BRADTKE, Niclas Daniel
Kassel

Fehler von Lehramtsstudierenden in der Prozentrechnung – Situatives Wissen als Facette des professionellen mathematischen Fachwissens

Theorie

Bisherige Konzepte zum professionellen mathematischen Fachwissen fokussierten, die Verbindung zwischen schul- und hochschulmathematischen Wissen (z.B. Dreher et al., 2023). Damit wird sich bei dem inhaltsbezogenen Wissenstrias von situativen, konzeptionellen und prozessualen Wissen insbesondere auf das konzeptionelle Wissen fokussiert (Jong & Ferguson-Hessler, 1996). Die Kognitionspsychologie entkräftet jedoch die Bedeutung dieses Wissensbereiches bei reproduktiven Tätigkeiten wie dem Prozentrechnen und hebt das Situative Wissen hervor. In diesem Artikel wird angenommen, dass professionelles mathematisches Fachwissen im Bereich der Prozentrechnung von Lehrkräften primär durch ein ausgeprägtes Situatives Wissen erklärt wird. Dieses Wissen ermöglicht es, ein spezielles mathematisches Konzept wie dem Erweiterten Grundwert in möglichst unterschiedlichen Situationen zuverlässig erfassen zu können. Im Folgenden werden Belege für diese Position aufgeführt.

Professionelle zeichnen sich in der Kognitionspsychologie durch überlegene Leistungen in einem speziellen Bereich aus. Die Überlegenheit von mathematikbezogenen Professionen wird bei reproduktiven Tätigkeiten auf ein besonderes Gedächtnis für bedeutungsvolles Material aus der Mathematik zurückgeführt (Meier et al., 2023). Eine Schlussfolgerung, Professionelle erkennen verinnerlichte mathematische Strukturen in der Realität besonders gut wieder. Umformuliert, sie haben ein ausgebildetes situatives Wissen zu einzelnen mathematischen Strukturen. Im Forschungsfeld der Mathematikdidaktik schließt dies an das populäre Grundvorstellungskonzept an. Darin ist bekannt, dass das Wissen über die verschiedenen Erscheinungsformen einer mathematischen Struktur in der Realwelt entscheidend ist, um diese Struktur auch in der Realwelt wiederzuerkennen (vom Hofe & Roth, 2023). Ein fehlendes situatives Wissen zeichnet sich durch Irrtumsfehler auch Assoziationsfehler aus. Irrtumsfehler sind Fehler, bei denen die Person die wahrgenommene Aufgabe richtig löst, aber die Aufgabe nicht richtig wahrnimmt. In der Prozentrechnung wurde beispielsweise schon oft von dem "Zuordnungsfehler" berichtet. Er meint, dass die Bezugsgröße 100% und die gesuchte Größe x% vertauscht werden. In vielen deskriptiven Fehleranalysen stellt dieser Fehlertyp den Löwenanteil (z.B. Berger, 1989; Hafner,

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.
58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0

2012). Dabei fällt auf, dass immer wieder statt dem erweiterten Grundwert ($G = \frac{PW}{1 \pm p}$) der erweiterte Prozentwert berechnet wird ($G = PW \cdot (1 \pm p)$). Oft wird ein mangelndes konzeptionelles Verständnis als Ursache angenommen (Lestiana, 2021), doch ist ein Irrtumsfehler genauso möglich. Mehr Aufschluss über diesen doch bedeutend Unterschied, könnte ein Experiment leisten. Wenn das Situative Wissen entscheidend ist, dann müsste die Änderung des Situativen Kontextes die Lösungsquote maßgeblich beeinflussen.

Auf einer allgemeinen Ebene können sich die Kontexte von Prozentrechenaufgaben thematisch unterscheiden. Während bei der einen die Vorräte eines Bäckers aufgefüllt werden, wird bei der anderen eine Gasrechnung bezahlt. Parker & Leinhardt (1995) unterteilen die Kontexte, die für die Prozentrechnung speziell sind. Ein charakteristischer Kontext sind Veränderungssituationen. Prozentwert-gesucht-Aufgaben, sind dabei i.d.R. Aufgaben, in denen ein Anfangszustand gegeben ist und dieser wird nun verändert, während bei Grundwert-gesucht-Aufgaben eine Änderung stattfand und deren Endzustand ist nun gegeben. Charakteristisch ist die zeitliche Vorwärts- und Rückwärtsbetrachtung. Es ergibt sich die Forschungsfrage: „Wird die Lösungsquote von Prozentrechenaufgaben beeinflusst, wenn das gefordert Situative Wissen in seinen thematischen und zeitlichen Kontexten geändert wird?“.

