Bärbel BARZEL, Essen

„Offener Unterricht? Rechner?... Dafür bleibt keine Zeit….“

Der Titel drückt die Befürchtung vieler Lehrpersonen aus, dass mit neuen Unterrichtsmethoden, die dem Schüler und der Schülerin mehr Raum zur Eigenaktivität lassen, sowie der Integration von Rechnern in den Unterricht curriculare Vorgaben noch schwerer zu erreichen sind als ohne diese Innovationen. Verändern der Unterrichtsmethode und Rechnereinsatz werden als zeitliches Additivum empfunden, das zusätzlich belastet. Dagegen steht die Erfahrung von Lehrpersonen, die offenen Unterricht mit integriertem Rechnereinsatz nicht als Hürde sondern als besondere Chance erleben, inhaltliche und prozessuale Ziele gleichermaßen und gemeinsam in den Blick zu nehmen. Aufgrund dieser Erfahrungen ist im Rahmen des Lehrerfortbildungsprojekets T³ (Teachers Teaching with Technology) die Idee entstanden, Unterrichtsmaterial zu entwickeln, das exemplarisch für eine veränderte Unterrichtskultur mit integriertem Einsatz von Computeralgebrasystemen (CAS) stehen kann. Damit sollte an einem Beispiel ein Weg aufgezeigt werden, Öffnen von Unterricht und Medieneinsatz als Einheit zu begreifen mit dem Ziel, Mathematik und mathematische Tätigkeiten gleichermaßen im Unterricht erlebbar zu machen. So entstand Unterrichtmaterial zur Untersuchung ganzrationaler Funktionen (11. Jg), an dem Schülerinnen und Schüler sich über mehrere Wochen vielfältige Aspekte einer Funktionsuntersuchung selbstständig erarbeiten. Dies geschieht in Form einer „Lernwerkstatt“, die im Rahmen des Forschungsprojektes MUKI (Mathematikunterricht zwischen Konstruktion und Instruktion) an der Universität Duisburg-Essen theoretisch reflektiert, weiterentwickelt und evaluiert wurde.

1. Intentionen von MUKI

Zunächst galt es, die **Frage nach der Thematik** zu klären, an Hand derer das Exempel statuiert werden sollte. Folgende Gründe haben dazu geführt, die „Funktionsuntersuchung“ im 11. Jahrgang auszuwählen:

- Es sollte ein Pflichtthema und kein unterrichtliches Zusatzthema sein.
- Es sollte ein Thema der Sekundarstufe II sein, da für Lehrpersonen CAS eher dort ihren Platz haben als in der Sekundarstufe I.
- Das gängige Unterrichtsschema der Thematik ist die „Kurvendiskussion“, die viel Anlass zu Kritik liefert und vor allem von den Lehrpersonen selbst als unbefriedigend erlebt wird. Kern der Kritik sowie der Unzufriedenheit ist, dass es häufig nur um eine feste Abfolge von vorgegebenen Schritten geht, die das Durchdringen und Verstehen der dahinter liegenden Mathematik erschwert und im Extremfall zum blinden, verständnislosen Abarbeiten der Rezeptur führt.

- CAS bietet die Möglichkeit, eine Funktion sowohl als Term, Tabelle und Graph darzustellen und ermöglicht einen interaktiven Wechsel zwischen diesen mathematischen Repräsentationsformen. Dieser „Fensterwechsel“ (vgl. „Window-Shuttle-Prinzip“ HEUGL ET AL. 1996) kann für den Lernprozess nutzbar gemacht werden, da dadurch die verschiedenen Präferenzen einzelner Schüler/ Schülerinnen gezielt angesprochen werden können. Dies kann nicht nur von Nutzen beim Erarbeiten einer Funktionsuntersuchung im 11. Jahrgang sein, sondern wann immer Funktionen im schulischen Rahmen behandelt werden.
- Die Thematik legt vielfältige Aufgabenstellungen nahe, mit denen unterschiedlichste Tätigkeiten im Lernprozess angeregt werden können.

Grundsatz der Konzeption war es, eine Balance zwischen Instruktion und Konstruktion exemplarisch zu konkretisieren, eine Ausgewogenheit zu schaffen zwischen dem Bestreben nach der Vermittlung von unverzichtbaren bzw. vorgegebenen curricularen Inhalten und dem Wunsch nach einer maximalen Öffnung der einzelnen Fragestellungen, um vielfältige und intensive Auseinandersetzungen auf Seiten der Lernenden anzuregen. Dabei sollte eine Bandbreite von Tätigkeiten zwischen rezipierend und kreativ initiiert werden.

