

BÜCHTER, Theresa; EICHLER, Andreas & BINDER, Karin
Kassel, München

Mit Simulationen Risikokompetenz fördern - erste Ergebnisse aus dem Projekt siMINT-Risk

1. Einleitung und theoretischer Hintergrund

Zeitgemäße Bildung zielt auf eine kompetente Auseinandersetzung mit Zukunftsfragen ab, die häufig durch Risiken gekennzeichnet sind. Der Mathematikunterricht setzt dabei einen Grundstein für die adäquate Einschätzung von Risiken und für Risikokompetenz (Eichler & Vogel, 2015), da Risiken und Wahrscheinlichkeiten zwei eng verwandte Konstrukte sind (Borovcnik & Kapadia, 2018).

Ein zentraler Themenbereich zur Leitidee Daten und Zufall sind dabei bedingte Wahrscheinlichkeiten (KMK, 2015). Zu diesem Themenbereich findet sich in fast jedem Mathematikschulbuch eine Aufgabe zu bedingten Wahrscheinlichkeiten im Kontext von HIV-Tests, wie in Tabelle 1.

Aufgabenstellung Bei Infektionskrankheiten ist es wichtig, dass man schnell die Art der Krankheit erkennt, damit man sie bekämpfen kann. Hierzu führt man Schnelltests durch (...). Die vorliegenden Testverfahren haben mittlerweile eine hohe Sicherheit (sogenannte Sensitivität): Bei 99,9% der tatsächlich Infizierten erfolgt eine positive Testreaktion. Nur bei 0,3% der nichtinfizierten Testpersonen wird irrtümlich eine Infektion angezeigt (sogenannte Spezifität 99,7%). Man kann heute davon ausgehen, dass etwa 0,1% der Bevölkerung in Deutschland HIV-infiziert ist.

Fragestellung Angenommen eine Person wird zufällig ausgewählt: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem positiven Testergebnis tatsächlich eine HIV-Infektion vorliegt?

Lösung mit Vierfeldertafel Darstellung absoluter Häufigkeiten in Vierfeldertafel:

Personen	Infiziert	nicht infiziert	Gesamt
positives Testergebnis	999	2 997	3 996
negatives Testergebnis	1	996 003	996 004
Gesamt	1 000	999 000	1 000 000

Gesuchte Wahrscheinlichkeit entspricht: $\frac{999}{3996} \approx 25\%$

Tabelle 1: Schulbuchaufgabe zu HIV-Tests aus dem Schulbuch Elemente der Mathematik in Hessen (Griesel et al., 2011, S. 431)

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0>

Die Beantwortung dieser Fragestellung erfolgt im Mathematikunterricht typischerweise mithilfe einer Visualisierung, z. B. mit einer Vierfeldertafel oder einem Baumdiagramm (Brnic et al., 2024). Die Forschung der letzten Jahrzehnte liefert dazu relativ stabile Ergebnisse darüber, welche numerischen Formate und Visualisierungen sich dabei besonders eignen, um die Performanz bei solchen Berechnungen zu unterstützen (McDowell & Jacobs, 2017; Cui et al., 2024). Allerdings gibt es bisher nur wenig Erkenntnisse dazu, inwiefern sich diese Visualisierungen auch eignen, um über Wahrscheinlichkeiten zu argumentieren (Binder et al., 2019), Änderungen von Wahrscheinlichkeiten zu beurteilen (Büchter et al., 2024) oder Risiken und Chancen abzuwägen (Hansen & Hammann, 2017), wie in den beispielhaften Aufgaben in Tabelle 2.

Aufgabe zum Argumentieren In Deutschland sind 0,1% der Bevölkerung mit HIV infiziert. Von zufällig ausgewählten Personen in Deutschland mit positivem Testergebnis sind dennoch nur wenige tatsächlich mit HIV infiziert (durchschnittlich etwa 25%), obwohl für alle getesteten Personen die Testparameter (Sensitivität = 99,9% und Spezifität = 99,7%) eines HIV-Selbsttest sehr gut sind. Erklären Sie, woran das liegen kann.

