ABT, Martin; LEUDERS, Timo; LOIBL, Katharina; VAN DOOREN, Wim & REINHOLD, Frank
Freiburg, Freiburg, Freiburg, Leuven (Belgien), Freiburg

Conceptual Change und kognitive Prozesse beim Vergleichen von Boxplots

Der Boxplot gilt als anspruchsvoller Lerngegenstand. Dabei interpretieren Lernende die Boxfläche nach einem Prinzip, das ihnen aus anderen Darstellungsformen bereits bekannt ist: In Balken- oder Kuchendiagrammen repräsentiert eine größere Fläche stets auch einen größeren Stichprobenanteil. Stattdessen gilt im Boxplot: "Je breiter die Box, desto breiter streut die mittlere Datenhälfte" (Bakker et al., 2005). Gelingt es Lernenden im Unterricht nicht, dieses konzeptuelle Wissen aufzubauen, substituieren sie - erklärbar durch einen Conceptual-Change-Ansatz (Vosniadou & Skopeliti, 2013) - dieses fehlende Wissen durch die in anderen Darstellungsformen über viele Jahre erprobte und bewährte Interpretation der Fläche (Abt et al., 2022; Lem et al., 2013). Sollen in einer Aufgabe zwei Boxplots verglichen werden, so können alle möglichen Boxplotvergleiche (mit identischen Minima / Maxima) in sechs Kategorien unterteilt werden (Abb.1). Diese sechs Kategorien unterscheiden sich darin, welche (fehlerhaften) Strategien zur richtigen oder falschen Lösung führen.

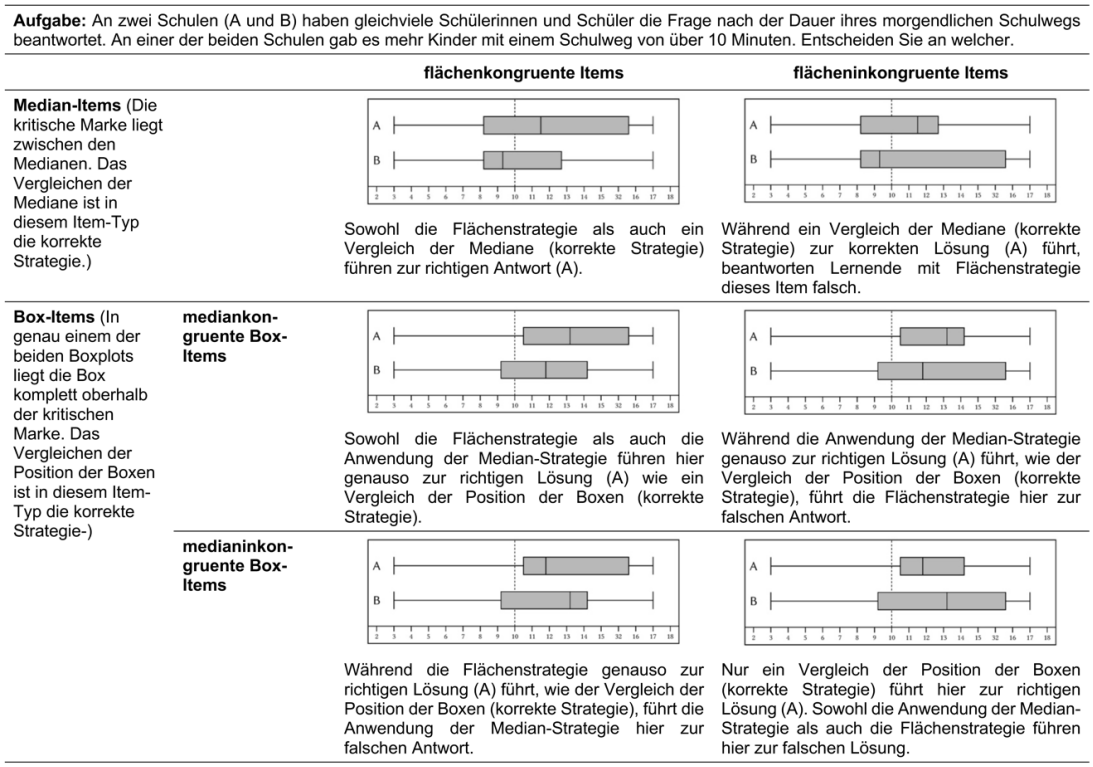

Abb. 1: Mit sechs Item-Kategorien unterscheiden wir Items nach Item-Typ (Median- / Box-Item) sowie nach Flächen- und Mediankongruenz (kongruent / inkongruent)

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.
57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0

