Quadratische Optimierung unter Nebenbedingungen und Anwendungen in der Kraftwerksführung

H. Kiendl, Dortmund *)
W. Hansen, Bielefeld **)

*) Lehrstuhl für Elektrische Steuerung und Regelung
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Universität Dortmund
44221 Dortmund
Tel. 0231 755-2760, FAX: 0231 755-2752
E-Mail: kiendl@esr.e-technik.uni-dortmund.de

**) Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 100131
D-33501 Bielefeld
Tel. 0521 106-5012, FAX 0521 106-6480
E-Mail: hansen@mathematik.uni-bielefeld.de

Zusammenfassung

Ausgangspunkt für diese Arbeit ist das Problem, einen festen Kreis von Verbrauchern mit den festen Ressourcen eines gegebenen Kraftwerksparks jederzeit zuverlässig und kostengünstig mit elektrischer Energie zu versorgen. Die Komplexität des Problems ergibt sich daraus, dass die Verbrauchsgewohnheiten nicht exakt prognostizierbar sind und dass die verfügbaren Kraftwerke sich hinsichtlich ihrer Dynamik und der spezifischen Leistungserzeugungskosten stark voneinander unterscheiden. Vorausgegangene Untersuchungen zielten darauf ab, die Arbeitsweise eines existierenden echtzeitfähigen suboptimalen Verfahrens zur Lösung des Energieversorgungsproblems dadurch zu verbessern, dass mit Hilfe eines Fuzzy-Moduls gewisse Strategieparameter situationsabhängig adaptiert werden. Diese Untersuchungen führten letztendlich dazu, ein Re-Design des eigentlichen Optimierungsverfahrens dahingehend vorzunehmen, dass es nunmehr in jeder Situation optimal arbeitet. Der Kern des neuen Verfahrens besteht darin, alle bei dem Energieversorgungsproblem einzuhaltenden Nebenbedingungen explizit in Form linearer Ungleichungen zu bestimmen. Die zu lösende Aufgabe wird damit auf das bekannte Problem zurückgeführt, eine bzw. zwei quadratische Zielfunktionen unter Einhaltung dieser Nebenbedingungen zu optimieren. Nach ausführlicher Präsentation des Verfahrens wird auch sein Stellenwert im Lichte der inzwischen erfolgten Liberalisierung des Energiemarktes diskutiert.

1. Einführung

Die landesweite zuverlässige und kostengünstige Versorgung aller Verbraucher mit der von ihnen benötigten elektrischen Energie ist ein sehr komplexes Problem. Das liegt in erster Linie an der großen Zahl der Verbraucher mit ihren unterschiedlichen Verbrauchsgewohnheiten und der großen Zahl und unterschiedlichen Art der verfügbaren Kraftwerke mit ihren komplizierten Nebenbedingungen (Abschnitt 2).

Über viele Jahrzehnte hinweg wurde diese Versorgungsaufgabe regional auf mehrere Energieversorgungsunternehmen aufgeteilt. Jedes solche Energieversorgungsunternehmen (EVU) war für ein bestimmtes Versorgungsgebiet zuständig und verfügte über eigene Kraftwerksressourcen (physikalische oder virtuelle Kraftwerke, d. h. durch langfristige Lieferverträge gesicherte Ressourcen). Damit stand jedes EVU vor der Aufgabe (im folgenden *Grundaufgabe* genannt), durch geschickten Einsatz seiner Ressourcen in seinem Versorgungsgebiet möglichst kostengünstig das Leistungsgleichgewicht herzustellen (stets genauso viel Leistung zu erzeugen, wie dort benötigt wird). Damit wurde die komplexe landesweite Energieversorgungsaufgabe auf die Lösung mehrerer einfacherer Grundaufgaben zurückgeführt. Diese konnten und mussten nahezu unabhängig voneinander gelöst werden. Zwar sorgte ein Verbundnetz dafür, dass etwaige Verletzungen des Leistungsgleichgewichts in einem Versorgungsgebiet durch Zustrom oder Abstrom von elektrischer Leistung ausgeglichen wurde. Derartige, nicht vorab geplante Leistungsflüsse waren aber nur in engen Grenzen zulässig und verursachten für das hierfür verantwortliche EVU Zusatzkosten. Die beschriebene Grundaufgabe läuft auf ein Optimierungsproblem mit nahezu strikt einzuhaltenden komplizierten Nebenbedingungen hinaus. Für die Lösung dieser Aufgabe wird in [1, 2, 3, 4] ein Optimierungsverfahren vorgestellt, das mit Rücksicht auf die erforderliche Echtzeitfähigkeit teilweise heuristische Strategieelemente nutzt und daher das an sich angestrebte globale Optimum nicht immer exakt erreicht. Dennoch konnte hierfür im Vergleich zum damaligen Stand der Technik ein erhebliches Kosteneinsparungspotential (5 Mio. DM/Jahr für ein EVU) simulatorisch nachgewiesen werden. Deshalb wurde es von einem EVU konkurrierend zu anderen Verfahren für die industrielle Implementierung ausgewählt [5].

In dieser Arbeit werden zunächst unterschiedliche Varianten des Grundproblems präsentiert und bisher bekannten Lösungsverfahren gegenübergestellt (Abschnitt 2). Im Anschluss daran werden alle Problemvarianten auf folgendes bekannte Problem zurückgeführt: Es sind eine oder zwei quadratische Zielfunktionen unter strikter Einhaltung explizit in Form linearer Ungleichungen berechenbarer Nebenbedingungen zu minimieren (Abschnitte 3 und 4). Für die Lösung dieses Problems lassen sich etablierte Standardverfahren verwenden. Die Relevanz der hier erzielten Ergebnisse auch im Lichte der inzwischen erfolgten Liberalisierung des Energiemarktes, die die bisherige Monopolstellung eines EVU in einem Versorgungsgebiet nicht mehr zulässt, wird in Abschnitt 5 diskutiert.

2. Präzisierungen des hier betrachteten Grundproblems der Energieversorgung

2.1 Hintergrund

Folgende Randbedingungen sind bei der Versorgung von Verbrauchern mit elektrischer Energie zu berücksichtigen:

- Elektrische Energie lässt sich nicht in nennenswertem Umfang – beispielsweise durch Pumpspeicherkraftwerke – speichern. Daher muss in jedem Moment möglichst genau so viel elektrische Leistung erzeugt werden, wie von den Verbrauchern benötigt wird.

- Man kann die Erzeugung von elektrischer Leistung nicht jeweils sofort an den aktuellen Leistungsbedarf anpassen. Jedes Kraftwerk, das zur Leistungserzeugung beitragen soll, muss vielmehr zunächst angefahren werden, was eine vom Kraftwerkstyp abhängige Anfahrzeit erfordert. Erst danach, wenn das Kraftwerk *am Netz* ist, kann es im Rahmen gewisser Grenzen zur Leistungserzeugung herangezogen werden. Wesentliche Grenzen sind, dass die abgegebene Leistung p gemäß

  $$p_{\min} \le p \le p_{\max} \tag{1}$$

  nach unten und nach oben beschränkt ist und dass ferner auch die Änderungsgeschwindigkeit $\dot{p}$ der abgegebenen Leistung (der Leistungsgradient) einer Beschränkung

  $$\dot{p}_{\min} \le \dot{p} \le \dot{p}_{\max} \tag{2}$$

  unterliegt. Wird einem Kraftwerk i ein Sollwertverlauf $p_{i,soll}(t)$, der die Bedingungen (1) und (2) erfüllt, vorgegeben, so kann in guter Näherung davon ausgegangen werden, dass für die tatsächlich erzeugte Leistung $p_i(t)$

  $$p_i(t) = p_{i,soll}(t) \tag{3}$$

  gilt. Um dabei eine zeitvariable Leistungsnachfrage $\tilde{p}(t)$ eines Versorgungsgebietes überhaupt erfüllen zu können, müssen rechtzeitig ausreichend viele Kraftwerke ans Netz gebracht werden. Dies geschieht aufgrund einer langfristigen *Lastprognose* $\hat{p}(t)$ (Prognose des zukünftigen Verbraucherverhaltens).

