + m_R \qquad m_2 = m_k + 2m_R \tag{4.33}$$

2. die Revision der Sommerfeld’schen Einordnung der Multipletts als nicht analog der Feinstrukturaufspaltung beim Wasserstoff (s. Abschnitt 4.2) in Betracht zu ziehen und Wasserstoff und Alkaliatome gleich zu behandeln.

3. an dem Grundgedanken der alten Quantentheorie, dass jede Quantenzahl einem Freiheitsgrad eines mechanischen Systems entsprechen muss, festzuhalten.

Schritt 2 ist zwar in der ersten Veröffentlichung in den *Naturwissenschaften* [91] noch nicht explizit angeführt, wird aber sowohl in den Erinnerungen Goudsmits und Uhlenbecks[11]als auch in der direkt folgenden *Nature* Veröffentlichung [92] genannt.

4.7.1 Spin und Relativität I

In der historischen Literatur[12] wird verschiedentlich die Frage diskutiert, warum Pauli nicht selbst den Schritt zur Spin-Hypothese tat, sondern vielmehr noch Monate nach ihrer Veröffentlichung ihr entschiedenster Gegner war. Am einleuchtendsten und als Erklärung völlig hinreichend ist m.E. ,

[11] Interview mit Goudsmit im AHQP, S. 12 und Uhlenbecks Erinnerungen in [90]

[12] Etwa: Jammer [47], van der Waerden [93], Robotti [76]

dass Pauli sah, dass der Spin aus demselben Grund klassisch unmöglich war, den er schon in [65] als Widerlegung des Rumpfmodells angeführt hatte: Die relativistische Masseveränderung durch die hohen Rotationsgeschwindigkeiten[13]. War diese schon für den Rumpf fatal, so musste sie für das um Größenordnungen kleinere Elektron erst recht verheerend sein[14]. Außerdem stellte die neue Erklärung der Wasserstofffeinstruktur deren Sommerfeld'sche, relativistische Erklärung in Frage. Zusammengefasst heißt das, dass die Spin-Hypothese erstens auf ein mit der Relativitätstheorie nicht vereinbares Modell führte und zweitens dieses Modell ein Phänomen erklären sollte, das bisher nur durch ein relativistisches Modell erklärbar war.

Ein anderer Berührungspunkt zwischen Spin-Hypothese und Relativitätstheorie liegt in der physikalischen Ursache der Spin-Bahn-Wechselwirkung, die Goudsmit und Uhlenbeck zunächst gar nicht klar war. Erst durch einen Brief Heisenbergs an Goudsmit[15] und Erläuterungen Einsteins stießen sie auf die Transformation ins Ruhesystem des Elektrons, in dem sich der Kern bewegt und so am Ort des Elektrons ein Magnetfeld erzeugt. Die Spin-Bahn-Kopplung ist also schon in diesem quasiklassischen Modell ein „relativistischer Effekt" in dem Sinn, dass sie durch die unveränderte Gültigkeit der Elektrodynamik in bewegten Bezugssystemen zu erklären ist.

Insgesamt scheint der Zusammenhang zwischen Spin und Relativitätstheorie bis hierher widersprüchlich. Teile des Spinmodells lassen sich als Konsequenz des Relativitätsprinzips verstehen, andere widersprechen ihm – eine Situation, die zu dem generellen Verhältnis von klassischer Mechanik und Quantenmechanik in der späten älteren Quantentheorie passt, das geprägt war durch die zunehmend als unüberwindlich eingeschätzten Schwierigkeiten mit der Einbettung von empirischen Regularitäten in ein von wenigen Prinzipien bestimmte Quantentheorie. In dieser Lage setzte sich die Ansicht durch, dass die Lösung nur in einer konsequenten Verbindung von Quantenmechanik und Relativitätstheorie liegen konnte. So schrieb z.B. Heisen-

[13] Siehe Abschnitt 4.6.1. Wie dort schon erwähnt, war die Relativitätstheorie eben keine unabhängige Theorie neben der Quantentheorie mit eigenem Anwendungsgebiet, etwa in der Art, wie sich heute die Allgemeine Relativitätstheorie zur Quantenmechanik verhält. Vielmehr stellte die Sommerfeld'sche Erklärung der Wasserstoff-Feinstruktur für *beide* Theorien jeweils einen ihrer größten Erfolge (und damit Bestätigungen) dar.

[14] Das Elektron müsste ja einen ebensogroßen Drehimpuls haben wie im Rumpfmodell der Rumpf, also eben wegen seiner geringeren Ausdehnung viel schneller rotieren.

[15] Heisenberg fragt dort, wie Goudsmit den Faktor 2 in der Wechselwirkungsenergie, die Goudsmit und Uhlenbeck bis dahin ja noch gar nicht berechnet hatten, losgeworden sei. Dieses Problem wurde erst Monate später im Februar 1926 von L. H. Thomas gelöst.

berg an Goudsmit, dessen Spin-Hypothese habe „eine neue u. wichtige Seite des Phänomens der Multiplettstrukturen ans Licht gebracht", aber er glaube „doch auch, dass die endgültige Lösung noch tiefer liegt und wesentlich mit einer vierdimensional-invarianten Formulierung der Quantenmechanik zu tun hat."[16].

Die Fragen, die in diesem Zusammenhang zu klären sind, sind folgende:

- In welchem Sinn genügt das Modell des Spin-Elektrons der Relativitätstheorie? Die Antwort liegt hier in der Erkenntnis, dass man sich Teilchen mit einem Eigendrehimpuls nicht unbedingt als kleine, ausgedehnte Kugeln, deren Oberfläche mit einer bestimmten Geschwindigkeit rotiert, denken muss, was durchaus auch im Rahmen einer klassischen Mechanik möglich ist (siehe Abschnitt 5.2.2).

- Gibt es einen tieferen Zusammenhang zwischen Sommerfelds Erklärung der Wasserstofffeinstruktur und der durch die Spin-Hypothese? Diese Frage hat lange auf eine befriedigende Antwort warten müssen (Biedenharn 1983 [4]). Biedenharn zeigt hier, dass die Reduktion des relativistischen sommerfeldschen auf das nichtrelativistische bohrsche Wasserstoffmodell durch Transformation in ein rotierendes Bezugssystem eine Entsprechung in der Lösung der Dirac–Gleichung hat, die durch eine analoge Tranformation auf das nichtrelativistische Problem (des schrödingerschen Wasserstoffatoms).

Klar ist, dass beide Fragen sich nicht stellen würden, wenn es der Physik allein um eine Rettung der Phänomene, um lokal funktionierende Modelle ginge.[17]

[16]Brief vom 9.12.25, AHQP

[17]Um zu beurteilen, ob das Streben der Physik nach einheitlichen Theorien, in einer einheitlichen Ordnung der Natur oder eher in dem Hang der Physiker zu ökonomischer, leicht merkbarer Darstellung der Fakten begründet ist, müsste man wissen, ob und in welchem Sinn der Versuch, diese Fragen zu beantworten, auch hätte scheitern können.

Kapitel 5

Spin in der Quantenmechanik ab 1926

In diesem Kapitel soll die Bedeutung des Spinbegriffs im Rahmen der entwickelten Quantenmechanik untersucht werden. Dazu ist, analog zur Diskussion der Semantik der älteren Quantentheorie in Kapitel 3, die Interpretation der Quantenmechanik allgemein zu betrachten. Dabei will ich keinen erschöpfenden Überblick über die Deutungsmöglichkeiten der Quantentheorie und ihre Geschichte geben[1], sondern direkt die Frage nach der Deutung des Spinbegriffs in 3 beispielhaften Deutungsalternativen beantworten. Zuvor sollen kurz das allen Interpretationen zugrundeliegende mathematische Gerüst der Quantenmechanik und die entscheidenden Schritte Paulis und Diracs zur Unterbringung des Spin in diesem vorgestellt werden.

Das Verhältnis des Spin zu Theoriemerkmalen, namentlich die Frage, ob der Spin eine spezifisch relativistische oder quantenmechanische Größe sei, ist das Thema des zweiten Teils dieses Kapitels.

[1] Dazu siehe etwa [48], [3] uva.

5.1 Interpretationen der Quantenmechanik

Die Geschichte der Interpretation der Quantenmechanik beginnt natürlich, jedenfalls, was die physikalische Seite dieser Interpretation betrifft[2], mit ihrer Geburt, also dem heisenbergschen Umdeutungsartikel [35], dessen konsequente Weiterentwicklung des Korrespondenzprinzips ich schon im Abschnitt 3.4.3 diskutiert habe[3]. Mit dieser Arbeit war nun aber die Deutung der Quantenmechanik längst nicht abgeschlossen, sie ist es bis heute nicht – ebensowenig übrigens wie die Deutung der Newton'schen Mechanik abgeschlossen war, solange sie als die fundamentale Theorie der Physik gelten konnte[4]. Die Entwicklung der neuen Quantenmechanik und ihrer Deutung will ich hier, sofern sie nicht (wie die Entdeckung von Pauli– und Dirac–Gleichung) direkt mit der Weiterentwicklung des Spinbegriffs verknüpft ist, nicht im historischen Detail verfolgen, sondern die gängigen Deutungsalternativen möglichst knapp und systematisch darstellen, um die Konsequenzen der großen Deutungsalternativen für die Bedeutung des Spinbegriffs aufzuzeigen. Nichtsdestotrotz ist aber eine einleitende kurze Darstellung der Wurzeln der Interpretation der Quantenmechanik erhellend.

5.1.1 Erstinterpretationen

In der genannten heisenbergschen Arbeit nehmen die Wahrscheinlickeiten und Frequenzen der beobachteten Strahlungsübergänge die zentrale Position ein. Dabei behalten diese zunächst ihre Bedeutung in Bezug auf die Messtheorie bei – Übergangswahrscheinlickeiten und -frequenzen werden ja mit denselben, klassisch beschriebenen und konstruierten Apparaten gemessen. Sie werden aber in der theoretischen Erklärung mit Modellen einer ganz anderen, neuen Theorie verknüpft: Waren sie in der alten Quantentheorie auf etwas unbefriedigende, weil uneindeutige, Weise mit den Fourieramplituden und -frequenzen zweier verschiedener, stationärer, quasiklassischer Elektronenbahnen verknüpft, so tritt nun an die Stelle der Elektronenbahn oder des

[2] Die mathematische Interpretation der neuen Größen („Gesamtheiten"), d.h. ihre Identifikation als hermitesche Matrizen, ließ bekanntlich noch etwas auf sich warten. Daher rührt vermutlich die populäre Ansicht, Heisenberg & Co. wären durch wildes Raten und Spekulieren auf einen empirisch erfolgreichen Formalismus gestoßen, ohne zu ahnen, was dieser bedeute.

[3] Hier ist natürlich auch noch Borns bekannter Artikel „Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge" [7] zu nennen.

[4] Um das zu zeigen reicht ein Hinweis auf Heinrich Hertz' und Machs Arbeiten zu den begrifflichen Grundlagen der Mechanik.

Elektronenortes ein System aus Zahlen[5] (eine Matrix), deren jede eben genau einen möglichen Strahlungsübergang vollständig bestimmt und das zusammengenommen in einer wohlbestimmten Analogie zu einer entsprechenden klassischen Größe steht, dadurch dass es analogen Rechenregeln, nämlich denen für Matrizen gehorcht und dass die Zusammenhänge zwischen den neuen, durch Matrizen repräsentierte Größen, abgesehen von der anderen algebraischen Struktur (den Unterschieden in den Rechenregeln), dieselben sind wie die zwischen den entsprechenden klassischen Größen[6].

Diese Heisenberg'sche Erstdeutung der Quantenmechanik ist, soweit sie eben reicht, bis heute richtig, lässt aber offensichtlich einige Fragen offen. So haben wir nun eine Beschreibung des Atoms gewonnen, in der einerseits alle möglichen Strahlungsübergänge bestimmt sind, in der aber andererseits von Bestandteilen des Atoms (in der Hauptsache Elektronen) und von diesen zukommenden Größen die Rede ist. Damit stellt sich die Frage, was es mit den Zuständen auf sich hat, in denen sich das Atom befindet, wenn es gerade nicht strahlend zwischen ihnen hin und herspringt. War in der alten Quantentheorie der Quantensprung ein Fremdkörper in der theoretischen Beschreibung und hatte man dort zunächst eine recht feste Vorstellung vom Treiben der Bestandteile des Atoms in stationären Zuständen[7], so wurzelt Heisenbergs Theorie primär in der Beschreibung dieses Sprungverhaltens des gesamten Atoms, während sie vorläufig ganz unklar lässt, welchen Sinn es haben könnte, Elektronen als Bestandteilen von Atomen Eigenschaften wie Ort und Impuls zuzusprechen. Eine solche weitergehende Deutung, wurde erst möglich, nachdem als die mathematischen Objekte, die einen bestimmten Zustand eines Systems charakterisieren und aus denen dann die heisenbergschen Sprungwahrscheinlichkeitsmatrizen berechnet werden konnten, Schrödingers Wellenfunktionen, oder v. Neumanns Hilbertraumstrahlen gefunden wurden[8].

---

[5]Genauer: vektorwertigen Funktionen der Zeit.

[6]Das ist das Korrespondenzprinzip im zweiten der in Abschnitt 3.1.2 unterschiedenen Bedeutungen.

[7]Das ist die Interpretation der Theorie auf der internen Mikroebene im Sinn des Abschnitts 2.1.6.

[8]In der ursprünglichen heisenbergschen Matrixbeschreibung fehlt hierzu genau die Angabe des fixen Zustands (des Schrödingerzustands zu einer Anfangszeit t_0), auf den die die Zeitentwicklung enthaltenden Matrizen (Operatoren) anzuwenden sind. Heisenbergs Matrixelemente sind in moderner Notation $\exp t(E_i - E_j)i/\hbar\langle\psi_i|\hat{X}_s\psi_j\rangle$, wobei $\hat{X}_s$ einen Schrödinger–Operator und E_k, bzw. ψ_k Energieeigenwerte, bzw. -eigenzustände bezeichnen. Der Systemausgangszustand wäre etwa durch die Angabe von Enwicklungskoeffizienten $c_k = \langle\phi_s(t_0)|\psi_k\rangle$ des anfänglichen Schrödingerzustands $\phi_s(t_0)$ nach den ψ_k zu spezifizieren.

Eine Rückkehr zu einer kantischen Identität des anschaulichen Erfahrungsraumes mit dem Zustandsraum der Theorie (oder einer Veranschaulichung desselben) erlaubte auch diese Vollendung der mathematischen Theorie nicht. Den hierfür zu zahlenden Preis, machte erst Bohms Deutung, die ich in Abschnitt 5.1.6 behandle, deutlich.

Auch die Schrödingerwelle brachte eine ihrer Herkunft von der de Broglieschen Materiewelle entstammende Erstdeutung mit. Nach de Broglie [9] waren Elektronen mit einem Oszillator versehen und darüberhinaus mit Wellen assoziiert. Geriet das Elektron nun auf seiner elliptischen Bahn um den Atomkern in sein eigenes „Kielwasser", so mussten nach de Broglie Welle und Oszillator in Phase schwingen. Schrödinger schließt in seiner Deutung der Materiewelle insofern an de Broglie an, dass er die diskreten Zustände des rotierenden Elektrons, mathematisch exakter als de Broglies gerade zitierte Vorstellung, als Eigenschwingungen einer stehenden Welle deutet, die der formal der Hamilton–Jacobi–Gleichung der klassischen Mechanik analogen Schrödinger–Gleichung genügt. Im Gegensatz zu de Broglie und im Anschluss an Einsteins Vorschlag zur anschaulichen Erklärung des Welle–Teilchen–Dualismus im photoelektrischen Effekt [20] fällt das Teilchen als selbständiges Element der Ontologie der Theorie fort und wird als eine spezielle Form oder Eigenschaft einer Welle, als räumlich konzentrierte Welle oder „Wellenpaket", gedeutet.