Studien-Design

Durchgeführt wurde die quantitative Untersuchung im Rahmen des Dissertationsprojektes ProMaWi (Professionelles mathematisches Fachwissen im Bereich der Prozentrechnung bei Studierenden der Wirtschaftspädagogik). Untersucht wurden Studierende der Wirtschaftspädagogik aus dem Sommersemester 2023. In Deutschland ist die Prozentrechnung verbindlicher Teil der Mittelstufe. Daher ist davon auszugehen, dass alle Studierenden schon einige Erfahrungen mit Prozentrechenaufgaben sammelten. Die Studierenden hatten die Prozentrechnung als Lerngegenstand zuletzt in der Schulzeit. Im Studium wird sie nur im Rahmen von ökonomischen Fragestellungen angewandt. Es nahmen Studierende des Bachelors (N=121) und Masters (N=20) fünf unterschiedlicher Universitäten teil. Teilnahmen 141 Studierende. Die Studierenden bearbeiteten zwei Textaufgaben zum Erweiterten Prozentwert. Sie unterschieden sich nur thematisch und im zeitlichen Verhältnis zwischen dem Grund- und Prozentwert. Während bei Aufgabe I der Prozentwert zeitlich nach dem Grundwert liegt, liegt bei Aufgabe II der Prozentwert zeitlich vor dem Grundwert. Um die sprachlichen Anforderungen an das Textverständnis möglichst ähnlich zu halten, wurden die in deutscher Sprache formulierten Aufgaben nach LIX eingestuft und verglichen (Björnsson, 1968). Beide Aufgaben erreichen einen niedrigen LIX-Wert. Es ist

jedoch auch anzumerken, dass es nur ein Orientierungsmaß ist, da semantische Aspekte beispielsweise nicht berücksichtigt werden.

Aufgabe I - Zucker	Aufgabe II - Mensa
Eine Limonade wird beworben mit „30% weniger Zucker!“. Bisher waren pro Flasche 35g Zucker enthalten. *Berechnen Sie die jetzige Zuckermenge pro Flasche in g.*	In der Mensa werden täglich 690kg Kartoffeln verarbeitet. Im vergangenen Jahr waren es 15% mehr. *Berechnen Sie den täglichen Bedarf an Kartoffeln des vorherigen Jahres in kg.*

Ergebnisse

Es ergab sich keine Signifikanz zwischen den Fachsemestern und jenen die eine von zwei Aufgaben lösten bei Kontrolle des Studienziels (Bachelor, Master). Die meisten Studierenden konnten mindestens eine Aufgabe lösen (siehe Abbildung 1). In 46,8% der Fälle wurde eine von zwei Aufgaben gelöst. Aus der deskriptiven Analyse ergibt sich, dass 63% der Falschantworten der Berechnung des Erweiterten Grundwertes entsprechen. Die Lösungsquote beträgt bei Zucker 92% und bei Mensa 57%.

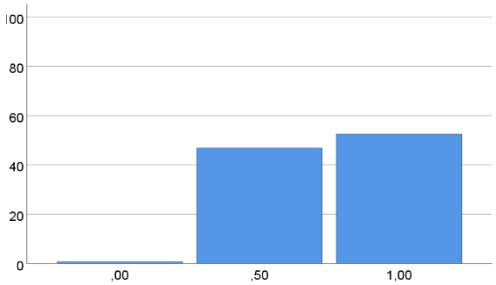

Abb. 1: Lösungsquoten des normierten Summenscors Erweiterter Prozentwert der Aufgaben I und II

