

LITTECK, Kristin; ROLFES, Tobias & HEINZE; Aiso
Kiel, Frankfurt a. M., Kiel

Der Effekt einer Vorwissensförderung auf den Wissenserwerb zum Ableitungsbegriff

Einleitung und Theoretischer Hintergrund

Das Lernen fortgeschrittener mathematischer Begriffe wie der Ableitung stellt für viele Schüler*innen in der gymnasialen Oberstufe eine große Herausforderung dar. Insbesondere der Erwerb von strukturellem Wissen nach Sfard (1991) als Gegenstück zu pseudostrukturellem Wissen (s. Sfard, 1992) fällt vielen Lernenden schwer. Dabei ist das individuell verfügbare Vorwissen der Schüler*innen ein entscheidender Faktor, der den Erwerb neuer mathematischer Begriffe beeinflusst (z. B. Bittermann et al., 2023; Feudel & Biehler, 2021). In der vorliegenden Studie wird untersucht, inwieweit das spezifische Vorwissen, welches Schüler*innen aus der Sekundarstufe I mitbringen, den Erwerb von Wissen zum Ableitungsbegriff beeinflusst und inwieweit sich eine gezielte Intervention zur Auffrischung dieses Vorwissens den Lernprozess positiv auswirken kann. Dies sollte insbesondere dazu beitragen, den kausalen Zusammenhang zwischen Vorwissen und dem weiteren Lernerfolg in der gymnasialen Oberstufe zu untersuchen.

Forschungsfragen und Hypothesen

Ziel der vorliegenden Studie ist es, mithilfe einer quasi-experimentellen Untersuchung zu prüfen, ob die gezielte Auffrischung von Vorwissen dazu führt, dass Schüler*innen mehr Wissen zum Ableitungsbegriff erwerben. Insbesondere ist von Interesse, inwiefern sie durch die Auffrischung ihres Vorwissens sogar ein höheres Wissensniveau zum Ableitungsbegriff erreichen können (s. Litteck, Rolfes & Heinze, 2024, in Begutachtung). In diesem Beitrag wird die folgende Forschungsfrage adressiert:

Welchen Effekt hat eine gezielte Förderung spezifischen Vorwissens aus der Sekundarstufe I auf den Erwerb von Wissen zum Ableitungsbegriff?

Methodik

Die vorliegende Studie wurde als quasi-experimentelle Feldstudie mit einer Interventionsgruppe und einer Vergleichsgruppe durchgeführt (vgl. Abb. 1). Nach einem Vorwissenstest für alle Schüler*innen nahm die Interventionsgruppe an einem 1,5-tägigen Ferienkurs teil, der speziell auf das Auffrischen von Vorwissen zu den Bereichen Funktionen, Steigung linearer Funktionen, informellen Grenzwerten sowie Term- und Äquivalenzumformungen abzielte. Wissen aus diesen Bereichen zeigte sich in einer vorangegangenen

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.

<https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0>

korrelativen Studie als prädiktiv für den Wissenserwerb zum Ableitungsbegriff (Litteck, et al., in Begutachtung). Am Ende des Ferienkurses bearbeiteten die Schüler*innen der Interventionsgruppe erneut den Vorwissenstest. Schüler*innen der Vergleichsgruppe waren nicht Teil der Intervention während der Ferien. Nach den Ferien nahmen alle Schüler*innen beider Gruppen in ihrem regulären Mathematikunterricht an der Unterrichtseinheit zur Einführung des Ableitungsbegriffs teil, nach deren Abschluss alle Schüler*innen einen Wissenstest zum Ableitungsbegriff bearbeiteten. Die Studie fand im Schuljahr 2023/2024 an zwei Gemeinschaftsschulen in Schleswig-Holstein statt. Beide Schulen nahmen mit ihrem gesamten Jahrgang der Einführungsphase zur Oberstufe teil. Für die Datenanalyse standen aufgrund von fehlenden Werten und Einverständniserklärungen letztendlich 57 Teilnehmende zur Verfügung, von denen 29 in der Interventionsgruppe und 28 in der Vergleichsgruppe waren.