5.1.2 Gemeinsames, Hilbertraum und Erwartungswerte

Allen Interpretationen der Quantenmechanik gemeinsam ist ein gewisses Grundgerüst an mathematischer Struktur und einige Beziehungen zwischen dieser Mathematik und beobachtbaren Vorgängen in Labor und Natur. Jede Formulierung der Quantenmechanik enthält dementsprechend eine Äquivalent zur Theorie von Hilberträumen und Operatoren[9] mit bestimmten algebraischen Eigenschaften („Rechenregeln") auf diesen Räumen. Die Protagonisten auf dieser mathematischen Bühne sind dementsprechend die Hilbertraumvektoren und die Operatoren (lineare Abbildungen auf dem Hilbertraum). Für ein Verständnis der folgenden Argumentation genügen weitgehend einfache, geometrisch leicht zu veranschaulichende Eigenschaften dieser Mathematik und ihrer Interpretation.

[9]Dieses „Äquivalent" kann allerdings, wie man am Beispiel der Bohm'schen Interpretation sieht, recht merkwürdig und dem Original unähnlich aussehen.

Im Vergleich mit der der älteren Quantentheorie zugrundeliegenden klassischen Mechanik entspricht der quantenmechanische Hilbertraum dem klassischen Phasenraum. Letzterer wies für alle das fragliche System charakterisierenden Größen eine eigene Dimension (Koordinatenachse) auf. Ein bestimmter Zustand des Systems entsprach damit dem Punkt im Phasenraum, der durch Abtragen der jeweils durch Messung ermittelten (rationalen) Zahlenwerte auf den zugehörigen Größenachsen festgelegt wird.

Im quantenmechanischen Analogon zu diesem klassischen Phasenraum, dem Ψ–Raum[10] $\mathcal{H}$, entspricht nun nicht jede Koordinatenachse einer Größe, sondern einem möglichen Messwert einer Größe. Der quantenmechanische Zustand des Systems ist nun wieder ein Punkt (oder Vektor) im Zustandsraum – nur ist die Interpretation desselben natürlich eine andere. Allen Interpretationsansätzen gemeinsam ist, dass das Absolutquadrat der Projektion $|\langle x|\psi\rangle|^2$ des Zustandsvektors $|\psi\rangle$ auf die mit einem bestimmten Messwert x_0 assozierte „Achse“ (*Eigenvektor*) $\langle x_0|$ ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, x_0 tatsächlich zu messen, ist[11] und dass man nach einer solchen Messung das System am besten mit $|x_0\rangle$ beschreibt[12]. Also gilt für jede Größe X:

$$P_\psi(X=x) = |\langle x|\psi\rangle|^2 \tag{5.1}$$

Der im Mittel über zahlreiche Versuche oder viele Systeme zu erwartende Messwert, der Erwartungswert, ergibt sich demzufolge zu:

$$\bar{X}_\psi = \sum_{\text{alle}\,x} xP_\psi(X=x) = \langle\psi|\hat{X}\psi\rangle, \qquad \text{mit}\ \hat{X}\psi = \sum_i x_i\langle\psi|x_i\rangle\langle x_i|\psi\rangle \tag{5.2}$$

Merkwürdigkeiten der Quantenmechanik

Diese gemeinsame mathematische Struktur und ihre minimale, probabilistische Deutung führen auf drei[13] im Vergleich zur Situation in der klassischen Physik merkwürdige Tatsachen, in deren Behandlung sich die verschiedenen weitergehenden Interpretationen der Quantenmechanik unterscheiden.

[10] Für einen Hilbertraum, der wie der quantenmechanische Zustandsraum schon eine gewisses Maß an physikalischer Interpretation mit sich führt, sollte man eine neue Bezeichnung einführen. Ich nenne ihn nach der gebräuchlichen Bezeichnung seiner Elemente kurz Ψ–Raum.

[11] Es ist also $||\psi|| = 1$.

[12] Diese Tatsache motiviert den in einigen Interpretationen (insbesondere in Varianten der klassischen Kopenhagener Deutung) angenommenen sprunghaften Übergang von $|\psi\rangle$ nach $|x_0\rangle$ bei der Messung.

[13] Man könnte auch mehr oder weniger zählen – diese drei sind die prominentesten.

M1 Da nach dem oben (Abschnitt 5.1.2) Gesagten jeder Größe im mathematischen Modell ebensoviele Koordinatenachsen entsprechen als es mögliche Messwerte dieser Größe gibt, ist jeder Größe ein mehrdimensionaler Unterraum des Ψ-Raumes zuzuordnen. Die entscheidende Komplikation für eine Interpretation der Quantenmechanik beruht nun darauf, dass diese Zuordnung nicht eineindeutig ist: Zwei (oder mehr) Größen können sich denselben Unterraum teilen (Solche Größen heißen dann *konjugiert*). Sie entsprechen dann verschiedenen Koordinatensystemen desselben Unterraums (s. Bild 5.1).

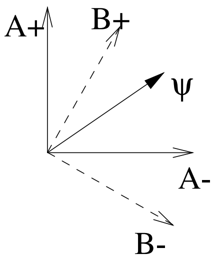

Abbildung 5.1: Mathem. Darstellung zweier Größen A und B mit je zwei möglichen Messwerten ($\pm$).

Die mathematische Tatsache, die sich hinter der Heisenberg'schen Unbestimmtheitsrelation, einer der anstößigsten Aussagen der Quantenmechanik, verbirgt, ist einfach die, dass der ψ-Vektor offensichtlich nicht gleichzeitig auf je einer Achse zweier um einen bestimmten Winkel gegeneinander verdrehter Koordinatensysteme liegen kann – fällt er in Bild 5.1 mit A^+ oder A^- zusammen, kann er gleichzeitig weder mit B^+ noch mit B^- zusammenfallen. Für die oben formulierte minimale Wahrscheinlichkeitsinterpretation heißt das, dass, wenn das Ergebnis der Messung einer Größe A an einem quantenmechanischen System mit Sicherheit vorhergesagt werden kann ($P_{\psi_{a_0}}(A = a_0) = 1$), es unmöglich ist, das Ergebnis einer Messung einer konjugierten Größe an demselben System vorherzusagen ($\forall b \neq a_0 : P_{\psi_{a_0}}(B = b) < 1$). Man sieht anhand des Bildchens ebenfalls leicht, dass größere Vorhersagesicherheit einer Größe zunehmende Unsicherheit („Unschärfe“) einer anderen, konjugierten Größe nach sich zieht.

M2 Eine weitere Merkwürdigkeit ist die, dass sich die oben definierten Wahrscheinlichkeiten in bestimmter Hinsicht nichtklassisch verhalten. In der klassischen Wahrscheinlichkeitstheorie ist die Wahrscheinlichkeit, dass eines von zwei einander ausschließenden Ereignissen eintritt gleich der Summe der Wahrscheinlichkeiten der Einzelereignisse

$$\forall a_1 \neq a_2 : P(A = a_1 \wedge A = a_2) = P(a_1) + P(a_2). \tag{5.3}$$

Das klassische Beispiel für die Verletzung dieser Gleichung in der Quantenmechanik ist das Doppelspaltexperiment. Dabei geht es um die Wahrscheinlichkeit, dass ein Probeteilchen (beispielsweise ein Elektron), an einem bestimmten Ort registriert wird, nachdem es einen Doppelspalt durchflogen hat. Dabei wird in dem einen Fall gemessen, durch welchen der beiden Spalte das Elektron geflogen ist, im anderen nicht. Nun sind die Ereignisse $S = 1$ „Elektron fliegt durch Spalt 1 und wird bei $X = x_0$ registriert" und $S = 2$ „Elektron fliegt durch Spalt 2 und wird bei $X = x_0$ registriert" zwei einander ausschließende Ereignisse und es sollte sich die Wahrscheinlichkeit, dass das Elektron entweder durch Spalt 1 oder 2 fliegt und dann bei x_0 aufschlägt als Summe der Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse $S = 1$ oder $S = 2$ ergeben. Das ist aber, wenn man die Messgröße S (den Durchflugsspalt) ungemessen lässt und diesen Fall mit $S = 1 \vee S = 2$ identifiziert, nicht der Fall. Der mathematische Hintergrund dafür ist derselbe wie der für M1. Als grafische Veranschaulichung identifiziere man in Bild 5.1 die mit A_+ bzw. A_- bezeichneten Achsen mit den Fällen $S = 1$ bzw. $S = 2$ und entsprechend die mit $B_\pm$ bezeichneten mit $\neg x = x_0$ bzw. $(\neg x = x_0)^\perp$.

M3 Drittens ist der oben erwähnte sprunghafte Übergang zwischen dem Zustand vor und dem nach der Messung ein Ärgernis, weil er sich der Beschreibung im Rahmen des Quantenmechanik (wenigstens prima facie) entzieht[14].

[14] Der Grund dafür ist, dass die „normale" Zeitentwicklung eines Zustands in der Quantenmechanik (wie schon in der klassischen Mechanik) umkehrbar eindeutig ist, was aber offensichtlich nicht für den Quantensprung bei der Messung gelten kann, weil dabei unterschiedliche Ausgangszustände zum selben Messergebnis führen können (wenn auch mit verschiedenen Wahrscheinlichkeiten). Mathematisch: Die Zeitentwicklung ist unitär, die Messung entspricht dagegen einer (nicht-unitären) Projektion.

5.1.3 Die Pauli–Gleichung

Der entscheidende Durchbruch zu einer Behandlung des Spin im Rahmen der Schrödinger'schen Quantenmechanik[15] gelang Pauli im Frühjahr 1927 [68], kurz nachdem er seinen hartnäckigen Widerstand gegen die Idee des „rotierenden" Elektrons aufgegeben hatte. Ausgangspunkt seiner Überlegungen war die Wahl geeigneter Koordinaten zur Beschreibung des neuen Freiheitsgrades. In der klassischen (und der alten Quanten–) Mechanik waren die kanonischen Hamilton–Jacobi–Koordinaten eines betragsmäßig konstanten, präzedierenden Drehimpulses z–Komponente und Azimut des Impulsvektors (siehe Abschnitt 3.1.1). Nach erfolglosen Versuchen mit dem Azimut als neuem (kontinuierlichen) Argument der Wellenfunktion, führte Pauli stattdessen die (im Sinne der älteren Quantentheorie) konjugierte z–Koordinate ein, was wegen der Zweiwertigkeit des Spin auf die zweikomponentige „Spinor"–Wellenfunktion führte. Die Spinoperatoren standen damit schon als 2×2–Matrizen fest. An dieser Stelle verabschiedet sich der Spin, zunächst noch unausgesprochen – Pauli spricht hier noch von Gründen der einfachen Handhabbarkeit – von einer kanonisch konjugierten Ortskoordinate (dem azimutalen Drehwinkel) als Gegenstück. Die Vertauschungsrelationen, die sich nach den Regeln von Heisenbergs Matrizenmechanik aus den entsprechenden klassischen Poisson–Klammern ($[L_x, L_y] = L_z$ usw.) ergaben, führten dann in dem lt. Pauli „einfachst möglichen Ansatz" auf die Pauli–Matrizen,

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \; \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \; \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{5.4}$$

die anstelle der klassischen Drehimpulsgrößen in die Bewegungsgleichungen eingehen und so auf die Pauli–Gleichung führen. Im Weiteren untersucht Pauli das Transformationsverhalten der neuen Spinor–Wellenfunktion bei Drehungen des Koordinatensystems und verallgemeinert seine Ergebnisse für den Fall mehrerer Elektronen.

5.1.4 Die Dirac–Gleichung

Wieder holt hatte Pauli in seinem gerade besprochenen Artikel darauf hingewiesen, dass seine Ergebnisse noch vorläufig seien, weil sie nicht invariant

[15] Die erste Behandlung des Spin im Rahmen der Matrizenformulierung der Quantenmechanik gaben Heisenberg und Jordan [40]

unter den Transformationen der speziellen Relativitätstheorie seien. Das galt natürlich genauso für die gewöhnliche Schrödinger–Gleichung. Die Suche nach einer relativistischen Grundgleichung der Quantenmechanik, auf der Dirac 1928 [17] seine Gleichung fand, war also zunächst gar nicht besonders mit dem Spin verknüpft. Interessant an der Dirac–Gleichung in Bezug auf den Spin ist aber, dass sie eine Spinor–Gleichung ist – und zwar nicht als Folge experimenteller Notwendigkeit durch nachträglichen Einbau eines weiteren Freiheitsgrades, sondern als Folge der an sie gestellten Forderungen, eine lorentz–invariante, der Schrödinger–Gleichung analoge (in den Übersetzungsregeln zwischen klassischen Größen und Operatoren) Differentialgleichung erster Ordnung in der Zeit zu sein. Ausgangspunkt der üblichen (Dirac'schen) Ableitung ist die relativistische (anstelle der Galilei'schen) Energie–Impuls–Beziehung $p_\mu p^\mu = (mc)^2$, die bei direkter Substitution der entsprechenden Operatoren für die 4 Impulskomponenten in eine Differentialgleichung zweiter Ordnung in der Zeit übergeht (Klein–Gordon–Gleichung):

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m^2)\Phi(x) = 0 \tag{5.5}$$

Das heißt, dass, um die Zeitentwicklung der Wellenfunktion ab einem bestimmten Zeitpunkt eindeutig festzulegen, nicht nur diese selbst, sondern auch ihre erste Ableitung zu dieser Zeit bekannt sein muss, womit ψ seine Status als vollständige Systembeschreibung verlöre. Dirac spaltete nun die Klein–Gordon–Gleichung in zwei Faktoren auf, deren jeder linear ist im Zeitableitungsoperator[16].

$$\begin{aligned}(\partial^\mu \partial_\mu + m^2) &= (i\gamma^\nu \partial_\nu + m)(-i\gamma^\mu \partial_\mu + m) = 0 && (5.6)\\ \Rightarrow (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi &= 0 && (5.7)\end{aligned}$$

5.1.5 Quantenlogik

Quantenlogische Interpretationen[17] der Quantenmechanik gründen auf zwei Gruppen von Postulaten:

1. Regeln für die korrekte Bildung quantenmechanischer Aussagen. Hier

[16] Eine genauere Diskussion der Dirac–Gleichung sowie generell der relativistischen Quantentheorie von philosophischer Seite findet sich in [87]

[17] Ich stütze mich auf die Darstellung von Rédei [75].

ist etwa die Menge der atomaren Sätze A als

$$P(X \in \mathbb{x}) = 1 \qquad \mathbb{x} \subset \mathbb{R} \tag{5.8}$$

definiert. Das heißt, zu den atomaren Sätzen gehören alle Behauptungen, dass der Wert einer Observablen X mit Sicherheit in einem bestimmten Bereich $\mathbb{x}$ zu finden sein wird, vorausgesetzt das betrachtete System befindet sich im Zustand ψ. Komplexe Sätze sind dann solche, die mithilfe der üblichen logischen Symbole ($\neg$, $\wedge$, $\vee$) aus den einfachen zusammengesetzt sind.

2. Wahrheitsbedingungen für die in 1. definierten Sätze: Ein Satz ist wahr genau dann, wenn der Zustandsvektor des Systems in dem diesem Satz zugeordneten Unterraum des Ψ-Raumes liegt. Dabei ist jedem atomaren Satz der von den mit den Messwerten aus $\mathbb{x}$ assoziierten Eigenvektoren (Koordinatenachsen) $|x_i\rangle\,(x_i \in \mathbb{x})$ aufgespannte Unterraum $\mathcal{X}_{\mathbb{x}} = \bigoplus_i \mathbb{C}|x_i\rangle$ zugeordnet. Den komplexen Sätzen $\neg a$, $a \vee b$ und $a \wedge b$ entsprechen dann, wenn zu a bzw. b der Unterraum $\mathcal{X}$ bzw. $\mathcal{Y}$ ($\mathcal{X}, \mathcal{Y} \subset \mathcal{H}$) gehört, die Unterräume $\mathcal{X}^{\perp}$, $\mathcal{X} + \mathcal{Y}$ bzw. $\mathcal{X} \cap \mathcal{Y}$.

