

Verständiges Rechnen in der Grundschule – Verstehensgrundlagen identifizieren, diagnostizieren und fördern

1. Einleitung

Während der Vermittlung schriftlicher Rechenverfahren in der schulischen Praxis häufig noch eine große Relevanz zugeschrieben wird, diskutiert die Mathematikdidaktik seit vielen Jahren eine Aufwertung des halbschriftlichen Rechnens (z. B. Krauthausen, 1993). Vorzüge gegenüber dem ziffernweisen algorithmischen Vorgehen des schriftlichen Rechnens ergeben sich u. a. durch das für das halbschriftliche Rechnen charakteristische Zerlegen von Aufgaben in leichtere Teilaufgaben. Dadurch bietet es vielfältige Lernanlässe, u. a. für Verstehensgrundlagen wie das Zahl-, Stellenwert- und Operationsverständnis (vgl. Höveler & Prediger, 2017). Wie diese Verstehensgrundlagen bei der Thematisierung halbschriftlichen Addierens und Subtrahierens adressiert werden können, wurde im Rahmen einer Kleingruppenförderung erprobt. Dazu wurden Diagnose- und Fördermaterialien des Projekts "Mathe sicher können" eingesetzt, die zuvor mit dem Fokus auf die "Darstellungsvernetzung" und die "Sprachhandlung des Erklärens" adaptiert wurden, um Bezüge zu den Verstehensgrundlagen zu forcieren.

Nach der Darstellung relevanter theoretischer Aspekte zum halbschriftlichen Rechnen und der Skizzierung des Forschungsrahmens werden exemplarische Ergebnisse der Erprobungen der adaptierten Diagnose- und Fördermaterialien und diesbezügliche Analysen dargestellt.

2. Verständiges halbschriftliches Rechnen

Durch das Operieren mit Zahlen ergeben sich beim halbschriftlichen Rechnen vielfältige Rechenwege, die tragfähige Verstehensgrundlagen erfordern. Gleichzeitig bieten die verschiedenen Rechenwege die Möglichkeit, an die Verstehensgrundlagen und somit an das Zahl-, Stellenwert- und Operationsverständnis anzuknüpfen (vgl. Höveler & Prediger, 2017). Die Kommunikation über die Rechenwege, insbesondere in Form des Erklärens und Begründens, sowie vernetzte Rechenwegdarstellungen ermöglichen es, die Verstehensgrundlagen zu festigen und zu vertiefen und somit ein konzeptuelles Verständnis zum halbschriftlichen Rechnen aufzubauen (vgl. Prediger et al., 2011; Roth, 2018). Dieses konzeptuelle Verständnis und anschauliche Darstellungen der natürlichen Zahlen sowie ihrer Operationen bilden die Basis für verständiges Rechnen (vgl. Prediger et al., 2011). Durch das Einfordern von Begründungen soll dem schematischen Anwenden unverstandener Re-

geln entgegengewirkt werden. Flexible Zahlzerlegungen bilden darüber hinaus eine Basis für weiterführende mathematische Inhalte wie die Algebra.

3. Forschungsrahmen und Methodik

Die Untersuchung bettet sich in die fachdidaktische Entwicklungsforschung (Prediger et al., 2012) ein, sodass sich ihre Ziele in eine Entwicklungs- und eine Forschungsebene gliedern lassen. Auf Ersterer wurde der Frage nachgegangen, wie adaptierte Standortbestimmungen und Förderaufgaben des "Mathe sicher können"-Förderbausteins N5 zur halbschriftlichen Addition und Subtraktion aussehen können, die die Verstehensgrundlagen stärker adressieren. Ziel auf der Forschungsebene war u. a. die Bearbeitung folgender Forschungsfrage: Inwiefern erfolgt im Rahmen der Förderung eine Thematisierung der durch die Adaption des Fördermaterials zur halbschriftlichen Addition adressierten Verstehensgrundlagen?

Die Adaption hinsichtlich des verständigen Rechnens erfolgte mittels zwei Design-Prinzipien zum Aufbau konzeptuellen Verständnisses – der "Darstellungsvernetzung" und der "Sprachhandlung des Erklärens", wobei in diesem Beitrag exemplarisch Letztere fokussiert werden soll. Die Adaption der Standortbestimmung wurde mit 32 Drittklässler*innen erprobt (s. Abb. 1).

