

SCHÜRMAN, Uwe & BRUCKMAIER, Georg
Pädagogische Hochschule Nordwestschweiz

Modellierungsaufgaben in Vergleichsarbeiten: Welches Bild vermitteln sie an Lehrpersonen?

Abstract

Dieser Beitrag beleuchtet Modellierungsaufgaben aus den Vergleichsarbeiten in Klasse 8 (VERA-8). Entsprechende VERA-8-Aufgaben werden entlang einschlägiger Kriterien von Modellierungsaufgaben dahingehend analysiert, welches Bild vom mathematischen Modellieren sie vermitteln. Erste Ergebnisse zeigen, dass durch VERA-8 nur ein eingeschränktes Bild von mathematischen Modellierungen vermittelt wird; Kriterien, die Modellierungsaufgaben gemeinhin auszeichnen, sind in vielen Fällen nicht erfüllt. Einschränkungen, die sich aus allgemeinen Anforderungen an die Entwicklung von diagnostischen Aufgaben und Tests ergeben, erklären diesen Befund lediglich teilweise.

Theoretischer Hintergrund und Fokus der Untersuchung

Die deutschlandweite Durchführung von VERA-8 ist Bestandteil der Gesamtstrategie der Kultusministerkonferenz (KMK, 2006) zum Bildungsmonitoring. VERA-8 dient dazu, das Erreichen von Bildungsstandards durch Tests empirisch nachzuweisen, indem Kompetenzen durch Aufgaben konkretisiert werden (Blum et al., 2005). Das Modellieren wurde als eine von sechs prozessbezogenen Kompetenzen in die nationalen Bildungsstandards aufgenommen (KMK, 2004). Damit kommt VERA-8 auch eine gewisse Vorbildrolle zu: VERA-8-Aufgaben, die als Modellierungsaufgaben klassifiziert werden, vermitteln den Lehrpersonen ein Bild davon, was unter mathematischem Modellieren zu verstehen ist.

Lehrpersonen aus vier Bundesländern (BB, BE, NW, SH; sonst nur eingeschränkter Zugriff) können VERA-8-Aufgaben dem Aufgabenbrowser (www.aufgabenbrowser.de) entnehmen und sie für Lern- und Diagnosezwecke einsetzen. Dabei kann gezielt nach Aufgaben zu bestimmten Kompetenzen wie dem Modellieren gesucht werden.

In der mathematikdidaktischen Forschung werden bestimmte Charakteristika von Modellierungsaufgaben diskutiert (Maaß, 2010; vgl. auch Tab. 1). Untersuchungen von realitätsbezogenen Abituraufgaben in Deutschland und Österreich zeigen allerdings, dass diese nur selten den Anforderungen an Modellierungsaufgaben entsprechen. Vielmehr ist es so, dass diese in der Regel nicht authentisch und nur wenig lebensrelevant sind und kaum mehrere Lösungswege zulassen (Greefrath et al., 2017; Siller & Greefrath, 2020).

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

Angesichts dieser Befunde stellt sich die Frage, ob VERA-8-Aufgaben zur Diagnose von Modellierungskompetenzen ihrer Vermittlungsrolle gerecht werden, indem sie einschlägigen Kriterien des Modellierens entsprechen.

Methode

Im Aufgabenbrowser werden insgesamt 474 Mathematikaufgaben aus VERA-8 zur Verfügung gestellt. Nach Ausschluss von Doppelungen und unter Einbezug solcher Aufgaben, die mindestens eine Teilaufgabe zum Modellieren enthalten, gibt es insgesamt 168 Aufgaben bzw. 266 Teilaufgaben zum mathematischen Modellieren.

Im Aufgabenbrowser werden zu den Teilaufgaben auch Angaben zu Lösungshäufigkeiten und Kompetenzstufen gemacht, die sich aus der Pilotierung der Aufgaben ergeben. Zudem sind zu jeder Teilaufgabe didaktische Kennwerte zu Anforderungsbereichen, Inhalts- (sog. Leitideen) und Prozesskompetenzen (sog. allgemeinen Kompetenzen) genannt. Über diese Klassifikation hinaus wird für diese Untersuchung jede Teilaufgabe entlang von Kriterien analysiert (vgl. Tab. 1), wie sie in der mathematikdidaktischen Forschung zu Modellierungen diskutiert werden (Maaß, 2010).

Kriterium	Kategorien der Kriterien
Modellierungsaktivitäten	verstehen, vereinfachen & strukturieren / mathematisieren / mathematisch arbeiten / interpretieren & validieren
Daten	passend / fehlend / überflüssig / inkonsistent
Realitätsbezug	authentisch & nahe der Realität / eingekleidet / absichtlich künstlich & aus der Fantasie
Situation	persönlich / beruflich / sozial / wissenschaftlich
Modelltyp	deskriptiv / normativ
Darstellungen	Texte / Bilder / Skizzen / Diagramme
Offenheit	... im Problem / ... im Lösungsweg / ... im Ergebnis
Mathematischer Inhalt	Zahl / Messen / Raum & Form / Funktionaler Zusammenhang / Daten & Zufall

Tabelle 1: Klassifikation der Modellierungsaufgaben (angelehnt an Maaß, 2010)

Jede der genannten Kriterien wird durch eine einfache Kodierung (0/1) von zwei unabhängigen Ratern erfasst, wobei einige Aufgaben doppelt kodiert sind. Bei Einreichung dieses Artikels war die Kodierung der Modellierungsaufgaben noch nicht vollständig abgeschlossen.

