

MÄHNERT, Jessica & ERATH, Kirstin
Halle (Saale)

Inventarisierung des bedeutungsbezogenen Denkwortschatzes für die Division von natürlichen Zahlen

In der Grundschule wird die Division natürlicher Zahlen vor allem im Kontext des Verteilens und Aufteilens gelernt (Padberg, 1997). Padberg (2002) zeigte, dass weder das Verteilen noch das Aufteilen als anschauliche Vorstellungen zur Erarbeitung der Division von Brüchen zur Verfügung standen und erst anschaulich erarbeitet werden müssen. Um nun diese Vorstellungen aufzubauen und inhaltliches Denken zu fördern, sind nicht nur formalbezogene Sprachmittel erforderlich, sondern vor allem solche, die zum Erklären von Bedeutung relevant sind (Prediger, 2017). Vor diesem Hintergrund werden Grundschullehrbücher der Klassenstufe 2 analysiert, um den für das mathematische Thema der Division natürlicher Zahlen relevanten Sprachschatz zu spezifizieren.

Theoretischer Hintergrund

Um ein Verständnis für die Division zu entwickeln und die flexible Nutzung der zugrundeliegenden mathematischen Konzepte in unterschiedlichen Kontexten zu fördern, greifen wir auf das von Prediger (2017) formulierte Konzept des gestuften Sprachschatzes zurück. Das Konzept verschränkt sukzessiven Aufbau inhaltlicher Vorstellungen zu mathematischen Konzepten mit dem sukzessiven Aufbau eines passenden Sprachschatzes. Es beschreibt ein Vorgehen, das von der Alltagssprache bis zur fachlichen Bildungssprache reicht und vier Stufen unterscheidet: (1) eigensprachliche Ressourcen der Lernenden, (2) bedeutungsbezogener Denkwortschatz, (3) formalbezogener Denkwortschatz und (4) kontextbezogener Lesewortschatz. Eine gezielte Sprachschatzarbeit, die im Rahmen des Mathematikunterrichts in Kombination mit diskursiver Sprachförderung organisiert wird, kann eine wesentliche Unterstützung für die Konzeptbildungsprozesse der Lernenden darstellen (Prediger, 2017). Dabei ist es entscheidend, dass die Sprachförderung dem Fachinhalt dient und die entsprechenden sprachlichen Mittel parallel zur Entwicklung der Fachkompetenz erlernt werden (Pöhler, 2018). Aus Platzgründen wird in diesem Beitrag der Fokus auf der Kategorie des bedeutungsbezogenen Denkwortschatzes gelegt, da dieser eine zentrale Rolle im inhaltlichen Denken über die Division spielt, den Vorstellungsaufbau der Lernenden maßgeblich beeinflussen kann und für das Erklären von Bedeutung notwendig ist. Soll der bedeutungsbezogenen Denkwortschatz spezifiziert werden, müssen nach Prediger (2017) folgende Fragen beantwortet werden: *Welche Satzbausteine und grafischen Darstellungen sind erforderlich, um*

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

die Bedeutung der Division zu vermitteln? Welche dieser sprachlichen Mittel sollen die Lernenden in ihren produktiven Wortschatz übernehmen und welche sind für den rezeptiven Wortschatz notwendig? Eine empirische Untersuchung von Lehrbüchern eignet sich für die Beantwortung der ersten Frage, da Schulbücher mit einem konzeptuellen Fokus einen ersten Zugang zu den bedeutungsbezogenen Denkwortschatz bieten. Die zweite Frage umfasst auch mündliche Sprache, die mithilfe von Designexperimenten und einer qualitativen, videogestützten Analyse von gezielt gestalteten Lehr-Lernprozessen beantwortet werden kann, was hier jedoch nicht bearbeitet wird.

Forschungsfragen

Vor diesem Hintergrund stellt sich folgende Frage: Welche Satzbausteine und grafischen Darstellungen werden in Schulbuchkapiteln zur Einführung der Division natürlicher Zahlen verwendet, um deren Bedeutung zu thematisieren?

Datenmaterial und Datenanalyse

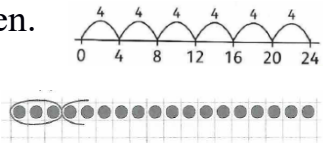
Um den Denkwortschatz zu identifizieren wurden die entsprechenden Kapitel aus vier Schulbüchern analysiert, die im Mathematikunterricht an Grundschulen in Sachsen-Anhalt Verwendung finden. Die qualitative Inhaltsanalyse (Mayring, 2022) stellt ein strukturiertes qualitatives Verfahren dar und lässt sich insbesondere für textbasierte Materialien anwenden. Hierfür wurden gezielt die Kapitel zur Einführung der Division aus den Lehrwerken "Das Zahlenbuch", "Denken und Rechnen", "Welt der Zahl" und "Super M" für die Klassenstufe 2 ausgewählt. Kodiert wurden Wörter, Satzbausteine und vollständige Sätze sowie grafische Darstellungsmittel. Die Bereiche bedeutungsbezogener Denkwortschatz, formalbezogener Denkwortschatz und kontextbezogener Denkwortschatz des gestuften Sprachschatzes wurden als deduktive Kategorien an das Datenmaterial herangetragen.