- Die Schranken $\dot{p}_{\min}$ und $\dot{p}_{\max}$ für mögliche Gradienten der Leistungsabgabe sind vom Kraftwerkstyp abhängig. Die spezifischen Leistungserzeugungskosten hochdynamischer Kraftwerke (wie Gaskraftwerke) sind höher als die träger Kraftwerke (wie Kohlekraftwerke). Je genauer daher die Lastprognose im Kurzzeitbereich ist, desto mehr kann man vorausplanend die kostengünstigeren trägen Kraftwerke für die Leistungserzeugung heranziehen. Für die spezifischen Leistungserzeugungskosten K_i durch das Kraftwerk i gilt in guter Näherung ein (schwach) quadratischer Zusammenhang

$$K_i = k_{i,0} + k_{i,1} p_i + k_{i,2} p_i^2 \ , \tag{4}$$

wobei p_i die von einem Kraftwerk i erzeugte Leistung und $k_{i,j}$ die für jedes Kraftwerk charakteristischen Parameter sind.

- Um eine sich schnell ändernde Lastprognose $\hat{p}(t)$ durch n am Netz befindliche Kraftwerke überhaupt erfüllen zu können, müssen Sollwertverläufe $p_{i,soll}(t)$ vorausgeplant werden, die den Beschränkungsbedingungen (1) und (2) genügen und für die

$$\sum_{i=1}^{n} p_{i,soll}(t) = \hat{p}(t) \tag{5}$$

gilt (Aufteilung des Prognosewertes auf die Kraftwerkssollwerte). Bei exakter Prognose, also $\hat{p}(t) = \tilde{p}(t)$, sichern die Gln. (3) und (5) die Einhaltung des angestrebten Leistungsgleichgewichts. Dann gilt

$$\sum_{i=1}^{n} p_i(t) = \tilde{p}(t) \, . \tag{6}$$

Unter allen Möglichkeiten für die Sollwertaufteilung (5) wird diejenige angestrebt, die zu den geringsten Leistungserzeugungskosten führt:

$$\int \sum_{i=1}^{n} K_i(t) dt \rightarrow Min \, . \tag{7}$$

Da ferner schnelle Variationen der Leistungsabgabe eines Kraftwerks dieses übermäßig beanspruchen und damit seine Lebensdauer verkürzen, wird häufig noch verlangt, dass die *Sollwertunruhe* der Aufteilung (5) nicht zu groß ist. Um dies zu erreichen, werden gewisse Abstriche an die Forderung nach der Energieoptimalität hingenommen.

- Da die Lastprognose stets mit Fehlern behaftet ist, reicht die Aufteilung (5) der Prognosewerte zur Herstellung des angestrebten *Leistungsgleichgewichts* zwischen der im Versorgungsgebiet erzeugten und verbrauchten Leistung nicht aus. Deshalb ist – nach dem damaligen Stand der Technik – ein kurzfristig aktivierbarer Regler vorgesehen, der die Leistungserzeugung entsprechend vergrößert bzw. verringert, wenn die Leistungserzeugung nicht der aktuellen Verbraucherlast entspricht. Voraussetzung dafür, dass diese Regelung überhaupt eingreifen kann, ist allerdings, dass die Kraftwerke neben der Leistung, die sie zur Abdeckung der Prognosewerte aufbringen, noch über Leistungsreserven verfügen.

Zur Gewährleistung einer ausreichenden Leistungsreserve, auf die die Regelung zugreifen kann, ist in [1, 2, 3, 4] das Konzept der Reserveoptimierung entwickelt worden. Danach wird die Aufteilung der Prognosewerte unter Einhaltung bestimmter *Reservebedingungen* kostenoptimal vorgenommen. Diese Reservebedingungen bestehen in den Forderungen, dass erstens die Summe der von allen Kraftwerken erzeugten Leistungen jeweils noch um einen bestimmten Reservebetrag p_u erhöht bzw. um den Betrag p_o erniedrigt (*summarische Betragsreserve*) und zweitens diese Erhöhung bzw. Erniedrigung innerhalb einer bestimmten Zeit T vorgenommen werden kann (*summarische Gradientenreserve*).

2.2 Formulierung der Probleme der Momentanoptimierung und der vorausschauenden Optimierung

Wir betrachten das Grundproblem der Versorgung eines bestimmten Versorgungsgebietes mit n am Netz befindlichen Kraftwerken, die räumlich benachbart sind, so dass Nebenbedingungen in Form begrenzter Leitungskapazitäten keine Rolle spielen. Dabei sind folgende Problemtypen voneinander zu unterscheiden:

Momentanoptimierung mit einfachen Reservebedingungen

Der Kraftwerkspark erzeuge zum Zeitpunkt t_j über die im folgenden auch vektoriell beschriebene Leistungsaufteilung

$$\boldsymbol{p}(t_j) = (p_1(t_j), p_2(t_j), \ldots, p_n(t_j)) \tag{8}$$

die Gesamtleistung

$$p(t_j) = \sum_{i=1}^{n} p_i(t_j)\,. \tag{9}$$

Die Aufteilung (8) genüge den o. a. Reservebedingungen (summarische Betrags- und Gradientenbedingung). Für den darauf folgenden Zeitpunkt t_{j+1} liefere die Lastprognose den Wert $\hat{p}(t_{j+1})$. Gesucht ist die kostenoptimale, von $\boldsymbol{p}(t_j)$ aus unter Berücksichtigung der Beschränkungen (1) und (2) zum Zeitpunkt t_{j+1} erreichbare Aufteilung $\boldsymbol{p}(t_{j+1})$ der prognostizierten Gesamtleistung $\hat{p}(t_{j+1})$. Gleichzeitig soll die Aufteilung gewährleisten, dass die Reservebedingungen zum Zeitpunkt t_{j+1} eingehalten werden.

Momentanoptimierung mit erweiterten Reservebedingungen

Die obige Vorgehensweise passt zu der Situation, dass Reglereingriffe jeweils nur in denselben Zeitpunkten $t_0, t_1, t_2, \ldots$ wie die Aktivierungen der Sollwertaufteilungen vorgenommen werden. Im Interesse einer schnellen Beseitigung von etwaigen Verletzungen des Leistungsgleichgewichts werden für den Reglereingriff kürzer aufeinander folgende Eingriffszeiten vorgesehen. Dann ist es sinnvoll, die Einhaltung der Reservebedingungen für alle diese Eingriffszeitpunkte der Regelung zu fordern.

Vorausschauende Optimierung

Die Momentanoptimierung bezieht stets nur den nächstfolgenden Prognosewert in die Bestimmung der nächsten Aufteilung ein. Offenkundig günstiger ist es, mehrere aufeinander folgende Prognosewerte vorausschauend zu berücksichtigen. Wenn man beispielsweise zum

Zeitpunkt t_j weiß, dass für den Zeitpunkt t_{j+1} kein, aber für den Zeitpunkt t_{j+2} ein sehr großer Lastanstieg prognostiziert wird, kann es sinnvoll sein, bereits für den Zeitpunkt t_{j+1} eine gewisse Erhöhung der produzierten Leistung vorzusehen. Für eine solche vorausschauende Optimierung kann man – analog zu den obigen Ausführungen – die Einhaltung der einfachen oder der erweiterten Reservebedingungen fordern.

2.3 Einbettung

Das in [1, 2, 3, 4] vorgestellte Verfahren bezieht sich auf die Momentan- und vorausschauende Optimierung unter Einhaltung nur der einfachen Reservebedingungen. Dabei wird die Einhaltung des Leistungsgleichgewichts, sofern dies überhaupt möglich ist, garantiert. Das Optimierungsverfahren arbeitet aufgrund von Heuristiken, die im Interesse der Echtzeitfähigkeit gemacht werden, nicht streng optimal, sondern u. U. nur suboptimal.