Damit stellen die Symbole $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ andere Wahrheitsfunktionen dar als dieselben Symbole in der üblichen Logik und definieren damit eine neue Logik, die Logik von Aussagen einer bestimmten Form über Quantensysteme[18]. In dieser Quantenlogik ist insbesondere $\neg a \vee a$ nicht immer wahr, weil es möglich (und sogar die Regel) ist, dass $\psi \notin \mathcal{X}_{\mathbb{x}}$ und $\psi \notin \mathcal{X}_{\mathbb{x}}^{\perp}$.

Das Doppelspaltproblem M2 ist in der Quantenlogik direkt mit der Ungültigkeit des Distributivgesetzes zu erklären. Klassisch würde nämlich gelten:

$$\begin{aligned}&(S = 1 \vee S = 2) \wedge \neg X = x_0 \\ &\qquad\qquad \vdash (S = 1 \wedge \neg X = x_0) \vee (S = 2 \wedge \neg X = x_0)\end{aligned} \tag{5.9}$$

Dabei steht der Satz vor dem Deduktionszeichen (Satz a) für die experimentelle Situation ohne, der dahinter (Satz b) für die mit Bestimmung des Durchflugsspalts. In der Quantenlogik ist diese Ableitung schlicht falsch – in Übereinstimmung mit dem Experiment, wenn man für x_0 ein Interferenzminimum wählt.

[18] Rédei schreibt, „that by the logic of a physical system is meant the algebraic structure that represents the empirically checkable propositions and their logical relations from the point of view of truth, falsity, etc.“ [75, S. 43]

In semantischen Termini kann man den quantenlogischen Ansatz etwa so charakterisieren: Die erste Gruppe der oben angeführten Postulate legt die Syntax der (quanten-)physikalischen Sprache fest, die zweite Gruppe weist jedem diesen Syntaxregeln entsprechenden Satz-Zeichen („Die Größe X wird bei Messung sicher einen Wert aus dem Intervall $\mathbb{x}$ annehmen") als Extension einen Teil des Zustandsraumes des physikalischen Systems zu[19] (als Umfang des Begriffs „Zustand, in dem die Größe X sicher einen Wert aus $\mathbb{x}$ annehmen wird). Damit liegen bestimmte intensionale Eigenschaften der logischen Symbole, wie z.B. die Ungültigkeit des Distributivgesetzes fest[20]. Neben der dem zugrundelliegenden semantischen Beziehung zur mathematischen Struktur der Theorie (der internen Mikroebene aus Abschnitt 2.1.6) haben die Satz-Zeichen aber auch noch den Bezug zu bestimmten Ausgängen von Experimenten als ihren Wahrheitsbedingungen[21]. Auf dieser externen Mikroebene gilt natürlich die klassische Logik. Die Nichtklassizität der Quantenlogik taucht dadurch auf, dass die Verhaltensdispositionen desselben Quantensystems in verschiedenen, einander ausschließenden (komplementären) experimentellen Situationen als Eigenschaften dieses Systems gedeutet werden. Insofern die Quantenlogik einerseits an dem klassischen Begriff von Eigenschaften als Verhaltensdispostionen, festhält und andererseits die sich daraus ergebenden Merkwürdigkeiten als Ausdruck einer anderen Logik akzeptiert, ist sie eine konsequente Fortsetzung der klassischen Kopenhagener Deutung.

---

[19] Ganz ähnlich kann man die klassische Logik rekonstruieren als die Logik eines physikalischen Systems, das den Gesetzen der klassischen Mechanik gehorcht. Hier werden dann den zulässigen Sätzen nicht Unterräume eines Ψ–Raumes zugeordnet sondern Untermengen des gewöhnlichen Phasenraumes.

[20] In Carnaps Terminologie wären die Sätze auf der linken und rechten Seite von (5.9) gemäß der klassischen Logik intensionsgleich, nicht aber in der so konstruierten Quantenlogik.

[21] Diese Aufteilung einer Semantik der Quantenlogik auf zwei Ebenen ist keine kanonische Sichtweise. So stellt Mittelstaedt in [60] der Sprache der klassischen Physik eine Sprache der Quantenphysik gegenüber, die überhaupt keine extensionale Semantik im Sinne Tarskis und Carnaps hat und dementsprechend nicht auf einem korrespondenztheoretischen sondern einem „dialogischen" Wahrheitsbegriff beruht. Wahrheit ist demnach nicht Übereinstimmung mit Wirklichkeit sondern Ergebnis eines Disputs, in dem nach bestimmten Regeln auf der Grundlage von Messergebnissen gestritten wird. Diese radikale Konsequenz aus der Unmöglichkeit je ein mögliches Resultat aller verschiedenen Messungen an einem System diesem als klassische Eigenschaften zuzuschreiben ist sicher möglich aber, wie die genannte Alternative zeigt nicht notwendig.

5.1.6 Verborgene Variable

Interpretationen der Quantenmechanik, die deren probabilistische Vorhersagen nicht als vollständige Beschreibung der Natur, sondern als ein Ausdruck des Nicht-Wissens aller relevanten Umstände verstehen, müssen eine über die übliche Quantenmechanik hinausgehende Bestimmung des Zustands eine Quantensystems annehmen. Diese unbekannten (aber im Prinzip erkennbaren) Bestimmungsstücke sind die in Rede stehenden *verborgenen Variablen*.

Eine Theorie mit verborgenen Variablen[22] muss einerseits, solange die herkömmliche Quantenmechanik im Einklang mit der Erfahrung steht, deren Vorhersagen reproduzieren, d.h. sie muss die Quantenmechanik reduzieren; andererseits muss sie, um ihrem Anspruch gerecht zu werden streng deterministische Modelle haben. Ausgehend davon, dass die grundlegende Ontologie der Welt die der klassischen Mechanik ist, d.h. ausgehend davon, dass die Welt aus klassischen Teilchen besteht, die im dreidimensionalen Raum eine bestimmte lückenlos kontinuierliche Bahn durchlaufen, wird eine Erklärung gesucht für die Merkwürdigkeiten der Quantentheorie. Als das Paradigma einer ähnlichen, gelungenen Reduktion bietet sich die der Thermodynamik auf die Newtonsche Mechanik an[23]. Dieses Paradigma ist es auch, an dem sich die bekannteste Quantentheorie mit verborgenen Variablen, die auf Bohm ([5]) zurückgeht, orientiert.

Bohms Interpretation stützt sich auf die Tatsache, dass man, ohne die empirisch relevanten Resultate der Quantenmechanik preiszugeben, auf die skizzierte, recht abstrakte Perspektive vom Standpunkt der Hilbertraumtheorie verzichten kann. Die zentrale Größe ψ muss nicht als der Hilbertraumvektor $|\psi\rangle$ gesehen werden, sondern kann als ganz „normale", komplexwertige Funktion auf dem Konfigurationsraum der klassischen Mechanik Γ[24], $\psi : \Gamma \to \mathbb{C}$, oder – noch vertrauter – als ein Paar reellwertiger Funktionen R und S, $R, S : \Gamma \to \mathbb{R}$, die mit der quantenmechanischen Zustandsfunktion über

[22]Es ist kaum möglich zwischen einer Theorie und ihrer Interpretation klar zu trennen. Physikalisch ist eine Theorie mit verborgenenen Variablen sicher eine andere, alternative Theorie verglichen etwa mit der klassischen Kopenhagener Quantenmechanik. Sie ist andererseits insofern nur eine andere Interpretation einer Theorie, als der Teil der mathematischen Theorie, der für die derzeit nachprüfbaren Vorhersagen von experimentellen Ergebnissen nörig ist, der entsprechenden Mathematik der klassischen Theorie äquivalent ist.

[23]Im Unterschied zur Quantenmechanik wurde der statistische Charakter der Gesetze in der Thermodynamik allerdings überhaupt erst durch den Erfolg dieser Reduktion etabliert.

[24]Im Fall eines einfachen Schrödinger–Teilchens ist Γ schlicht der euklidische Ortsraum $\mathbb{R}^3$

die Gleichung

$$\psi \equiv R e^{\frac{i}{\hbar}S} \tag{5.10}$$

zusammenhängen, verstanden werden. Durch Einsetzen von (5.10) in die Schrödingergleichung und Sortieren nach Real- und Imaginärteil ergeben sich dann zwei Gleichungen für R, bzw. $P := R^2$ und S:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \left(P \frac{\nabla S}{m} \right) = 0 \tag{5.11}$$

$$\underbrace{\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V(x)}_{\text{Hamilton–Jacobi–Gleichung}} \underbrace{- \frac{\hbar^2}{4m} \left[\frac{\nabla^2 P}{P} - \frac{1}{2} \frac{(\nabla P)^2}{P^2} \right]}_{\text{Quantenpotenzial}} = 0 \tag{5.12}$$

Die Tatsache, dass ein Teil von (5.12) mit der Hamilton–Jacobi–Gleichung der klassischen Mechanik (s. (3.3)) identisch ist, legt es nahe, S mit der klassischen Wirkungsfunktion, deren Gradient gleich dem Impuls eines an dieser Stelle des Konfigurationsraumes befindlichen Teilchens ist, zu identifizieren:

$$p = \nabla S \tag{5.13}$$

Die in der klassischen Gleichung nicht vorkommenden Terme werden zu einem zusätzlichen, nichtklassischen Beitrag zur Energie des Teilchens, dem „Quantenpotenzial“, zusammengefasst. Die Bahn eines Bohm’schen Quantenteilchens ließe sich dann aus der Kenntnis von Ort, Impuls, R und S zu einem Zeitpunkt im Prinzip exakt vorausberechnen. Diese Bahnen, die sich allerdings praktisch nicht nur wegen der Unbestimmtheit der Anfangsbedingungen sondern auch wegen der unangenehmen Eigenschaften des Quantenpotenzials kaum berechnen lassen, sind mathematische Strukturen (s. Abschnitt 2.1.4), die in dem oben skizzierten minimalen mathematischen Gerüst der Quantentheorie nicht vorkommen. Wir haben es also, wie schon gesagt, mit Theorien zu tun, die ebenso verschieden sind wie die Thermodynamik und die klassische statistische Mechanik – sowohl gemäß der „semantischen“ als auch gemäß der idealsprachlichen Auffassung von Theorien.

Ist es also gerechtfertigt, die bohmsche Variante der Quantenmechanik als gelungene Reduktion der üblichen Quantenmechanik anzusehen? Selbst wenn die vollständige Ableitung der experimentellen Vorhersagen der üblichen Quantenmechanik als geglückt vorausgesetzt werden kann, bleiben wenigstens drei offensichtliche Bedenken gegenüber den pragmatischen Qualitäten der bohmschen Theorie:

- Die „Reduktion“ führt zu keinerlei neuen Vorhersagen, d.h. die bohmsche Quantenmechanik ist nicht stärker als die herkömmliche. Weder korrigiert sie sie, wie etwa die relativistische Mechanik die galileische, noch führt sie zur Bestimmung vorher kontingenter Parameter, wie die statistische Mechanik, die vorher unbekannte Beziehungen zwischen den thermodynamischen Suszeptibilitäten (Wärmekapazität und dgl.) herstellt. Es ist vielmehr umgekehrt:

- Die bohmsche Quantenmechanik zeigt eine Möglichkeit, die Quantentheorie in bestimmten Parameterbereichen abzuändern und so an empirische Anomalien anzupassen. Im Gegensatz zu Bohms ursprünglicher Vermutung[25] sind solche Anomalien bisher nicht aufgetreten.

- Die Funktion $P(\vec{x})$ hat eine eigentümliche Doppelfunktion, auf die Bohm auch selbst aufmerksam macht. Einerseits taucht sie im „Quantenpotenzial“ auf, bestimmt also die Dynamik des reduzierenden Modells mit, andererseits wird sie auf der Ebene der als statistische Mechanik interpretierten Quantenmechanik als Verteilung der Aufenthaltswahrscheinlichkeit interpretiert[26]. Zwar sagt auch die Kenntnis einer makroskopischen (thermodynamischen) Größe (wie etwa der Temperatur eines Gases) etwas *über* den Zustand und die Dynamik des reduzierenden Modells[27], sie spielt aber keine Rolle *in* seiner Dynamik.

Besonders die letztgenannte Doppelinterpretation von P macht Bohms Theorie als Ersatz für die übliche Quantenmechanik unattraktiv. Nichtsdestotrotz ist sie aber als Beispiel einer „äquivalenten“ Theorie mit deutlich anderer Ontologie (im Sinn von Abschnitt 2.1.6) und begrifflicher Struktur für Fragen der Semantik quantenmechanischer Größen interessant: Welche Gründe führten zur Entscheidung für die übliche Deutung der Quantentheorie? Was ist in beiden Theorien gleich und deshalb Kandidat für eine realistische Interpretation im Sinne des Kriteriums (R) aus Abschnitt 2.1.6?

Die Antwort auf die erste Frage verlangt eigentlich, einen Zeitraum von etwa 25 Jahren von den ersten Wurzeln der bohmschen Interpretation bei

[25] Bohm meinte, für extrem kleine Längen Zusatzterme in die Schrödingergleichung einführen zu können, die zu einer Verletzung der in seiner Interpretation nicht schon durch die Kinematik garantierte Unschärferelation führen sollte (s. [5]).

[26] Man könnte hierin ein Beispiel für „downward-causation“ sehen – Es gibt keine vorstellbare „Lupe“, unter der sich ein bohmsches Teilchen wie ein klassisches bewegt.

[27] Sie hängt eben ab von seiner Hamilton-Funktion und unserer Kenntnis des Systemzustands (der Verteilungsfunktion/dem Ensemble)

Schrödinger und de Broglie 1926 bis zu Bohms Artikel 1952 zu betrachten. Allerdings waren die entscheidenden Argumente der fünfziger schon in den zwanziger Jahren wesentlich, wenn man als Grund für die Ablehnung der „Kopenhagener“ (Bohr, Heisenberg, Pauli) ihr Bemühen um eine geschlossene begriffliche Grundlage der Quantentheorie sieht, das ja, wie in Kap. 3 und 4 gezeigt, schon zu Zeiten der alten Quantentheorie vorhanden war, so dass eine zusammenfassende Betrachtung, die sich auf Heisenbergs explizite Auseinandersetzung mit der bohmschen Quantenmechanik in [38] stützt, hinreicht.

Heisenberg bezeichnet in diesem Artikel die bohmsche Alternative zunächst als ein andere sprachliche Formulierung der üblichen Quantenmechanik, deren entscheidendes Defizit es ist, dass sie eine Symmetrieeigenschaft der Theorie, nämliche die zwischen einander konjugierten Koordinaten (s.o. (M1)) nicht widerspiegelt:

> …, so sagt, wie schon hervorgehoben wurde, die Bohmsche Sprache nichts anderes über die Physik aus, als die Kopenhagener. Es bleibt nur die Frage nach der Zweckmäßigkeit dieser Sprache. Nebe dem schon genannten Einwand, daß es sich bei der Rede von Teilchenbahnen um einen überflüssigen „ideologischen Überbau“ handelt, ist hier besonders hervorzuheben, daß die Bohmsche Sprache die der Quantentheorie innewohnende Symmetrie zwischen p und q zerstört. $|\Psi(q)|^2$ bedeutet zwar die Wahrscheinlichkeitsverteilung im Ortsraum, aber $|\Psi(p)|^2$ nicht die im Impulsraum. Da die Symmetrieeigenschaften immer zur eigentlichsten physikalischen Substanz einer Theorie gehören, kann man nicht einsehen, was man gewinnen soll, wenn man sie in der zugehörigen Sprache beseitigt. ([38], S. 146 in [3])

Diese Heisenbergsche Symmetrieforderung ist Landés Argument (s. Abschnitt 4.4) ähnlich darin, dass beide an die Zuordnung verschiedener semantischer Ebenen zueinander eine Symmetrieforderung stellen. Während Landé jedoch eine Symmetrie zwischen zwei verschiedenen physikalischen Situationen (den Einstellungen des Atomrumpfes zum Leuchtelektron) betrachtet, deren Beschreibungen auf beiden Ebenen durch die gleiche Transformation ineinander übergehen, besteht die Heisenbergsche Symmetrie zwischen zwei Darstellungen (Orts- und Impulsdarstellung) derselben Situation; und die semantischen Ebenen sind die der Hilbertraum-Mathematik und die der

„sprachlichen Interpretation". Letztere ist genauer[28] gerade der Übergang auf die Ebene der Phasenraum-Darstellung in der klassischen statistischen Mechanik, auf die die Hilbertraum-Darstellung der üblichen Quantenmechanik in Bohms Deutung abgebildet wird. $|\Psi(q)|^2$ wird in dieser Abbildung der klassische Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho(q)$ gleichgesetzt, die Beziehung zwischen $|\Psi(p)|^2$ und $\rho(p)$ ist dagegen durch die Gleichung (5.13) gegeben, die eine ganz andere Form hat ($\rho(p) = \delta(p - \nabla S)$ bei festem q)[29]. Dabei ist das so erhaltene $\rho(p)$ nicht direkt (über übliche Impulsmessungen) zu bestimmen – die mit den üblichen Orts- und Impulsmessmethoden gemessenen relativen Häufigkeiten entsprechen wieder den Wahrscheinlichkeitsprognosen der orthodoxen Interpretation $|\Psi(p)|^2$. Insofern und nur insofern ist Bohms Interpretation tatsächlich nur „eine genaue Wiederholung [der Kopenhagener Deutung] in anderer Sprache"[38].

