LIEBEN, Christoph
Berlin

Agentenbasierte Modellierung im Mathematikunterricht – Potenziale und Herausforderungen anhand eines Beispiels

Agentenbasierte Modellierung und ihr didaktisches Potenzial

Die zentrale Idee der agentenbasierten Modellierung besteht darin, komplexe Systeme über das Verhalten und die Interaktion vieler individueller Agenten zu modellieren. Während zum Beispiel klassische Modelle zur Ausbreitung von Infektionskrankheiten globale Annahmen über die Entwicklung der Krankenzahlen in Form von Differentialgleichungen treffen, simuliert ein agentenbasiertes Modell die Kontakte und Übertragungen auf Agentenebene und generiert die benötigten Daten aggregativ (vgl. z. B. Hunter et al., 2018).

Die Erstellung eines agentenbasierten Modells ist in der Regel stark von der informatischen Implementierung geprägt, weshalb solche Modelle bisher kaum aus mathematikdidaktischer Perspektive untersucht wurden. Dabei sind viele agentenbasierte Modellierungsansätze auch für den Mathematikunterricht interessant. Das liegt vor allem an zwei Gründen:

- Die mathematische Beschreibung der Agenten und ihres Verhaltens ist oft schon mit elementarer (Schul-)Mathematik so möglich, dass substanzielle Erkenntnisse über die Realsituation gewonnen werden können.
- Die Möglichkeit zur intuitiven Modellierung menschlichen Verhaltens und sozialer Interaktion eröffnet einen mathematischen Zugang zu vielen gesamtgesellschaftlich relevanten Phänomenen.

Die Auseinandersetzung mit agentenbasierten Modellen kann deshalb dazu beitragen, gerade auch jene Ziele des Modellierens im Mathematikunterricht anzusprechen, die oft nur schwierig zu erreichen sind. Im Folgenden soll das anhand eines konkreten Beispiels illustriert werden.

Ein Beispiel: Meinungsbildung in sozialen Netzwerken

Hązła et al. (2019) haben ein agentenbasiertes Modell zur Entwicklung und Verbreitung von Meinungen in sozialen (Online-)Netzwerken entwickelt, das mit elementarer analytischer Geometrie auskommt und daher auch für Schüler*innen zugänglich gemacht werden kann. Thematisch wird so ein echter Bezug zur Lebenswelt der Schüler*innen hergestellt. Darüber hinaus bietet das Beispiel ihnen einen selten authentischen Einblick in die außerschulische Mathematik und dient dadurch einer ausgewogenen Darstellung der Wissenschaft Mathematik (vgl. Borromeo Ferri et al., 2013, S. 20).

Wir betrachten eine Gruppe von Personen mit vorgegebenen Meinungen zu

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.
57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0

zwei verschiedenen Themen. Besonders interessant ist es hier, mutmaßlich eher schwach korrelierte Themen zu wählen; zum Beispiel die Einstellung zur Einführung eines kostenlosen Nahverkehrs einerseits und die Gesinnung gegenüber einem bestimmten Fußballverein andererseits.

Die Meinung eines Agenten lässt sich als Vektor $\vec{o}$ in der euklidischen Ebene darstellen. Jede Koordinate des Vektors repräsentiert die Einstellung des Agenten zu einem der Themen. Bei der konkreten Quantifizierung müssen aber bereits die ersten Modellierungsannahmen getroffen werden. Es scheint sich zunächst anzubieten, für beide Koordinaten einen Wert zwischen -1 (für totale Ablehnung) und 1 (für totale Zustimmung) zu wählen. Auf diese Weise erhalten wir zunächst ein statisches Modell des Meinungsgefüges.