In [6, 7] wird ein alternativer Lösungsvorschlag gemacht. Er nutzt aus, dass die zu optimierende Kostenfunktion quadratisch ist und dass es exakte Verfahren zur Optimierung solcher Kostenfunktionen unter Einhaltung von Nebenbedingungen in Form linearer Ungleichungen gibt. In diesem Lösungsvorschlag werden die eigentlich interessierenden Reservebedingungen jedoch nicht exakt, sondern nur näherungsweise durch arbeitspunktabhängige Nebenbedingungen in Form linearer Ungleichungen berücksichtigt. Zwar kann man die Einhaltung der Reservebedingungen durch Verkleinerung der Optimierungszyklen *im Prinzip* beliebig genau erzwingen [6, 7]. Jedoch sind dem praktische Grenzen wegen der dadurch induzierten kombinatorischen Explosion gesetzt. Ferner wird die Einhaltung des Gleichgewichts nicht als strikte Nebenbedingung vorgegeben, sondern es werden Abweichungen vom Leistungsgleichgewicht durch einen quadratischen Kostenterm bestraft. Dieser soll den Kosten entsprechen, die entstehen, wenn bei einer Verletzung des Leistungsgleichgewichts dieses durch einen an sich ungewollten Leistungsfluss zwischen Versorgungsgebiet und dem angrenzenden Verbund wieder hergestellt wird. Für das so formulierte Problem lässt sich dann die optimale Lösung mit einschlägigen Methoden der quadratischen Optimierung bestimmen. Die so gefundene Lösung berücksichtigt allerdings nicht, dass jedes EVU daran interessiert ist, das Leistungsgleichgewicht im Rahmen seiner eingegangenen Verpflichtungen tatsächlich exakt einhalten zu können. Dies lässt sich zwar durch eine künstliche starke Vergrößerung des Strafterms in beliebig guter Näherung erzwingen. Ein extrem großer Strafterm führt aber zu einem sehr schmalen, numerisch ungünstigen Tal in der zu optimierenden Kostenfunktion. Deshalb und wegen der nur näherungsweisen Berücksichtigung der Reservebedingungen liefert der Ansatz [6, 7] keine exakte Lösung des eigentlich vorliegenden Problems der Optimierung unter strikter Einhaltung des Leistungsgleichgewichts und der Reservebedingungen.

Inspiriert durch die Intention, die dem Ansatz [6, 7] zugrunde liegt, wird in dieser Arbeit gezeigt, dass man die einfachen und die erweiterten Reservebedingungen ohne Näherung in lineare Ungleichheitsbedingungen überführen kann. Damit lässt sich das Problem der Bestimmung von Kraftwertsollwerten auf der Basis jeweils eines oder mehrerer Prognosewerte für den Leistungsbedarf optimal so lösen, dass diese Reservebedingungen stets erfüllt sind und das Leistungsgleichgewicht bei exakter Prognose exakt eingehalten wird.

2.4 Motivation dieser Arbeit

Die Größe der vorzuhaltenden summarischen Betrags- und Gradientenreserve ist vor Durchführung der Optimierung festzulegen. Ist die Reserve zu groß bemessen, wird der Optimierungsspielraum unnötig eingeschränkt, ist sie zu klein bemessen, kann die Regelung bei größeren Prognosefehlern das Leistungsgleichgewicht nicht mehr herstellen. In Zeiten eines ruhigen Lastverlaufs (z. B. an Feiertagen oder nachts) sind kleinere Reserven als bei unruhigem Lastverlauf ausreichend. In [8] werden Untersuchungen mit dem Ziel durchgeführt, durch datenbasierte Fuzzy-Modellierung ein Adaptionsmodul zu generieren, das automatisch erkennt, welche Reserven situationsabhängig sinnvoll vorzuhalten sind. Im Zuge dieser Arbeiten erwies es sich als wünschenswert, für den Entwurf eines derartigen überlagerten Fuzzy-Moduls über ein strikt optimales online- oder auch nur offline-fähiges Verfahren zur Lösung des Grundproblems zu verfügen: Wenn es nur offline-fähig wäre, könnte es als Referenz zur Bewertung des existierenden suboptimalen Verfahrens dienen. Wäre es dagegen online-fähig, könnte es sogar statt des suboptimalen Verfahrens vor Ort eingesetzt werden.

3. Explizite Bedingungen für die Erfüllung der Reservebedingungen

3.1 Explizite Bedingungen für die Betragsreserve

Für das Folgende wird für die Bezeichnung von Leistungen neben der Variablen p auch die Variable x verwendet.

Im Raum der n-dimensionalen Vektoren $\boldsymbol{x}^T = (x_1, x_2, ..., x_n)$ definieren wir ein *Basisgebiet B* in Form eines achsenparallelen Quaders

$$B = \left\{ \boldsymbol{x} \;\middle|\; \begin{array}{c} 0 \le x_{i,\min} \le x_i \le x_{i,\max} \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{array} \right\} . \tag{10}$$

Jedes x_i bezeichnet die von Kraftwerk i abgegebene Leistung. Die Ungleichungen (10) resultieren aus den Nebenbedingungen (1). Somit entspricht B dem zulässigen Arbeitsgebiet eines Kraftwerksparks, bestehend aus n Kraftwerken.

Mit den Einheitsvektoren $\boldsymbol{e}_i$ kann man das Basisgebiet B auch durch die Ungleichungen

$$B = \left\{ \boldsymbol{x} \;\middle|\; \begin{array}{c} \boldsymbol{e}_i^T \boldsymbol{x} \ge x_{i,\min} \, , \, \boldsymbol{e}_i^T \boldsymbol{x} \le x_{i,\max} \\ i = 1, 2, \ldots, n \end{array} \right\} \tag{11}$$

beschreiben. Ferner wird die lineare Funktion

$$p(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x} \text{ mit } \boldsymbol{n}^T = (1, 1, \ldots, 1)$$

betrachtet. Sie beschreibt die Gesamtleistung, die von einem Kraftwerkspark, der sich im Zustand $\boldsymbol{x}$ befindet, abgegeben wird. Diese nimmt auf B ihr Maximum $p_{\max}$ bzw. Minimum $p_{\min}$ in dem Punkt $\boldsymbol{x}_{\max} = \{x_{1,\max}, x_{2,\max}, \ldots, x_{n,\max}\}$ bzw. $\boldsymbol{x}_{\min} = \{x_{1,\min}, x_{2,\min}, \ldots, x_{n,\min}\}$ an (Bild 1).

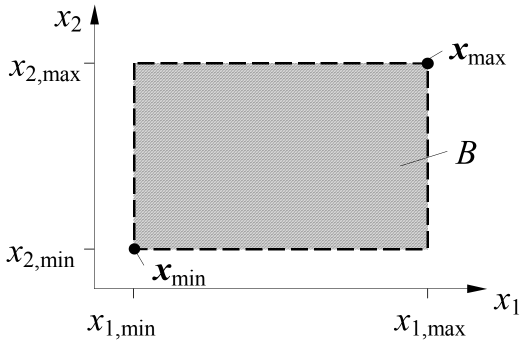

Bild 1: Achsenparalleles quaderförmiges Basisgebiet B

Zur Berücksichtigung einer Betragsreserve definieren wir das *Reservegebiet* R durch

$$R = \left\{\boldsymbol{x} \middle| p_{\min} + p \le \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x} \le p_{\max} - \tilde{p}\right\}. \tag{12}$$

Dabei setzen wir voraus, dass $p > 0$ und $\tilde{p} > 0$ sowie

$$p_{\min} + p < p_{\max} - \tilde{p}$$

gilt und somit R nicht leer ist. Dieses Gebiet besteht aus dem Teil von B, der zwischen den beiden Hyperebenen

$$H = \left\{\boldsymbol{x} \;\middle|\; \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x} = p_{\min} + p\right\}$$

und

$$\tilde{H} = \left\{\boldsymbol{x} \;\middle|\; \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x} = p_{\max} - \tilde{p}\right\}$$

liegt (Bild 2). Da R durch die Ungleichungen (11) und (12) definiert ist, ist R ist ein konvexes Polyeder. Dieses Gebiet R hat folgende *Reserveeigenschaft*: Von jedem Punkt $\boldsymbol{x}_0 \in R$ kann man auf Trajektorien $\boldsymbol{x}(t)$ und $\tilde{\boldsymbol{x}}(t)$, die ganz in B liegen, einen Punkt $\boldsymbol{x}_1$ aus B mit $p(\boldsymbol{x}_1) \le p(\boldsymbol{x}_0) - p$ bzw. einen Punkt $\boldsymbol{x}_2$ aus B mit $p(\boldsymbol{x}_2) \ge p(\boldsymbol{x}_0) + \tilde{p}$ erreichen. Um dies einzusehen, wähle man *geradlinige* Trajektorien, die von $\boldsymbol{x}_0$ nach $\boldsymbol{x}_{\min}$ bzw. $\boldsymbol{x}_{\max}$ laufen (Bild 2).

