

VOLBERS, Gudula; SCHUKAJLOW, Stanislaw; GREEFRATH, Gilbert & KRAWITZ, Janina

Münster, Münster, Münster, Paderborn

Skizzennutzung im Lösungsprozess nicht linearer Geometrieprobleme - eine Eyetrackingstudie

Das Anfertigen einer Skizze ist eine leistungsstarke Strategie beim mathematischen Problemlösen; jedoch wirkt es sich im Gegensatz dazu bei nicht linearen Geometrieproblemen negativ auf die Leistung der Lernenden aus. (De Bock et al., 2007; Krawitz & Schukajlow, 2020). Die Reanalyse der Daten der Studie von Krawitz & Schukajlow (2020) hat ergänzend zu bereits bekannten Befunden wichtige Gründe für den negativen Effekt der Skizzenerstellung aufgezeigt (Volbers et al., 2023). Häufig blieb jedoch offen, ob und wie die erstellte Skizze den Lösungsprozess beeinflusst hat. Hier soll eine Eye Tracking Studie Aufschluss geben.

Skizzen und nicht lineare Geometrieprobleme

Das Zeichnen einer Skizze kann als Problemlösestrategie beim Verstehen des Problems, bei der Suche nach geeigneten Lösungsverfahren und bei der Planung und Überwachung des Lösungsprozesses helfen (Rellensmann, 2019). Wichtige Faktoren für eine positive Wirkung der Skizzenerstellung sind die Skizzenqualität sowie das strategische Wissen über das Erstellen und den Nutzen einer Skizze im Problemlöseprozess (Rellensmann, 2019). Auf die Leistung bei der Lösung nicht linearer Geometrieprobleme in Form von Aufgaben zur Berechnung von Flächeninhalten skalierte Figuren (Abb.1) hat das Zeichnen einer Skizze auch bei guter Skizzenqualität einen negativen Effekt (De Bock et al., 2007; Krawitz & Schukajlow, 2020). Die bei diesen Aufgabentypen typische lineare Übergeneralisierung, also die Anwendung linearer Modelle in nicht linearen Situationen, wird sogar verstärkt (De Bock et al., 2007).

Aufgabe 1:

Die Seitenlänge von einem Quadrat C ist 12-mal größer als die Seitenlänge von Quadrat D. Wenn der Flächeninhalt von C 1440 cm^2 ist, wie groß ist dann der Flächeninhalt von Quadrat D?

Berechnungen oder Überlegungen:

$1440\text{ cm}^2 : 12 = 120\text{ cm}^2$

Abb. 1: Lösungsbeispiel Testheft K, Nr. 153 (Krawitz & Schukajlow, 2020)

Für eine lineare Übergeneralisierung werden in der Forschung verschiedene Gründe genannt: 1. Es besteht eine tatsächliche bereits vorhandene oder im Lösungsprozess entwickelte lineare Fehlvorstellung. 2. Lineare Lösungen entstehen durch Anwendung von Oberflächenstrategien, die möglicherweise

durch die Verarbeitung oberflächlicher Aufgabenmerkmale gefördert werden. 3. Lineare Lösungen werden aufgrund fehlender Alternativen angegeben (De Bock et al., 2007). Wie Volbers et al. (2023) zeigten, bewirkte die Skizzenerstellung zur signifikanten Zunahme linearer Übergeneralisierungen auch eine signifikante Zunahme falscher Lösungen durch die Berechnung der Maße der gezeichneten Figur. Vermuteter Grund für die Zunahme der linearen Übergeneralisierungen ist eine Fokussierung der Schüler:innen auf lineare Tätigkeiten durch das Erstellen der Skizze, jedoch bewirkte auch eine Intervention, die die Aufmerksamkeit auf die Fläche als zu errechnende Größe lenkt, keine verbesserte Leistung. Oft wurde durch die nachträgliche Analyse nicht ersichtlich, welche Rolle die Skizze im Lösungsprozess gespielt hat. Die Aufzeichnung und Analyse von Blickdaten ermöglicht unter Annahme der Gültigkeit der Eye-Mind-Hypothese das Entdecken von Lösungsansätzen und Strategien, die in den notierten Lösungen nicht sichtbar sind, und soll hier die Beantwortung folgender Forschungsfragen ermöglichen:

1. Welche Gründe lassen sich für die lineare Übergeneralisierung identifizieren?
2. Wann und wie wird die Skizze – erkennbar in Handlung und Blickbewegung – in Abhängigkeit vom Lösungsweg im Lösungsprozess genutzt?

