

Maike HAGENA, Kassel

Wie beeinflussen sich Größenvorstellung und Modellierungskompetenz von Lernenden? – Vorstellung einer Interventionsstudie

Neben der Modellierungskompetenz von Lernenden ist auch deren Größenvorstellung ein zentraler Aspekt in der mathematikdidaktischen Diskussion. Inwiefern sich diese beiden Aspekte gegenseitig beeinflussen, wurde bislang nicht untersucht, obwohl ein Zusammenhang offensichtlich erscheint. Um dieses Forschungsdesiderat schließen zu können, ist eine Interventionsstudie geplant, deren Design sowie Instrumente im folgenden Beitrag vorgestellt werden. Zudem wird der theoretische Hintergrund erläutert sowie von ersten Arbeitsschritten beziehungsweise den Ergebnissen einer Pilotierung berichtet.

Größenvorstellungen und mathematisches Modellieren

Größen treten als Mittler zwischen Realität und Mathematik auf. Sie sind nicht nur Objekte aus dem Mathematikunterricht, sondern begegnen dem Schüler auch vielfach im Alltag (Grund, 1992). Eine Aufgabe des Mathematikunterrichts sollte es deshalb sein, die Größenvorstellungen von Lernenden auszubilden (Peter-Koop, 2001). Das bedeutet, dafür zu sorgen, dass im Bewusstsein der Lernenden adäquate Bilder von Repräsentanten entstehen, die je nach Bedürfnis von den Lernenden reproduziert und gedanklich weiterverarbeitet werden. Das impliziert, dass Lernende Größenarten erkennen und unterscheiden können. Ferner sollten Lernende für die einzelnen Größenbereiche Repräsentanten wichtiger Größenangaben kennen, Fähigkeiten im Messen, Schätzen und Überschlagen besitzen, Überlegungen zu sinnvollen Resultaten anstellen sowie Größenangaben umrechnen und natürlich messen können, wofür auch Zahlvorstellungen notwendig sind (Grund, 1992). Da Größenvorstellungen eine wichtige Voraussetzung darstellen, um Zahlangaben bei der Bearbeitung von Sachaufgaben und eben auch im Alltag überprüfen zu können (Franke & Ruwisch, 2010), sollten Lernende also nicht nur formal mit Größen operieren können, sondern ein fundiertes Verständnis von Namen und Symbolen aufbauen sowie auf ihren Erfahrungsbereich bezogene Vergleichsgrößen erwerben. Verschiedene Studien zeigen jedoch, dass dies bislang nicht gelingt, sondern dass das Arbeiten mit Größen eines der Themen mit den größten Lehr-, Lernschwierigkeiten darstellt (Emmrich, 2004; Thompson & Preston, 2004). Ein Forschungsergebnis, das auch für die Analyse von Lehr- bzw. Lernproblemen beim mathematischen Modellieren relevant ist.

Beim mathematischen Modellieren bearbeiten Lernende realitätsbezogene Aufgaben, die das wiederholte Übersetzen zwischen Realität und Mathematik fordern. Bei der Bearbeitung einer Modellierungsaufgabe werden von den Lernenden idealtypischerweise verschiedene Schritte durchlaufen, die neben mathematischen Fertigkeiten auch die Nutzung von außermathematischem Wissen erfordern. Die gegebene, reale Situation muss, bevor sie mathematisiert wird, zunächst einmal verstanden und vereinfacht/ strukturiert werden (Blum & Leiss, 2005). Dieser Schritt erfordert das Treffen von Annahmen, für das Lernende ihr außermathematisches Wissen nutzen bzw. benötigte Angaben schätzen müssen (Maaß, 2006). Es lässt sich vermuten, dass Lernende insbesondere auch für diesen Modellierungsschritt Größenvorstellungen benötigen.

Fragestellungen

Da Lernende beim mathematischen Modellieren mit Größen in Sachsituationen umgehen müssen, ergeben sich folgende Forschungsfrage:

- Fördert eine verbesserte Größenvorstellung die Modellierungskompetenz von Lernenden?

Andererseits ist aber auch bekannt, dass sich realistische Größenvorstellungen insbesondere über Sach- und Anwendungssituationen gewinnen lassen und Lernende sinnvolle Messerfahrungen benötigen. Von daher ist es ebenso gut denkbar, dass die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben zu einer verbesserten Größenvorstellung von Lernenden beiträgt. Hieraus leitet sich die zweite Forschungsfrage ab:

- Können mit Hilfe von Modellierungsaufgaben die Größenvorstellungen von Lernenden gefördert werden?

Studie

Zur Untersuchung beider Fragestellungen ist eine Interventionsstudie mit Lernenden der Jahrgangsstufe 6 geplant. Mit Hilfe eines Leistungstests sollen zunächst die Größenvorstellungen sowie die Modellierungskompetenz der Lernenden zu den Größenbereichen Längen und Flächen erhoben werden. Es sind drei Experimentalgruppen geplant. Die Auswirkungen der verschiedenen Interventionen auf die Größenvorstellungen sowie die Modellierungskompetenz der Lernenden werden abschließend erneut durch einen Test erhoben. Damit beurteilt werden kann, inwieweit sich Größenvorstellungen der Lernenden durch die Bearbeitung von Modellierungsaufgaben fördern lassen (und umgekehrt), sollen die Lernzuwächse in einzelnen Experimentalgruppen gezielt miteinander verglichen werden.

