

VÖLLINGER, Nils; SCHUKAJLOW, Stanislaw & KRAWITZ, Janina
Münster, Münster, Köln

Welche Rolle spielen offene Aufgaben im realitätsbezogenen Mathematikunterricht? Ein systematisches Literaturreview

Realitätsbezogene mathematische Probleme enthalten oftmals nicht alle zur Lösung notwendigen Informationen und sind daher offen. Dieses systematische Literaturreview untersucht den Forschungsstand zur Offenheit realitätsbezogener Aufgaben im Mathematikunterricht. Analysiert werden Studiencharakteristiken, Konzeptualisierungen von Offenheit sowie Zusammenhänge der Bearbeitung offener Aufgaben mit Prädiktoren des Lernens und Lernergebnissen mittels qualitativer Inhaltsanalyse. Im Vortrag werden erste Ergebnisse der Analyse präsentiert.

Die Fähigkeit realitätsbezogene Aufgaben lösen zu können gilt als wichtiges Ziel mathematischer Bildung und realitätsbezogene Aufgaben stellen einen wesentlichen Bestandteil des Mathematikunterrichts dar (Blum et al., 2007). In der schulischen Praxis werden häufig eingekleidete Textaufgaben verwendet, welche alle für die Lösung des Problems benötigten Angaben enthalten und oft einen künstlich hergestellten Bezug zur Realität aufweisen (Verschaffel et al., 2020). Diese Probleme sind klar definiert und bedürfen lediglich der Anwendung mathematischer Verfahren, ohne die Einbeziehung realweltlichen Denkens zu erfordern. Im Gegensatz zu wohl definierten Problemen sind alltagsrelevante Probleme häufig unscharf definiert (ill-structured) (Jonassen, 1997) und damit offen, d.h. dass nicht alle für ihre Bewältigung erforderlichen Informationen zur Verfügung stehen, verschiedene Lösungswege möglich sind oder Annahmen über die Ziele der Aufgabe getroffen werden müssen (Klavir & HersHKovitz, 2008). Trotz der Bedeutung für das Lernen von Mathematik existieren nur wenige empirische Erkenntnisse über die Offenheit von realitätsbezogenen Aufgaben im Mathematikunterricht. Diese legen nahe, dass die Bearbeitung offener Aufgaben bei Schüler*innen vielfältige Schwierigkeiten und Barrieren hervorrufen kann, insbesondere wenn die Aufgaben Annahmen über fehlende Daten erfordern (Dewolf et al., 2013; Schukajlow et al., 2023). Die bisherigen Befunde differenzieren jedoch selten zwischen verschiedenen Typen von Offenheit in realitätsbezogenen Aufgaben und konzeptualisieren Offenheit unterschiedlich. Während sich in einigen Studien die Offenheit in Aufgaben auf den Einbezug realistischen Denkens in der Bearbeitung bezieht (Dewolf et al., 2013), unterscheiden andere Autor*innen zwischen der Offenheit in Anfangs-, Transformations- und Endzustand von realitätsbezogenen Aufgaben (Schukajlow et al., 2023). Ein offener Anfangszustand äußert sich darin, dass Daten, die für die Lösung der Aufgabe benötigt werden, nicht in dem

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

Aufgabentext enthalten sind. Zum Beispiel müssen zur Lösung der Aufgabe *Abkürzung* (Abb. 1) (numerische) Annahmen über die erlaubten Geschwindigkeiten im Wohngebiet sowie auf der Bundesstraße getroffen werden. Die Offenheit des Transformationszustandes bedeutet, dass die mathematischen Modelle oder Lösungsmethoden in der Aufgabe nicht gegeben sind. Ein offener Endzustand liegt vor, wenn die Aufgabenstellung eine vage formulierte Frage umfasst (Schukajlow et al., 2023). Zum Beispiel könnte in der Aufgabe *Abkürzung* die allgemeinere Frage, ob sich die Fahrt durch das Wohngebiet lohnt, neben der Zeitersparnis auch auf andere Faktoren (u.a. Fahrkomfort, Störung der Anwohnenden) bezogen werden.