Der Anspruch einer genauen Entsprechung zwischen Sprache und Inhalt der Theorie liegt auch Heisenbergs Begriff der abgeschlossenen Theorie zugrunde. (Man könnte sagen: Bohm formuliert die Quantenmechanik als unabgeschlossene Theorie.)

Die Gegenstände der Bohm'schen Variante der Quantenmechanik im Sinne einer Quineschen Ontologie sind hier nicht nur einfach andere als in der klassischen Variante, wie in dem einfachen Beispiel aus Abschnitt 2.1.6, sie sind darüberhinaus teilweise nicht einmal eins zu eins auf diese abbildbar. Zwar kann man jeder Wellenfunktion eindeutig Quantenpotenzial und Wirkungsfunktion zuordnen, Bohms hypothetischen Teilchenbahnen entspricht jedoch in der üblichen Deutung der Quantenmechanik nichts; man könnte sie also leichten Herzens dem Prinzip der ontologischen Sparsamkeit opfern. Das geht so einfach aber nur, wenn man den Blick auf die Quantenmechanik einschränkt, denn es gibt klassische Teilchen ja zuallererst in der klassischen Mechanik und der Beweis, auch in der Quantenmechanik mit diesen wohlbekannten Grund–Entitäten auskommen zu können, wäre sicher ein erheblicher ontologischer Sparerfolg. Das entgegengesetzte Projekt, die Reduktion der klassischen Physik auf die Quantenmechanik, stelle ich im nächste Abschnitt vor. Letztlich steht man damit vor der Frage, die ich für die Bohm'sche Alternative gerade schon behandelt habe, wie erfolgreich beide Reduktionsprogramme sind und mit welchem Recht sie sich überhaupt „Reduktionen"

[28]Es ist eigentlich nicht entscheidend, dass Bohm eine andere *Sprache* benutzt, sondern dass er in dieser Sprache auch *etwas Anderes sagt*, auf andere Dinge (Strukturen), nämlich den klassischen Phasenraum, Bezug nimmt.

[29]Insbesondere gilt für die $l = 0$-Zustände eines Elektrons $p = 0, \forall q$

nennen können.

Als Kandidaten für gemeinsame Bezugsobjekte (im Sinne von (R)) könnte man wieder raumzeitliche Symmetrien vermuten, bekommte damit aber Schwierigkeiten, was eben an den Teilchenbahnen als zusätzlichen Strukturen des Bohm'schen Bildes liegt. Der Doppelspaltversuch beispielsweise ist in der üblichen Quantenmechanik symmetrisch zur Mittelachse, in der bohmschen Beschreibung ist der das nicht, weil es ja in der mathematischen Struktur dieser Beschreibung die Bahn des Teilchens, gibt, die durch genau einen der Spalte führt – die Symmetrie wird durch das Quantenpotenzial spontan gebrochen. Würde man im klassischen Modell den Durchflugsspalt *messen*, würde die Symmetrie natürlich auch gebrochen, aber nicht innerhalb der theoretischen Beschreibung sondern erst in der erfolgten Messung, die (M3) nicht mehr zur theoretischen Beschreibung gehört.

Eine direkte Verallgemeinerung des Bohm'schen Programms auf den Spin ist zunächst nicht möglich. Die formal analoge Ausdehnung der Aufspaltung (5.10) auf die Spinorwellenfunktion und Einsetzen in die Pauli–Gleichung führt auf Wirkungsfunktionen und Quantenpotenziale, die von der diskreten Spinvariablen abhängen ($S = S(x,s), s \in \{0,1\}$). Das ist unbefriedigend, weil sich keine kontinuierlich veränderliche Raumrichtung als klassisches Gegenstück zum Spin darin erkennen lässt. Holland schlägt in [44, Kap. 9] als Alternative zu (5.10)

$$\psi^a = Re^{iS/\hbar}\phi^a \quad \text{mit } \phi^+\phi = 1 \tag{5.14}$$

vor. R und S sollen dabei ihre alte Bedeutung (s.o.) behalten, der normierte Spinor ϕ kann über $\vec{S} = \phi^+\vec{\sigma}\phi \in \mathbb{R}^3$ auf eine Richtung im dreidimensionalen Ortsraum abgebildet werden. Damit ist zwar nicht die Vorstellung von der Rotation einer klassischen Kugel gerettet, aber immerhin die Verknüpfung einer ausgezeichneten Richtung mit jedem Raumpunkt. Wenn man berücksichtigt, dass $\vec{S}$ über den Raum integriert nichts anderes als der Spin–Erwartungswert der üblich Quantenmechanik ist, ist es einleuchtend, dass $\vec{S}$ beim Durchgang eines Wellenpakets durch einen Stern–Gerlach–Apparat kontinuierlich von einer beliebigen Ausgangsstellung in die jeweils zum Auftreffpunkt passende Spin–Richtung gedreht wird. Der energetischen Unmöglichkeit einer solchen Ausrichtung[30] wird natürlich wieder durch das

[30]Hierauf wiesen schon Einstein und Ehrenfest in [21] hin. Die Ausrichtung eines klassischen, geladenen Kreisels in einem Magnetfeld erfordert einen Energieaustausch mit der Umgebung, der durch die gewöhnliche Strahlungswechselwirkung nicht in der erforderlichen Zeit (der Flugzeit im Stern–Gerlach–Apparat) zu leisten ist.

Quantenpotenzial abgeholfen. Die bohmsche Behandlung des Spin ist sogar insofern befriedigender als die der Ortskoordinaten, als die Unbestimmtheitsbeziehung zwischen den verschiedenen Spinkomponenten *immer* auf das Quantenpotenzial zurückzuführen ist und nicht einmal auf dieses (Impulskoordinate) und ein andermal auf eine klassische Ensemble–Annahme (Ortskoordinate) zurückzuführen ist. Etwas weniger unproblematisch ist es, eine konsistente Gesamtinterpretation zu erhalten. Der neue Spin–Freiheitsgrad tritt ja seltsamerweise *nicht* als neue Dimension des Konfigurationsraums in Erscheinung sondern als eine dritte (neben R und S) aus ψ abgeleitete Funktion auf diesem und wird deshalb schwerlich als ein weiterer harmlos–klassischer Freiheitsgrad zu interpretieren sein. Wie eine sich ganz in die Grundstruktur der klassischen Mechanik sich einfügende Spintheorie aussehen müsste wird im nächsten Abschnitt 5.2 gezeigt. Anders als für die Freiheitsgrade im Ortsraum werden für die Spinfreiheitsgrade keine zusätzlichen Strukturen, die zu Symmetriebrechungen führen könnten eingeführt. Das Verhalten für die den Spin charakterisierenden Größen unter der Gruppe der räumlichen Drehungen ist also in beiden bisher behandelten Interpretationen dasselbe.

5.1.7 Many Worlds und Dekohärenz

> It thus appears becoming evident that our classical concepts describe mere shadows on the wall of Plato's cave in which we are living. Using them for describing reality must lead to „paradoxes". [97]

An dem entschiedenen Artikel Zehs zum philosophischen Hintergrund des Dekohärenz-Programms, dem dieses Zitat entstammt, wird der Gegensatz dieser Deutungsrichtung[31] zum Bohm'schen Klassizismus schon offenbar.

Die Ausgangsvorausetzung für die Dekohärenztheoretiker wie auch für die Vertreter der Many–Worlds–Richtung ist die alleinige und ausnahmslose Gültigkeit der Schrödingergleichung und die Lösung der Widersprüche zwischen Quantentheorie und klassischer Physik durch die vollständige Reduktion letzterer auf erstere. Das führt sofort auf die Fragen, wie zum einen der

[31] „Dekohärenz" ist im engeren Sinn nur eine Bezeichnung für ein Teilgebiet der Quantenmechanik das zunächst noch für diverse Interpretationen offen ist. Die Motive zur Entwicklung dieses Gebiets legen aber doch eine gewisse grobe Deutungsrichtung nahe, nämlich die, die Zeh so treffend zuspitzt, auch wenn die Vertreter des Dekohärenzprogramms sich im Einzelnen unterscheiden. Für diese feineren Unterschiede siehe etwa [29]

Messprozess zu erklären ist (M3) und wie zum anderen die Auszeichnung bestimmter Hilbertraum–Basen als Eigen–Basen von bestimmten Messergebnissen zugeordneten Operatoren ohne Rückgriff auf analoge („korrespondierende“) klassische Observable und deren algebraische Struktur (Poisson–Klammern) zu erklären ist.

Den Schlüssel zur Beantwortung dieser Fragen vermuten die Dekohärenztheoretiker in der richtigen Berücksichtigung der Wechselwirkung des untersuchten Systems mit der Umgebung. Diese Wechselwirkung modellieren sie nach Art des unitären Teils des von Neumann'schen Messprozesses (s. [63]) als Übergang zweier unkorrelierter Quantenzustände für System und Umgebung in einen korrelierten. Also etwa für den Fall einer Spinmessung:

$$\psi(0) = (c_1|\uparrow\rangle + c_2|\downarrow\rangle)\,|U_0\rangle \tag{5.15}$$

$$\mapsto \psi(t) = c_1|\uparrow\rangle|U_\uparrow\rangle + c_2|\downarrow\rangle|U_\downarrow\rangle \tag{5.16}$$

Während die klassische, von Neumann'sche Theorie der Messung nun das Verschwinden des einen Summanden in (5.16) postuliert (spätestens wenn es sich bei den $|U\rangle$ um Bewusstseinszustände eines Beobachters handelt), behauptet die Dekohärenztheorie zunächst nur die (Quasi–) Irreversibilität des Übergangs von (5.15) zu (5.16) und/oder die dynamische Unabhängigkeit der Summanden in (5.16) voneinander. Ersteres lässt sich angesichts einer grundsätzlich zeitumkehrinvarianten Theorie ähnlich erfolgreich (oder erfolglos) begründen wie der 2. Hauptsatz in der klassischen statistischen Mechanik. Letzteres scheint mir eine Reformulierung des ersten zu sein, der die Behauptung rechtfertigen soll, dass niemand, dessen Kenntnis des skizzierten Experiments durch einen Teilzustand von $|U_\uparrow\rangle$ beschrieben wird, je mit möglichen Folgen eines anderen Messergebnisses konfrontiert wird.

Für das Beispiel einer Spinmessung in z–Richtung mittels einer Stern–Gerlach–Apparatur sähe das etwa so aus: Das Teilchen durchläuft das Magnetfeld und sein Spin wird mit der Position senkrecht zur Bewegungsrichtung (U in (5.16)) korreliert. Diese Position korreliert nun mit weiteren Teilen der Umgebung, etwa über Ionisierung oder Streuung von Photonen. War der Zustand des untersuchten Systems vor der Messwechselwirkung eine Eigenfunktion zum Spinoperator in x–Richtung $\hat{S}_x \otimes \hat{1}$ (also $c_1 = c_2 = 1/\sqrt{2}$ in 5.15) dann ist sie das jetzt nicht mehr für den Zustand im Produktraum nach erfolgter Wechselwirkung. Während $\psi(0)$ mit der gerade getroffenen Wahl der c_i offensichtlich ein Eigenzustand von $\hat{S}_x \otimes \hat{1}$ ist, gilt

$$(\hat{S}_x \otimes \hat{1})\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\downarrow\rangle|U_\uparrow\rangle + |\uparrow\rangle|U_\downarrow\rangle. \tag{5.17}$$

$$\Rightarrow \qquad \langle\psi(t)|\hat{S}_x \otimes \hat{1}\psi(t)\rangle = 0 \tag{5.18}$$

Das heißt die Kohärenz des lokalen (Objektsystem–) Zustands wird „zerstört“ – jede Messung mit einem Operator, der auf dem dem untersuchten, lokalen System entsprechenden Unterraum andere Eigenvektoren als $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ hat und auf dem Umgebungsraum gleich $\hat{1}$ ist, führt in diesem Zustand auf ein quasiklassisches Ergebnis (nämlich das Ergebnis, das aus der Annahme, das System befinde sich mit den klassischen Wahrscheinlickeiten $|c_i|^2$ jeweils in den reinen Zuständen $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$, folgt (Deshalb ist der Erwartungswert (5.18) im Beispiel gleich Null).

Der Schritt zur Many–Worlds–Interpretation besteht nun darin, statt wie gerade die möglichen Messergebnisse durch die Vorgabe von observablen Operatoren bestimmter Form zu beschränken, Messungen als (unitäre) Zustandsverschränkungen, letztlich der Spineigenzustände mit den Hirnzuständen des Beobachters zu verstehen, wobei im eigentlichen Gesamtzustand beide Alternativen („Spin links“ und „Spin rechts“ gleichermaßen enthalten sind – daher die „Many Worlds“). Dass es also gerechtfertigt ist, nach erfolgter Messwechselwirkung („Dekohärenz“) den lokalen Operator $\hat{S} \otimes \hat{1}$ zu verwenden[32], dass es überhaupt zur Beobachtung *eines* bestimmten Messwertes kommt, soll darauf zurückzuführen sein, dass diese Wechselwirkung praktisch irreversibel ist. Folgt man dieser Argumentation, so bietet sich die von Zeh vorgeschlagen radikale Entrümpelung der klassischen Ontologie tatsächlich an: „There are no quantum jumps, nor are there particles!“ [97]. Das Elektron *wäre* demnach *eigentlich* eine Komponente eines komplexen (in letzter Konsequenz des universalen) quantenmechanischen Zustandsvektors und eine Manifestation seines Spin träte als Folge einer dynamischen Wechselwirkung auf, die eine Korrelation zwischen Spin und einer dekohärierenden Umgebungsvariable herstellte. Paradoxien, die dadurch entstehen, dass die Quantenmechanik interpretiert wird im Rahmen eines klassischen Ding–Eigenschaft Schemas, können so vermieden werden, ohne die klassische Logik aufzugeben. Für M2 etwa: Wird das Elektron in einem Spin–z Eigenzustand gemessen, hieße das also nicht, dass seine weitere Eigenschaft

[32]Das entspricht in der üblichen Beschreibung dem „Abspuren“ nicht–lokaler Dimensionen der Dichtematrix.

„Spin-x“ unbestimmt wäre, also allen Aussagen über diese ein dritter Wahrheitswert „weder wahr noch falsch“ zukäme, sondern es läge eben nur eine bestimmte Korrelation von Elektron– und Umgebungseigenfunktionen in seinem Zustand vor. Über diesen Zustand, das mathematische Referenzobjekt der Hilbertraumtheorie kann natürlich in gewöhnlicher, der klassischen Logik genügenden Sprache geredet werden.