Folgt man dem Conceptual-Change-Ansatz, so ist davon auszugehen, dass es zwischen der konsequenten Anwendung der Flächenstrategie (initiales Konzept / Flächenfehlvorstellung) weitere sogenannte synthetische Konzepte (Vosniadou & Skopeliti, 2013) gibt, in denen Lernende verschiedene intermediäre Wissenselemente ausgebildet haben. Diese Lernenden lösen dann weder alle Items mit Flächenstrategie noch alle Items korrekt, sondern zeigen korrekte / inkorrekte Strategien in Abhängigkeit der Item-Kategorie (Tab. 1). Beispielsweise ist eine Gruppe von Lernenden denkbar, die Median-Items nicht (mehr) mit Flächenstrategie lösen, sondern hier bereits die (korrekte) Median-Strategie nutzen, gleichzeitig aber (noch) nicht über die in Box-Items anzuwendende Box-Strategie verfügen. Das kann dann sowohl dazu führen, dass in Box-Items nach wie vor die Flächenstrategie angewendet wird (Tab. 1, synthetisches Profil A) oder auch die Median-Strategie (fehlerhaft) übergeneralisiert wird (Tab. 1, synthetisches Profil B). Weder bauen dabei die synthetischen Konzepte aufeinander auf, noch müssen im Rahmen des Conceptual-Change-Prozess alle durchlaufen worden sein. Für jedes der sechs Profile erwarten wir in jeder der sechs Item-Kategorien (Abb. 1) eine spezifische Lösungsrate, so dass sich Lernende anhand von Lösungsmustern kognitiven Profilen zuordnen lassen.

cognition: angewandte Strategien in den beiden Item-Typen			behavior: erwartete Lösungsraten in den sechs Itemkategorien					
			Median-Items		Box-Items			
			Flächenkongruenz		Flächenkongruenz			
			kongr.	inkongr.	kongr.		inkongr.	
					Mediankongruenz		Mediankongruenz	
Profil	Median-Items	Box-items			kongr.	inkongr.	kongr.	inkongr.
Flächenfehlvorstellung	Flächenstrategie	Flächenstrategie	hoch	niedrig	hoch	hoch	niedrig	niedrig
synthetisches Profil A	Medianstrategie	Flächenstrategie	hoch	hoch	hoch	hoch	niedrig	niedrig
synthetisches Profil B	Medianstrategie	Medianstrategie	hoch	hoch	hoch	niedrig	hoch	niedrig
synthetisches Profil C	Flächenstrategie	Medianstrategie	hoch	niedrig	hoch	niedrig	hoch	niedrig
synthetisches Profil D	Flächenstrategie	Boxstrategie	hoch	niedrig	hoch	hoch	hoch	hoch
Konzeptwechsel	Medianstrategie	Boxstrategie	hoch	hoch	hoch	hoch	hoch	hoch

Tab. 1: Angenommene synthetische Konzepte zwischen der Flächenfehlvorstellung (initiales Konzept) und dem vollständigen Konzeptwechsel mit dazugehörigen erwarteten Lösungsraten in den sechs Item-Kategorien.

In der hier vorgestellten Studie wollen wir auf Item-Ebene den Effekt der Flächenfehlvorstellung (Lem et al., 2013) replizieren und untersuchen, ob Item-Typ (Median- vs. Box-Items) oder Median-Kongruenz neben der Kongruenz zur Flächenfehlvorstellung weitere schwierigkeitsgenerierende Merkmale darstellen (Abt et al., 2022):

Hypothese 1: Flächenkongruente Items zeigen höhere Lösungsraten als flächeninkongruente Items.

Hypothese 2: Mediankongruente Box-Items zeigen höhere Lösungsraten als medianinkongruente Box-Items.

In Box Items liegt genau eine Box vollständig oberhalb der kritischen Marke. Da Lernende dazu neigen, die Whisker zu ignorieren und bereits die Box als Repräsentation des gesamten Datensatzes verstehen (Bakker et al., 2005), erscheint die folgende, dritte Hypothese plausibel:

Hypothese 3: Box-Items zeigen höhere Lösungsraten als Median-Items.

Auf Personenebene wollen wir die sich aus dem Conceptual-Change-Ansatz ergebenden Profile (Tab. 1) identifizieren.

Hypothese 4: Es lassen sich Gruppen von Lernenden identifizieren, die synthetische Konzepte ausgebildet haben und Items entsprechend dieser Konzepte beantworten.