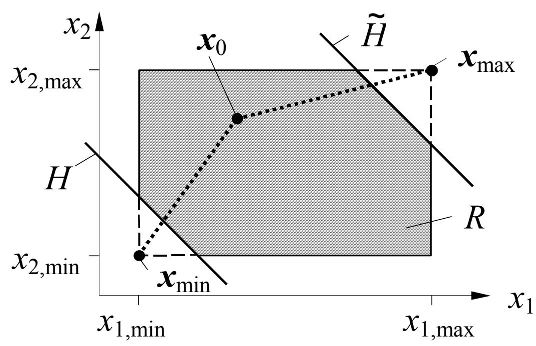

Bild 2: Reservegebiet R mit geradlinigen Trajektorien von $\boldsymbol{x}_0$ nach $\boldsymbol{x}_{\min}$ und $\boldsymbol{x}_{\max}$.

Genau für alle Punkte $\boldsymbol{x} \in B$, die die Bedingung $\boldsymbol{x} \in R$ erfüllen, ist offensichtlich die durch Gl. (12) gegebene Forderung nach Einhaltung einer Betragsreserve erfüllt.

3.2 Vorüberlegungen zur summarischen Gradientenreserve

Nunmehr wird die summarische Betragbedingung dahingehend verschärft, dass die Betragsreserve innerhalb einer vorgegebenen Zeit T unter Einhaltung von Beschränkungen für die Gradienten der Funktionen $x_i(t)$ freigesetzt werden können soll. Hierzu definieren wir zu gegebenen positiven Werten p und $\widetilde{p}$ das *Reservegebiet* S als Menge aller Punkte $\boldsymbol{x}_0 \in B$, die folgende Eigenschaften haben:

(i) Ausgehend von $\boldsymbol{x}_0$ kann man auf einer Trajektorie $\boldsymbol{x}^T(t) = \left(x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)\right)$, die ganz in B liegt und aus differenzierbaren Komponentenfunktionen aufgebaut ist, unter Einhaltung der Nebenbedingungen

$$-m_i \le \dot{x}_i(t) \le \widetilde{m}_i, \; i = 1, 2, \ldots, n \tag{13}$$

mit m_i, $\widetilde{m}_i \ge 0$ innerhalb der Zeitspanne T einen Punkt $\boldsymbol{x}_1$ mit $p(\boldsymbol{x}_1) \le p(\boldsymbol{x}_0) - p$ erreichen

(ii) Ausgehend von $\boldsymbol{x}_0$ kann man auf einer entsprechenden Trajektorie $\widetilde{\boldsymbol{x}}^T(t) = \left(\widetilde{x}_1(t), \widetilde{x}_2(t), \ldots, \widetilde{x}_n(t)\right)$ unter Einhaltung der Nebenbedingungen (13) innerhalb der Zeit T einen Punkt $\boldsymbol{x}_2$ mit $p(\boldsymbol{x}_2) \ge p(\boldsymbol{x}_0) + \widetilde{p}$ erreichen.

Die Bedingungen

$$p \le \sum_{i=1}^{n} a_i \quad \text{mit} \quad a_i = T\, m_i \quad \text{und} \quad \widetilde{p} \le \sum_{i=1}^{n} \widetilde{a}_i \quad \text{mit} \quad \widetilde{a}_i = T\, \widetilde{m}_i \tag{14}$$

sind offensichtlich dafür notwendig, dass es überhaupt Punkte $\boldsymbol{x}_0 \in B$ gibt, für die die obigen Forderungen (i) und (ii) erfüllbar sind. Deshalb wird die Gültigkeit dieser Bedingungen im folgenden vorausgesetzt.

Folgender Hilfssatz vereinfacht die Feststellung, ob ein Punkt $\boldsymbol{x}$ in S liegt oder nicht.

Hilfssatz

Ein Punkt $\boldsymbol{x}_0 \in B$ gehört genau dann zum Reservegebiet S, wenn es *geradlinige* Trajektorien $\boldsymbol{x}^*(t)$ der Form $\boldsymbol{x}^*(t) = \boldsymbol{x}_0 + t\,\boldsymbol{v}$ mit der Eigenschaft (i) bzw. (ii) gibt.

Beweis: Es sei $\boldsymbol{x}(t)$ *irgendeine* in $\boldsymbol{x}_0$ startende, in B liegende Trajektorie mit der Eigenschaft (i) bzw. (ii). Die Komponentenfunktionen $x_i(t)$ dieser Trajektorie und die Komponentenfunktionen $x^*_i\,(t)$ der *geradlinigen* Trajektorie

$$\hat{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{x}_0 + \frac{t}{T}\big(\boldsymbol{x}(T) - \boldsymbol{x}_0\big)$$

weisen offensichtlich an den Stellen $t_0 = 0$ und $t_1 = T$ jeweils denselben Funktionswert auf (Bild 3). Die geradlinige Trajektorie $\boldsymbol{x}^*(t)$ erreicht also denselben Punkt wie $\boldsymbol{x}(t)$.

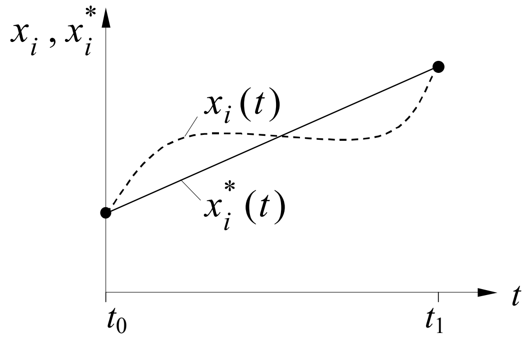

Bild 3: Die Steigung jeder linearen Funktion $x^*_i\,(t)$ liegt zwischen der maximalen und der minimalen Steigung der Funktion $x_i(t)$.

Ferner gilt

$$\int_0^T \dot{x}_i(t)dt = c_i T,\ \ i = 1,2,...,n \quad , \tag{15}$$

wobei c_i die konstante Steigung von $x^*_i\,(t)$ ist. Andererseits gelten die Abschätzungen

$$\min\{\dot{x}_i(t)\}T \le \int_0^T \dot{x}_i(t)dt \le \max\{\dot{x}_i(t)\}T \quad . \tag{16}$$

Aus den Gln. (15) und (16) folgt $\min\{\dot{x}_i(t)\} \le c_i \le \max\{\dot{x}_i(t)\}$. Die geradlinige Trajektorie erfüllt also genau dann die erforderlichen Nebenbedingungen, wenn $\boldsymbol{x}(t)$ dies tut.

3.3 Explizite Bedingungen für die Gradientenreserve

Ausgehend von diesem Hilfssatz werden im folgenden explizite Bedingungen in Form linearer Ungleichungen hergeleitet, die hinreichend und notwendig dafür sind, dass $\boldsymbol{x} \in S$ gilt.