Erste Ergebnisse

Modellierungsaktivitäten: Der überwiegende Teil der Aufgaben ist auf Teilschritte im Modellierungsprozess gerichtet. Dabei überwiegen das Mathematisieren und das mathematische Arbeiten stark. Die Teilschritte Verstehen, Vereinfachen und Strukturieren und Interpretieren und Validieren werden deutlich seltener gefordert. Nur äußerst wenige Aufgaben verlangen eine komplette Modellierung.

Daten: Nur in sehr wenigen Aufgaben fehlen Daten; die Ermittlung fehlender Daten ist dementsprechend nur selten nötig. Ungenaue Daten kommen ebenfalls selten vor, inkonsistente Daten gar nicht.

Realitätsbezug: Nur etwa die Hälfte aller Teilaufgaben können als authentisch angesehen werden oder sind Nahe der Realität. Bei den übrigen Aufgaben handelt es sich meist um Einkleidungen. Absichtlich künstliche oder der Fantasie entsprungene Aufgaben treten nur selten auf.

Situation: Die meisten Aufgaben handeln von persönlichen Situationen der Lernenden. Mit deutlichem Abstand werden am zweithäufigsten berufliche Situationen thematisiert. Sozial-gesellschaftliche und wissenschaftliche Kontexte kommen kaum vor.

Modelltyp: Weit über 90 Prozent der ausgewerteten Aufgaben handeln von deskriptiven Modellen. Nur sehr wenige Aufgaben verlangen normative Modellierungen.

Darstellungen: Bei den verwendeten Darstellungen kommen neben Skizzen und Diagrammen auch Fotos und Bilder vor. Dabei muss jedoch berücksichtigt werden, dass viele Fotos und Bilder lediglich schmückenden Charakter haben und zur Bearbeitung der jeweiligen Aufgabe eigentlich nicht benötigt werden.

Offenheit: Bei mehr als der Hälfte aller Teilaufgaben handelt es sich um geschlossene Aufgaben. Im Lösungsweg und im Ergebnis offene Aufgaben machen etwa ein Drittel aller Aufgaben aus. Keine der analysierten Teilaufgaben ist in der Problemstellung offen.

Mathematischer Inhalt: Bezüglich der mathematischen Inhalte sind Gewichtungen zugunsten einzelner Inhalte erkennbar. Der Großteil der Aufgaben stammt aus den Leitideen Zahl, Funktionaler Zusammenhang sowie Daten und Zufall. Die Leitideen Messen (21 Aufgaben) sowie Raum und Form (eine Aufgabe) sind hingegen deutlich unterrepräsentiert.

Diskussion und Ausblick

Die bis hierin noch nicht abgeschlossene Analyse der Aufgaben verdeutlicht bereits, dass durch VERA-8 lediglich ein eingeschränktes Bild von mathematischen Modellierungen vermittelt wird. Bei der Erstellung eines VERA-8-Tests sind zahlreiche Anforderungen zu berücksichtigen (Drüke-Noe, 2012). Dieser Umstand erklärt, warum einige Kriterien *echter* Modellierungsaufgaben im Rahmen von VERA-8 nicht in Gänze umgesetzt werden können.

Gleichzeitig lassen sich jedoch auch Kriterien ausmachen, die zukünftig größere Beachtung finden sollten: So könnten etwa Aufgabentexte durch überflüssige Daten angereichert oder die Recherche von fehlenden Daten durch Einfügen von Tabellen oder Texten (z. B. Zeitungsartikeln) simuliert werden. Ebenso könnten bei der Entwicklung von Modellierungsaufgaben die Teilschritte Verstehen, Vereinfachen und Strukturieren sowie Interpretieren und Validieren mehr in den Fokus rücken. Zudem könnten mehr Modellierungsaufgaben zu den Leitideen Messen sowie Raum und Form eingesetzt bzw. entwickelt werden.

Literatur

- Blum, W., Drüke-Noe, C., Leiß, D., Wiegand, B., & Jordan, A. (2005). Zur Rolle von Bildungsstandards für die Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht. *ZDM*, 37(4), 267–274. <https://doi.org/10.1007/BF02655814>
- Drüke-Noe, C. (2012). Können Lernstandserhebungen einen Beitrag zur Unterrichtsentwicklung leisten? In W. Blum, R. Borromeo Ferri, & K. Maaß (Hrsg.), *Mathematikunterricht im Kontext von Realität, Kultur und Lehrerprofessionalität: Festschrift für Gabriele Kaiser* (S. 284–293). Vieweg+Teubner Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-8348-2389-2_29
- Greefrath, G., Siller, H.-S., & Ludwig, M. (2017). *Modelling problems in German grammar school leaving examinations (Abitur) – Theory and practice*. 932–939. <https://hal.science/hal-01933483>
- KMK. (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss: Beschluss vom 4.12.2003*. Luchterhand.
- KMK. (2006). *Gesamtstrategie der Kultusministerkonferenz zum Bildungsmonitoring*. Wolters Kluwer.
- Maaß, K. (2010). Classification Scheme for Modelling Tasks. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285–311. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0010-2>
- Siller, H.-S., & Greefrath, G. (2020). Modelling Tasks in Central Examinations Based on the Example of Austria. In G. A. Stillman, G. Kaiser, & C. E. Lampen (Hrsg.), *Mathematical Modelling Education and Sense-making* (S. 383–392). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-37673-4_33