Methode

An der Studie nahmen insgesamt $N = 297$ Personen (davon die Hälfte weiblich) über die Online-Erhebungsplattform *prolific.com* teil. Nach einem kurzen, den Boxplot einführenden Video beantworteten die Teilnehmenden 36 Items (6 Items pro Kategorie). Das prozedurale Wissen zu Boxplots wurde mit zwei Items getestet. Die Auswertung der Daten erfolgte hinsichtlich der ersten drei Hypothesen mit Hilfe eines verallgemeinerten linearen gemischten Modells. Bezüglich der vierten Hypothese nutzten wir einen k-means Algorithmus mit vorgegebenen Clusterzentren.

Ergebnisse

Es zeigte sich in Übereinstimmung mit den ersten beiden Hypothesen, dass flächenkongruente Items leichter zu beantworten waren als flächeninkongruente Items und dass mediankongruente Items leichter zu lösen waren als medianinkongruente Items. Eine signifikante Interaktion zwischen Flächen- und Mediankongruenz zeigte sich nicht. Die dritte Hypothese, dass Box-Items höhere Lösungsraten als Median-Items zeigen, konnte durch unsere Daten nicht bestätigt werden. In Übereinstimmung mit unserer vierten Hypothese konnten wir fünf der sechs angenommenen Profile identifizieren:

Im ersten Cluster befinden sich Lernende mit Flächenfehlvorstellung, die die Flächenstrategie in allen Item-Kategorien anwendeten (Tab. 1, Flächenfehlvorstellung). Im zweiten Cluster befinden sich Lernende, die zwar über die Median-Strategie verfügten, die fehlende Box-Strategie in Box-Items aber nach wie vor mit der Flächenstrategie substituierten (Tab. 1, A). Im dritten und vierten Cluster befinden sich Lernende, die Median-Items mit Hilfe der Flächenstrategie lösten und Box-Items entweder mit Median-Strategie (Tab. 1, C) oder korrekt mit Box-Strategie (Tab. 1, D) bearbeiteten. Im fünften

identifizierten Cluster befinden sich Lernende, die den Conceptual-Change-Prozess weitgehend abgeschlossen hatten und in allen Item-Kategorien eine korrekte Strategie anwendeten (Tab. 1, Konzeptwechsel). Während sich in unserer Stichprobe keine Lernenden fanden, die die Median-Strategie in Median-Items nutzten und diese in Box-Items übergeneralisierten (Tab. 1, Profil 5), zeigte sich eine weitere Gruppe von Lernenden, die keinem der angenommenen Profile zugeordnet werden konnten und gerade in inkongruenten Items höhere Lösungsraten zeigten als in kongruenten Items.

Diskussion

Die Frage, ob ein Item flächen- und / oder mediankongruent ist, ist ein guter Prädiktor dafür, ob das Items richtig oder falsch gelöst wird. Gleichzeitig konnten wir unterschiedliche Profile von Lernenden identifizieren, die in Median- und Box-Items unterschiedliche Lösungsmuster zeigten. Dieses Ergebnis lässt sich nach dem Conceptual-Change-Ansatz mit Hilfe synthetischer Konzepte erklären. Warum wir zwar einerseits keine Teilnehmenden finden konnten, die den Median übergeneralisierten, wohl aber solche, die in Box-Items die Median-Strategie (fehlerhaft) anwendeten, in Median-Items aber statt der (korrekten) Median-Strategie die Flächenstrategie nutzten, sollte genauso Gegenstand weiterer Forschung sein, wie die Frage, wie es zu einem Profil kommt, in dem sich eine Art *Reverse-Bias* (Reinhold et al., 2023) abzeichnet und gerade die inkongruente Items mit höherer Wahrscheinlichkeit richtig beantwortetet werden als die kongruenten Items.

Literatur

Abt, M., Loibl, K., Leuders, T., & Reinhold, F. (2022, August 23). *Considering conceptual change as a source for errors when comparing data sets with boxplots* [Single Paper]. EARLI SIG3, Zwolle, Niederlande.

Bakker, A., Biehler, R., & Konold, C. (2005). Should Young Students Learn About Box Plots? *Curricular Development in Statistics Education IASE Roundtable Conference*, 163–173. https://doi.org/10.52041/SRAP.04302

Lem, S., Onghena, P., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2013). The heuristic interpretation of box plots. *Learning and Instruction, 26*, 22–35. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.01.001

Reinhold, F., Leuders, T., & Loibl, K. (2023). Disentangling magnitude processing, natural number biases, and benchmarking in fraction comparison tasks: A person-centered Bayesian classification approach. *Contemporary Educational Psychology, 75*, 102224. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2023.102224

Vosniadou, S., & Skopeliti, I. (2013). Conceptual Change from the Framework Theory Side of the Fence. *Science & Education, 23*(7), 1427–1445. https://doi.org/10.1007/s11191-013-9640-3