Der offensichtlichste Nachteil der Many–Worlds–Interpretation ist vermutlich die Schwierigkeit sie auf natürliche Art und Weise mit der üblichen Wahrscheinlichkeitsdeutung in Einklang zu bringen. Warum sollte für einen konkreten Beobachter die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Ausgangs einer Beobachtung mit dem relativen Absolutquadrat der Wellenfunktion in zwei dekohärierenden Teilen des Universums (oder seines Bewusstseins) zusammenhängen? Die Antwort kann aus dem bisher gesagten nicht folgen, weil der Beobachter als Beobachter *einer* Alternative darin gar nicht vorkommt. Es wäre ein Zusatzpostulat, das ebendies fordert ad hoc einzuführen, was nicht wesentlich befriedigender wäre als das Postulat von der Reduktion des Wellenpakets (oder sich auch nur auf interessante Weise von diesem unterschiede).

Zusammengefasst: Der Spin, wie auch andere quantenmechanische Größen, lässt sich also charakterisieren als

- klassische Eigenschaft eines klassischen Teilchens (Bohm),
- nichtklassische Eigenschaft eines klassischen Teilchens (Quantenlogik) oder als
- klassische Eigenschaft eines nichtklassischen Quantensystems.

Dabei soll eine Eigenschaft „klassisch“ heißen, wenn sie als ein der klassischen, zweiwertigen Logik gehorchendes Prädikat formalisiert ist. Ein Teilchen – oder allgemein ein physikalisches System – nenne ich dagegen „klassisch“, wenn ihm die Eigenschaften eines Gegenstandes der newtonschen Mechanik, wie Ort, Zeit, Masse usw. zugeschrieben werden.

5.2 Spin, Relativität und Klassizität

Eine wissenschaftstheoretische Diskussion über die Rolle von Symmetrieprinzipien für den Spinbegriff in Gestalt der Frage, ob der Spin eine relativistische Größe sei, findet sich z.B. im BJPS im Anschluss an einen Artikel von

Morrison [61]. Die Argumente sind dabei im wesentlichen die folgenden: Für die These, der Spin sei eine relativistische Größe spricht:

- Die erste Theorie, aus der der Spin „natürlich", d.h. ohne ad–hoc–Annahmen folgt, ist die Dirac–Theorie (Morrison [61]). Das ist sicher eine der populärsten Ansichten. Sie stützt sich auf das erstaunliche Auftreten von Spinor–Wellenfunktionen in der Herleitung der Dirac–Gleichung als Folge der Faktorisierung der Klein–Gordon–Gleichung (s. (5.6)), das der als „ad hoc" empfundenen, nachträglichen Verallgemeinerung der Schrödingergleichung zur nicht–relativistischen Pauli–Gleichung entgegengesetzt wird. Überdies harmoniert diese Meinung mit der schon mehrfach erwähnten Ansicht der Quantentheoretiker, dass eine vernünftige Theorie (nicht nur, aber gerade auch des Spin) jedenfalls relativistisch sein müsse.

- Spinoren sind die einfachsten Größen, in denen eine lorentz–kovariante Theorie sich formulieren lässt (Sachs [77]). Das ist nun eine recht allgemeines und, sofern von „einfachsten Größen" die Rede ist, etwas vages Argument. Warum sollte man nicht bei der Klein–Gordon–Gleichung bleiben, denn was könnte „einfacher" sein als ein Skalar?

Gegen diese These wird angeführt:

- Die Dirac–Theorie sagt verglichen mit der Pauli–Gleichung nichts fundamental Neues über den Spin (von Peschke [70], Hestenes und Gurtler [41]). Man sieht, dass der Maßstab für die Relativistischkeit einer Größe hier ein anderer[33] ist: „Relativistisch" sollen offenbar solche Größen heißen die eine relativistische Behandlung *verlangen*, nicht schon solche, deren Verhalten auf besonders „einfache" Weise – oder überhaupt – im Rahmen einer relativistischen Theorie ableitbar ist. Selbst der gyromagnetische Faktor ergibt sich schon aus einer „richtig formulierten" Pauli–Theorie (Hestenes und Gurtler).

Eine Zwischenposition versucht Weingard [94] zu vertreten, der darauf hinweist, dass die Dirac–Gleichung für Teilchen mit Ruhemasse zwar im Fall des Elektrons nichts wesentlich Neues liefert, für ein masseloses Teilchen (Neutrino) dagegen schon, nämlich die Entkopplung der Spinfreiheitsgrade:

[33] Von Peschke [a.a.O.] sieht dagegen einen Widerspruch zwischen der von Morrison behaupteten Ableitbarkeit des Spin aus der relativistischen Quantenmechanik und der Möglichkeit den Spin weitgehend nicht–relativistisch zu behandeln. Das ist nicht einleuchtend.

masselose Dirac–Teilchen haben immer einen bestimmten Spin (rechts– oder linkshändige Helizität genannt), den sie im Laufe ihres Lebens nicht mehr ändern. Merkwürdiges Verhalten im Bereich relativistisch hoher Geschwindigkeiten ist nun allerdings etwas, das man neben dem Spin auch zahlreichen anderen Größen, die nie in dem Verdacht standen „relativistisch“ zu sein, nachsagen kann.

Die strittige Frage lässt sich in wissenschaftstheoretischen Termini etwa so formulieren: Wie weit *erklärt* das Relativitätsprinzip das Vorkommen und das Verhalten (die Wirkungen) des (Elektronen–) Spins? Geht diese Erklärungsleistung über die hinaus, die es für das Verhalten *jeder* Größe in einem entsprechenden Parameterbereich hat? Von ganz ähnlicher Art ist die schon früher aufgeworfene Frage, ob der Spin eine genuin quantenmechanische Größe ist. Auch hier wird letztlich nach dem Einfluss eines Merkmals einer Theorie auf ihre Erklärungsleistung für einen bestimmten Begriff, bzw. die von diesem Begriff erfassten Anwendungsfälle. Das gängigste Argument für die Nichtklassizität des Spin ist das Fehlen einer klassischen Korrespondenzgröße im Sinne eines Grenzwerts für große Quantenzahlen.

Die Antwort auf beide Fragen hängt offenbar entscheidend davon ab, wie genau man das Verhältnis des Relativitätsprinzips bzw. der Klassizität zu einer konkreten Theorie charakterisiert und inwiefern dieses Verhalten zu einer Erklärung des Spinbegriffs beiträgt. Mit dem ersten Teil dieser Begriffsklärung beschäftigt sich der folgende Abschnitt.

5.2.1 Klassifikation von Theorien nach Relativitätsprinzip und Darstellungsraum

Das erste berühmte Beispiel für ein Relativitätsprinzip in einer physikalischen Theorie stammt schon aus den Anfängen der neuzeitlichen Physik: Galilei behauptete, dass das Gesetz des freien Falls für Beobachter in relativ zueinander gleichmäßig bewegten Bezugssystemen (etwa Schiffen) stets das gleiche sei. Diese Invarianz eines Naturgesetzes (oder allgemeiner aller Naturgesetze einer Theorie) gegenüber bestimmten Abbildungen der Raum–Zeit auf sich selbst zeichnet seit Galilei sämtliche physikalische Theorien aus. Dass Galileis Version eines solchen Invarianzprinzips nicht die einzig sinnvolle ist, endeckte Einstein knapp 3 Jahrhunderte nach Galilei, indem er zunächst zwar die Klasse der verschiedenen Beobachter gleich ließ (verschoben, verdreht, gleichmäßig relativ bewegt), aber als paradigmatisches Gesetz, das für alle diese Beobachter gleichermaßen gelten sollte, das Fallgesetz durch die maxwellschen Gesetze der Elektrodynamik ersetzte und dann in der allgemeinen Relativitätstheorie auch die Klasse der Beobachter auf relativ zueinander beliebig bewegte erweiterte. Das Ergebnis des ersten Schritts, das Relativitätsprinzip der speziellen Relativitätstheorie, das hier von Interesse ist, wird meist als *das* Relativitätsprinzip schlechthin bezeichnet, ich tue das im Folgenden auch. Ein offensichtliches Verfahren, um festzustellen, welchem Relativitätsprinzip ein Gesetz genügt, besteht nun darin nachzurechnen, welche Transformationen seine Gültigkeit unangetastet lassen[34].

Physikalische Theorien als Darstellungen von Symmetriegruppen

Interessant ist nun, dass die Grundgleichungen einer Theorie nicht nur nachträglich auf ihre Invarianz überprüft werden können, sondern dass man Theorien direkt als Darstellungen einer relativistischen Symmetriegruppe rekonstruieren kann. Sie können dann verstanden werden als Konkretisierung dieser Gruppe auf einem bestimmten Darstellungsraum, dessen Wahl die Theorie als klassisch oder quantenmechanisch einordnet, wenn wir als die hier interessanten Darstellungsräume den klassischen Phasenraum auf der einen Seite und den quantenmechanischen Hilbertraum auf der anderen Seite betrachten. Die algebraische Struktur der Symmetriegruppe wird festgelegt durch die Verknüpfungsregeln, genauer: die Kommutatoren, der infinitesimalen Generatoren ihrer einparametrigen Untergruppen. Ein Beispiel ist etwa die Differenz aus der Abbildung, die entsteht, durch Verkettung zuerst einer Raumtranslation in x–Richtung mit einer Drehung um die y–Achse, und der Abbildung, die die Verkettung der genannten Abbildungen in umgekehrter Reihenfolge. Die Angabe sämtlicher denkbarerer solcher Differenzen (oder „Kommutatoren“) $g_1 g_2 - g_2 g_1 \equiv [g_1, g_2]$, insgesamt „Lie-Algebra“ genannt, genügt, um die volle lokale Struktur der Gruppe aus ihr zu rekonstruieren. Einer Darstellung einer solche Lie–Gruppe erhält man durch das Einsetzen konkreter linearer Abbildungen eines linearen Vektorraumes auf sich selbst. Im Fall der klassischen Mechanik[35] ist dieser Vektorraum der Raum von Funktionen auf dem Phasenraum des Systems, die betrachte-

[34]Das ist für den Fall der Unterscheidung zwischen Galilei– und Einstein–Relativität hinreichend. Der Fall des allgemeinen Relativitätsprinzips ist komplizierter (s. etwa MTW oder Scheibe)

[35]Eine konsequente darstellungstheoretische Rekonstruktion der klassischen Mechanik findet sich in [89].

ten Abbildungen sind die Änderungen der Phasenraumfunktionen $f(\omega)$ unter kanonischen Transformationen $\exp(tT_\phi)$ mit dem infinitesimalen Generator $T_{\phi(\omega)}f(\omega) = \{\phi(\omega), f(\omega)\}$, wobei $\phi(\omega)$ eine beliebige Phasenraumfunktion, die Erzeugende, ist. $\{\cdot,\cdot\}$ ist die Poissonklammer der klassischen Mechanik. Wegen $[T_\phi, T_\psi] = T_{\{\phi,\psi\}}$ weisen die infinitesimalen Transformationen dann die Kommutatorstruktur der Lie–Algebra auf, wenn die Poissonklammern der Erzeugenden diese Struktur darstellen. In der Quantenmechanik ist die Situation noch einfacher, da die infinitesimalen Erzeugenden der Transformationen auf dem Hilbertraum, der an die Stelle des Raums der Phasenraumfunktionen tritt, direkt die den physikalischen Größen entsprechenden Operatoren sind, so dass der quantenmechanische Kommutator ohne weiteres als Lie–Klammer aufzufassen ist.

Damit gibt es im klassischen wie im quantenmechanischen Fall eine eindeutige Zuordnung zwischen den Observablen, als der Klasse derjenigen mathematischen Objekte, die die physikalischen Eigenschaften des betrachteten Systems repräsentieren, und den Transformationen des Zustandsraumes, die einem Wechsel des Bezugssystems entsprechen. Mehr noch: Alle Unterscheidungsmerkmale zwischen den Observablen in Form von gesetzmäßigen Zusammenhängen zwischen ihnen ergeben sich auf dieser abstrakten Ebene[36] der Theorierekonstruktion aus den Unterschieden zwischen den ihnen zugeordneten Elementen der Lie–Algebra. Daher ist die Charakterisierung einer physikalischen Größe alleine durch die ihr zugeordnete Symmetrietransformation durchaus befriedigend: Wenn es möglich ist einen physikalischen Vorgang in dem eben skizzierten, sehr allgemeinen Rahmen zu beschreiben, genügt die Angabe der Lie–Generatoren, um sagen zu können um welche Art von Größe es sich handelt.[37]

Im Rahmen der besprochenen philosophischen Bedeutungstheorien kann man diese Charakterisierung dynamischer Variablen wohl als Explikation der Intension entsprechender Größen im Sinne Carnaps ansehen: Der Zusammenhang zwischen dynamischer Variable und Transformation kann als L–

[36] Das gilt natürlich nur relativ zur gegebenenen Art der Darstellung und unter Abstraktion von der konkreten Form etwa eines Potenzials in der Hamiltonfunktion.

[37] Das funktioniert für so unterschiedliche Theorien, wie die klassische Mechanik von Punktteilchen und die maxwellsche Elektrodynamik. „Funktionieren“ heißt hier: Die Größen, die in den Theorien eines freien Teilchens und des freien Elektromagnetischen Feldes als etwa Impulsgrößen anhand ihrer Transformationseigenschaften identifiziert werden, erweisen sich in einer übergreifenden Theorie der Wechselwirkung von Strahlung und Materie (in Form klass. Teilchen) alst atsächlich ineinander umwandelbar – Die Impulserhaltung gilt für die Summe des mechanischen und des Strahlungsimpulses.

Wahrheit postuliert werden – wenn auch der Begriff „Zusammenhang“ hier etwas vage ist.

Berücksichtigt man noch, dass es bei der Wahl von Darstellungen auf einem bestimmten Raum noch gewisse Freiheiten gibt, die als konstante Merkmale des beschriebenen Systems gelten können (die einfachste ist sicher etwa die verschiedener Dimensionen des Phasenraums, die unterschiedlichen Teilchenzahlen entsprechen, eine kompliziertere die eines zusätzlichen neutralen (mit allen anderen vertauschenden) Terms in der Lie–Algebra), so liegt es nahe physikalische Systeme, insbesondere deren einfachste, die Teilchen als Darstellungen von Symmetriegruppen zu charakterisieren, wie es Wigner in [95] tut.[38]

Um nun die Bedeutung, d.h. die Erklärungsleistung, der gerade präzisierten Theoriemerkmale „relativistisch“ und „klassisch“ zu beurteilen, sind konkret klassische Modelle einer Größe „Spin“ zu untersuchen und mit den bekannten quantenmechanischen von Dirac und Pauli zu vergleichen. Dass die letzteren Theorien sich wie oben skizziert als Darstellungen von Poincaré– und Galilei–Gruppe rekonstruieren lassen zeigen Wigner [95] und Levy–Leblond [56][39]

5.2.2 Klassische Spintheorien

Darstellungen von Galilei– und Poincaré–Gruppe auf dem klassischen Phasenraum beschreiben Sudarshan und Mukunda in [89, Kap. 19 bzw. 20].

Klassische Galilei–Teilchen

Die allgemeinsten irreduziblen dieser Darstellungen ordnen dem infinitesimalen Generator der räumlichen Drehungen Phasenraumfunktionen der Form

$$\vec{J} = \vec{q} \times \vec{p} + \vec{S} \tag{5.19}$$

[38]Siehe hierzu auch Falkenburg [23, S. 229 ff], die darauf hinweist, dass einerseits Wigner in seiner historischen Arbeit noch gar nicht von Teilchen spricht und dass zum andern die experimentelle Manifestation von Teilchen als lokalisierten Wechselwirkungsphänomenen sich in einer Definition von Teilchen als irreduzibler Darstellung ein Symmetriegruppe nicht mehr findet. Das ist für reine Feldtheorien sicher richtig, aber immerhin sichert eine solche Definition das Vorhandensein typischer mechanischer Größen – wenn diese auch, wie im Fall der maxwellschen Felder nicht (streng) lokalisiert sind.