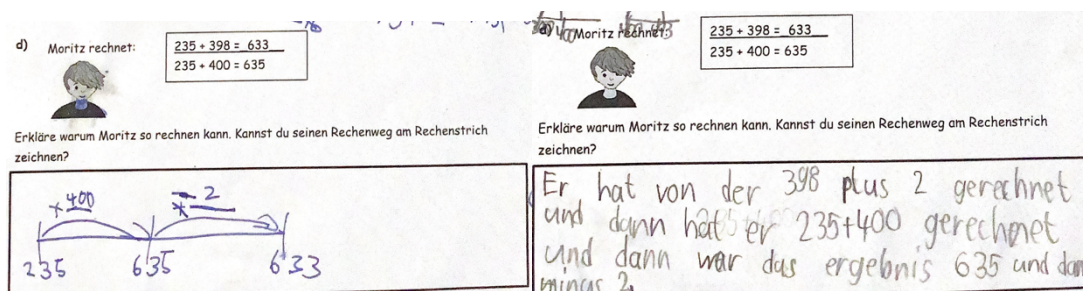


Abb. 1: Design-Prinzip "Sprachhandlung des Erklärens" in der Standortbestimmung

Auf Grundlage der Bearbeitung dieser Standortbestimmung sowie von Diagnosegesprächen wurden sieben Lernende ausgewählt, die in Kleingruppen über sechs Wochen mit den adaptierten Aufgaben zur halbschriftlichen Addition gefördert wurden. Damit die Förderaufgaben hinsichtlich der Forcierung der Verstehensgrundlagen im Fokus stehen konnten, wurden Lernende ausgewählt, die laut der Diagnosen über tragfähige Verstehensgrundlagen verfügten. Die entsprechenden Adaptionen der Förderaufgaben zielten insbesondere auf zusätzliche Erklärungen und Begründungen von Rechenwegen ab, wie ein ergänzender Impuls (farblich markiert) im Fördermaterial in Abbildung 2 zeigt. Die Adaptionen adressierten dabei schwerpunktmäßig die jeweiligen Verstehensgrundlagen. Im Beispiel unten sollte etwa die Zahlzerlegung und damit das Stellenwertverständnis sowie Teil-Ganzes-Beziehungen fokussiert werden.

Schrittweises Addieren (E, Z)

Tim zeichnet die Aufgabe $62 + 34$ am Rechenstrich. Seine Rechenschritte notiert er auch.

Tim: Ich springe **erst 4 Einer** nach vorne und **dann 3 Zehner**.

$62 + 34 = 96$
 $62 + 4 = 66$
 $66 + 30 = 96$

Erkläre, wie Tim rechnet. **Warum kann Tim so rechnen?**
 Vergleiche die Rechenwege von Tara und Tim.

Abb. 2: "Sprachhandlung des Erklärens" als ergänzender Impuls im Fördermaterial
 Mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse (Mayring, 2022) wurden sowohl die Bearbeitungen der Standortbestimmung als auch die videografierten Fördersitzungen zum Einsatz der adaptierten Aufgaben analysiert.

4. Analyseergebnisse des Einsatzes des adaptierten Materials

Die Standortbestimmungsaufgabe zur Sprachhandlung des Erklärens aus Abbildung 1 wurde insgesamt von zehn Lernenden bearbeitet. Keine der Bearbeitungen beinhaltet eine passende Darstellung am Rechenstrich oder eine Erklärung in anderer Form. Abbildung 1 zeigt exemplarisch zwei Bearbeitungen, bei denen die Lernenden eine nur teilweise passende Veranschaulichung des Rechenwegs sowie eine Beschreibung des Vorgehens notierten. Die Analyse der videografierten Fördersitzungen machte hingegen deutlich, dass durch den Impuls aus Abbildung 2 der intendierte Bezug zu den Stellenwerten sowie den Teil-Ganzes-Beziehungen hergestellt werden konnte, wie aus dem folgenden Transkriptausschnitt hervorgeht:

Valentin: Weil man halbiert die 34 ja. Das dann halt- wenn man die wieder zusammen tut wird das die Aufgabe sein [...]