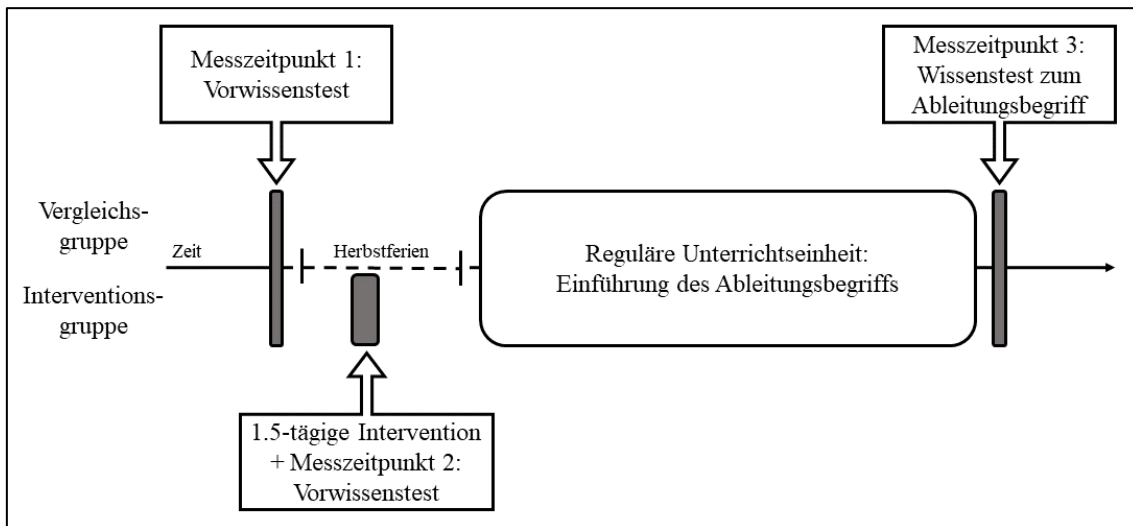


Abb. 1: Studiendesign

Die entstandenen Daten wurden auf Basis der Item-Response-Theorie (IRT) und einem Partial-Credit-Modell skaliert und Personenfähigkeiten als Weighted Maximum Likelihood Estimates (WLEs; Warm, 1989) geschätzt. Um die Vergleichbarkeit der beiden Gruppen sicherzustellen, wurden Gruppenvergleiche zu Messzeitpunkt 1 bezüglich des Vorwissens und verschiedener Kontrollvariablen durchgeführt. Anschließend wurde mithilfe von Gruppenvergleichen der Wissenszuwachs der Interventionsgruppe zwischen den Messzeitpunkten 1 und 2 untersucht, um die Effekte der Vorwissensförderung sicherzustellen. Schließlich wurde das Wissen der Schüler*innen zum Ableitungsbegriff zwischen den beiden Gruppen verglichen. Für die Betrachtung des Wissens der Schüler*innen zum Ableitungsbegriff wurde jenseits der metrischen Betrachtung über WLEs eine Zuteilung zu Wissensniveaus vorgenommen (s. Litteck, et al., in Begutachtung).

Ergebnisse

Zu Studienbeginn konnten keine statistisch bedeutsamen Unterschiede zwischen der Interventions- und der Vergleichsgruppe bezüglich ihres Vorwissens und aller erhobenen Kontrollvariablen festgestellt werden. Daher erscheint es angemessen, die beiden Gruppen als vergleichbar anzunehmen. Darüber hinaus zeigte sich ein signifikanter Wissenszuwachs der Schüler*innen der Interventionsgruppe von 0.93 Logit bezüglich ihres Vorwissens durch die Teilnahme an der Intervention ($t(28) = 7.79$; $p < .001$; $d = 1.15$). Der Effekt der 1,5-tägigen Intervention auf das Vorwissen der Schüler*innen war damit sehr groß.

In Bezug auf das Wissen zum Ableitungsbegriff nach der entsprechenden Unterrichtseinheit zeigte die Interventionsgruppe ($M = 0.51$, $SD = 0.91$) signifikant bessere Ergebnisse als die Vergleichsgruppe ($M = -0.24$, $SD = 1.02$; $t(56) = 2.91$; $p = .005$; $d = 0.77$). Die Teilnahme an der Intervention führte also dazu, dass die Schüler*innen während der Unterrichtseinheit zum Ableitungsbegriff deutlich mehr Wissen erwarben. Im bildungswissenschaftlichen Kontext kann dieser Effekt als groß bezeichnet werden. Zusätzlich wurden zum Ableitungsbegriff drei Wissensniveaus betrachtet. Die Verteilung der Teilnehmenden auf die Wissensniveaus ist in Abbildung 2 dargestellt. Die Verteilung der Schüler*innen auf die drei Wissensniveaus unterscheidet sich signifikant zwischen den beiden Gruppen ($p = .009$; $r = .35$).

