

## **Fragen stellen zu realitätsbezogenen Situationen im Mathematikunterricht – erste Ergebnisse einer Untersuchung unter ungarischen und deutschen Lernenden**

„... problems – posing and solving them – are the heart, the spirit, the essence of mathematics” (Contreras, 2005, p. 115). Damit ist die Bedeutung des Problemlösens und Problemfindens für mathematisches Tätigsein angesprochen. In Bezug auf das Lehren und Lernen von Mathematik findet seit einiger Zeit auch das Problemfinden verstärkt Interesse als Methode und als Ziel von Unterricht (Silver & Cai, 2005). Darüber hinaus kann das Problemfinden als ein sich derzeit dynamisch entwickelndes Gebiet mathematikdidaktischer Forschung gelten (siehe z. B. Singer, Ellerton, & Cai, 2015). In einschlägigen Untersuchungen wurden bislang überwiegend eher arithmetische Aussagen, Situationen und Aufgaben (z. B. Silver & Cai, 1996) oder einfache Textaufgaben, einzelne Diagramme, Abbildungen (z. B. Christou et al., 2005), arithmetisch-geometrische Musterfolgen (z. B. Arikani & Unal, 2015), Zeitungsausschnitte (z. B. Katzenbach, 1996) oder auch Alltagsmaterialien wie Speisekarten oder Kassenzettel (z. B. Bonotto, 2013) genutzt. Dagegen lassen sich kaum empirische Studien zum Problemfinden im Zusammenhang mit komplexen realitätsbezogenen Situationen oder Modellierungsaufgaben finden. Allerdings werden in jüngerer Literatur durchaus enge Bezüge zwischen Problemfinden und Modellieren gesehen (z. B. Hansen & Hana, 2015), insgesamt lässt sich von einer gegenseitigen Stützung von Modellierungsprozessen und Prozessen des Problemfindens sprechen.

### **Forschungsinteresse und methodisches Vorgehen**

Bislang liegen kaum empirische Erfahrungen dazu vor, *inwieweit es Schülerinnen und Schülern der Mittelstufe ohne weitere Vorbereitung gelingt, Probleme oder Fragestellungen zu komplexen realitätsbezogenen Situationen selbst zu finden und welche Art von Fragen sie formulieren*. Mit unserer Fallstudie wollen wir einen Beitrag zur Schließung dieser Lücke leisten.

Dazu wurden von uns insgesamt 16 Unterrichtsversuche in den Klassenstufen 6 und 8 in verschiedenen Gymnasien und Gesamtschulen in Deutschland sowie in ungarischen Gymnasien und allgemeinbildenden Schulen durchgeführt. Erfahrungen im Umgang mit reichhaltigeren realitätsbezogenen Aufgaben hatten die Schülerinnen und Schüler zuvor nicht sammeln können. Um die Heterogenität der Untersuchungsgruppe weiter anzureichern, wurden Daten gleichzeitig in Ungarn und Deutschland erhoben.

Zu Beginn der Unterrichtseinheit erhielten die Lernenden ein nicht zu langes, aber reichhaltiges Informationsmaterial zur Honigbiene und den Auftrag,

*Fragen zu dieser Situation zu formulieren, die mit Hilfe der angegebenen Informationen beantwortet werden können.* Die Schülerinnen und Schüler sammelten die Fragen in ihren Tischgruppen und präsentierten sie anschließend mithilfe eines Posters im Plenum. Sofern noch Zeit blieb, wurden die interessantesten Fragen durch die Schüler ausgewählt und bearbeitet.

Nach Silver (1994) kann diesbezüglich von „presolution problem posing“ gesprochen werden, in Anlehnung an Stoyanova und Ellerton (1996) von „semi-structured problem posing“, da Fragen zu einer vorgegebenen, jedoch offenen Situation formuliert werden sollten.

Hinsichtlich einer möglichen Analyse von Prozessen und Ergebnissen des Problemfindens kann zunächst danach unterschieden werden, ob Informationen *über das Problemfinden* gewonnen werden sollen oder *mithilfe des Problemfindens*, beispielsweise zum Verständnis eines bestimmten mathematischen Konzepts (Silver & Cai, 2005). Bei uns überwiegt der erste Aspekt.