Förderlehrkraft: Mhm, was meinst du mit 'man halbiert die 34'?

Valentin: Also ähm nicht halbiert sondern auseinander genommen die Zehner und die Einer. [...] Frau B. sagt uns das auch immer wir sollen für uns wenn das leichter ist die Zahl durch zwei teilen. Oder durch mehrere.

Förderlehrkraft: Du hast gerade gesagt man teilt die Zahl durch zwei. Was meinst du damit genau? Kannst du das einmal erklären?

Valentin: Also wie Tim hier, also man nimmt die Zahl halt auseinander. [...]

Förderlehrkraft: Mhm, man zerlegt die Zahl, kann man dazu auch sagen.

Darüber hinaus findet eine Auseinandersetzung mit den Verstehensgrundlagen durch die bereits vorgegebenen Aufgabenstellungen des "Mathe sicher können"-Materials statt. Von Relevanz ist ebenfalls die impulsgesteuerte Gesprächsform der Förderlehrkraft, die somit durch das Einfordern von Erklärungen zum Einbezug der Verstehensgrundlagen beiträgt.

5. Fazit und Ausblick

Der Einsatz des adaptierten Diagnose- und Fördermaterials bei den ausgewählten Lernenden konnte zeigen, dass sich diese zum Forcieren der Verstehensgrundlagen halbschriftlichen Addierens eignen. Jedoch sind weitere Materialerprobungen, u. a. mit mathematisch schwächeren Lernenden, nötig. Auch die bereits adaptierten Förderaufgaben zur Subtraktion sollen zukünftig erprobt und beforscht werden. Perspektivisch sollen die Erkenntnisse zu beiden Operationen für die Adaption des Diagnose- und Fördermaterials zur halbschriftlichen Multiplikation und Division genutzt werden. Außerdem fließen die Forschungsergebnisse in die Gestaltung einer digitalen verstehensorientierten Lernumgebung zum verständigen Rechnen für den Regelunterricht im Projekt "divomath" ein, die u. a. Differenzierungen hinsichtlich der Verstehensgrundlagen beinhalten soll. Ferner werden die Ergebnisse bei der Konzeption einer Fortbildung zum verständigen Rechnen im Abako-Projekt (Röhming et al., eingereicht) genutzt.

Literatur

- Höveler, K. & Prediger, S. (2017). Vielfältige Rechenwege finden, erläutern und begründen - Gemeinsames Lernen in inklusiven Klassen inszenieren. *mathematik lehren*, 34(201), 11–16.
- Krauthausen, G. (1993). Kopfrechnen, halbschriftliches Rechnen, schriftliche Normalverfahren, Taschenrechner: Für eine Neubestimmung des Stellenwertes der vier Rechenmethoden. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 14(3-4), 189–219.
- Mayring, P. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken* (13. Aufl.). Beltz.
- Prediger, S., Hußmann, S., Leuders, T. & Barzel, B. (2011). „Erst mal alle auf einen Stand bringen...“. Diagnosegeleitete und individualisierte Aufarbeitung arithmetischen Basiskönnens. *Pädagogik*, 63(5), 20–24.
- Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Thiele, J. & Ralle, B. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen – Fachdidaktische Entwicklungsforschung im Dortmunder Modell. *Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht*, 65(8), 452–457.
- Roth, J. (2018). Wirksamer Mathematikunterricht – Ausrichtung an Kernideen der mathematischen Inhalte und den Lernenden. In M. Vogel (Hrsg.), *Wirksamer Mathematikunterricht* (S. 182–188.). Schneider Verlag Hohengehren.
- Röhming, M., Geisen, M., ter Laak, V. & Pöhler, B. (eingereicht). Potenziale des halbschriftlichen Rechnens – Welche Orientierungen zeigen Lehrkräfte diesbezüglich? In Universität Duisburg Essen, *Beiträge zum Mathematikunterricht 2024*.
- Selter, C., Prediger, S., Nührenbörger, M. & Hußmann, S. (2014). *Mathe sicher können. Handreichungen für ein Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Natürliche Zahlen*. Cornelsen.