Zur Vereinfachung der Darstellung gehen wir in diesem Abschnitt – ohne Einschränkung der Allgemeinheit – zu den neuen Koordinaten $\tilde{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{\min}$ über. Damit liegt der Punkt $\boldsymbol{x}_{\min}$ im Ursprung des neuen Koordinatensystems. Der Übersichtlichkeit halber lassen wir aber das Zeichen „~" über den transformierten Vektoren weg. In diesem Abschnitt leiten wir explizite hinreichende und notwendige Bedingungen zur Erfüllung der Forderung (i) her. Die Bedingungen zur Erfüllung der Forderung (ii) ergeben sich analog.

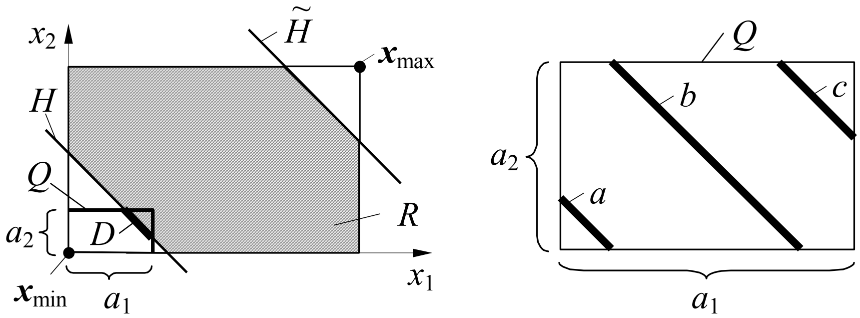

Bild 4: Links: Zur Definition des Quaders Q und des Durchschnitts $D \cap Q$. Rechts: unterschiedliche Beispiele a, b und c für $D = Q \cap H$ im Fall $n = 2$.

Wir betrachten den achsenparallelen Quader

$$Q = \left\{ \boldsymbol{x} \;\middle|\; 0 \le \boldsymbol{e}_i^T \boldsymbol{x} \le a_i \right\}$$

und die Hyperebene

$$H = \left\{ \boldsymbol{x} \;\middle|\; \boldsymbol{h}^T \boldsymbol{x} = p \right\}$$

(Bild 4, links). Wegen der Voraussetzungen (14) ist das Schnittgebilde

$$D = Q \cap H$$

nicht leer. Abgesehen von dem Sonderfall, dass D nur aus einem einzigen Punkt besteht, ist D ein konvexes Polyeder der Dimension $n-1$. Seine Gestalt hängt von den Werten von p und den Größen a_i ab (Bild 4, rechts).

Im folgenden betrachten wir die Vektoren

$$\boldsymbol{h}_I = \left\{ \boldsymbol{x} \;\middle|\; \begin{array}{l} x_i = 1 \ \text{für } i \in I \\ x_i = 0 \ \text{sonst} \end{array} \right\},$$

wobei die Indexmenge I irgendeine Teilmenge der Elemente $\{1, 2, ..., n\}$ ist. Ferner betrachten wir die Vektoren

$$\boldsymbol{h}_{CI} = \left\{ \boldsymbol{x} \left| \begin{array}{l} x_i = 0 \text{ für } i \in I \\ x_i = 1 \text{ sonst.} \end{array} \right. \right\}.$$

Schließlich nennen wir einen Vektor $\boldsymbol{h}_I$ *relevant*, wenn

$$p > \boldsymbol{h}_{CI}^T \boldsymbol{a} \tag{17}$$

mit $\boldsymbol{a}^T = (a_1, a_2, ..., a_n)$ gilt.

Satz 1 (Satz über explizite Bedingungen für die summarische Gradientenreserve)

Es sei $\boldsymbol{x}$ irgendein Punkt des positiven Kegels

$$K = \{\boldsymbol{x}_0 \mid x_i \geq 0\}.$$

Genau dann, wenn für sämtliche (relevanten) Vektoren $\boldsymbol{h}_I$ die Ungleichungen

$$\boldsymbol{h}_I^T \boldsymbol{x} \geq p - \boldsymbol{h}_{CI}^T \boldsymbol{a} \tag{18}$$

erfüllt sind, kann man von $\boldsymbol{x}$ aus unter Einhaltung der Nebenbedingungen (13) innerhalb der Zeit T einen Punkt $\boldsymbol{x}' \in K$ erreichen, für den

$$p(\boldsymbol{x}') = p(\boldsymbol{x}) - p \tag{19}$$

gilt.

Beweis: Das Erreichen von $\boldsymbol{x}'$ unter den genannten Bedingungen bedeutet, dass für die Koordinaten der Punkte $\boldsymbol{x}$ und $\boldsymbol{x}'$

$$x_i - a_i \leq x_i' \text{ für alle } 1 \leq i \leq n \tag{20}$$

gilt.

Ist $\boldsymbol{x}' \in K$, so dass (19) und (20) erfüllt sind, so erhält man

$$\boldsymbol{h}_I^T \boldsymbol{x} + \boldsymbol{h}_{CI}^T \boldsymbol{a} \geq \sum_{i \in I} x_i + \sum_{i \in CI} (x_i - x_i') \geq p(\boldsymbol{x}) - p(\boldsymbol{x}') = p$$

für alle $I \subset \{1, 2, ..., n\}$, d. h. es gilt (18).

Es gelte umgekehrt (18) für alle relevanten $\boldsymbol{h}_I$. Für die nicht relevanten $\boldsymbol{h}_I$ ist selbstverständlich

$$\boldsymbol{h}_I^T \boldsymbol{x} \geq 0 \geq p - \boldsymbol{h}_{CI}^T \boldsymbol{a} \,,$$

also auch $\boldsymbol{h}_I^T \boldsymbol{x} \geq p - \boldsymbol{h}_{CI}^T \boldsymbol{a}$. Es sei nun

$$I = \{ i \mid x_i < a_i \}.$$

Wegen $\boldsymbol{h}_I^T \boldsymbol{x} + \boldsymbol{h}_{CI}^T \boldsymbol{a} \geq p$ existiert dann ein $\mu \in [0,1]$ mit

$$\mu \left(\sum_{i \in I} x_i + \sum_{i \in CI} a_i \right) = p \,.$$

Es sei $\boldsymbol{x}'$ der Punkt mit den Koordinaten

$$x_i' = \begin{cases} (1-\mu) x_i, & \text{falls } i \in I \\ x_i - \mu a_i, & \text{falls } i \in CI \end{cases} .$$

Dann ist offenbar $\boldsymbol{x}'$ ein Punkt in *K*, der den Ungleichungen (20) genügt. Wegen der Wahl von μ gilt hierfür

$$p(\boldsymbol{x}') = \sum_{i \in I} (1-\mu) x_i + \sum_{i \in CI} (x_i - \mu a_i) = p(\boldsymbol{x}) - p \,.$$

3.4 Konstruktion der Reservegebiete *S*

Der obige Satz 1 liefert hinreichende und notwendige Bedingungen (18) in Form linearer Ungleichungen zur Berücksichtigung der Forderung (i) und analoge Bedingungen zur Berücksichtigung der Forderung (ii). Da auch die Beziehungen (11) und (12) lineare Ungleichungen sind, erweist sich das Reservegebiet *S* als ein konvexes Polyeder, das nunmehr explizit bekannt ist.

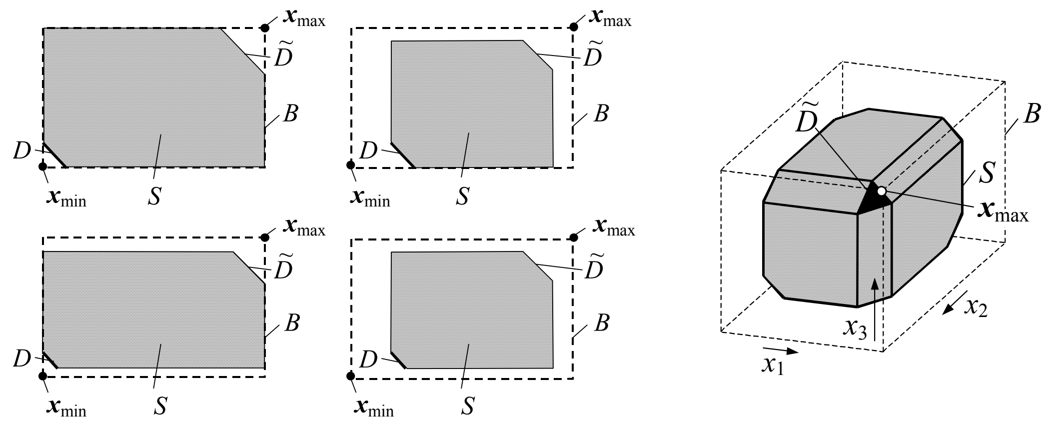

Bild 5: Beispiele möglicher Reservegebiete *S* für die Fälle $n = 2$ und n = 3 (links bzw. rechts). $\widetilde{D}$ ist analog zu *D* erklärt.