Zur Einordnung der oben genannten Gründe für die lineare Übergeneralisierung sowie der Nutzung der Skizze im Problemlöseprozess wurde für die Datenanalyse von der Erstautorin basierend auf den Modellen von Pólya (1945) und Gick (1986) ein Modell des Problemlösens entwickelt:

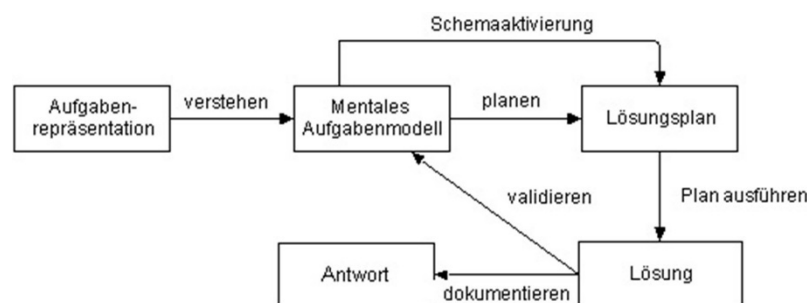


Abb. 2: erweitertes Modell eines Problemlösekreislauf

Methode

Die Stichprobe umfasst 23 Schüler:innen (15 weiblich, $M = 16,1$ Jahre) der Sekundarstufe II von zwei Gymnasien und einer Gesamtschule. 5 Schüler:innen wurden aufgrund von Kalibrierungsproblemen oder durchgehend fehlerhafter Skizzen von der weiteren Analyse ausgeschlossen. Die Datenerhebung erfolgte durch Aufzeichnung der Blickbewegungen bei der Aufgaben-

bearbeitung mit Hilfe der Brille Tobii Pro Glasses 3 sowie einem direkt anschließenden Stimulated Recall Interview, in dem die Schüler:innen basierend auf dem Gazereplay der Aufgabenbearbeitung ihren Lösungsweg mit Fokus auf erkennbare Blickbewegungen zu den Skizzen erklärten. Für die Studie wurden die Aufgabe zur Skalierung eines Quadrates (Abb. 1) und eine analoge Aufgabe zum Kreis aus der Studie von Krawitz & Schukajlow (2020) ausgewählt und hinsichtlich der Formatierung an die Erfordernisse der Eyetracking-Erhebung angepasst. Die Studie wurde in zwei experimentellen Bedingungen durchgeführt, zu denen die Schüler:innen randomisiert zugewiesen wurden. Die Experimentalgruppe Z wurde aufgefordert, vor der Bearbeitung der Flächenberechnungsaufgabe eine Skizze der verkleinerten Figur anzufertigen, Experimentalgruppe ZQ sollte zusätzlich die Fläche der gezeichneten Figur schraffieren. Die Blickdatenvideos wurden hinsichtlich der erkennbaren Handlungen und Äußerungen sowie der Blickbewegungen analysiert. Die Kodierung der Blickbewegungen erfolgte deduktiv-induktiv auf Basis eines erprobten Kategoriensystems (Thomanek et al., 2022). Weiter erfolgte eine Sequenzierung mit Hilfe des Problemlösemodells (Abb. 2) und eine Triangulation mit den Daten der Stimulated Recall Interviews. Für die Analyse der Blickmetriken wurden Areas of Interest für die relevanten Bereiche des Arbeitsblattes (Aufgabenstellungen, Skizzenbereiche, Bereiche für Rechnung und Antwort) definiert und Zeitstempel gesetzt, die eine Untersuchung gemäß den Phasen des Lösungsprozesses ermöglichen (Abb. 2).