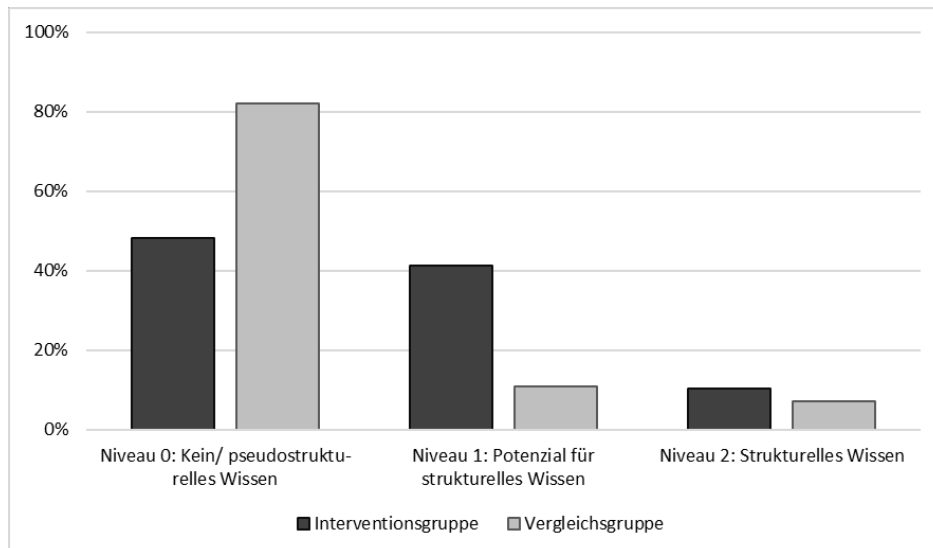


Abb. 2: Anteil der Schüler*innen auf den Wissensniveaus nach Gruppe

Diskussion

Die Ergebnisse der vorliegenden Studie stützen bisherige Forschung darin, dass das Vorwissen von Schüler*innen einen entscheidenden Einfluss auf

das weitere Lernen im Fach Mathematik hat. Die durchgeführte Kurzintervention führte zu deutlichen Verbesserungen des Vorwissens und hatte zudem große Effekte auf den weiteren Wissenserwerb.

Jedoch zeigte die Studie auch, dass die Intervention für einen Teil der Schüler*innen nicht ausreichte, um strukturelles Wissen zum Ableitungsbegriff aufzubauen. Immerhin erwarben immer noch ca. 50% der Schüler*innen der Interventionsgruppe kein oder nur pseudostrukturelles Wissen zum Ableitungsbegriff. Dies legt nahe, dass Schüler*innen mit größeren Vorwissenslücken von einer kurzen Auffrischung möglicherweise nicht ausreichend profitierten. Für diese Schüler*innen könnte eine intensivere und längerfristige Förderung erforderlich sein, um die notwendigen Wissenslücken zu schließen, sodass auch sie in der Oberstufe neue mathematische Inhalte erfolgreich lernen können.

Die Studie liefert wichtige Erkenntnisse über die Rolle des Vorwissens beim Erwerb mathematischer Begriffe und die Wirksamkeit gezielter Interventionen zur Förderung dieses Vorwissens. Zukünftige Forschung sollte sich darauf konzentrieren, die verschiedenen Faktoren zu untersuchen, die den Erfolg solcher Interventionen beeinflussen, und wie diese auf unterschiedliche Lernvoraussetzungen und -bedürfnisse abgestimmt werden können.

Literatur

- Bittermann, A., McNamara, D., Simonsmeier, B. A. & Schneider, M. (2023). The Landscape of Research on Prior Knowledge and Learning: a Bibliometric Analysis. *Educational Psychology Review*, 35(2). <https://doi.org/10.1007/s10648-023-09775-9>
- Feudel, F. & Biehler, R. (2021). Students' Understanding of the Derivative Concept in the Context of Mathematics for Economics. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 42, 273–305. <https://doi.org/10.1007/s13138-020-00174-z>
- Litteck, K., Rolfes, T. & Heinze, A. (2024, online first). The Structure of Knowledge about the Concept of Derivative. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2024.2397990>
- Litteck, K., Rolfes, T. & Heinze, A. (in Begutachtung). The Impact of Specific Prior Knowledge on the Acquisition of (Structural) Knowledge about the Concept of Derivative.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different Sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1–36.
- Sfard, A. (1992). Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification: The case of function. In E. Dubinsky & G. Harel (Hrsg.), *MAA Notes: Bd. 25. The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy* (S. 59–84). Mathematical Association of America.
- Warm, T. A. (1989). Weighted likelihood estimation of ability in item response theory. *Psychometrika*, 54(3), 427–450. <https://doi.org/10.1007/BF02294627>