Bei ihrer Analyse des „arithmetic problem posing“ unterscheiden Silver und Cai (1996) zwischen Aussagen, nichtmathematischen und lösbaren bzw. nicht lösbaren mathematischen Fragen. Die lösbaren Fragen werden schließlich hinsichtlich ihrer mathematischen und sprachlichen Komplexität eingeschätzt. Wir haben dieses Analyseschema für die hier vorgestellte Studie auch ausgehend von den vorgefundenen Daten adaptiert, wobei aufgrund der Offenheit der vorgegebenen realitätsbezogenen Situation und der daraus resultierenden möglichen Vielfalt der von den Schülern formulierten Fragen auf den Aspekt der sprachlichen Komplexität verzichtet wurde. In dem von uns genutzte Kategoriensystem werden zwei Hauptkategorien mit jeweils mehreren Unterkategorien unterschieden:

- *nicht mathematische Frage*: gerichtet auf eine Zahl im Text ( $T_Z$ ), gerichtet auf eine nichtnumerische Information ( $T_T$ ), andere Frage ( $A$ )
- *mathematische Frage*: mit einem Rechenschritt beantwortbar ( $M_1$ ), nur mit mehreren Rechenschritten beantwortbar ( $M_2$ ), realitätsfremd ( $M_{RF}$ ), nicht beantwortbar ( $M_{NB}$ ), andere Frage ( $M_A$ )

### **Ausgewählte Ergebnisse**

An der Untersuchung nahmen 146 Schülerinnen und Schüler aus fünf städtischen Gymnasien in Ungarn und Deutschland (U6\_1, U6\_2, D6\_4, U8\_1, U8\_2, U8\_3), einem ländlichen Gymnasium in Deutschland (D8\_3, D8\_4), einer städtischen Gesamtschule (D6\_3), drei allgemeinbildenden Schulen in Ungarn (U6\_3, U6\_4, U8\_4) sowie aus zwei sechsten Klassen eines mathematisch-naturwissenschaftlichen Spezialgymnasiums (D6\_1, D6\_2) teil. In

den Schülergruppen wurden insgesamt 541 Fragen zum Themenfeld Honigbiene auf den Schülerplakaten schriftlich fixiert. Das folgende Diagramm zeigt die absoluten Anzahlen der uns besonders interessierenden mathematischen Fragen. Für eine Einschätzung der jeweiligen Anteile sind die Gesamtanzahlen der in den Lerngruppen schriftlich fixierten Fragen auf der Rubrikenachse in Klammern angegeben.