[39]Tatsächlich leitet Levy–Leblond hier nur die Darstellung der Poincaré–Gruppe auf dem üblichen Hilbertraum der zweikomponentigen Spinorwellenfunktionen ab.

zu. In einer Einteilchen–Darstellung kann S nicht als Funktion der üblichen je drei Orts– und Impulskoordinaten geschrieben werden. Der Phasenraum des Teilchens ist um 2 Dimensionen zu erweitern – nur um 2, weil S^2 eine Konstante ist.[40] Damit haben wir eine Erweiterung des Newtonschen Teilchenkonzepts um einen intrinsischen, für die Teilchenart charakteristischen Eigendrehimpuls, der sich nun, je nach Hamiltonfunktion, wie ein klassischer Kreisel verhält. Auch in dieser klassischen Theorie fehlen Ortsvariablen, die es erlaubten sich den Spin als eine Rotationsbewegung im dreidimensionalen Ortsraum vorzustellen, weshalb ebensowenig wie im quantenmechanischen Fall von Oberflächengeschwindigkeiten und dgl. die Rede sein kann.

Klassische Poincaré–Teilchen

Der Spin des Poincaré–Teilchens ist dem galileischen ganz ähnlich, insbesondere bleibt (5.19) bestehen, verhält sich aber unter Transformationen in bewegte Bezugssysteme anders. Während der Spin des Galilei–Teilchen sich nur unter räumlichen Drehungen ändert (und zwar wie ein gewöhnlicher Vektor), ändert sich der relativistische Spin auch unter reinen Lorentztransformationen: er wird nämlich gedreht in Abhängigkeit vom Impuls des Teilchens und der Geschwindigkeit des bewegten Bezugssystems. Im Extremfall eines stark relativistischen, lichtschnellen Teilchens (etwa eines Neutrinos) führt das zur Ausrichtung des Spin, der dann Helizität heißt, parallel oder antiparallel zum Impuls.

Fazit

Eingangs hatte ich zwei verschiedene Argumenttypen für die Verbindung des Spin zu einem bestimmten Relativitätsprinzip unterschieden:

1. Die Erklärung des Auftretens einer Größe „Spin“ *überhaupt* (im Sinne der Ableitbarkeit aus dem Relativitätsprinzip) und

2. die empirisch adäquate Erklärung typischer Verhaltensweisen dieser Größe.

Was Argument 1 betrifft so liegen nach dem Gesagten Lorentz– und Galilei–Gruppe etwa gleich auf. In beiden betrachteten Darstellungen haben

[40] Das gilt unabhängig von der verbleibenden Freiheit in der Wahl der Hamilton–Funktion, weil m^2S^2 eine Casimir–Invariante der Darstellung ist.

die allgemeinsten Teilchen in beiden Fällen einen Eigendrehimpuls – müssen ihn aber nicht haben. Mit Argument 2 verhält es sich weniger eindeutig, weil einerseits sämtliche bisher besprochenen experimentellen Äußerungen des Spin gut mit der Pauli–Gleichung beschrieben werden können, aber andererseits die Ableitung des anomalen gyromagnetischen Verhältnisses, das tatsächlich ein in jeder Situation wichtiges Charakteristikum des Spin ist, aus der Dirac–Gleichung eine Erklärung (höherer Stufe) der Pauli–Gleichung ist.[41] Allerdings müsste man, wollte man letztere Seite den Ausschlag geben lassen, mit demselben Recht die Masse eine allgemein–relativistische Größe nennen, weil erst in der Allgemeinen Relativitätstheorie das Verhältnis zwische träger und schwerer Masse für alle als Grenzfälle zu gewinnenden Theorien, wie die newtonsche, auf den Wert 1 festgelegt wird. Dass das Verhalten des Spin (nahezu) lichtschneller Teilchen nur von einer relativistischen Theorie richtig beschrieben wird ist nicht verwunderlich und gilt für andere Größen wie die Masse genauso.

Eine genuin quantenmechanische Größe ist der Spin natürlich insofern als zur Erklärung nahezu aller Spinphänomene die Berücksichtigung der Richtungsquantelung unerlässlich ist (eine Ausnahme ist der Einstein–de Haas–Effekt [22]). Was die Untersuchung klassischer „Spin"–Systeme jedoch zeigt, ist, dass der quantenmechanische Spin durchaus eine klassische Korrespondenzgröße im Sinne der 2. Explikation von Korrespondenz in Abschnitt 3.1.2 hat und dass das Fehlen eines Grenzwertes für große Quantenzahlen sich daraus erklärt, dass ein Eigendrehimpuls in der Quantenmechanik wie in der klassischen Mechanik aus Symmetriegründen eine das System (Teilchen) charakterisierende Konstante ist.

[41] Ich lasse hier die nichtrelativistische Ableitung von Hestenes und Gurtler außen vor, weil sie sich eines etwas unorthodoxen Formalismus bedient, der sich nicht ohne weiteres in die hier benutzte Theorieklassifizierung integrieren lässt.

Kapitel 6

Schluss

Wie einleitend angekündigt, hat sich die Klärung der Bedeutung physikalischer Größen als als eine vielschichtige, nicht per Reduktion auf eine einfache, bruchlose semantische Theorie letztgültig zu erledigende Aufgabe erwiesen. Dennoch trägt gerade der hier unternommene Versuch, die Bedeutung eines Begriffs in verschiedenen Stadien seiner Entwicklung anhand klassischer Bedeutungstheorien weitestmöglich zu verstehen, Interessantes zur Lösung dieser Aufgabe bei. Ich fasse in diesem Kapitel die Ergebnisse kurz zusammen und führe darüberhinaus die im ersten Kapitel begonnenen Überlegungen zu den Konsequenzen für den wissenschaftlichen Realismus (insbesondere die Frage einer realistischen Deutung des Spinbegriffs) ein wenig fort.

6.1 Bedeutungstheorie

Zunächst war festzustellen, dass weder eine rein idealsprachliche Rekonstruktion wie die Carnaps, die Bedeutungsgleichheit aus dem Begriff der L–Äquivalenz rekonstruiert, noch ein Ansatz, der, wie der Bartel'sche, die Relation der Gleichheit (oder Einbettung) von Intensionen allein an topologischen Beziehungen zwischen als Mengensystemen verstandenen Modellen festmacht, dem Vorverständnis von Bedeutung in physikalischen Theorien ganz gerecht wird. Erstere, weil eine vollständige idealsprachliche Rekonstruktion mit eindeutiger Auszeichnung analytischer Postulate unmöglich ist, letzterer, weil er den theoretischen Kontext, in dem die betrachten Begriffe als Teile umfassender Theorien stehen nicht berücksichtigt und daher triviale Realisierungen seiner Bedingung für Bedeutungseinbettung nicht klar ausschließt. Vorteile beider Ansätze, nämlich die Erfassung von Theorien als Axiomensysteme und die Möglichkeit, Beziehungen ihrer mengentheoretischen Modelle unabhängig von einer bestimmten sprachlichen Formulierung dieser Axiome zu betrachten, vereinigt der Theorienbegriff von Scheibe. Zur feineren Klassifizierung der Bedeutungsbeziehung von Modellen, habe ich Bezug und Sinn (Art der Bezugnahme) auf drei semantische Ebenen (externe Makro–, sowie ex– und interne Mikroebene) verteilt. Diese Ergebnisse des 2. Kapitels beruhen auf allgemeinen Überlegungen, die ich teilweise an vereinfachten, konstruierten Beispielen verdeutlicht habe. Jede wissenschaftstheoretische Hypothese kann aber nur dadurch bestätigt werden, dass sie tatsächliche, möglichst wenig idealisierte Beispielfälle aus der Wissenschaftgeschichte erklärt.

In der direkten Anwendung auf das Fallbeispiel ergab sich:

1. Die Theorieentwicklung konnte rekonstruiert werden als sukzessive Einbettung der spektroskopischen Daten in zunehmend allgemeinere theoretische Zusammenhänge (s. 4.1). Solche Zusammenhänge waren auch in der älteren Quantentheorie (trotz ihrer Bruchstellen) vorhanden und wurden ernst genommen.

2. Die Änderungen, die auf den jeweils übergeordneten Ebenen vorgenommen werden, um diese Einbettung zu ermöglichen, lassen sich natürlich nicht logisch aus den tieferliegenden Regularitäten ableiten. Die Heuristik dieser Änderungen orientiert sich aber an Randbedingungen, die weit mehr fordern als eine bloße Rettung der Phänomene. Die wichtigsten und am konsequentesten beachteten sind

   (a) das Streben nach einheitlichen Prinzipien (Relativität, Korrespondenz), Modellen die wenigstens *möglicherweise* idealisierte Varianten von Modellen *einer* Theorie sind (Ersatzmodelle),

   (b) die Forderung weitestgehender Generalität (Anspruch auf Anwendbarkeit des Atommodells nicht nur auf ganz verschiedene Bereiche der Spektroskopie sondern auch auf die Periodenstruktur der Elemente – für beides s. Abschnitt 4.6).

   (c) und als ein weniger entscheidendes, eher heuristisches Kriterium Landés Symmetrieforderung, das in Abschn. 4.4 diskutiert wird.

3. Während auf der Ebene der phänomenologischen Modelle sämtliche Größen über empirische Zuordnungsregeln direkt interpretiert sind (eine interne Mikroebene also nicht oder nur rudimentär existiert), erfordert die Einbettung in die übergeordnete physikalische Ebene für den Fall der älteren Quantentheorie Referenzhypothesen in Form von Annahmen über die Extension auf der internen Mikroebene (s. 3.5). Damit das Korrespondenzprinzip im Sinn einer Bedeutungstheorie als Forderung der näherungsweisen Sinngleichheit von Eigenschaften *des* Elektrons verstanden werden kann, muss die Identität der Bezugsobjekte von „Elektron“ in klassischer Physik und Quantentheorie angenommen werden.

4. In der historischen Diskussion um die Entwicklung der Theorie werden tatsächlich Sinnverschiebungen von Begriffen in einem Sinn von „Sinn“ diskutiert, der die Scheibe'sche oder Carnap'sche Charakterisierung von Begriffssinn erfordert, nämlich eine, die nicht nur die funktionale Zuordnung zwischen Basismengen der Theorie sondern auch die Art dieser Festlegung in ihrer Beziehung zu anderen Strukturen des Modells berücksichtigt. Die Beispiele sind hier zum einen die Unterscheidung zwischen dynamischem und kinematischen Drehimpuls, zum anderen das Korrespondenzprinzip im dritten Sinn, verstanden als Forderung der Ähnlichkeit der internen Struktur zweier Modelle verschiedener Theorien (s. Abschnitt 3.1.2).

6.2 Realismus

Neben der gewissen Konstanz der *Form* physikalischen Sprachgebrauchs – sichtbar in der Möglichkeit wissenschaftstheoretischer Rekonstruktion – über die betrachtete Entwicklung hinweg war, wie in Kap. 1 erläutert, auch die Frage nach *inhaltlichen* Konstanten als Kandidaten für realistisch zu interpretierende Bezugsobjekte in den verschiedenen Theorien über ein untersuchtes Phänomen (oder eine Gruppe solcher Phänomene, wie hier die spinbedingten Anomalien der Spektren) von Interesse. Der Gedanke, dass solche Konstanten den Weg in Richtung eines theorieübergreifenden, nicht (oder besser: weniger) vom Theorierelativismus Quine'scher Ontologien befallenen Bezugsbereichs weisen könnten, führte auf das Kriterium (R) aus Abschnitt 2.1.6. In Abschnitt 5.1 habe ich drei im Sinne einer gewöhnlichen Ontologie radikal unterschiedliche Interpretationen der Quantenmechanik und die Rolle des Spin in ihnen skizziert. Zwar blieben die grundlegenden Symmetrien in der Bohm'schen Deutung nicht sämtlich erhalten, es wäre jedoch möglich, auf Grund des Landé'schen Symmetrie–Arguments (Abschn. 4.4) oder im Anschluss an Heisenberg zu argumentieren, dass es dann eine Asymmetrie im Modell gäbe, der auf der experimentellen Ebene nichts entspräche.[1] Zuletzt wurden auf der Grundlage eines Verfahrens zur Konstruktion allgemeiner Theorien aus der Vorgabe von Symmetrieforderungen und der Wahl eines Darstellungsraums empirische Auswirkungen dieser Vorgaben auf Wigner'sche Teilchen mit Spin untersucht, wobei „Spin“ hierfür abstrakt definiert wurde als der nicht aus Bahnobservablen zusammengesetzte Anteil derjenigen Größe, die in der Darstellung der Theorie mit der räumlichen Rotation verknüpft ist (und daher bei Symmetrie unter dieser erhalten bleibt). All diese teilweise hypothetischen Systeme wiesen (mehr oder weniger) Charakteristika des tatsächlichen Verhaltens spinbehafteter Teilchen auf.

Die algebraische Struktur von Symmetrietransformationen ist also ein robustes und empirisch signifikantes Merkmal von Theorien und Theorieteilen bis hinunter zu Begriffen wie „Spin“. Als alleinige „Bedeutung“ eines Begriffs kann sie jedoch kaum gesehen werden. Hinzu kommen:

1. die vorgängige empirische Verankerung der Begriffe von Raum und Zeit,

2. ein allgemeiner Rahmen, der die Art der möglichen Dynamik festlegt (also etwa die kanonischen Transformationen im klassischen Phasenraum),

3. und im Fall des Spin neben 1 und 2, die mindestens nötig sind, um eine physikalische Größe auch nur ganz allgemein zu charakterisieren, wenigstens noch die Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Feld, um Modelle der wesentlichen Spineffekte zu erhalten.

Welche Rolle dann noch die zahlreichen Näherungen und Idealisierungen auf dem Weg bis zu den Phänomenen spielen, bleibt damit immer noch offen.

[1] Es gibt allerdings Asymmetrien in Theorien, denen keine Asymmetrien im Experiment (dem eingebetteten Modell) entsprechen (etwa die Wahl eines bestimmten Nullpunkts für ein Potenzial). Das sind aber keine Brechungen raum–zeitlicher Symmetrien. Eine haltbarere Forderung wäre also, dass, wo immer eine solche auftritt, es auch empirische Auswirkungen geben müsse.

Die Idee hinter Kriterium (R), als real gelten zu lassen, was an einer erfolgreichen Naturbeschreibung bei möglichst weitgehender Variation historischer und sonstiger Zufälligkeiten gleich bleibt, kann aber nun nicht nur als Hinweis auf überaus abstrakte, allgemeine Theorien verwirklicht werden, als Forderung der Robustheit gegenüber Reformulierungen äquivalenter Theorien,[2] sie kann auch aufgefasst werden als Forderung der Robustheit gegenüber dem Wandel gerade der abstraktesten Theorien, als Hinweis auf konkrete, phänomenologische Zusammenhänge, wenig spezifizierte kausale Vermögen, die gleich bleiben, unabhängig davon, als Näherungen welcher übergreifenden Theorie sie gerade verstanden werden[3]. — Offensichtlich stoßen wir hier auf unterschiedliche Auffassungen des Begriffes „Realität", den ich bisher recht naiv gebraucht habe, und der Intuition hinter (R) als Realitätskriterium.

Für die letztere Lesart ist das unmittelbar Gegebene das Substrat der Realität. Die phänomenologischen Regeln für Termkombinationen und Linienbildung im anomalen Zeemaneffekt sind dieselben, gleich in welche komplexere Theorie von der älteren Quantentheorie bis zur Quantenfeldtheorie man sie (mit vielerlei Hilfshypothesen) einbettet. Viel realer als eine Größe „Spin", die erst auf übergeordneten Ebenen auftaucht, wäre damit eine Disposition zu bestimmten Termverschiebungen im Magnetfeld.

Erstere Variante legt sich bezüglich des Zusammenhangs zwischen Erfahrungsnähe und Realität nicht fest, tendiert jedoch dazu, allgemeinere, größere Wirklichkeitsbereiche strukturierende Elemente der wissenschaftlichen Weltbeschreibung für real zu halten, versucht aber von Zufälligkeiten der Formulierung abzusehen. Die Tendenz zu allgemeineren Strukturen gründet dabei in der Hinzunahme der möglichst weiten Geltung, der großen Erklärungsleistung des fraglichen Begriffs als ein weiteres Realitätskriterium. Die Rumpfdrehimpuls–Hypothese etwa erklärt neben dem anomalen Zeeman–Effekt noch die Multiplett–Struktur, und ist daher einer reinen Termverschiebungsdisposition vorzuziehen; sie reicht aber nicht hin zur Behandlung des sukzessiven Aufbaus der Atomhülle, noch zur Vereinheitlichung von „relativistischen" und Abschirmungsdubletts unter Einbeziehung des Wasserstoffatoms, das leistet erst der Spin. Nun muss sich ein Begriff natürlich verändern, wenn seine Erklärungsleistung zunimmt. (R) in der abstrakten Symmetrie–Lesart sollte aber – in dieser Sicht – reichen, Merkmale auszuzeichnen, die es

[2] Oder, abgewandelt auch als Robustheitsforderung gegenüber *verschiedenen* Theorien verschiedener Phänomenbereiche.