Für die Auswertung der Ungleichungen (18) sind zunächst alle Vektoren $\boldsymbol{h}_I$ zu bestimmen, die im Sinne der Beziehung (17) *relevant* sind. (Für $p > 0$ ist zumindest stets der Vektor $\boldsymbol{n}^T = (1,1,...,1)$ relevant.) Bild 5 zeigt Beispiele möglicher Reservegebiete S für die Fälle $n = 2$ und $n = 3$.

4. Nutzanwendungen für die Lösung der Grundaufgabe

4.1 Momentanoptimierung mit einfachen Reservebedingungen

Es werden n Kraftwerke betrachtet. Die von ihnen abgegebenen Leistungen seien $x_1, x_2, ..., \boldsymbol{x}_n$. Für jedes Kraftwerk gibt es je eine Leistungsunter- und –obergrenze (1). Dies entspricht den Nebenbedingungen (10) bzw. (11). Sie definieren einen *zulässige Arbeitsbereich* in Form eines achsenparallelen Quaders (das oben betrachtete Basisgebiet B). Eine aktuelle Leistungsaufteilung entspricht einem Punkt $\boldsymbol{x}$ in diesem Quader. Ferner sind für jedes Kraftwerk die Gradientenbedingungen (i) und (ii) (Abschnitt 3.2) einzuhalten.

Zu einem Zeitpunkt t_0 werde die aktuelle Leistungsaufteilung durch den Punkt $\boldsymbol{x}_0$ beschrieben. Die dazugehörige Leistung ist durch $p_0 = \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x}_0$ gegeben. Aus der Prognose ergebe sich, dass zu einem späteren Zeitpunkt t_1 die hiervon abweichende Leistung p_1 nachgefragt werden wird. Das Problem der Momentanoptimierung mit Berücksichtigung der einfachen Reservebedingungen besteht darin, diese neue Last „geeignet" auf die Kraftwerke aufzuteilen: Es ist ein neuer, von $\boldsymbol{x}_0$ aus *erreichbarer*, Punkt $\boldsymbol{x}_1 \in B$ zu ermitteln, für den $\boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x}_1 = p_1$ gilt, sofern dies überhaupt möglich ist. Das bedeutet, es kann maximal bzw. minimal die Leistung erbracht werden, die dem Punkt $\boldsymbol{x}_{\max}$ bzw. $\boldsymbol{x}_{\min}$ entspricht. Liegt die Anforderung p_1 außerhalb dieser Grenzen, so ist sie prinzipiell nicht erfüllbar. Die beste Näherung ist dann die Aufteilung $\boldsymbol{x}_{\max}$ bzw. $\boldsymbol{x}_{\min}$. Von $\boldsymbol{x}_0$ aus erreichbar innerhalb der Zeitspanne $\Delta t = t_1 - t_0$ mit $\Delta t > T$ sind wegen der Gradientenbedingungen (i) und (ii) (Abschnitt 3.2) alle Punkte $\boldsymbol{x} \in B$, die innerhalb eines *Erreichbarkeitsgebietes* $G(\boldsymbol{x}_0)$ in Form eines achsparallelen Quaders liegen (Bild 6). Die rechte obere und die linke untere Ecke des Erreichbarkeitsgebietes $G(\boldsymbol{x}_0)$ entsprechen der maximalen bzw. der minimalen Leistung, die vom Punkt $\boldsymbol{x}_0$ ausgehend innerhalb der Zeitspanne Δt erreichbar ist. Liegt die Anforderung p_1 außerhalb dieser Grenzen, so ist sie prinzipiell nicht erfüllbar. Sie kann dann nur noch bestmöglich durch Wahl einer Aufteilung erfüllt werden, die einem dieser beiden Eckpunkte entspricht.

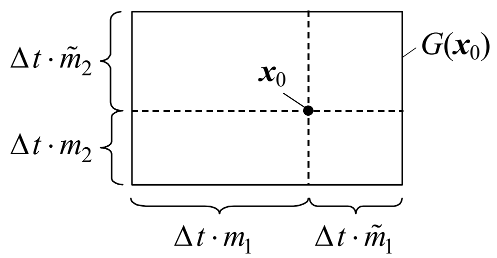

Bild 6: Erreichbarkeitsgebiet $G(\boldsymbol{x}_0)$ im Falle $n = 2$

Fall 1:

Falls die Leistungsanforderung p_1 durch einen Punkt $\boldsymbol{x}_1 \in S$ erfüllbar ist, sollte sie – möglichst kostengünstig – so vorgenommen werden. Hierdurch wird gewährleistet, dass die gewünschte summarische Betrags- und Gradientenreserve *zum Zeitpunkt* t_1 für die Regelung verfügbar ist (einfache Reservebedingung).

Fall 2:

Falls die Leistungsanforderung p_1 nicht durch eine Aufteilung $\boldsymbol{x}_1 \in S$ erfüllbar ist, werden alle Punkte $\boldsymbol{x}_1 \in B$ zugelassen. Dann soll ein Kompromiss herstellbar sein, der sowohl die Kosten wie auch den Grad der Verletzung der Reservebedingungen mit vorab gewählten Gewichtungsfaktoren berücksichtigt.

Im folgenden wird skizziert, wie die Fälle 1 und 2 unter Nutzung des in Abschnitt 3 dargelegten Ergebnisses lösbar sind. Der Fall 1 läuft darauf hinaus, dass im konvexen Polyeder

$$G(\boldsymbol{x}_0) \cap S \tag{21}$$

auf der Hyperebene

$$\boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x} = p_1 \tag{22}$$

eine quadratische Kostenfunktion minimiert wird. Hierzu wird aufgrund der Gl. (22) eine Variable, z. B. x_n, durch die übrigen ausgedrückt:

$$x_n = p_1 - x_1 - x_2 - \ldots - x_{n-1} \ . \tag{23}$$

Ferner werden die Ungleichungen vom Typ

$$\boldsymbol{h}^T \boldsymbol{x} = h_1 x_1 + h_2 x_2 + \ldots + h_n x_n \leq c \, ,$$

die das konvexe Polyeder (21) definieren, in Ungleichungen

$$(h_1 - h_n)x_1 + (h_2 - h_n)x_2 + \ldots + (h_{n-1} - h_n)x_{n-1} \leq c - h_n p_1 \tag{24}$$

umgewandelt, die sich nur noch auf die Variablen $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ beziehen. Die Beziehungen (24) werden mit $\hat{\boldsymbol{x}}^T = (x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$ in der vektoriellen Form

$$\hat{\boldsymbol{h}}^T \hat{\boldsymbol{x}} \leq \hat{c} \quad , \tag{25}$$

geschrieben. Ferner wird die zu minimierende quadratische Kostenfunktion $K(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ über die Beziehung (23) in eine quadratische Kostenfunktion $\hat{\boldsymbol{K}}(x_1, x_2, \ldots, x_{n-1})$ überführt. Damit verbleibt das Problem, die quadratische Funktion $\hat{\boldsymbol{K}}(\hat{\boldsymbol{x}})$ unter Nebenbedingungen der Form (25) zu minimieren. Dieses Problem kann mit Standardverfahren der quadratischen Optimierung gelöst werden (vgl. z. B. [9]).