Erste Ergebnisse

Die nachfolgende Tabelle 1 gibt einen Ausschnitt des in Lehrbüchern behandelten bedeutungsbezogenen Denkwortschatzes zur Division natürlicher Zahlen wieder. Aufgrund des begrenzten Platzes kann dabei nur ein Teil des Gesamtüberblicks präsentiert werden. Dabei ist auch zu berücksichtigen, dass die Aufstellung keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt und lediglich eine Sammlung von möglichen Sprachmitteln und grafischen Darstellungen darstellt. Bei der Analyse der entstandenen Subkategorien zeigt sich ein enger Zusammenhang zwischen dem bedeutungsbezogenen Denkwortschatz und den inhaltlichen Vorstellungen Verteilen und Aufteilen. Auf die Kategorie des Aufteilens soll im Folgenden näher eingegangen werden. Die

Idee hinter dem Aufteilen besteht darin, dass eine gegebene Menge mit a Elementen restlos in k paarweise elementfremden Teilmengen mit jeweils b Elementen aufgeteilt wird. Die Elementanzahlen der Ausgangsmenge und der Teilmenge sind gegeben, während die Anzahl der Teilmengen ermittelt werden muss (Padberg, 1997).

Tab. 1: Bedeutungsbezogener Denkwortschatz für die Division von natürlichen Zahlen

Subkategorie	Bedeutungsbezogener Denkwortschatz
Gesamtanzahl	<ul style="list-style-type: none"> • Er hat ... Plättchen.
Aufteilungsprozess	<ul style="list-style-type: none"> • Teile auf in ...ergruppen. • Immer ... passen in ... • Immer Vierer. • Zahlenstrahl und Punktefelder 
Frage nach Gruppenanzahl	<ul style="list-style-type: none"> • Wie viele Gruppen sind es? • Wie viele Sprünge sind es?
Antwort auf die Frage der Gruppenanzahl	<ul style="list-style-type: none"> • ... passt mal in die ... • Es wurden ... mal verteilt • Es sind 3 Vierer.

Es konnten verschiedene sprachliche Mittel identifiziert werden, die den Aufteilungsprozess versprachlichen. Dazu gehören sprachliche Mittel, die die Gesamtanzahl benennen, wie "Er hat ... Plättchen.", wodurch die Ausgangssituation verdeutlicht wird. Der eigentliche Aufteilungsprozess wird durch Formulierungen wie "Immer... in..." oder "Immer ... passen in..." ausgedrückt, die eine gleichmäßige Verteilung betonen. Zudem tragen Fragen wie "Wie viele Gruppen sind es?" oder "Wie viele Sprünge sind es?" dazu bei, die Anzahl der benötigten Teilmengen zu ermitteln. Die Antworten auf diese Fragen erfolgen durch Aussagen wie "...passt ... mal in die ..." oder "Es sind ... Vierer", um das Ergebnis der Aufteilung explizit zu benennen. Besonders interessant ist, dass der Zusammenhang zur Umkehroperation in den sprachlichen Mitteln erkennbar wird. Beispielsweise in der Formulierung "... passt ... mal in die ...", zeigt sich, dass die Multiplikation der Anzahl der Teilmengen mit der Anzahl der Elemente pro Teilmenge die ursprüngliche Gesamtanzahl der Elemente ergibt (Padberg, 1997). Auch grafische Darstellungsmittel wie Punktefelder und Zahlenstrahl konnten im Bereich des bedeutungsbezogenen Denkwortschatzes erfasst werden. Vielseitige Vorstellungen sind von zentraler Bedeutung für ein umfassendes

Divisionsverständnis. Götze, Selter und Zannetin (2019) betonen, dass Kinder, die über ausgeprägte Grundvorstellungen verfügen und flexibel zwischen verschiedenen Darstellungsformen hin- und herwechseln können, die Beziehung zwischen Aufgaben erkennen und den engen Zusammenhang zur Multiplikation nutzen, die nötigen Grundlagen haben, um die Division sicher und flexibel anwenden zu können. Die in den Lehrbüchern identifizierten sprachlichen Mittel bilden eine gute Grundlage für den Aufbau eines Divisionsverständnisses.

Fazit und Ausblick

Das Ziel war die Inventarisierung von Satzbausteinen und grafischen Darstellungen, die für die Verständigung über die Bedeutung der Division wichtig sind. Es zeigt sich, dass die beiden Grundvorstellungen Verteilen und Aufteilen versprachlicht werden. In diesem Zusammenhang stellen sich als weiterführende Fragestellungen, welche spezifischen sprachlichen Mittel für die Division von Brüchen von Bedeutung sind und wie sich diese von den sprachlichen Mitteln unterscheiden, die bei der Division von natürlichen Zahlen verwendet werden. Weitere Lehrbücher der Klassenstufen 3 bis 5 sollen analysiert werden.

Literatur

- Götze, D., Selter, C., & Zannetin, E. (2019). *Das Kira-Buch: Kinder rechnen anders: Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht*. Klett Kallmeyer.
- Mayring, P. (2022). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken (13. Auflage)*. Beltz.
- Padberg, F. (1997). *Einführung in die Mathematik I Arithmetik*. Spektrum Akademischer Verlag.
- Padberg, F. (2002). Anschauliche Vorerfahrungen zum Bruchzahlbegriff zu Beginn der Klasse 6. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 44(3), 112–117.
- Pöhler, B. (2018). *Konzeptuelle und lexikalische Lernpfade und Lernwege zu Prozenten. Eine Entwicklungsforschungsstudie*. Springer Verlag.
- Prediger, S. (2017). *Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären. Gestufte Sprachschatzarbeit im verstehensorientierten Mathematikunterricht*. In B. Lütke, I. Petersen & T. Tajmel (Hrsg.), *Fachintegrierte Sprachbildung - Forschung, Theoriebildung und Konzepte für die Unterrichtspraxis* (S. 229–252). De Gruyter. <https://doi.org/10.1515/9783110404166-011>