Diskussion und Limitation

Die Ergebnisse bestätigen den Einfluss des Situativen Wissens auf die Lösungsquoten in der Prozentrechnung. Da nur ein Teil der Studierenden keine Textaufgabe eines Aufgabentypus lösen konnte, scheint der Großteil der Studierenden über ein funktionales Konzeptionelles und Prozessuales Wissen zum Lösen des Erweiterten Prozentwertes zu verfügen. Ansätze zum Professionellen Wissen wie das SRCK-Modell (Dreher et al., 2023), welche insbesondere auf Konzeptionellen Wissen basieren, können damit die fehlende Leistung nicht erklären. Alternativ zeigt sich, dass einigen Studierenden möglicherweise das Situative Wissen fehlt. Das ist an jenen Studierenden zu erkennen, die nur eine von zwei Aufgaben lösten. Weiterhin lässt sich die Annahme, dass die Fehlerursache im Irrtumsfehler liegt, bekräftigen. Denn drei Fünftel aller Fehler lassen sich darauf zurückführen. Diese Irrtumsfehler können nicht durch eine konzeptionelle oder prozessuale Wiederholung der Prozentrechnung ausgebessert werden. Ernüchternd ist, dass die

Fachsemester bei Kontrolle des Studienziels nicht mit der Lösungshäufigkeit eine von zwei Aufgaben korreliert. Damit scheint das bloße Anwenden der Prozentrechnung in ökonomischen Kontexten zu keinem Mehrgewinn in der Prozentrechnungsleistung zu führen.

Limitierend bleibt die Frage aus, welche Sachkontexte Lehramtsstudierende beherrschen sollten. Gehört es zu ihrer Profession, den Erweiterten Prozentwert wirklich in jeder möglichen Repräsentation erfassen und korrekt behandeln zu können? Je nachdem wie diese Antwort ausfällt, ist das Ergebnis dieses Artikels zu lesen. Als ein Warnschuss eklatanter Mängel im Prozentrechnungswissen der heutigen Studierendenschaft oder als ein Diskussionsanstoß, wie wünschenswertes Situatives Wissen je Inhaltsgebiet normativ festgelegt, ausgebildet und deskriptiv evaluiert werden kann.

Literatur

Berger, R. (1989). *Prozent- und Zinsrechnen in der Hauptschule: Didaktische Analysen und empirische Ergebnisse zu Schwierigkeiten, Lösungsverfahren und Selbstkorrekturverhalten der Schüler am Ende der Hauptschulzeit*. Roderer.

Björnsson, C. H. (1968). *Läsbarhet*. Liber.

Dreher, A., Hoth, J., Lindmeier, A. M. & Heinze, A. (2023). Der Bezug zwischen Schulmathematik und akademischer Mathematik: schulbezogenes Fachwissen als berufsspezifische Wissenskomponente von Lehrkräften. In S. Krauss & A. Lindl (Hrsg.), *Professionswissen von Mathematiklehrkräften, Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II* (S. 145–188). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-64381-5_5

Hafner, T. (2012). *Proportionalität und Prozentrechnung in der Sekundarstufe I: Empirische Untersuchung und didaktische Analysen.* Vieweg+Teubner https://doi.org/10.1007/978-3-8348-8668-2

Jong, T. de & Ferguson-Hessler, M. G. M. (1996). Types and qualities of knowledge. *Educational Psychologist, 31*(2), 105–113. https://doi.org/10.1207/s15326985ep3102_2

Lestiana, H. T. (2021). What are The Difficulties in Learning Percentages? An Overview of Prospective Mathematics Teachers' Strategies in Solving Percentage Problems. *Indonesian Journal of Science and Mathematics Education, 4*(3), 260–273. https://doi.org/10.24042/ijsme.v4i3.10132

Meier, M. A., Gross, F., Vogel, S. E. & Grabner, R. H. (2023). Mathematical expertise: the role of domain-specific knowledge for memory and creativity. *Scientific Reports, 13*(1), 1–10. https://doi.org/10.1038/s41598-023-39309-w

Parker, M. & Leinhardt, G. (1995). Percent: A Privileged Proportion. *Review of Ducational Research, 65*(4), 421–481. https://doi.org/10.3102/00346543065004421

vom Hofe, R. & Roth, J. (2023). Grundvorstellungen aufbauen. *mathematik lehren* (236), 2–7.