

AUGENSTEIN, Katrin; RECHTSTEINER, Charlotte & STURM, Nina
Ludwigsburg

Ergebnisse der Pilotierung eines Analyseinstruments zum Rechnen im Zahlenraum 100

Verschiedene Studien zum flexiblen Rechnen setzen den Blick auf die Lösungswege und deren Entwicklung (u. a. Körner, 2024; Rathgeb-Schnierer, 2006). In einer geplanten Studie soll untersucht werden, inwieweit sich zu Beginn der dritten Klasse der Prompt, Aufgaben zunächst zu sortieren, auf den Lösungsweg der Schüler*innen auswirkt. Dafür ist es wichtig, die einzusetzenden Aufgaben testtheoretisch auf ihre Schwierigkeit, Varianz sowie ihre Trennschärfe zu prüfen. Damit einhergehend interessieren uns die Lösungshäufigkeiten der Kinder am Ende der zweiten Klasse. Im Mittelpunkt dieses Artikels stehen 15 Additions- und Subtraktionsaufgaben im ZR 100, die teilweise bereits in anderen Studien in Klasse 2 und 3 eingesetzt wurden (u. a. Flückiger & Rathgeb-Schnierer, 2023; Rathgeb-Schnierer, 2006).

Theoretischer Hintergrund

Additions- und Subtraktionsaufgaben mit und ohne Zehnerüberschreitung bilden einen Schwerpunkt beim Rechnenlernen im zweiten Schuljahr. Benz (2007) untersuchte das Löseverhalten von Zweitklässler*innen über das gesamte Schuljahr im ZR 100. Es zeigte sich, dass die Erfolgsquote beim Lösen über das Schuljahr hinweg zunahm. Ende des Jahres wurden beim schritt- und stellenweisen Rechnen 80 - 90% richtig gelöst, mit der Mischform ca. 62%. Additionsaufgaben wurden über alle Lösungswege hinweg deutlich häufiger richtig gelöst als solche zur Subtraktion (ebd.). Dieses Phänomen zeigte sich auch bei Wartha et al. (2023), allerdings im ZR bis 10. Gerve (2022) untersuchte das Löseverhalten im ZR 20 von Zweitklässler*innen. Zum Schuljahresende konnten die Aufgaben zu knapp 90% richtig gelöst werden, dabei zeigte sich kein signifikanter Unterschied in der Lösungsrichtigkeit zwischen Anfang und Ende der zweiten Klasse, vielmehr änderten sich die genutzten Strategien signifikant. Unterschiede zwischen Addition und Subtraktion werden dabei nicht aufgezeigt. In einer Studie von Wartha et al. (2019) im ZR 100 konnten ca. 51% der Kinder die Hälfte oder mehr der gestellten Aufgaben richtig lösen. Körner (2024) untersuchte über vier Schuljahre hinweg die flexiblen Rechenkompetenzen der Schüler*innen. Sie setzte längsschnittlich Aktivitäten zur Zahlenblickschulung ein. Auch sie stellte durchgängig hohe Lösungsquoten fest. Anders als bei Benz (2007) und Wartha et al. (2019) zeigten sich hier allerdings nur geringe Unterschiede zwischen Addition und Subtraktion.

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0>

Forschungsinteresse

Die in der Erhebung eingesetzten Aufgaben wurden hinsichtlich der zu Grunde liegenden Aufgabenmerkmale bereits analysiert (u. a. Flückiger & Rathgeb-Schnierer, 2023; Rathgeb-Schnierer, 2006). Testtheoretisch sind sie in Bezug auf Schwierigkeit, Varianz sowie Trennschärfe bislang noch nicht untersucht, weshalb eine Itemanalyse durchgeführt wurde, um die einzelnen Aufgaben im Hinblick auf ihre Eignung für weitere Studien zu testen. Operationalisiert wird diese Analyse durch die Lösungsrichtigkeit der Items (dichotom). Dabei gehen wir folgender Forschungsfrage nach: Wie ist die Lösungshäufigkeit bei Kindern am Ende der 2. Klasse und welche Aussagen lassen sich über die Schwierigkeit, Varianz und Trennschärfe der einzelnen Aufgaben treffen?