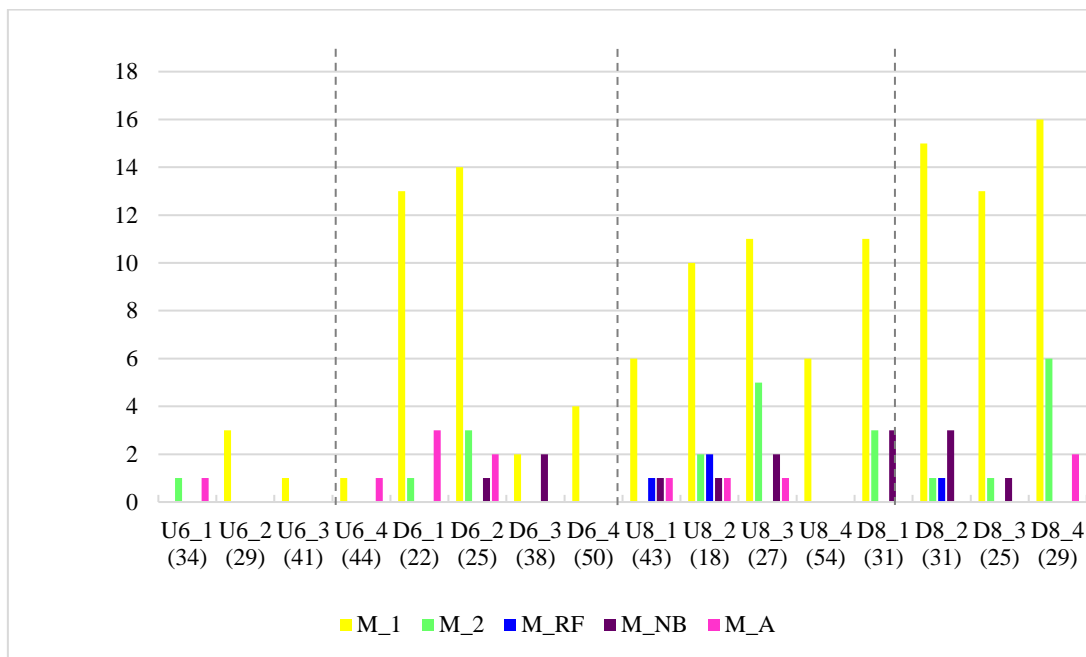


Abb. 1: Anzahlen mathematischer Fragen in der Untersuchungsgruppe

Die erhobenen Daten zeigen, dass sowohl in den sechsten, als auch in den achten Klassen sehr oft nach Informationen gefragt wurde, die auf dem Arbeitsblatt unmittelbar verfügbar waren. Insbesondere in den sechsten Klassen wurden selten mathematische Fragen und fast gar keine  $M_2$ -Fragen formuliert. Eine Ausnahme bildeten die beiden sechsten Klassen in einer deutschen mathematisch-naturwissenschaftlichen Spezialschule. In den achten Klassen war der Anteil mathematischer Fragen deutlich höher als in den sechsten Klassen, weiterhin bestand allerdings ein deutliches Übergewicht zugunsten von  $M_1$ . Die Daten deuten an, dass in den deutschen Klassen etwas häufiger mathematische Fragen formuliert wurden. Sie waren häufig am aktuellen Unterrichtsstoff orientiert. Allerdings sind für uns größere Unterschiede im Frageverhalten nicht nur zwischen verschiedenen Klassen, sondern auch zwischen verschiedenen Tischgruppen einer Klasse deutlich geworden.

## Diskussion

Für uns überraschend war der hohe Anteil an „Lesekompetenz-Fragen“ der Schülerinnen und Schüler. Bei den mathematischen Fragen trat zudem die

Sache sehr häufig in den Hintergrund, es fand eher ein „*Spiel mit Zahlen*“ statt („eingekleidete Aufgaben“). Unter diesen gab es allerdings relativ wenige ausgesprochen realitätsfremde Fragen ( $M_{RF}$ ).

Die seltenen, etwas herausfordernden mathematischen Fragen wurden von den Lernenden häufig als besonders interessant empfunden, auch wenn sie mit diesen kaum etwas Neues über Bienen in Erfahrung bringen konnten oder wollten. In Bezug auf die realitätsbezogene Situation schienen die  $M_{NB}$ -Fragen interessant, für deren Beantwortung fehlende Informationen gesucht oder Annahmen gemacht werden müssen und die damit in Richtung Modellieren weisen. Ein Beispiel aus einer achten Klasse ist das folgende: „Wie viele Bienen werden benötigt, um auf eine Jahresmenge von 25 kg zu kommen?“

## Literatur

- Arikan, E. E., & Unal, H. (2015). An investigation of eighth grade students' problem posing skills (Turkey sample). *IJRES*, 1(1), 23–30.
- Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. *ESM*, 83(1), 37–55.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM*, 37(3), 149–158.
- Contreras, J. (2005). Posing and Solving Problems: The Essence and Legacy of Mathematics. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 115–116.
- Hansen, R., & Hana, G. M. (2015). Problem Posing from a Modelling Perspective. In F. M. Singer, N. F. Ellerton, & J. Cai (Eds.), *Mathematical problem posing. From research to effective practice* (pp. 35–46). New York: Springer.
- Katzenbach, M. (1996): SchülerInnen machen Matheaufgaben selbst. *mathematik lehren*, 74, 46–50.
- Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19–28.
- Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129–135.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An Analysis of Arithmetic Problem Posing by Middle School Children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521–539.
- Singer, F. M., Ellerton, N. F., & Cai, J. (Eds.). (2015). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. New York: Springer.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A Framework for Research into Students' Problem Posing in School Mathematics. In MERGA (Ed.), *Technology in Mathematics Education. Proceedings of the 19th annual conference of MERGA June 30-July 3, 1996* (pp. 518–525). Melbourne: Deakin University Press.