

PFEIFFER, Georg  
Halle a. d. S.

## **Bearbeitungswege von Schüler\*innen im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung beim Messen von Flächeninhalten**

Das Messen von Flächeninhalten im Mathematikunterricht legitimiert sich vor allem aufgrund seines Lebensweltbezugs (Vollrath 1999, S. 191). Entsprechend anschlussfähig erscheint das Messen von Flächeninhalten bei Schüler\*innen im Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (FgE), da hier die Gestaltung eines lebensweltorientierten Unterrichts eine besondere Bedeutung erfährt (Werner 2019, S. 111). Allerdings führt ein verkürzter Mathematikunterricht über nur neun Schuljahre und die spärliche Verankerung des Themas in curricularen Vorgaben zu einer oberflächlichen oder fehlenden Thematisierung verschiedener Bearbeitungswege beim Messen von Flächeninhalten im Unterricht. Die vorliegende qualitative Studie verfolgt deshalb das Ziel, verschiedene Bearbeitungswege mitsamt erfolgreicher Bearbeitungsschritte und Fehlerquellen von Schüler\*innen im FgE zu differenzieren, um davon ausgehend fundierte Überlegungen zur Ausgestaltung des Themas im Mathematikunterricht für den genannten Förderschwerpunkt abzuleiten.

### **Theoretischer Hintergrund**

Objekte können direkt oder indirekt gemessen werden: Das direkte Messen markiert einen prozeduralen Vorgang, bei dem unter Verwendung eines Messinstrumentes ein zu messendes Objekt mit einer Größe (z. B. Länge) in Beziehung gesetzt wird und aus dem ein Messergebnis aus Maßzahl sowie Maßeinheit zu einer gewünschten Größe resultiert (Franke & Ruwisch 2010, S. 180). Der Flächeninhalt bei Rechtecken wird allerdings meist indirekt gemessen, da sich ausgehend von Messergebnissen einer ersten Größe ein weiterer Bearbeitungsschritt anschließen muss, der Messergebnisse zu einer zweiten und gewünschten Größe resultieren lässt. Beispielsweise können Schüler\*innen Längenmaße eines Rechtecks mit einem Zollstock (direkt) messen und die Messergebnisse multiplizieren, um zur gewünschten Größe *Flächeninhalt* zu gelangen. Der Bearbeitungsweg lässt sich demnach als Multiplikation gemessener Längenmaße beschreiben. Nach Vollrath (1999) soll dieser Bearbeitungsweg allerdings nicht am Anfang im Lernprozess von Flächeninhalten stehen. Einen ersten Zugang zum Bestimmen eines Flächeninhalts sieht er darin, Lernende erkennen zu lassen, dass man Rechtecke mit Einheitsquadraten auslegen und beispielsweise die Flächen mehrerer Rechtecke durch die jeweilige Anzahl der Quadrate vergleichen kann (Vollrath 1999, S. 191ff.). Mit den Begrifflichkeiten von Kuntze (2018, S. 163) lässt

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),  
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

sich dieser zweite Bearbeitungsweg als Auslegen mithilfe von Einheitsquadraten beschreiben. Darüber hinaus lässt sich dieser Zugang dem direkten Messen zuordnen, da unmittelbar die gewünschte Größe resultiert. Ein für die Sekundarstufe üblicher und dritter Bearbeitungsweg findet begrifflich im Zerlegen seinen Ausdruck (Kuntze 2018, S. 164; Franke & Reinhold 2016, S. 313f.), der bei Rechtecken oder anderen Flächen Anwendung finden kann: Flächen werden in Teilflächen zerlegt. Sofern diese Teilflächen gleichgroß sind (z. B. Einheits-Quadrate), lässt sich die Anzahl der Teilflächen für den Vergleich von Flächeninhalten mehrerer Flächen heranziehen. Da hier unmittelbar die gewünschte Größe Flächeninhalt ermittelt wird, handelt es sich auch hier um eine Form des direkten Messens.