Erste Pilotierung

Einer der ersten Arbeitsschritte galt der Entwicklung und Erprobung von Testinstrumenten zur Erfassung von Größenvorstellungen und Modellierungskompetenz. Es wurde ein Test zu den Größenbereichen Flächeninhalte und Volumina konzipiert, der neben Modellierungsaufgaben verschiedene Items zu einzelnen Komponenten von Größenvorstellungen beinhaltet. Die Größenvorstellungen wurden dreidimensional operationalisiert. Während die erste Dimension Items zum Umrechnen von Größenangaben und die zweite Dimension Items zum Schätzen und Überschlagen von Größen enthielt, erfasste die dritte Dimension die Komponente Repräsentanten wichtiger Größenangaben kennen. Der Test wurde an 87 Studierenden des Grundschullehramts am Ende des 3. Semesters pilotiert. Die Studierenden hatten über den Verlauf eines Semesters sowohl Wissen über Größen erlangt, als auch mathematisch modelliert.

„Stimmt's?“				
Entscheiden Sie für jedes Objekt, ob das angegebene Volumina realistisch ist oder nicht.				
Das Volumen...	Beträgt ungefähr...	Viel zu wenig...	Stimmt...	Viel zu viel...
Eines Hallenbades	1000l	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abbildung 1: Beispielitem zum Schätzen und Überschlagen von Größen

Fragenstellungen/ Ergebnisse

Die Grundlage für die Pilotierung stellten folgende Forschungsfragen dar:

- Lassen sich Größenvorstellungen reliabel erfassen?
- Gibt es Zusammenhänge zwischen Flächeninhalten und Volumina bezüglich der einzelnen Skalen?
- Wie bringen Studierende beim Modellieren ihre Größenvorstellungen ein? Welche Fehler treten auf?

Während die Reliabilitäten der Subskalen sehr unterschiedlich ausgefallen sind, liefern die Gesamtskalen „Größenvorstellungen zu Flächeninhalten“ (17 Items, $\alpha=.76$) und „Größenvorstellungen zu Volumina“ (21 Items, $\alpha=.78$) ein befriedigendes Ergebnis. Es ist also weitestgehend gelungen, dass Konstrukt Größenvorstellungen in Form von Items zu erfassen. Weitere Subskalen in Form von „Größenarten kennen und unterscheiden“ sowie „Grundvorstellungen zu Rechenoperationen mit Größen besitzen“ müssen jedoch noch ergänzt werden.

Bezüglich der Zusammenhänge lässt sich feststellen, dass sowohl die Subskalen zu Flächeninhalten als auch die Subskalen zu Volumina nicht signifikant miteinander korrelieren. Eine signifikante Korrelation ist hingegen

zwischen den Größenvorstellungen zu Flächeninhalten und den Größenvorstellungen zu Volumina festzustellen ($r=.58$, $p<.01$). Das bedeutet, dass Studierende, die über ausgeprägte Vorstellungen zu Flächeninhalten verfügen, wahrscheinlich auch ausgeprägte Vorstellungen zu Volumina besitzen und umgekehrt. Ein Ergebnis, das insofern nicht verwunderlich ist, da sowohl Flächeninhalte als auch Volumina abgeleitete Größen von Längen sind.

Bei der qualitativen Auswertung der Modellierungsaufgaben hat sich gezeigt, dass Studierende sowohl für das Verstehen und Vereinfachen der realen Situation, als auch für das Mathematisieren und mathematische Arbeiten sowie für das Validieren Größenvorstellungen benötigen.

Zusammenfassend können folgende Ergebnisse zum jetzigen Zeitpunkt festgehalten werden:

- Größenvorstellungen lassen sich reliabel erfassen.
- Vermutlich sollten im Unterricht alle drei Teilkomponenten („Größen umrechnen“, „Repräsentanten wichtiger Größen nennen“ sowie „Größen zu überschlagen und zu schätzen“) gefördert werden.
- Modellierungsaufgaben erfordern inhaltsreiche Vorstellungen über Größen. Lernende müssen Größen unterscheiden, schätzen und mit ihnen mathematisch arbeiten können.

Literatur

- Blum, W., Leiss, D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. In: *mathematik lehren*, 128, 18-21.
- Emmrich, A. (2004): Die Größe Gewicht – eine spezielle Problematik oder „Man kann sich nicht jedes Gefühl für jeden einzelnen Gegenstand merken“ (Jakob 4. Schuljahr). In P. Scherer & D. Bönig (Hrsg.): *Mathematik für Kinder. Mathematik von Kindern. Grundschulverband. Arbeitskreis Grundschule (Band 117)*. Hemsbach: Beltz, 50-62.
- Franke, M., Ruwisch, S. (2010): *Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule*. Heidelberg, Spektrum.
- Grund, K.-H. (1992): Größenvorstellungen – eine wesentliche Voraussetzung beim Anwenden von Mathematik. In: *Grundschule*, 12, 42-44.
- Maaß, K. (2007): *Mathematisches Modellieren. Aufgaben für die Sekundarstufe I*. Berlin, Cornelsen Scriptor.
- Peter-Koop, A. (2001): Authentische Zugänge zum Umgang mit Größen. In: *Die Grundschulzeitschrift*, 14, 6-11.
- Thompson, T., Preston, R. V. (2004): Measurement in the Middle Grades. Insights from NAEP and TIMSS. In: *Mathematics teaching in the Middle School*, 9, 514-519.