Im Fall 2 wird die Forderung nach Einhaltung einer Reservebedingung abgeschwächt. Hierzu werden die Größen $p, \tilde{p}$ und T, die die Größe des Reservegebietes S bestimmen, stufenweise solange modifiziert, bis die Leistungsanforderung p_1 erfüllbar ist (p und $\tilde{p}$ werden verringert, T wird vergrößert).

4.2 Momentanoptimierung mit erweiterten Reservebedingungen

Die einfachen Reservebedingungen garantieren, dass jeweils in den Zeitpunkten $t_0, t_1, t_2, \ldots$, in denen die Momentanoptimierung durchgeführt wird, Aufteilungen $\boldsymbol{x}(t_j)$ erreicht werden, die den Reservebedingungen genügen. Um zu gewährleisten, dass die Reservebedingungen auch für alle Zwischenpunkte eingehalten werden, ist dafür zu sorgen, dass jeweils auf dem Wege von $\boldsymbol{x}(t_j)$ nach $\boldsymbol{x}(t_{j+1})$ nicht alle verfügbare Gradientenreserve beansprucht wird. Diese Zusatzbedingung verkleinert das Erreichbarkeitsgebiet.

Zur Präzisierung dieser Zusatzbedingung werden die Gradientenbedingungen (i) und (ii) (Abschnitt 3.2) auf das Zeitintervall $\Delta t = t_{j+1} - t_j$ umgerechnet. Daraus ergibt sich, dass in diesem Zeitintervall die Betragsreserve $p\Delta t / T$ bzw. $\tilde{p}\Delta t / T$ nach unten bzw. oben unter Einhaltung der Gradientenbedingungen (13) zur Umsetzung eines Regeleingriffs *zusätzlich* freigesetzt werden können muss. Die Frage, für welche Punkte $\boldsymbol{x}$ des Erreichbarkeitsgebietes diese Bedingung erfüllt ist, entspricht der oben gelösten Frage, für welche Punkte $\boldsymbol{x}$ des quaderförmigen Arbeitsgebietes B die Gradientenbedingungen (i) und (ii) (Abschnitt 3.2) erfüllt sind. Daher lässt sich zu jedem Punkt $\boldsymbol{x}_j$ analog ein verkleinertes Erreichbarkeitsgebiet $G'(\boldsymbol{x}_j)$ in Form eines konvexen Polyeders spezifizieren. Wird die neue Leistungsanforderung, von $\boldsymbol{x}_j$ ausgehend, durch einen Punkt $\boldsymbol{x}_{j+1} \in G'(\boldsymbol{x}_j)$ erfüllt, so ist gesichert, dass die erweiterte Reservebedingung im gesamten Intervall $t_j \le t \le t_{j+1}$ erfüllt ist.

4.3 Vorausschauende Optimierung

Wir beschränken uns auf den Fall der einfachen Reservebedingungen. Die Übertragung der Vorgehensweise auf den Fall der erweiterten Reservebedingungen erfolgt ebenso wie in Abschnitt 4.2 beschrieben.

Das Problem der *vorausschauenden Optimierung* besteht darin, ausgehend von der aktuellen Aufteilung $\boldsymbol{x}_0$ die prognostizierten Leistungswerte $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \ldots, \hat{p}_r$, die sich auf zukünftige Zeitpunkte $t_1 < t_2 < \ldots < t_r$ beziehen, simultan unter Berücksichtigung der Kosten und der genannten Nebenbedingungen aufzuteilen. Die gesuchte Lösung besteht also aus insgesamt r Aufteilungen $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots, \boldsymbol{x}_r$, die sich als Vektor $\tilde{\boldsymbol{x}}$ des $r \times n$-dimensionalen Raumes zusammenfassen lassen. Zu diesem Raum gehört ein Reservegebiet $\tilde{S}$. Es enthält alle Vektoren $\tilde{\boldsymbol{x}}$, für die die Einhaltung der Reservebedingungen zu allen Zeitpunkten $t_1, t_2, \ldots, t_r$ sichergestellt ist. Dieses Gebiet $\tilde{S}$ entsteht aus dem Kreuzprodukt der r gemäß Abschnitt 3.4 konstruierbaren Reservegebiete, die zu den n-dimensionalen Teilräumen gehören. Daher ist auch das Reservegebiet $\tilde{S}$ ein konvexes Polyeder. Ferner definieren wir zu der aktuellen Aufteilung $\boldsymbol{x}_0$ ein Erreichbarkeitsgebiet $\tilde{G}(\boldsymbol{x}_0)$ im $r \times n$-dimensionalen Raum. Es enthält ein Erreichbarkeitsgebiet $\widetilde{G}(\boldsymbol{x}_0)$ im $r \times n$-dimensionalen Raum. Es enthält alle Aufteilungen $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, ..., \boldsymbol{x}_r$, die, ausgehend von $\boldsymbol{x}_0$, unter Einhaltung der Reservebedingungen in den Zeitpunkten $t_1, t_2, ..., t_r$ erreichbar sind. Das Gebiet $\widetilde{G}(\boldsymbol{x}_0)$ wird durch die Ungleichungen

$$\begin{array}{ll} \boldsymbol{e}_i^T(\boldsymbol{x}_0 - \boldsymbol{x}_1) \le a_i, & \boldsymbol{e}_i^T(\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_0) \le \widetilde{a}_i \\ \boldsymbol{e}_i^T(\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2) \le a_i, & \boldsymbol{e}_i^T(\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1) \le \widetilde{a}_i \\ \vdots & \\ \boldsymbol{e}_i^T(\boldsymbol{x}_{r-1} - \boldsymbol{x}_r) \le a_i, & \boldsymbol{e}_i^T(\boldsymbol{x}_r - \boldsymbol{x}_{r-1}) \le \widetilde{a}_i \end{array}$$

jeweils für $i = 1, 2, ..., n$ definiert. Sie zeigen, dass $\widetilde{G}(\boldsymbol{x}_0)$ ebenfalls ein konvexes Polyeder ist. Folglich besteht das zu lösende Optimierungsproblem darin, im konvexen Polyeder $\widetilde{S} \cap \widetilde{G}(\boldsymbol{x}_0)$ die kostenoptimale Aufteilung $\widetilde{\boldsymbol{x}}^T = \left(\boldsymbol{x}_1^T, \boldsymbol{x}_2^T, ..., \boldsymbol{x}_r^T\right)$ zu bestimmen, für die die Beziehungen

$$\boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x}_1 = p_1, \ \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x}_2 = p_2, \ ..., \ \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x}_r = p_r \tag{26}$$

gelten. Die Beziehungen (26) besagen, dass die optimale Aufteilung $\widetilde{\boldsymbol{x}}$ in $\widetilde{S} \cap \widetilde{G}(\boldsymbol{x}_0)$ im Schnittgebilde von insgesamt r Hyperebenen, d. h. in einem $r \times$ (n-1)-dimensionalen konvexen Polyeder zu suchen ist. Analog zur Beziehung (24) kann man unter Verwendung der Beziehungen (26) aus den Ungleichungen, die das konvexe Polyeder $\widetilde{S} \cap \widetilde{G}(\boldsymbol{x}_0)$ definieren, jeweils aus jeder der r Aufteilungen $\boldsymbol{x}_i$ eine Komponente eliminieren. Damit liegt wiederum ein Standardproblem der quadratischen Optimierung vor.