[3] Das ist etwa die Auffassung Cartwrights [13] und Hackings [32]

rechtfertigen, davon auszugehen, dass er sich in den fortschreitend allgemeineren Versionen jeweils auf die gleiche „Struktur der Realität“ bezieht.[4]

Als Argumente für eine realistische Interpretation des Spinbegriffs sind beide Versionen von (R) tauglich, sie geben aber zunächst zwei verschiedene Vorstellungen davon, die man kurz „phänomenologisch“ bzw. „theoretisch“ nennen kann, was der Spin nun eigentlich ist:

Bezug$_P$ Die Linienaufspaltung eines Elements im Magnetfeld ebenso wie die Spaltung eines Kathodenstrahls im inhomogenen Magnetfeld sind Phänomene, die sich mittels in einer robusten Laborsprache beschreibbaren Versuchsanordnungen unabhängig von „Feinheiten der Theorien“ jederzeit reproduzieren lassen. Nennen wir die zureichende Antwort auf eine Frage nach der Ursache dieses Verhaltens im Kontrast zu einem sonst erwartbaren „normalen“ Verhalten „Spin“, dann haben wir damit eine Grundlage dafür geschaffen, verschiedene Einordnungen dieses kausalen Vermögens in ein detaillierteres Modell (als Atomrumpf im Rumpfmodell, nichtklassische Doppeldeutigkeit in Paulis Artikel zum Ausschließungsprinzip, Spin in der älteren Quantentheorie und schließlich Spin in der neuen Quantenmechanik) als widersprüchliche (nicht inkommensurable) Theorien über *einen* Zug der Wirklichkeit anzusehen.

[4] Hier ist noch ein Vergleich mit Falkenburgs modalem Realitätskriterium (s. [23]) interessant. Dieses Kriterium bezieht sich auf eine „modale Realität“ als das innerhalb eines von unseren Erkenntnismitteln abhängigen, notwendigen Rahmens Kontingente (d.h. experimentell zu entscheidende). Das lässt zunächst vermuten, dass hier, wie bei Cartwright, dem Konkreten vor dem Allgemeinen die größere Realität zugesprochen wird, ja das modale Realitätskriterium scheint sogar noch weiter zu gehen und Rand– und Anfangsbedingungen den Vorzug vor *jeder* Art von Strukturen und Gesetzen, seien sie phänomenologisch oder allgemein zu geben. Allerdings ist Falkenburgs modale Realität eine theorierelative – ein Datum kann innerhalb der einen Theorie notwendig, und relativ zu einer anderen kontingent sein, weswegen auch Strukturen umfassender Theorien in diesem Sinn real sein können. Im Fallbeispiel ist etwa der gyromagnetische Faktor zunächst kontingent relativ zu den Rumpfdrehimpuls– und Spin–Theorien der älteren Quantentheorie, aus der Dirac–Theorie folgt er, ebenso aus der Quantenfeldtheorie. Für jemanden der das auf Allgemeinheit zielende Realitätskriterium schätzt, wäre das aber viel zu wenig. Er möchte ja große Teile allgemeiner Theorien realistisch deuten, während es ihm das modale Kriterium scheinbar nur erlaubt, per experimenteller Instantiierung bestimmte Konstanten der Theorie als real anzuerkennen. Falkenburg sieht ihr Kriterium denn auch weniger restriktiv und spricht von „kontingenten Phänomene[n] und *Gesetze[n]*“([a.a.O. S. 33], meine Hervorhebung), fasst also ganze Gesetze als kontingent und wenn nicht experimentell entscheidbar, wie die Werte einzelner Konstanter, so doch vielleicht bestätigbar auf. Wegen der bekannten Schwierigkeiten mit der Bestätigung (geschweige denn Ableitung) von Gesetzen aus Versuchsergebnissen ist die Anwendung des Kriteriums auf komplexere Fälle nicht unproblematisch.

Bezug$_T$ Andererseits können wir „Spin“, wie gesagt, auch definieren als den nicht aus Bahnparametern zusammengesetzten Teil der mit der Rotationsinvarianz verknüpften dynamischen Erhaltungsgröße. Die Referenzkonstanz garantierende Robustheit ist hier eine andere: Sie beruht nicht auf der Fixierung der Größe vor einem phänomenologischen Hintergrund, sondern auf deren Charakterisierung im Rahmen einer abstrakten Theorie und diese Charakterisierung ist im Gegensatz zur im vorigen Absatz besprochenen phänomenologischen keine dynamische (die Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld wird ja explizit vernachlässigt) sondern eine rein kinematische (nur das Verhalten unter raum–zeitlichen Transformationen betreffende). Der Rumpfdrehimpuls wäre in dieser Explikation *kein falsch modellierter* Spin sondern *gar kein* Spin. Dagegen tauchen hier Modelle von „Spin“ auf die entweder ganz hypothetisch sind, oder die, ebensogut wie als Modelle von Spin–Phänomenen im Sinn des vorigen Absatzes, als (idealisierte) Modelle ganz anderer Phänomene (etwa eines rotierenden starren, ausgedehnten Körpers) interpretiert werden können.

Natürlich stehen diese beiden transtheoretischen Bezüge in für jedes konkrete Modell angebbaren Beziehungen zueinander, dadurch, dass auf der einen Seite Bezug$_T$ eben interpretiert – mit einer phänomenologischen Ursache (Bezug$_P$) hypothetisch identifiziert – werden muss, um überhaupt beanspruchen zu können, Teil der empirischen Wirklichkeit zu sein, und andererseits Bezug$_P$ als Instanziierung eines allgemeinen theoretischen Begriffs verstanden werden muss, um überhaupt ein wissenschaftlicher, d.h. allgemeiner Begriff zu sein.

Es ist nicht offensichtlich und steht als Erkenntnis am Ende des hier dargestellten Begriffsbildungsprozesses, dass so verschiedene phänomenale kausale Vermögen wie die, Multipletterme, den anomalen Zeemaneffekt, die Wasserstofffeinstruktur, den Stern–Gerlach–Effekt und den Einstein–de–Haas–Effekt unter denselben Begriff fallen – derselben physikalischen Größenklasse angehören.

Nun wäre aber jemand, dem man auf seine Frage nach Bedeutung und Wirklichkeitsbezug des Spinbegriffs, mit der allgemeinen Charakterisierung dieses Abschnitts antwortete, zu Recht unzufrieden, solange er nicht auch das Wechselspiel zwischen übergreifender Theorie, (idealisiertem) Modell und phänomenologischer Regularität in induktivem Aufstieg deduktiver Rekonstruktion, dem diese Abstraktionen entstammen, erklärt bekäme.[5] Die Bedeutung des Spinbegriffs, wie jeden physikalischen Begriffs, besteht eben nicht nur aus der Axiomatik einer (der neuesten und besten) Theorie und deren Anbindung an die Erfahrung, sie besteht auch nicht nur in dem, was mehreren solchen Theorien an abstrakter Struktur und phänomenalem Bezug gemein ist, sie liegt darüberhinaus in den Gründen (empirischen wie rationalen), jeweils von einer dieser Theorien zur folgenden überzugehen.[6]

Den Spin in der modernen Quantenmechanik als Zusammenhang zwischen einer Invariante einer bestimmten Darstellung der Poincaré–Gruppe und den Zeigerausschlägen gewisser Versuchsanordnungen zu definieren und auf die formalen Gemeinsamkeiten mit Drehimpuls–Modellen der klassischen Mechanik aufmerksam zu machen, ist eine unvollständige Antwort auf die Frage nach der Bedeutung des Spinbegriffs *und* lässt unklar, inwiefern er einen Zug der Realität erfasst, weil so der Ursprung des Begriffssinneswandels vom klassischen Drehimpuls zum quantenmechanischen Spin nicht erklärt *und damit* auch nicht zwischen den Anteilen von Konstruktion einerseits und Zwang aufgrund von Versuchsergebnissen andererseits unterschieden wird. Nach dem Scheitern des Kant'schen Projektes, die Fundamente der Naturwissenschaft durch den Aufweis einer in der Synthesis der Anschauung a priori gegebenen begrifflichen Struktur auf ewig zu legen, ist die Architektur des Begriffsgerüstes der Physik nur noch in historischer Perspektive und relativ zu kontingenten Ausgangspunkten – und deshalb notwendig partiell – zu erfassen. Die Möglichkeit des Erfolgs der Quantenmechanik liegt gerade in Heisenbergs Trennung des Anschauungsraumes der alltägliche Wirklichkeit von der mathematischen Veranschaulichung eines abstrakten Zustandsraumes

[5]Die Bedeutung der Entstehungsgeschichte eines Begriffs und die Mischung aus Konvention und empirischem Gehalt, die ihn ausmacht erkannte schon Mach:

> Am vollständigsten und strengsten ist jedoch ein Gedanke begründet, wenn alle Motive und Wege, welche zu demselben geleitet und ihn befestigt haben, klar dargelegt sind. Von dieser Begründung ist die logische Verknüpfung mit älteren, geläufigeren, unangefochtenen Gedanken doch eben nur ein Teil. Ein Gedanke, dessen Entstehungsmotive ganz klargelegt sind, ist für alle Zeiten unverlierbar, so lange letztere gelten, und kann andererseits sofort aufgegeben werden, sobald diese Motive als hinfällig erkannt werden. [58, S. 223]

[6]Auf dieser Ebene ist vielleicht auch das in Fußnote 4 angesprochene modale Realitätskriterium sinnvoll anzusiedeln – so verstanden, dass die empirischen Gründe, die den Übergang zur Akzeptanz eines neuen Gesetzes, einer neuen Tatsache erzwingen, nicht deren Realität *absolut* garantieren, sondern relativ zum theoretischen Hintergrund und den nicht–empirischen Gründen für den Theoriewandel.

und nicht in der Identität beider, die Kant für die Erklärung des Erfolgs der Physik hielt.

Die Position in der Realismusdebatte, die sich daraus ergibt ist etwa die eines internen Realismus Putnam'scher Provenienz. Putnam grenzt seine Position von metaphysischen Realisten und radikalen Konstruktivisten ab, indem er zwar eine Referenz im Sinne einer Entsprechung zwischen Zeichen und Welt leugnet, aber dennoch auf einem Wahrheitsbegriff beharrt, der wohl relativ zu historisch bedingten Normen, nicht aber beliebig ist.

Anhang A

Glossar einiger Begriffe der älteren Quantentheorie

Adiabatenhypothese Von Bohr in (QdL) auch *Prinzip der mechanischen Transfomierbarkeit der stationären Zustände* bezeichnet. Fordert die Invarianz der Quantenbedingungen unter den sog. „adiabatischen" Transformationen, die durch eine im Vergleich zu den Perioden und Kräften des Quantensystems langsame Änderung äußerer Felder erzeugt wird. Daß die üblichen Quantenbedingungen in der Sommerfeld–Wilsonschen Form dem genügen ist ein Satz der klassischen Mechanik (Burgers).

Atomrumpf, Atomrest Das Atom abzüglich der Leuchtelektronen, also Kern plus innere Schalenelektronen. Sein Nettodrehimpuls wird meist mit i oder R bezeichnet.

Aufbauprinzip Auch „*Postulat der Invarianz und Permanenz der Quantenzahlen*"(LuA, 256) oder „*Prinzip der Existenz und Permanenz der Quantenzahlen*"(AQA, 135). Unter diesem Namen von Bohr eingeführt als Erweiterung des Adiabatenprinzips auf Fälle, in denen die Voraussetzungen desselben nicht erfüllt sind, insbesondere das „Wechselspiel" zwischen den Elektronen komplexer, wasserstoffunähnlicher Atome. Während die Invarianz der Quantenzahlen nach dem Adiabatenprinzip auf der Grundlage der klassischen Mechanik erklärt werden konnte, sah Bohr sich gezwungen das Aufbauprinzip auf „einen mechanisch unerklärbar invarianten Charakter“ (LuA, 255) der Elektronenbewegungen zurückzuführen. Denkt man sich ein Atom durch sukzessives Einfangen der Schalenelektronen entstanden, so fordert das Prinzip, „daß während eines Einfangungsprozesses die Quantenzahlen, die die Bewegung jedes einzelnen der früher gebundenen Elektronen im Normalzustand der Aufbaustufen bezeichnen, unter dem störenden Einfluß des hinzukommenden Elektrons unverändert bleiben.“(LuA, 256).

äquatoriale Quantenzahl Quantenzahl der Drehimpulskomponente parallel der Polachse des Koordinatensystems bzw. einer physikalisch (durch ein Feld) ausgezeichneten Richtung. Ist die Entartung im Magnetfeld aufgehoben (Zeemaneffekt), oft auch *magnetische Quantenzahl* genannt. Die zugehörige Winkelkoordinate ist der Azimut der Knotenlinie, d.i. der Schnittlinie zwischen Bahnebene des Elektrons und Äquatorebene des Polarkoordinatensystems, wenn es um den Drehimpuls eines einzelnen Elektrons geht. Als Symbol wurde wie in der modernen Quantenmechanik meist m gewählt. Die Normierung (Verschiebung um eine additive Konstante) variiert in der älteren Quantentheorie.

azimutale Quantenzahl Quantenzahl des Bahndrehimpulses. Die zugehörige Winkelkoordinate ist der Winkel zwischen Knotenlinie und Perihel der Elektronenbahn. Symbol ist in der älteren Quantentheorie gewöhnlich k, in der neuen Quantenmechanik l. Die Normierung von k ist im Zusammenhang mit dem anomalen Zeemaneffekt uneinheitlich (tw. halbzahlig), gewöhnlich gilt aber $l = k - 1$.

gyromagnetisches Verhältnis Quotient aus magnetischem Moment und Drehimpuls eines Systems. Ist das System ein im Zentralkraftfeld bewegtes geladenes Teilchen, hängt das gyromagnetische Verhältnis nach der klassischen Mechanik nur von dem Quotienten aus Ladung und Masse des Teilchens ab. Der anomale Zeemaneffekt wurde zuerst von Landé auf einen anomalen Wert dieses Verhältnisses zurückgeführt, das dort als „Landéscher g–Faktor“, Symbol g, bezeichnet wird.

harmonisches Wechselspiel Wechselwirkung der Schalenelektronen in einem komplizierteren, nicht wasserstoffähnlichen Atom.

Impulsmoment svw. Drehimpuls. Gelegentlich wird auch nur „Impuls“ für „Drehimpuls“ verwendet.

innere Quantenzahl Von Sommerfeld zunächst nur formal zur Numerierung der aufspaltenden Terme beim anomalen Zeemaneffekt eingeführt. Wurde später als Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses des Atoms gedeutet.

K-Schale Innerste Atomhülle bestehend aus Elektronen der Hauptquantenzahl $n = 1$. (Die zugehörige Wirkungsvariable ist J_3 in Abschnitt 3.2.

Leuchtelektron(en) Das (die) beim Strahlungsübergang auf eine andere Bahn springende(n) Schalenelektron(en).

Periodizitätsgrad Zahl der inkommensurablen (nicht–entarteten) Grundfrequenzen der Bewegung eines Quasiperiodischen Systems.

Quasiperiodische Bewegung Auch *mehrfach periodische Bewegung*. Eine solche Bewegung kehrt nicht exakt in ihren Ausgangspunkt zurück. Der Phasenraum läßt sich aber so in Unterräume zerlegen, daß die Projektion der Bewegung auf jeden dieser Unterräume einfach periodisch ist. Das kanonische Koordinatensystem, in dem je einer dieser Unterräume von je einem Paar kanonisch konjugierter Variablen aufgespannt wird, ist eindeutig bestimmt, falls das System nicht entartet ist. Die Variablen heißen *Separationsvariable*.