Abkürzung

Frau Mai befindet sich auf der B47 auf dem Weg nach Hause und ist spät dran. Zum Glück ist nachts auf den Straßen nur wenig Verkehr. Gleich kommt sie zu der Kreuzung, wo nach links die Querallee abzweigt. Von dort wären es noch 1,5 km auf der Bundesstraße B47 gerade aus, und ab dem Kreisverkehr noch 2 km nach links auf der Bundesstraße B11, bis sie zu Hause ist. Lohnt sich der Weg durch das Wohngebiet für Frau Mai, damit sie früher zu Hause ankommt?

Das Diagramm zeigt eine Kreuzung von oben. Eine vertikale Straße (B47) führt von unten nach oben. Am unteren Ende befindet sich ein grünes Motorrad. Rechts von der Kreuzung führt eine horizontale Straße (B11) nach rechts. In der Mitte befindet sich ein Kreisverkehr. Das gesamte Gebiet ist mit Hausikonen besetzt, die ein Wohngebiet darstellen. Ampeln sind an den Enden der Straßen und am Kreisverkehr zu sehen.

Abb. 1: Offene Aufgabe *Abkürzung*

Das Ziel dieser Studie ist, den aktuellen Forschungsstand zu offenen Aufgaben systematisch zusammenzutragen und Forschungslücken zu identifizieren. Die Forschungsfragen sind:

- FF1: Welche Charakteristiken (u.a. Population und Forschungsdesign) weisen Studien zur Offenheit von mathematischen Aufgaben mit Realitätsbezug auf?
- FF2: Wie wurde die Offenheit von mathematischen Aufgaben mit Realitätsbezug in den jeweiligen Studien konzeptualisiert?
- FF3: Inwiefern steht die Bearbeitung von offenen Aufgaben in Zusammenhang mit Prädiktoren und Lernergebnissen (u.a. Leistung und Affekt)?

Methodik der Review-Studie

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wird ein systematisches Literaturreview (systematic literature review) zu offenen mathematischen Aufgaben mit Realitätsbezug erstellt, das den PRISMA-Richtlinien zur Durchführung solcher Studien (Page et al., 2021) folgt. Die finale Literatursuche fand am 06.12.2024 in den drei Datenbanken Web of Science (WoS) Core Collection,

Scopus und ERIC statt, die viele Studien im Bereich der mathematischen Bildung enthalten und eine hohe internationale Reputation genießen. Um relevante Studien zusammenzutragen, wurden vor der Literatursuche zentrale Begriffe für die Offenheit und den Realitätsbezug von mathematischen Aufgaben identifiziert und mithilfe von booleschen Operatoren verknüpft (Tab. 1). Zur Bestimmung von zulässigen Beiträgen für die Review-Studie wurden Kriterien zum Einbezug bzw. zum Ausschluss von Artikeln entwickelt. Es werden Studien (1) auf allen Ebenen der mathematischen Bildung herangezogen, die (2) sich auf die Offenheit von mathematischen Aufgaben mit Realitätsbezug fokussieren. Artikel, die zwar die Offenheit von mathematischen Aufgaben erwähnen, dieses Merkmal aber nicht fokussieren, werden ausgeschlossen. Des Weiteren werden (3) ausschließlich englischsprachige Artikel einbezogen, die (4) in einer referierten Fachzeitschrift veröffentlicht sind. Weitere Publikationstypen (z.B. Konferenzbeiträge, Buchbeiträge) sind kein Bestandteil der inkludierten Literatur, zudem werden andere Review-Studien oder Meta-Analysen ausgeschlossen.