Nun modellieren wir die Reaktion der Agenten auf eine sogenannte Intervention innerhalb dieses Gefüges. Das kann zum Beispiel ein viraler Beitrag einer Influencerin sein – oder eine neue Werbekampagne, in der Fußballer für kostenlosen Nahverkehr werben. In jedem Fall ordnen wir einer solchen Intervention einen eigenen Vektor $\vec{v}$ zu. Nun müssen wir noch Annahmen darüber treffen, wie die bisherige Meinung eines Agenten durch die Intervention beeinflusst wird. Soziologische Studien legen nahe, dass Personen entgegenkommend auf Meinungen reagieren, denen sie selbst zustimmen, während gegenteilige Meinungen Abwehrreflexe hervorrufen (vgl. Hązła et al., 2019, S. 7). Der aktualisierte Meinungsvektor $\vec{o}'$ unseres Agenten soll sich also aus seinem bisherigen Meinungsvektor $\vec{o}$ und dem Interventionsvektor $\vec{v}$ zusammensetzen, wobei letzterer noch mit einem „Zustimmungsfaktor" gewichtet werden soll. Ein naheliegendes Maß für diese Zustimmung ist das (Standard-)Skalarprodukt. So erhalten wir die Aktualisierungsformel

$$\vec{o}' \coloneqq \vec{o} + \langle \vec{o}, \vec{v} \rangle \cdot \vec{v}.$$

Das Skalarprodukt sorgt dafür, dass sich der Winkel zwischen Meinungs- und Interventionsvektor verkleinert, wenn $\vec{o}$ und $\vec{v}$ beide etwa in dieselbe Richtung zeigen, aber vergrößert, wenn sie in entgegengesetzte Richtungen zeigen. Hier wird die Vorstellung des Skalarproduktes als Ähnlichkeitsmaß vertieft. Die Festigung mathematischer Begriffe ist wiederum ein typisches Motiv für Modellierungsaufgaben (vgl. Borromeo Ferri et al., 2013, S. 20).

Experimentiert man, idealerweise mithilfe einer dynamischen Geometrie-Software, nun etwas mit dem Modell, fällt schnell auf, dass die Koordinaten der Vektoren den festgelegten Wertebereich $[-1,1]$ verlassen können, was zu einer ersten Revision Anlass gibt: Wir normieren alle Vektoren. Dabei sollte unbedingt diskutiert werden, dass durch eine solche Normierung die Darstellbarkeit verschiedener Meinungen eingeschränkt wird.

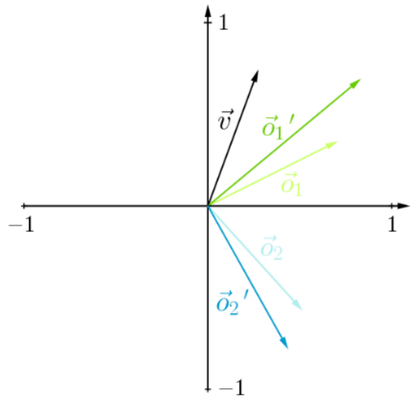

Abb. 1: Der Einfluss einer Intervention $\vec{v}$ auf die Meinungen $\vec{o}_1$ und $\vec{o}_2$

Liegt schließlich ein funktionales Modell vor, gilt es, die Entwicklung eines Gesamtsystems über einen gewissen Zeitraum zu simulieren. Es liegt in der Natur agentenbasierter Modelle, dass dieser Prozess rechnerisch aufwendig ist und meistens von Computern übernommen wird. Doch tatsächlich lassen sich oft schon bei einer kleineren Anzahl von Agenten und nach nur wenigen Zeitschritten belastbare Beobachtungen machen. Verteilt man die benötigten Berechnungen auf viele Schüler*innen, ist eine Simulation theoretisch sogar mit Stift und Papier möglich.

So zeigt sich: Schon nach wenigen Interventionen ist eine recht deutliche Polarisierung der Meinungsvektoren zu erkennen – wie sie tatsächlich auch in realen Netzwerken beobachtet wird (vgl. Hązła et al., 2019, S. 1).