Doch was besagt dies konkret im Kontext des Themas? Welche Tätigkeiten sind es, die speziell hier sinnvoll und nötig sind? Eine erste Leitlinie zur Konkretisierung bieten die Beschreibung der „mathematical literacy“ im PISA-Framework (PISA 2000), die Kompetenzliste in den Bildungsstandards der KMK (2003) oder des NCTM (2000) ebenso wie die Hierarchisierung von Kompetenzen nach TIETZE/ WOLPERS/ KLIKA (1996). Diese allgemeinen Kategorisierungen lassen sich für den Themenbereich „Funktionsuntersuchung“ durch den folgenden Tätigkeitskatalog spezifizieren, bei dem auch allgemeine, metakognitive Kompetenzen berücksichtigt sind. Die Unterteilung ist keineswegs disjunkt, sondern spiegelt vielmehr eine orientierende Schwerpunktsetzung wieder.

- Tätigkeiten des **Rezipierens**: Berechnen, Formel anwenden, ausführen, zuhören, nachvollziehen
- Tätigkeiten des **Darstellens**: mathematisch darstellen (in Term, Graph, Tabelle und Wort), wechseln zwischen verschiedenen Darstellungsformen, wie z.B. visualisieren
- Tätigkeiten des **Analysierens**: Enkodieren von gegebenen Texten und Darstellungen, Interpretieren, strukturieren
- Tätigkeiten des **Reflektierens**: Vergleichen, einen Lösungsweg unter veränderten Gesichtspunkten neu durchdenken, vernetzen
- Tätigkeiten des **Kreierens:** neue Aspekte einbeziehen, neue Blickrichtungen versuchen, Beispiele ausdenken und finden, systematisieren, generalisieren, recherchieren

Um all diese Tätigkeiten ausbilden zu können, bedarf es der Möglichkeit, frei zu verbalisieren und zu kommunizieren. HEFENDEHL-HEBEKER (2004) legt die Charakteristika eines rationalen Dialogs auch im dialogischen Lernen zu Grunde. Ein solcher Dialog sollte unvoreingenommen, zwanglos und nicht persuasiv sein, damit Lernen ein Akt selbstgesteuerten Bildens von Wissensnetzen ist, die an das eigene Vorwissen und Können anknüpfen. Dazu muss jedoch ein Raum geschaffen werden, in dem Ideen und Gedanken „unzensiert" ausgetauscht werden können. Schülerinnen und Schüler müssen lernen, sich auf andere einzulassen, deren Ideen an zu hören, um so auch fremde und vielleicht ungewohnte Gedankengänge nachvollziehen und mit den eigenen verknüpfen zu können. So werden Zusammenhänge hergestellt, Unterschiede pointiert und Schwierigkeiten geklärt und erklärt. Hierbei kann dem Lehrenden ein organisatorischer Rahmen helfen, der für alle Ordnung und Orientierung schafft und dennoch Lernenden den nötigen Freiraum gewährt. Dies ist in einem klassischen frontal geführten Unterricht mit zeitlich eng begrenzten Partner- oder Gruppenarbeitsphasen nicht möglich, sondern erfordert eine konsequent **schülerzentrierte Unterrichtsmethode**. Eine solche Methode ist die „Lernwerkstatt", die in Grundschule ebenso zu finden ist wie an manchen Hochschulen. „Lernwerkstatt" steht dabei für einen Ort - im realen wie im übertragenen Sinne, der vielfältige Handlungen zu einem Themenbereich und das Entstehen eines gemeinsamen Produktes im gemeinsamen Tun ermöglicht. Historische Vorbilder sind z.B. die „Laboratorien" von HELEN PARKHURST. Die hier vorgestellte Lernwerkstatt ist gedacht für den 'normalen' Klassenraum und ähnelt einem Stationenzirkel, der sich jedoch über einen längeren Zeitraum erstreckt (6-8 Wochen).

2. Das Material und seine Entwicklung

Die Schülerinnen und Schüler erhalten eine Arbeitsmappe (BARZEL/ FRÖHLICH/ STACHNISS-CARP 2003) mit einzelnen Modulen, an denen sie selbstständig in Gruppen von 4-6 Schüler/innen arbeiten. Zusätzliches Material zu einzelnen Stationen sowie Nachschlagewerke liegen im Klassenraum aus. Ein Ziel dieser Lernwerkstatt ist es, dass Schülergruppen selbstständig Elemente zur Untersuchung ganzrationaler Funktionen erarbeiten. Fachliche Voraussetzung ist der Ableitungsbegriff. Der Weg durch die Lernwerkstatt ist auf unterschiedliche Weise möglich. Auch innerhalb der Module sind meist unterschiedliche Lernwege möglich. Dann findet sich keine sequentielle Anordnung von Aufgaben, sondern die Anregungen werden als Mindmaps gegeben. An mehreren Stellen der Lernwerkstatt wird der Vergleich der verschiedenen Darstellungsarten einer Funktion (Graph, Term, Tabelle, Situation) thematisiert und Vor- und Nachteile diskutiert.