### **Methodische Überlegungen**

Der qualitativen Studie wurde eine zehnwöchige Unterrichtseinheit zum Messen von Flächeninhalten in einer Förderschule für geistige Entwicklung vorangestellt. Die Ausgestaltung des Unterrichts sowie das Setting zur Durchführung der Studie bei den sechs Schüler\*innen der Berufsschulstufenklasse war dabei von zwei Leitprinzipien bestimmt. Zum Ersten fand das Prinzip der Lebensweltorientierung durch das Messen von praxisrelevanten Flächeninhalten seinen Ausdruck: Messauftrag bzw. Zielsetzung war, dass die Schüler\*innen den Flächeninhalt einer  $8m^2$ - großen bzw. 4m langen und 2m breiten Trittschalldämmung bestimmen. Zum Zweiten wurde aufgrund der Heterogenität der Schüler\*innenschaft das Prinzip der Differenzierung durch das Etablieren der drei o. g. Bearbeitungswege realisiert. Beim ersten Bearbeitungsweg bzw. bei der Multiplikation gemessener Längenmaße sollten die Längenmaße mit einem Zollstock gemessen und anschließend mithilfe eines Taschenrechners multipliziert werden. Beim zweiten Bearbeitungsweg bzw. beim Auslegen mithilfe von Einheitsquadraten sollte die Trittschalldämmung mit quadratischen  $1m^2$ - Folien ausgelegt und die Anzahl der gelegten Folien bestimmt werden. Für den dritten Bearbeitungsweg bzw. für das Zerlegen stand ein quadratischer  $1m^2$  – Holzrahmen zur Verfügung, mit dem durch siebenmaliges Umklappen ein gedankliches Zerlegen der Trittschalldämmung in acht gleich große Teilflächen realisiert und das Messergebnis zählend bestimmt werden sollte. Für das Notieren von (Zwischen-) Ergebnissen standen Arbeitsblätter zur Verfügung.

Die Daten bzw. die Bearbeitungswege der sechs Schüler\*innen wurden jeweils einzeln videographiert, anschließend transkribiert und mithilfe der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) unter Hinzunahme der Software MAXQDA ausgewertet. Diese Auswertungsmethode und im Speziellen die induktive Kategorienbildung (ebd., S. 69ff.) bot sich an, weil aus der Komplexität der erhobenen Daten verschiedene Kategorien konstruiert

werden konnten, die sowohl Aufschluss über Bearbeitungswege mitsamt der erfolgreichen Bearbeitungsschritte als auch über Fehlerquellen geben.

## **Ergebnisse**

Von den sechs Schüler\*innen war einer in der Lage, den Flächeninhalt der Trittschalldämmung mit allen drei Bearbeitungswegen zu bestimmen. Ein anderer Schüler hat den Flächeninhalt sowohl durch Auslegen als auch durch Zerlegen gemessen. Jeweils zwei weitere Schüler bestimmten den Flächeninhalt durch Auslegen oder durch Zerlegen. Die Analyse dieser Vorgehensweisen ließen 38 Kategorien bilden, wodurch die drei Bearbeitungswege näher differenziert und Fehlerquellen sichtbar werden:

Zum Ersten zeigen die Bearbeitungswege einen Dreischritt aus Messhandlung, Interpretation der Messhandlung und das Schlussfolgern des Messergebnisses. Dieser Dreischritt gibt die Reihenfolge beim Multiplizieren von Längenmaßen und beim Auslegen mit Einheitsquadraten an: Zunächst wurde eine Messhandlung vollzogen (d. h. real-tätige Verknüpfung aus Trittschalldämmung und Messinstrument), bevor sich die Interpretation der Messhandlung (d. h. Interpretation der angewandten Messinstrumente bezüglich Trittschalldämmung) und das Schlussfolgern des Ergebnisses (d. h. In-Beziehung-Setzen des interpretierten Messinstrumentes mit Messauftrag) anschloss. Beim Zerlegen mit dem Holzrahmen wechselte sich mehrmals die Messhandlung und die Interpretation der Messhandlung ab, bevor das Ergebnis von den Schüler\*innen geschlussfolgert wurde (s. u.).