Aufgabe zum Beurteilen von Änderungen d. Wahrscheinlichkeiten Bei Personen mit erhöhtem Risiko ist die Wahrscheinlichkeit größer als 0,1%, dass eine solche zufällig ausgewählte Person mit HIV infiziert ist. Die anderen Wahrscheinlichkeiten sind die gleichen wie in der Ausgangssituation (siehe oben, Tabelle 1).

Frage: Sie testen nun eine zufällig ausgewählte Person mit erhöhtem Risiko. Welche Auswirkungen hat das auf die Wahrscheinlichkeit, dass eine solche zufällig ausgewählte Person mit positivem Testergebnis dennoch nicht mit HIV infiziert ist, im Vergleich zur Ausgangssituation. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Aufgabe zum Abwägen von Risiken und Chancen HIV-Selbsttests kann man frei verfügbar in einer Drogerie kaufen oder im Internet bestellen. Nehmen Sie Stellung zu dieser freien Verfügbarkeit von HIV-Selbsttests. Wägen Sie dabei mögliche Vor- und Nachteile gegeneinander ab.

Tabelle 2: Fragen zum Argumentieren, Einschätzen von Änderungen der Wahrscheinlichkeiten zu HIV-Tests und Abwägen von Risiken und Chancen

Fragen wie in Tabelle 2 beantworten zu können, ist allerdings zentral für Risikokompetenz (Eichler & Vogel, 2015; Hansen & Hammann, 2017; Martignon & Hoffrage, 2019). Für eine adäquate Beantwortung ist es in diesen

Aufgaben notwendig, den Einfluss der Basisrate im Kontext der HIV-Tests zu erkennen, was als besondere Hürde im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten bekannt ist (McDowell & Jacobs, 2017).

Als mögliche Strategie zum Erkenntnisgewinn ist in den Bildungsstandards für Mathematik die Nutzung von Simulationen in der Leitidee Daten und Zufall fest verankert (Biehler et al., 2015). Dabei wird angenommen, dass diese sich besonders eignen, um Fehlkonzepte abzubauen und ansonsten verborgene Prozesse sichtbar zu machen (Biehler et al., 2015). Somit stellt sich die Frage, ob sich Simulationen im Kontext von Risikokompetenz besser eignen als die Arbeit mit "klassischen" Visualisierungen (z. B. Vierfeldertafeln), um das Verständnis von (bedingten) Wahrscheinlichkeiten im Kontext von Risikokompetenz zu fördern.

2. Forschungsfragen und Methode

Im Projekt siMINT-Risk wird mit folgenden drei Versuchsgruppen untersucht, ob eine Unterrichtseinheit (Umfang vier Einzelstunden) zu bedingten Wahrscheinlichkeiten bei HIV-Tests *mit* Simulationen (*vor* vs. *nach* einer Instruktion) zu besseren Lernerfolgen führt als eine *ohne* Simulationen:

- Gruppe 1: Mit Exploration in einer Simulation *vor* einer Instruktion
- Gruppe 2: Mit Exploration in einer Simulation *nach* einer Instruktion
- Gruppe 3: Mit Exploration *ohne* Simulation (ausschließlich anhand von Beobachtungen in Vierfeldertafeln) nach einer Instruktion

Die Unterrichtseinheit der drei Gruppen wurde im BMBF-geförderten Projekt siMINT-Risk in Zusammenarbeit mit erfahrenen Mathematik-Lehrkräften entwickelt. Im Schuljahr 2024/2025 ist die Durchführung mit jeweils 10 Kursen pro Gruppe in der Sekundarstufe II geplant (aktuell erhoben: 20 Kurse). Im Prätest (direkt vor der Unterrichtseinheit), Posttest (direkt nach der Unterrichtseinheit) und Follow-Up-Test (3 Monate nach der Unterrichtseinheit) werden folgende abhängige Variablen gemessen:

- Berechnung von bedingten Wahrscheinlichkeiten (Tabelle 1)
- Argumentieren mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (Tabelle 2)
- Beurteilen von Änderungen bedingter Wahrscheinlichkeiten (Tabelle 2)
- Abwägen von Risiken und Chancen (Tabelle 2)

3. Ergebnisse und Diskussion

Die Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten scheint in den bisherigen Ergebnissen nicht davon abzuhängen, ob *mit* oder *ohne* Simulation gearbeitet wurde. In vielen Antworten zum 1) Argumentieren und 2) Beurteilen von

Änderungen wird der Einfluss der Basisrate deutlich, z. B. "Die Anzahl gesunder Menschen ist viel größer als die infizierter, daher sind die richtig positiv Getesteten auch weniger als die fälschlich positiv getesteten" (zum Argumentieren). In den Fragen zur Abwägung von Risiken und Chancen wird dieses Wissen allerdings nur selten einbezogen, z. B. "Vorteil: nicht zum Arzt; schnelles Handeln möglich; Scham wird vermieden → anonymer; Nachteil: falsche Testergebnisse → Panik" (zum Abwägen von Risiken und Chancen). Gruppenvergleiche der offenen Antworten stehen aus.

Literatur

- Biehler, R., Eichler, A., Löding, W., & Stender, P. (2015): Simulieren im Stochastikunterricht. In: Blum, W., Vogel, S., Drüke-Noe, C. & Roppelt, A (Hrsg.): *Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II*, (S. 255-267). Schroedel, Westermann.
- Binder, K., Weber, P., & Krauss, S. (2019). Visualisierungen als Begründungshilfen in der Stochastik. In N. Schroeders (Hrsg.) *Argumentieren, Begründen, Beweisen – Mamut 7*. 36-61. ISBN 978-3-88120-890-1
- Borovcnik, M., & Kapadia, R. (2018). Reasoning with risk: Teaching probability and risk as twin concepts. *Teaching and Learning Stochastics: Advances in Probability Education Research*, 3-22.
- Bronic, M., Greefrath, G., & Reinhold, F. (2024). Working with digital textbooks or printed materials: A study with boys and girls on conditional probability. *ZDM–Mathematics Education*, 1-14.
- Büchter, T., Eichler, A., Böcherer-Linder, K., Vogel, M., Binder, K., Krauss, S., & Steib, N. (2024). Covariational reasoning in Bayesian situations. *Educational Studies in Mathematics*, 1-25. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10274-5>
- Budgett, S., & Pfannkuch, M. (2019). Visualizing chance: tackling conditional probability misconceptions. *Topics and trends in current statistics education research: International perspectives*, 3-25.
- Cui, L., Lo, S., & Liu, Z. (2023). The Use of Visualizations to Improve Bayesian Reasoning: A Literature Review. *Vision*, 7(1). <https://doi.org/10.3390/vision7010017>
- Eichler, A., & Vogel, M. (2015). Teaching risk in school. *The Mathematics Enthusiast*, 12(1), 168-183.
- Griesel, H, Gundlach, A., Postel, H. & Suhr, F. (2011). *Elemente der Mathematik Hessen, Qualifikationsphase Grund- und Leistungskurs*. Westermann Schroedel.
- KMK. (2015). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die allgemeine Hochschulreife*. Wolters Kluwer.
- Martignon, L., & Hoffrage, U. (2019). *Wer wagt, gewinnt? - Wie Sie die Risikokompetenz von Kindern und Jugendlichen fördern können*. Hogrefe Verlag. <https://doi.org/10.1024/85726-000>
- McDowell, M., & Jacobs, P. (2017). Meta-analysis of the effect of natural frequencies on Bayesian reasoning. *Psychological Bulletin*, 143(12), 1273-1312. <https://doi.org/10.1037/bul0000126>