Serienelektron Svw.: Leuchtelektron.

Literaturverzeichnis

[1] Balzer, Wolfgang, C. Ulises Moulines und Joseph D. Sneed: *An Architectonic for Science, The Structuralist Program*, Band 186 der Reihe *Synthese Library*. Reidel, Dordrecht, 1987.

[2] Bartels, Andreas: *Bedeutung und Begriffsgeschichte*. Ferdinand Schöningh, Paderborn, 1994.

[3] Baumann, Kurt und Roman Sexl: *Die Deutungen der Quantentheorie*. Vieweg, Braunschweig, Dritte Auflage, 1987.

[4] Biedenharn, L.C.: *The "Sommerfeld Puzzle" Revisited and Resolved*. Foundations of Physics, 13(1):13–34, 1983.

[5] Bohm, David: *A suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of "Hidden" Variables*. Phys. Rev., 85:166–179, 1952. Deutsche Übersetzung in [3].

[6] Bohr, Niels: *Über die Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau. I. Die Grundpostulate der Quantentheorie*. Zeitschrift für Physik, 23:117–165, 1923.

[7] Born, Max: *Zur Quantenmechanik der Stoßvorgänge*. Zeitschrift für Physik, 37:863–867, 1926. Wiederabdruck in [3].

[8] Born, Max: *Vorlesungen über Atommechanik*. Springer, Berlin, u.a., 1976. Reprint der Ausgabe von 1925.

[9] Broglie, Louis de: *A Tentative Theory of Light Quanta*. Philosophical Magazine, 24(6), 1924.

[10] CARNAP, RUDOLF: *Meaning and Necessity, A Study in Semantics and Modal Logic*. University of Chicago Press, Chicago, Zweite, erweiterte Auflage, 1956.

[11] CARRIER, MARTIN: *The Completeness of Scientific Theories*. Reidel, Dordrecht, 1994.

[12] CARRIER, MARTIN: *New Experimentalism and the Changing Significance of Experiments: On the Shortcomings of an Equipment-Centered Guide to History*. In: HEIDELBERGER, M. und F. STEINLE (Herausgeber): *Experimental Essays - Versuche zum Experiment*, Seiten 175–191. Nomos, Baden-Baden, 1998.

[13] CARTWRIGHT, NANCY: *How the Laws of Physics Lie*. Oxford University Press, Oxford, 1983. PHM 4/215.

[14] CHEVALLEY, CATHERINE: *Niels Bohr´s Words and the Atlantis of Kantianism*. In: FAYE, J. und H.J. FOLSE (Herausgeber): *Niels Bohr and Contemporary Philosophy*, Seiten 33–55. Kluwer, 1994.

[15] CUSHING, JAMES T.: *Quantum Mechanics: Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony*. University of Chicago Press, Chicago, 1994.

[16] DARRIGOL, OLIVIER: *From c–numbers to q–numbers*. University of California Press, Berkeley, 1992.

[17] DIRAC, PAUL A.M.: *The quantum theory of the electron*. Proceedings of the Royal Society of London, 117:610–624, 1928.

[18] EHRENFEST, PAUL: *Adiabatische Transformationen in der Quantentheorie und ihre Behandlung durch Niels Bohr*. Die Naturwissenschaften, 11(27):543–550, 1923.

[19] EINSTEIN, ALBERT: *Zur Elektrodynamik bewegter Körper*. Annalen der Physik, 17:891–921, 1905.

[20] EINSTEIN, ALBERT: *Über die Entwicklung unserer Anschauungen über das Wesen und die Konstitution der Strahlung*. Physikalische Zeitschrift, 10:817–825, 1909.

[21] EINSTEIN, ALBERT und PAUL EHRENFEST: *Quantentheoretische Bemerkungen zum Experiment von Stern und Gerlach*. Zeitschrift für Physik, 11:31–34, 1922.

[22] EINSTEIN, ALBERT und WANDER JOHANNES DE HAAS: *Experimenteller Nachweis der Ampeèreschen Molekularströme*. Verh.d.D.phys.Ges., 17:152, 1915.

[23] FALKENBURG, BRIGITTE: *Teilchenmetaphysik: Zur Realitätsauffassung in Wissenschaftsphilosophie und Mikrophysik*. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1995.

[24] FALKENBURG, BRIGITTE: *Incommensurability and Measurement*. Theoria, 12, 1997.

[25] FALKENBURG, BRIGITTE: *Bohr's Principles of Unifying Quantum Disunities*. Philosophia naturalis, 35(1):95–120, 1998.

[26] FORMAN, PAUL L.: *Alfred Landé and the Anomalous Zeeman Effect, 1919–1921*. Historical Studies in the Physical Sciences, 2:153–261, 1970.

[27] FRAASSEN, BAS C. VAN: *The Scientific Image*. Clarendon Press, Oxford, 1980. PHF 4/273.

[28] FREGE, GOTTLOB: *Funktion, Begriff, Bedeutung*. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 2. Auflage, 1969.

[29] GIULINI, D., E. JOOS, C. KIEFER, J. KUPSCH, I.-O. STAMATESCU und H.D. ZEH: *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*. Springer, Berlin, 1996.

[30] GOLDSTEIN, HERBERT: *Klassische Mechanik*. AULA Verlag, Wiesbaden, Zehnte Auflage, 1989.

[31] GOUDSMIT, SAMUEL: *Über die Komplexstruktur der Spektren*. Zeitschrift für Physik, 32:794–799, 1925.

[32] HACKING, IAN: *Representing and intervening*. CUP, Cambridge, 1983. deutsch als PHM 4/217.

[33] HEISENBERG, WERNER: *Zur Quantentheorie der Linienstruktur und der anomalen Zeemaneffekte*. Zeitschrift für Physik, 8:273–297, 1922.

[34] HEISENBERG, WERNER: *Über die Abänderung der formalen Regeln der Quantentheorie beim Problem der anomalen Zeemaneffekte*. Zeitschrift für Physik, 26:291–307, 1924.

[35] HEISENBERG, WERNER: *Über die quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*. Zeitschrift für Physik, 33:879 ff., 1925.

[36] HEISENBERG, WERNER: *The Physical Principles of the Quantum Theory*. University of Chicago Press, 1930. Wiederabdruck in [39].

[37] HEISENBERG, WERNER: *Der Begriff „abgeschlossene Theorie“ in der modernen Naturwissenschaft*. Dialectica, 2:331–336, 1948. Wiederabdruck in [39].

[38] HEISENBERG, WERNER: *Die Entwicklung der Deutung der Quantentheorie*. Phys. Bl., 12:289–304, 1956. Wiederabdruck in [3].

[39] HEISENBERG, WERNER: *Gesammelte Werke*. Springer, Berlin u.a., 1985.

[40] HEISENBERG, WERNER und PASCAL JORDAN: *Anwendung der Quantenmechanik auf das Problem der anomalen Zeemaneffekte*. Zeitschrift für Physik, 37:263–277, 1926.

[41] HESTENES, DAVID und RICHARD GURTLER: *Local Observables in Quantum Theory*. American Jounal of Physics, 39:1028–1038, 1971.

[42] HØFFDING, HARALD: *Der menschliche Gedanke, seine Formen und seine Aufgaben*. Reisland, Leipzig, 1911.

[43] HILBERT, DAVID: *Axiomatisches Denken*. Mathematische Annalen, 78:405–415, 1918.

[44] HOLLAND, P.R.: *The Quantum Theory of Motion*. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

[45] HUND, FRIEDRICH: *Geschichte der Quantentheorie*. BI, Mannheim, dritte Auflage, 1984.

[46] JAMES, WILLIAM: *The Principles of Psychology*, Band 53 der Reihe *Great Books of the Western World*. William Benton, Encyclopaedia Britannica, Chicago u.a., 1952. Erstveröffentlichung 1891.

[47] JAMMER, MAX: *The conceptual development of quantum mechanics*. Thomash, New York, 2 Auflage, 1966.

[48] JAMMER, MAX: *The Philosophy of Quantum Mechanics*. Wiley, New York, 1974.

[49] KUHN, THOMAS S.: *Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen*. Suhrkamp, Frankfurt a.M., 1967.

[50] LAKATOS, IMRE und PAUL FEYERABEND (Herausgeber): *Kritik und Erkenntnisfortschritt*. Vieweg, Braunschweig, 1974.

[51] LANDÉ, ALFRED: *Über den anomalen Zeemaneffekt*. Zeitschrift für Physik, 5:231–241, 1921.

[52] LANDÉ, ALFRED: *Über den anomalen Zeemaneffekt*. Zeitschrift für Physik, 7:398–405, 1921.

[53] LANDÉ, ALFRED: *Zur Theorie der anomalen Zeeman- und magnetomechanischen Effekte*. Zeitschrift für Physik, 11:353–363, 1922.

[54] LANDÉ, ALFRED: *Termstruktur und Zeemaneffekt der Multipletts. Zweite Mitteilung*. Zeitschrift für Physik, 19:112–123, 1923.

[55] LAUDAN, LARRY und JARRETT LEPLIN: *Empirical Equivalence and Underdetermination*. The Journal of Philosophy, 88(9), 1991.

[56] LEVY-LEBLOND, JEAN-MARC: *Galilei Group and Nonrelativistic Quantum Mechanics*. Journal of Mathematical Physics, 4(6):776–788, 1963.

[57] LUDWIG, GÜNTHER: *Die Grundstrukturen einer physikalischen Theorie*. Springer, Berlin, Zweite Auflage, 1990.

[58] MACH, ERNST: *Erkenntnis und Irrtum*. Johann Ambrosius Barth, Leipzig, Dritte Auflage, 1917.

[59] MEYER-ABICH, KLAUS MICHAEL: *Korrespondenz, Individualität und Komplementarität*. Franz Steiner Verlag, Wiesbaden, 1965.

[60] MITTELSTAEDT, PETER: *Possibility and Probability in the Language of Quantum Physics*. In: NEUMANN, HOLGER (Herausgeber): *Interpretations and Foundations of Quantum Theory*. BI, Zürich, 1981.

[61] MORRISON, MARGARET: *More on the relations between technically good and conceptually important experiments*. British Journal for the Philosophy of Science, 37:101–115, 1986.

[62] MURDOCH, DUGALD: *Niels Bohr's Philosophy of Physics*. CUP, Cambridge, 1987.

[63] NEUMANN, JOHN VON: *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Springer, Berlin, 1932.

[64] PAULI, WOLFGANG: *Über die Gesetzmäßigkeiten des anomalen Zeemaneffektes*. Zeitschrift für Physik, 16:155–164, 1923.

[65] PAULI, WOLFGANG: *Über den Einfluß der Geschwindigkeitsabhängigkeit der Elektonenmasse auf den Zeemaneffekt*. Zeitschrift für Physik, 31:373–385, 1925.

[66] PAULI, WOLFGANG: *Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit der Komplexstruktur der Spektren*. Zeitschrift für Physik, 31:765–783, 1925.

[67] PAULI, WOLFGANG: *Quantentheorie*. In: GEIGER, HANS (Herausgeber): *Handbuch der Physik*, Band 23, Kapitel 1. Springer, Berlin, 1926.

[68] PAULI, WOLFGANG: *Zur Quantenmechanik des magnetischen Elektrons*. Zeitschrift für Physik, 43:601–623, 1927.

[69] PAULI, WOLFGANG: *Wissenschaftlicher Briefwechsel mit Bohr, Einstein, Heisenberg u.a.*, Band 1. Springer, Amsterdam, 1979.

[70] PESCHKE, JOACHIM VON: *Is spin a consequence of relativity? A comment on Morrison*. British Journal for the Philosophy of Science, 38:566–567, 1988.

[71] PUTNAM, HILARY: *Von einem realistischen Standpunkt*. Rowohlt, Reinbek, 1993.

[72] QUINE, WILLARD VAN ORMAN: *On what there is*. In: *From a Logical Point of View*.

[73] QUINE, WILLARD VAN ORMAN: *Ontologische Relativität und andere Schriften*. Reclam, Stuttgart, 1975.

[74] QUINE, WILLARD VAN ORMAN: *Die Entwicklung von Bewußtsein und Sprache*. Logos, 5(1-2):23–35, 1998.

[75] RÉDEI, MIKLÓS: *Introduction to Quantum Logic*. Typoskript, URL: ftp://hps.elte.hu/pub/Papers/qln.ps.gz, Juni 1995.

[76] ROBOTTI, NADIA: *Quantum Numbers and Electron Spin*. Arch. hist. Intern. des Sciences, 40(125):305–331, 1990.

[77] SACHS, MENDEL: *On the Origin of Spin in Relativity*. British Journal for the Philosophy of Science, 40:409–412, 1989.

[78] SCHEIBE, ERHARD: *The Logical Analysis of Quantum Mechanics*. Pergamon, Oxford, 1973.

[79] SCHEIBE, ERHARD: *Heisenbergs Begriff der abgeschlossenen Theorie*. In: GEYER, B. ET AL. (Herausgeber): *Werner Heisenberg. Physiker und Philosoph*. Spektrum, Heidelberg, 1993.

[80] SCHEIBE, ERHARD: *Die Reduktion physikalischer Theorien: Ein Beitrag zur Einheit der Physik*. Springer, Berlin, 1997. Teil I: Grundlagen und elementare Theorie.

[81] SCHWABL, FRANZ: *Quantenmechanik*. Springer, Berlin, 3 Auflage, 1992.

[82] SERWER, DANIEL: *Unmechanischer Zwang: Pauli, Heisenberg, and the Rejection of the Mechanical Atom, 1923–1925*. Historical Studies in the Physical Sciences, 8:189–256, 1977.

[83] SOMMERFELD, ARNOLD: *Zur Quantentheorie der Spektrallinien*. Annalen der Physik, 51, 1916.

[84] SOMMERFELD, ARNOLD: *Allgemeine spektroskopische Gesetze, insbesondere ein magnetooptischer Zerlegungssatz*. Annalen der Physik, 63:221–263, 1920.

[85] SOMMERFELD, ARNOLD: *Atombau und Spektrallinien*. Vieweg, Braunschweig, Dritte umgearbeitete Auflage, 1922.

[86] STALNAKER, R.: *Inquiry*. MIT Press, Cambridge, MA, 1984.

[87] STÖCKLER, MANFRED: *Philosophische Probleme der relativistischen Quantenmechanik*. Duncker & Humblot, Berlin, 1984.

[88] STONER, EDMUND C.: *The distribution of electrons among atomic levels*. Philosophical Magazine, 48:719–736, 1924.

[89] SUDARSHAN, E. und N. MUKUNDA: *Classical Dynamics: A Modern Perspective*. John Wiley & Sons, New York, 1974.

[90] UHLENBECK, G.E.: *Fifty Years of Spin, Personal Reminiscences*. Physics Today, Seiten 43–48, 1976.

[91] UHLENBECK, G.E. und S. GOUDSMIT: *Ersetzung der Hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine Forderung bezüglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons*. Die Naturwissenschaften, 47:953–954, 1925.

[92] UHLENBECK, G.E. und S. GOUDSMIT: *Spinning Electrons and the Structure of Spectra*. Nature, 117(2938):264–265, 1926.

[93] WAERDEN, BARTEL L. VAN DER: *Exclusion Principle and Spin*. In: FIERZ, M. und V.F. WEISSKOPF (Herausgeber): *Theoretical Physics in the Twentieth Century*. Interscience, 1960.

[94] WEINGARD, ROBERT: *Some Comments Concernig Spin and Relativity*. British Journal for the Philosophy of Science, 39:287–288, 1989.

[95] WIGNER, EUGENE: *On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz Group*. Annals of Mathematics, 40(1):149–203, 1939.

[96] WITTGENSTEIN, LUDWIG: *Tractatus logico-philosophicus*, Band 1 der Reihe *Werkausgabe*. Suhrkamp, Frankfurt, 1984. Erstveröffentlichung 1921.

[97] ZEH, H.D.: *There are no quantum jumps, nor are there particles!* Physics Letters A, 172:189–192, 1993.