Zum Zweiten geben die gebildeten Kategorien Aufschluss über erfolgreiche Bearbeitungsschritte, mit denen ein richtiges Messergebnis bestimmt wurde. Beim ersten Bearbeitungsweg zählte hierzu das bündige Anlegen des Zollstocks (Messhandlung) sowie das Ablesen von Centimetern am Zollstock (Interpretation der Messhandlung), das in einem Konstruieren einer Multiplikationsaufgabe sowie in einem sich anschließenden Gebrauch mit dem Taschenrechner übergang, wodurch wiederum durch Umrechnen in Quadratmeter das Messergebnis in symbolischer Form resultierte (Schlussfolgern des Ergebnisses). Der zweite Bearbeitungsweg umfasste das bündige Auslegen der quadratischen Folien (Messhandlung), das zählende Bestimmen der gelegten Folien (Interpretation der Messhandlung) sowie die Interpretation des Zählergebnisses vor dem Hintergrund des Messauftrages (Schlussfolgern des Ergebnisses). Der dritte Bearbeitungsweg umfasste zunächst ein Auflegen und Umklappen des Holzrahmens (Messhandlung), was jeweils durch Zählen der gedanklich zerlegten Teilflächen bzw. Einheitsquadrate begleitet wurde (Interpretation der Messhandlung). Das letzte Zahlwort wurde

dann vor dem Hintergrund des Messauftrages interpretiert und ließ das Messergebnis resultieren (Schlussfolgern des Ergebnisses).

Zum Dritten werden aus den Vorgehensweisen mancher Schüler\*innen Fehlerquellen sichtbar, die sich jeweils der Messhandlung oder der Interpretation der Messhandlung zuordnen lassen. Beim Auslegen mithilfe von Einheitsquadraten legte ein Schüler während der Messhandlung neun Folien nicht bündig nebeneinander auf die Trittschalldämmung. Beim Zerlegen fiel ein Schüler während der Messhandlung durch fehlendes Wissen im Umgang mit dem Holzrahmen auf, sodass dieser jenen nicht umklappte, sondern auf die vier Eckflächen der Trittschalldämmung legte. Bei der Interpretation der Messhandlung waren Zählfehler markante Fehlerquellen: Beispielsweise zählte ein Schüler beim Zerlegen die Anzahl des Umklappens beim Holzrahmen, wohingegen ein anderer Schüler beim Auslegen einigen Folien mehrere Zahlwörter zuordnete.

## **Diskussion**

Das Design der Studie verweist auf einen in der Schulpraxis umsetzbaren Gestaltungsraum, der sowohl direktes und indirektes Messen anbietet als auch zwei für den Förderschwerpunkt geistige Entwicklung zentrale Leitprinzipien des Lebensweltbezugs und der Differenzierung gerecht wird. Anhand der erfolgreichen Bearbeitungsschritte innerhalb der drei Bearbeitungswege können Kompetenzen auf Seiten der Schüler\*innenschaft definiert werden (z. B. die Fähigkeit des bündigen Legens von Folien). Darüber hinaus verweisen die beobachtbaren Fehlerquellen auf Hürden, die im Unterricht vorgebeugt (z. B. Vermeiden von Zählfehlern durch Mitlaufen auf den zu zählenden Folien) oder aufgrund dessen exakte Unterstützungsmaßnahmen durch pädagogische Mitarbeiter\*innen oder Lehrkräfte benannt werden können (z. B. gemeinsames Umklappen des Holzrahmens mit der Lehrkraft).

## **Literatur**

- Franke, M.; Reinhold, S. (2016). *Didaktik der Geometrie*. Springer Spektrum.
- Franke, M.; Ruwisch, S. (2010). *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Spektrum Akademischer Verlag.
- Kuntze, S. (2018). Flächeninhalt und Volumen. In: H.-G. Weigand (Hrsg.), *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (S. 149-178). Springer Spektrum.
- Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken*. Beltz.
- Vollrath, H.-J. (1999). Ein Modell für das langfristige Lernen des Begriffs „Flächeninhalt“. In: H. Henning (Hrsg.), *Mathematik lernen durch Handeln durch Erfahrung, Festschrift für Heinrich Besuden* (S. 191-198). Bültmann & Gerriets.
- Werner, B. (2019). *Mathematik inklusive. Grundriss einer inklusiven Fachdidaktik*. Verlag W. Kohlhammer.