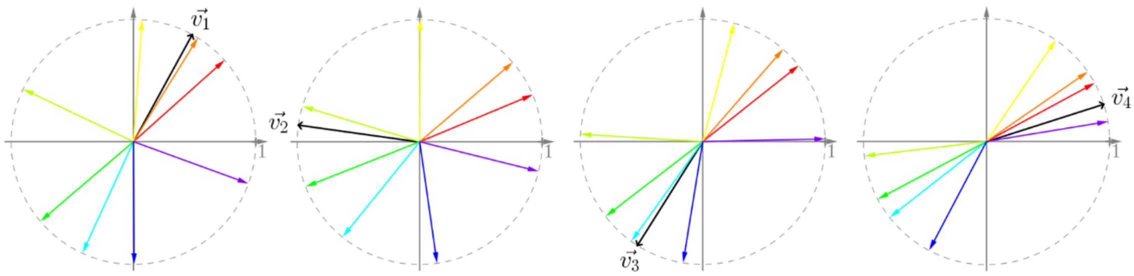

Abb. 2: Zunehmende Polarisierung durch sukzessive Interventionen

Innerhalb des Modells lässt sich diese Beobachtung leicht auf die zentrale Annahme zur Meinungsbildung zurückführen. Die Rückinterpretation in die reale Welt gibt hier Anlass, verbreitete Verhaltensmuster zu hinterfragen.

An dieser Stelle ergeben sich nun verschiedenste Möglichkeiten zum selbstständigen Problemlösen. Es lässt sich ermitteln, welche Interventionen der Polarisierung entgegenwirken können oder wie sich eine Influencerin über einen Zeitraum hinweg positionieren muss, um möglichst viele Personen an sich zu binden. Für Schüler*innen bietet sich damit die Gelegenheit, mithilfe von Mathematik etwas über gesellschaftliche Phänomene zu lernen – ganz im Sinne der ersten Winterschen Grunderfahrung (vgl. Winter, 1995).

Diskussion und Ausblick

Das oben skizzierte Beispiel macht deutlich, dass es durchaus möglich ist, im Mathematikunterricht agentenbasiert zu arbeiten, ohne das betreffende Modell tatsächlich implementieren zu müssen. Viele der didaktischen Ziele mathematischer Modellierung können dabei bedient werden. Darüber hinaus sind durch den beständigen Wechsel zwischen Modellierung auf der Mikroebene und Beobachtung auf der Makroebene auch positive Effekte auf das systemische Denken von Schüler*innen zu erwarten.

Andererseits offenbaren sich hier aber auch didaktische Herausforderungen. Insbesondere steht zur Debatte, inwiefern eine Unterrichtssequenz wie die oben beschriebene tatsächlich als Beispiel für mathematisches Modellieren im Sinne des Durchlaufens eines Modellierungskreislaufs gelten kann. Es scheint unumgänglich, die zentralen Mathematisierungsideen vorzugeben, wodurch ein zentraler Aspekt des Modellierens verwässert wird. Nicht die Modellierung, sondern das Modell avanciert zum Unterrichtsgegenstand. Dann allerdings wird den Schüler*innen die Möglichkeit gegeben, zwischen inner- und außermathematischer Welt zu wechseln.

Außerdem sollte festgehalten werden, dass mit Ausnahme des Aspektes der Wissenschaftskommunikation alle Potenziale der Sequenz erhalten bleiben, wenn gar nicht explizit gemacht wird, dass es sich um eine bestimmte Art der Modellierung handelt. Es bleibt allerdings zu untersuchen, inwiefern eine systematische Einführung in die agentenbasierte Modellierung langfristig dazu beiträgt, dass Schüler*innen entsprechende Mathematisierungen selbstständig entwickeln können.

Literatur

Borromeo Ferri, R., Greefrath, G. & Kaiser, G. (2013). *Mathematisches Modellieren für Schule und Hochschule*. In Springer eBooks. https://doi.org/10.1007/978-3-658-01580-0

Hązła, J., Yan, J., Mossel, E. & Ramnarayan, G. (2019). *A geometric model of opinion polarization*. arXiv (Cornell University). https://doi.org/10.48550/arxiv.1910.05274

Hunter, E., Mac Namee, B. & Kelleher, J. D. (2018). A comparison of Agent-Based models and equation based models for infectious disease epidemiology. *AICS*, 33–44. https://doi.org/10.21427/rtq2-hs52

Winter, H. (1996). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 4*(2), 35-41. https://doi.org/10.1515/dmvm-1996-0214