Sollte sich keine Lösung ergeben, so wird das Problem durch eine geeignete Lockerung der gestellten Anforderungen lösbar gemacht. In erster Linie kann man analog zur obigen Vorgehensweise die Reservebedingungen lockern und damit das Reservegebiet $\widetilde{S}$ vergrößern bis hin zu einem vollständigen Verzicht auf eine Reserveforderung. Zweitens kann man die Forderung (26) nach einer exakten Erbringung der zu den Zeitpunkten t_j prognostizierten Leistungen $\hat{p}_j$ durch Forderungen der Form

$$\hat{p}_j - \varepsilon_j \le \boldsymbol{n}^T \boldsymbol{x}_j \le \hat{p}_j + \varepsilon_j, j = 1, 2, ..., r \tag{27}$$

in Verbindung entweder mit der Bedingung

$$\widetilde{\boldsymbol{n}}^T \widetilde{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{r}(\hat{p}_1 + \hat{p}_2 + ... + \hat{p}_r) \tag{28}$$

oder mit der Bedingung

$$\frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r} \hat{p}_j - \varepsilon_j \le \widetilde{\boldsymbol{n}}^T \widetilde{\boldsymbol{x}} \le \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r} \hat{p}_j + \varepsilon_j \tag{29}$$

ersetzen. Darin ist $\tilde{\boldsymbol{n}}$ der $r \times n$-dimensionalen Vektor, dessen Komponenten sämtlich 1 sind. Die Forderungen (27) und (28) bedeuten, dass die Prognosewerte $\hat{p}_j$ nicht exakt, sondern innerhalb wählbarer Grenzen so eingehalten werden sollen, so dass der Mittelwert der erbrachten Leistungen mit dem Mittelwert der Anforderungen übereinstimmt. Die Forderungen (27) und (29) bedeuten, dass die zu den Zeitpunkten t_j gehörigen Prognosewerte $\hat{p}_j$ nicht exakt, sondern innerhalb wählbarer Grenzen so eingehalten werden, dass der erbrachte Mittelwert höchstens jeweils um den Betrag ε_j vom Mittelwert der Anforderungen abweicht. In beiden Fällen liegt wieder ein Standardproblem der quadratischen Optimierung vor.

Bei der Kraftwerksführung ist man außer an einer Minimierung der Erzeugungskosten und einer Einhaltung der Reservebedingungen im Interesse einer Schonung der Kraftwerke auch an der Vermeidung einer zu großen Sollwertunruhe interessiert. Diesen Gesichtspunkt kann man durch eine zusätzliche Beschränkung der Änderung des Gradienten oder dadurch berücksichtigen, dass man in die zu minimierende Kostenfunktion einen quadratischen Term hinzufügt, der die Sollwertunruhe bestraft [1, 2, 3, 4, 5, 6]. Dann liegt ein Optimierungsproblem mit zwei quadratischen Zielfunktionen vor, und es kommt darauf an, eine Lösung aus der zugehörigen Paretomenge zu bestimmen, die einen günstigen Kompromiss hinsichtlich der Kosten und der Sollwertunruhe repräsentiert. Diese Forderung kann allerdings die Dynamik der Kraftwerke u. U. unnötig stark einschränken. Alternativ kann man eine vorwählbare Sollwertruhe durch Nebenbedingungen der Form

$$-\varepsilon_i \le x_{i,j+2} + x_{i,j} - 2x_{i,j+1} \le \varepsilon_i$$

für die Sollwerte jedes Kraftwerks i zu aufeinander folgenden Zeitpunkten t_j, t_{j+1}, t_{j+2} mit positiven Werten ε_i erzwingen. Beide Vorgehensweisen sind mit Standardverfahren der quadratischen Optimierung lösbar.

5. Schlussfolgerungen und Ausblick

Die mit dem hier vorgestellten Verfahren erzielten Fortschritte bestehen darin, dass es nicht nur suboptimal, sondern strikt optimal arbeitet und dabei nicht nur die einfachen, sondern auch die erweiterten Reservebedingungen berücksichtigt. Mit Hilfe der erstellten offlinetauglichen Implementierung dieses Verfahrens wurde anhand archivierter Daten ermittelt, dass das früher entwickelte echtzeitfähige suboptimale Verfahren meistens optimale oder nahezu optimale Ergebnisse liefert. Allerdings wird es in bestimmten Situationen nennenswert von dem hier vorgestellten *optimalen* Verfahren übertroffen. Dieses prinzipielle Verbesserungspotential des neuen Verfahrens lässt sich u. U. auch praktisch nutzen, da es unter Nutzung neuester Strategien zur quadratischen Optimierung möglich erscheint, das Verfahren auch echtzeitfähig zu realisieren.

Die jüngst vollzogene Liberalisierung des Energiemarktes hat die bisher von einem EVU zu lösenden Aufgaben grundlegend geändert. An die Stelle bisheriger fester Zuordnungen von Verbrauchern und Ressourcen zu den EVU treten für die im Europäischen Energieverbund zusammengeschlossenen EVU zur Ermöglichung eines Wettbewerbs nunmehr aushandelbare

Verträge. Hierdurch stellen sich wesentlich komplexere Entscheidungen, die mangels systematischem optimalem Verfahren derzeit nach heuristischen Kriterien bzw. „von Hand“ getroffen werden. Möglicherweise kann das optimale Lösungsverfahren des ursprünglichen Problems als Baustein für die Lösung des jetzt komplexeren Problems dienen.

Hiervon ist unberührt, dass sich das vom optimalen Verfahren gelöste Problem – Versorgung eines festen Verbraucherkreises mit festen Ressourcen – nach wie vor überall dort stellt, wo eine Inselsituation vorliegt.

Schließlich könnte sich das hier gelöste Optimierungsproblem u. U. auch in ganz anderen Anwendungen stellen, wo Verbraucher nicht mit elektrischer Leistung, sondern mit einer anderen Art von Leistung, deren Erzeugung den hier behandelten Nebenbedingungen unterliegt, aus einem Ressourcenpark kostenoptimal zu versorgen sind.

Danksagung

Die Autoren danken den Herren Dr. rer.-nat. J. Fliege und Dipl.-Ing. D. Schauten für die kritische Durchsicht des Manuskriptes sowie für die Implementierung und simulatorische Untersuchung des hier vorgestellten Verfahrens. Die dabei erzielten Ergebnisse sollen in einer nachfolgenden Publikation beschrieben werden.

Literatur

[1] Kiendl, H., Albrecht, J.: Verfahren zur sequentiellen Vorsteuerung eines Prozesses. Deutsches Patent 195 10 343, 1995

[2] Albrecht, J., Kiendl, H., Stelzner, P., Albers, K.: A new approach to automatic generation control and economic dispatch for real-time closed loop operation. In 12th Power Systems Computation Conference (PSCC), S. 1163 – 1169, Dresden, 1996

[3] Albrecht, J.: Vorausschauende optimale Steuer- und Regelstrategien zur Verbesserung der Kraftwerksführung. VDI-Fortschrittberichte Reihe 8 Nr. 616, Düsseldorf, VDI-Verlag 1997

[4] Albrecht, J., Kiendl, H., Albers, K., Stelzner, P.: Vorausschauende wirtschaftliche Lastaufteilung mit Reserveoptimierung durch ein Kraftwerksführungssystem. In: VDI-Berichte 1282, GMA-Kongreß 1996: Meß- und Automatisierungstechnik, S. 249 – 258, 1996

[5] Linke, K.: Kraftwerksführungssysteme der Verbundebene. Zeitschrift für Energiewirtschaft, Recht, Technik und Umwelt, Heft 10, S. 618 – 624, 1996

[6] Jessen, H.: Dynamische Lastaufteilung in elektrischen Energieversorgungssystemen. Forschungsbericht Nr. 0297 der Universität Dortmund, Fakultät für Elektrotechnik, ISSN 0941-4169

[7] Jessen, H.: Test- und Bewertungsverfahren zur regelbasierten Modellierung und Anwendung in der Lastprognose. VDI-Fortschrittberichte Reihe 8 Nr. 836, Düsseldorf, VDI-Verlag 2000

[8] Schauten, D., Slawinski, T., Kiendl, H.: Datenbasierte Generierung von situationsbezogenen Entscheidungsregeln für die Kraftwerksführung. Interner Bericht CI 110/01 in: Reihe Computational Intelligence, Sonderforschungsbereich 531, ISSN 1433-3325, Universität Dortmund, 2001

[9] Bronstein, I. N., Semendjajew, K. A., Musiol, G., Mühlig, H.: Taschenbuch der Mathematik. Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main, 1995, S. 726 - 729