Methodisches Vorgehen

Rathgeb-Schnierer (2006) setzte in ihrer Studie zur Entwicklung flexibler Rechenkompetenzen Aufgaben ein, die bedingt durch verschiedene Zahl- und Aufgabenmerkmale zum Einsatz unterschiedlicher strategischer Werkzeuge anregen (ebd.). Dieses Aufgabenset wurde ergänzt durch weitere Aufgaben, die solche Zahl- und Aufgabenmerkmale aufweisen, sowie durch drei Distraktoren, die nicht auf besondere Zahl- und Aufgabenmerkmale zielen, und einen aus dem Zahlenraum 1000 (Abb. 1).

$63 - 25$	$88 - 34$	$64 + 36$	$56 + 29$	$33 + 33$
$46 - 19$	$71 - 36$	$94 - 14$	$73 + 26$	$56 + 37$
$66 - 33$	$31 - 29$	$93 - 77$	$74 - 16$	$346 + 198$

Aufgabenset bei Rathgeb-Schnierer, 2006
Ergänzte Aufgaben
Aufgaben, die als Distraktoren dienen

Abb. 1: Aufgabenset der Analyse

Die Erhebung zur Analyse des Instruments fand Ende der zweiten Klasse an unterschiedlichen Standorten ($N = 73$) statt und erfolgte im Paper-Pencil-Format: Zunächst wurden die mathematischen Kompetenzen mit dem normierten Leistungstest "KEKS" (Kompetenzerfassung in Kindergarten und Grundschule, 2013) erhoben, um alle Leistungsgruppen quantitativ gleich in der Analyse abzudecken. Auf dieser Basis wurden die Kinder entsprechend ausgewählt, um im zweiten Schritt die o. g. Additions- und Subtraktionsaufgaben (Abb. 1) auf einem Arbeitsblatt zu lösen. Zudem können die Ergebnisse in weiteren Untersuchungen hinsichtlich verschiedener

Leistungsgruppen eingeordnet und verglichen werden. Den Kindern war freigestellt, ob sie einen Lösungsweg oder lediglich das Ergebnis notierten. Die Ergebnisse der Aufgaben wurden nominal (richtig, falsch) codiert, was die Berechnung der Lösungshäufigkeit, des Schwierigkeitsindex, sowie der Varianz und der Trennschärfe der einzelnen Aufgabe ermöglichte.

Ergebnisse und Diskussion

In verschiedenen der o.g. Studien werden die Lösungshäufigkeiten der Schüler*innen beleuchtet. Die Ergebnisse der hier getesteten Aufgaben zeigen, dass diese Ende Klasse 2 im Durchschnitt zu 68 % aller Aufgaben richtig gelöst wurden. Im Vergleich zu der Studie von Gerve (2022) wurden weniger Aufgaben richtig gelöst. Wahrscheinlich hängt dies mit dem höheren Zahlenraum unserer Studie zusammen. Verglichen mit Benz (2007) zeigen sich ähnlich Ergebnisse, jedoch wurden in vorliegender Studie die Lösungswege nicht betrachtet. Mehr als die Hälfte der Kinder lösten 75% oder mehr der Aufgaben richtig. Vergleicht man die vorliegenden Ergebnisse mit jenen von Wartha et al. (2019) zeigt sich, dass in der vorliegenden Studie mehr Aufgaben richtig gelöst wurden. Das lässt sich eventuell auf das bei uns eingesetzte Aufgabenset zurückführen, das auf Aufgaben mit besonderen Merkmalen fokussiert, oder ggf. auch auf die Art der Durchführung (Paper-Pencil-Test - digital). Im Vergleich zu Körner (2024) zeigt sich eine niedrigere Lösungsrichtigkeit. Dies ist vermutlich darauf zurückzuführen, dass bei Körner (2024) der Fokus im Unterricht auf der Zahlenblickschulung lag.