Datenbank	Suchterm
WoS (Core Collection)	<p>TS=(open* OR ill-structured* OR ill-defined* OR missing information* OR missing data* OR vague* OR assumption* OR unclear condition* OR problematic item* OR P-item*) AND TS=(math*) AND TS=(real* OR model* OR authentic* OR fermi* OR word* OR application* OR extra-math*) AND TS=(problem* OR task* OR item*)</p> <p>Refined by: WEB OF SCIENCE CATEGORIES: (Education Educational Research OR Education Scientific Disciplines OR Education Special OR Psychology Educational) AND DOCUMENT TYPES: (Article) AND LANGUAGE: (English)</p>

Tabelle 1: Beispielhafter Suchterm in der Datenbank Web of Science

Ergebnisse der ersten Literatursuche und weiteres Vorgehen

Die Selektion der Artikel folgt drei Stufen: (1) Identifikation, (2) Screening und (3) Inklusion (Page et al., 2021). Der erste Schritt der Identifikation ergab insgesamt 61.246 Einträge. Zur gezielten Einschränkung der Ergebnisse wurden zunächst entsprechend den Auswahlkriterien limitierende Funktionen in den Datenbanken genutzt. Dazu zählen die Einschränkung der Sprache auf Englisch, der Dokumententypen auf Zeitschriftenartikel sowie thematischen Kategorien, die sich in Abhängigkeit von den Datenbanken begrifflich unterscheiden. So konnten von den ursprünglichen 61.246 Einträgen 55.403 automatisch ausgeschlossen werden. Nach dem Entfernen von Duplikaten blieben 5.148 Artikel für das erste Screening.

Im weiteren Vorgehen werden die 5.148 Artikel auf Basis der Titel, Zusammenfassungen und Stichwörter hinsichtlich der Auswahlkriterien geprüft, um potenziell relevante Beiträge aufzufinden. Der anschließende Schritt umfasst den Abruf und die Prüfung der Volltexte, wiederum auf Basis der Selektionskriterien. Die letztendlich in die Review-Studie einbezogenen Artikel sollen mittels qualitativer Inhaltsanalyse (Miles et al., 2014) ausgewertet werden. Die Beantwortung der ersten Forschungsfrage erfordert die Kodierung der Charakteristiken der einbezogenen Studien (u.a. Paradigma, Design, Stichprobengröße). Zur Adressierung der zweiten Fragestellung wird darauffolgend in einem deduktiv-induktiven Ansatz die Konzeptualisierung der Offenheit der verwendeten mathematischen Aufgaben analysiert. Zur Beantwortung der dritten Forschungsfrage werden Prädiktoren und Lernergebnisse der Studien in Bezug auf Zusammenhänge zu kognitiven, metakognitiven sowie affektiven Merkmalen induktiv kodiert und zusammengefasst. In dem Vortrag werden erste Ergebnisse der Studie präsentiert und diskutiert.

Literatur

- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Hrsg.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (Bd. 10). Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>
- Dewolf, T., Van Dooren, W., Ev Cimen, E., & Verschaffel, L. (2013). The impact of illustrations and warnings on solving mathematical word problems realistically. *The Journal of Experimental Education*, 1–18. <https://doi.org/10.1080/00220973.2012.745468>
- Jonassen, D. H. (1997). Instructional design models for well-structured and ill-structured problem-solving learning outcomes. *Educational Technology Research and Development*, 45(1), 65–94. <https://doi.org/10.1007/BF02299613>
- Klavir, R., & HersHKovitz, S. (2008). Teaching and evaluating ‘open-ended’ problems. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20.
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: A methods sourcebook* (3. Aufl.). Sage.
- Page, M. J., McKenzie, J. E., Bossuyt, P. M., Boutron, I., Hoffmann, T. C., Mulrow, C. D., Shamseer, L., Tetzlaff, J. M., Akl, E. A., Brennan, S. E., Chou, R., Glanville, J., Grimshaw, J. M., Hróbjartsson, A., Lalu, M. M., Li, T., Loder, E. W., Mayo-Wilson, E., McDonald, S., ... Moher, D. (2021). The PRISMA 2020 statement: An updated guideline for reporting systematic reviews. *BMJ*, 372, n71. <https://doi.org/10.1136/bmj.n71>
- Schukajlow, S., Krawitz, J., Kanefke, J., Blum, W., & Rakoczy, K. (2023). Open modeling problems: Cognitive barriers and instructional prompts. *Educational Studies in Mathematics*, 114(3), 417–438. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10265-6>
- Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: A survey. *ZDM - Mathematics Education*, 52(1), 1–16. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4>