Ergebnisse und Diskussion

Die Entscheidung für die lineare Rechnung ließ sich immer der Phase des Ausdenkens eines Plans zuordnen. Eine Schemaaktivierung aufgrund einer wirklichen Fehlvorstellung wurde nicht identifiziert. Als Grund für die lineare Übergeneralisierung zeigte sich in Übereinstimmung mit der zweiten und dritten der oben beschriebenen Vermutungen entweder die Anwendung einer Oberflächenstrategie oder das Fehlen einer Alternative. Hier ging der linearen Übergeneralisierung teils ein nicht immer notierter Lösungsansatz mit Hilfe der Skizzenmaße voraus. Nur einmal schien die Wahl des linearen Lösungswegs durch die Übertragung des linearen Rechenwegs begründet. Der negative Effekt der Skizzenerstellung lässt sich demnach weniger durch die von De Bock et al. (2007) und Krawitz & Schukajlow (2020) vermutete Fokussierung auf lineare Tätigkeiten, sondern eher durch eine vorangegangene erfolglose Skizzennutzung erklären. Die von Volbers et al. (2023) beschriebene fälschliche Angabe des Flächeninhalts der kleinen Skizze als Ergebnis trat in auch hier auf. Nur eine Schülerin verwendete die Skizzen zur Herleitung des Größenverhältnisses der Quadrate (Blickbewegung siehe Abb.3.1), eine Übertragung auf die Kreis Aufgabe gelang ihr nicht. Weiter zeigte die

Blickbewegungsanalyse, dass auch bei Wahl eines anderen Lösungsweges eine oder beide Skizzen in verschiedenen Phasen des Problemlöseprozesses genutzt wurden: Zum Verstehen der Aufgabe, während der Planung – beispielsweise zum Erinnern an Berechnungsverfahren (Abb. 3.2) – oder im Rahmen einer Validierung durch Abschätzen der Größenverhältnisse der Skizzen (Abb. 3.3). Die Validierung blieb oft oberflächlich oder das lineare Ergebnis wurde trotz erkannter Unstimmigkeit beibehalten.

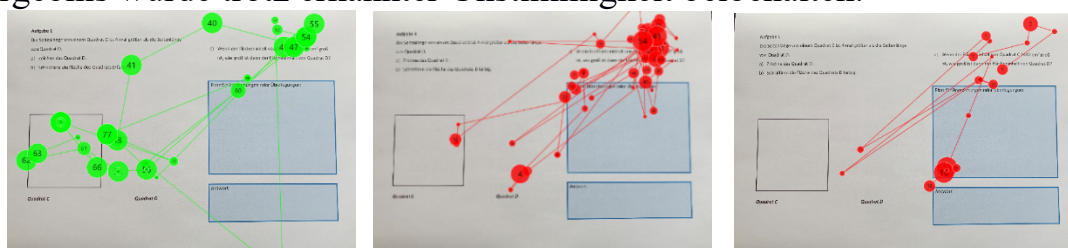


Abb. 3: beispielhafte Blickbewegungen

Wie die Aussagen im Stimulated Recall Interview andeuten, fehlen für eine erfolgreiche Skizzennutzung erstens häufig das von Rellensmann (2019) als Voraussetzung genannte strategische Wissen und zweitens Grundvorstellungen zu Flächeninhalten und Ähnlichkeit. In einem nächsten Schritt sollen mögliche Zusammenhänge zwischen skizzenbezogenen Blickmustern und -metriken und (nicht)erfolgreicher Skizzennutzung gesucht werden. Zudem soll geprüft werden, ob es Unterschiede in der Skizzennutzung zwischen den Experimentalgruppen sowie die Form der Figur betreffend gibt.

Literaturverzeichnis

- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2007). *The Illusion of Linearity: From Analysis to Improvement*. NY: Springer US
- Gick, M. (1986). Problem-Solving Strategies. *Educational psychologist* 21.1 (1986): 99–120. Web
- Krawitz, J., & Schukajlow, S. (2020). When can making a drawing hinder problem solving? Effect of the drawing strategy on linear overgeneralizations and problem solving. *Frontiers in Psychology*, 11(506). DOI: 10.3389/fpsyg.2020.00506
- Rellensmann, J. (2019). *Selbst erstellte Skizzen beim mathematischen Modellieren. Ergebnisse einer empirischen Untersuchung*. Springer.
- Pólya, G. (1945). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press
- Thomaneck, A., Vollstedt, M., & Schindler, M. (2022). What can eye movements tell about students' interpretations of contextual graphs? A methodological study on the use of the eye-mind hypothesis in the domain of functions. *Frontiers in Education*, 7. DOI: 10.3389/educ.2022.1003740
- Volbers, G., Schukajlow, S., Greefrath, G., & Krawitz, J. (2023). Zeichnen einer Skizze-(K)eine geeignete heuristische Strategie zur Lösung nicht-linearer Probleme? In IDMI-Primar Goethe-Universität Frankfurt (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2022* (S. 231-234). WTM-Verlag