Betrachtet man die Ergebnisse hinsichtlich der einzelnen Aufgaben testanalytisch, zeigt sich eine Streuung zwischen 60 und 86% des Schwierigkeitsindexes. Das bedeutet, dass jede Aufgabe zu 60 bis 86% richtig gelöst wurde und somit in einem akzeptablen Bereich liegt. Die Varianz, die kurvilinear mit der Schwierigkeit zusammenhängt, hat ihre größte Ausprägung bei einer mittleren Schwierigkeit, was einer Varianz von 0.25 entspricht. An dieser differenziert (streut gleichermaßen nach oben und unten) das Item am meisten. In den vorliegenden Daten streuen die Aufgaben zwischen 0.13 und 0.24 und liegen somit im mittleren und oberen Bereich, was eine mittlere bis erstrebenswert hohe Varianz beschreibt. Die Trennschärfe gibt an, wie gut ein einzelnes Item das Gesamtergebnis des Tests repräsentiert. Gute Trennschärfen liegen im Bereich zwischen 0.4 und 0.7. Die hier getesteten Aufgaben streuen in diesem Bereich. Wie bei Benz (2007) und Wartha et al. (2023) zeigen die Daten, dass additive Aufgaben häufiger erfolgreicher gelöst werden als Subtraktionsaufgaben. Lediglich die Distraktoraufgabe $346 + 198$, die den höheren Zahlenraum abbildet, schneidet erwartungskonform in allen drei Bereichen der Testung deutlich schlechter ab. Zurückzuführen ist dies

möglicherweise auf den noch unbekanntem Zahlenraum und die dichotome Operationalisierung, in welcher nicht die Lösungswege betrachtet werden.

Ausblick

Die Testung wurde als Vorstudie durchgeführt. Im anschließenden Projekt soll die Aufgabenadäquatheit in Verbindung mit und ohne Prompt zum "Sortieren" betrachtet werden. Untersucht wird dabei, ob Kinder, die die Aufgaben vor dem Lösen sortieren, diese adäquater rechnen als Kinder, die den Prompt nicht erhalten. Die Aktivität "Sortieren" wird bereits in anderen Studien zur Förderung von Adäquatheit sowie auch als diagnostisches Instrument eingesetzt (u. a. Flückiger & Rathgeb-Schnierer, 2023; Körner, 2024; Rathgeb-Schnierer, 2006). Nach dem Sortieren von Aufgaben zeigte sich bei Flückiger & Rathgeb-Schnierer (2023) im Mittelwert eine Lösungsrichtigkeit von 10.15 von zwölf Aufgaben. Das Forschungsinteresse liegt also darin, zu prüfen, ob der Prompt einen Unterschied macht.

Literatur

- Benz, C. (2007). Die Entwicklung der Rechenstrategien bei Aufgaben des Typs $ZE \pm ZE$ im Verlauf des zweiten Schuljahres. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 28(1), 49–73. <https://doi.org/10.1007/BF03339333>
- Flückiger, T. & Rathgeb-Schnierer, E. (2023). Design of a semi-structured interview to capture flexibility in mental calculation. Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13), Alfréd Rényi Institute of Mathematics; Eötvös Loránd University of Budapest, Jul 2023, Budapest, Hungary.
- Gerve, M. (2022). Zehnerüberschreitende Aufgaben im Zahlenraum bis 20: Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern Anfang und Ende des zweiten Schuljahres. In Steinweg, Anna S. (Hrsg.), *Mathematikdidaktik Grundschule. Mathematische Bildung heute und morgen: Herausforderungen und Perspektiven: Tagungsband des AK Grundschule in der GDM 2022* (Bd. 11, S. 65–68). University of Bamberg Press. <https://doi.org/10.20378/irb-57704>
- Kompetenzfassung in Kindergarten und Grundschule. (2013). *Keks* (1. Aufl., 1. Dr). Cornelsen.
- Körner, A. (2024). *Flexibles Rechnen im Grundschulverlauf*. Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-44057-2>
- Rathgeb-Schnierer, E. (2006). *Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen: Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze*. Texte zur mathematischen Forschung und Lehre: Bd. 46. Franzbecker.
- Wartha, S., Schulz, A. & Benz, C. (2019). *Niveaustufe B: Bezug zum Rahmenlehrplan und Aufgabenauswahl, ILeA plus. Handbuch für Lehrerinnen und Lehrer. Mathematik*. LISUM.
- Wartha, S., Schulz, A. & Benz, C. (2023). Zusammenhänge zwischen Zahlzerlegungen, Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 10. *Lernen und Lernstörungen*, 12(3), 155–167. <https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000415>