Um die unterschiedlichen Tätigkeiten anzuregen, werden unterschiedliche Aufgabentypen gewählt, zum Beispiel:
Vorgabe von Funktionen mit konkreten Untersuchungsaufträgen: Dies erfolgt zum Beispiel im Modul „Extremes“. Es sind drei verschiedene Funktionen gegeben, eine als Graph, eine als Tabelle und eine als Term. Ohne weitere Vorkenntnisse über Extrempunkte sollen Eigenschaften von lokalen Extrema erkannt und eine erste Benennung soll formuliert werden. Im Modul „Lange Leitungen“ werden Graphen einer Funktion und ihrer Ableitungen untersucht und Zusammenhänge in einer Tabelle strukturiert festgehalten.
Diskussion von Aussagen: Setzt man sich mit einer vorgegebenen Aussage kritisch auseinander, reflektiert und vernetzt man bereits gewonnene Erkenntnisse, um zu einer angemessenen Beurteilung zu kommen. So führt die Beurteilung der Aussage „$f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow$ Es existiert ein EW in x_0“ bei „Extremes“ zum Entwickeln eines Rechenweges zur Bestimmung lokaler Extremwerte.
Vorgabe von Texten: Im Modul „Lange Leitungen“ werden zum Beispiel Informationen zu höheren Ableitungen gegeben, bei „Sanft krümmt sich“ wird das Recherchieren zum Thema „Wendepunkt“ gefordert. Durch das Strukturieren und das Trennen von wichtigen und unwichtigen Aspekten wird der verständige Umgang mit mathematischen Texten eingeübt.
Experimentelle Erfahrungen: „Gehen von Ableitungsgraphen“ ist ein Modul, der zu Versuchen mit einem Bewegungsmessgerät anregt. Bewegungen werden unmittelbar als Zeit-Weg- oder Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm aufgezeichnet. Auf diese Weise wird durch das eigene Gehen ein Ableitungsgraph produziert. Solche Graphen werden analysiert und umgekehrt vorgegebene Graphen nachgegangen. Kognitive Auseinandersetzungen werden dadurch mit konkreten Erfahrungen verbunden, um das Verstehen der neuen Inhalte zu erleichtern.

Die Gesamtreflexion der Werkstatt erfolgt zum Schluss einerseits durch die Vorbereitung einer „Präsentation“ mit Plakaterstellung und zum anderen durch die Kreation dreier Fragen nach dem „Wer wird Millionär?“-Schema, die zu einem Lernquiz zusammengefasst werden („Quiz“).

3. Evaluation der Lernwerkstatt – Konzeption und erste Ergenisse

Zentrale Frage der Evaluation ist: Inwieweit ist dieses Lernarrangement geeignet, inhaltliche und prozessuale Ziele gleichzeitig zu verfolgen und welche Schülertätigkeiten werden dabei gefördert?

In der Pilotphase wurde zunächst das Unterrichtsmaterial getestet, weiter entwickelt und veröffentlicht (s.o.). Zudem wurden auch die Fragebögen für die spätere quantitative Studie einer Pilotierung unterzogen.

Die eigentliche Studie baut auf einer quantitativen und qualitativen

Auswertung auf. Für die **quantitative Auswertung** konnten im Schuljahr 2003/04 insgesamt 46 Lehrpersonen gewonnen werden, die Thematik mit Hilfe der Lernwerkstatt zu erarbeiten. Lehrpersonen wie Schüler/innen waren aufgefordert, nach der Lernwerkstatt einen Online-Fragebogen auszufüllen, 578 Schüler/innen und 17 Lehrpersonen gaben auf diesem Weg ihre Rückmeldung. Bei beiden Fragebögen wurden u.a. die individuellen Einstellungen zur Arbeit in der Lernwerkstatt über Statements erfragt, die es auf einer Skala von 7 Punkten einzuordnen galt. Diese ordinalskalierten Fragen des Schülerfragebogens konnten mit Hilfe einer Faktorenanalyse auf vier relevante Faktoren reduziert werden (Eigenwert >2): Arbeiten in der Gruppe, Fachliche Sicherheit, Arbeitsaufwand, Rechnereinsatz. Die in diesen Faktoren hochkorrelierenden Items wurden zusammengefasst. In allen Bereichen ergaben sich deutliche Einschätzungen der Schüler/innen, z.B. (Abb.1) :

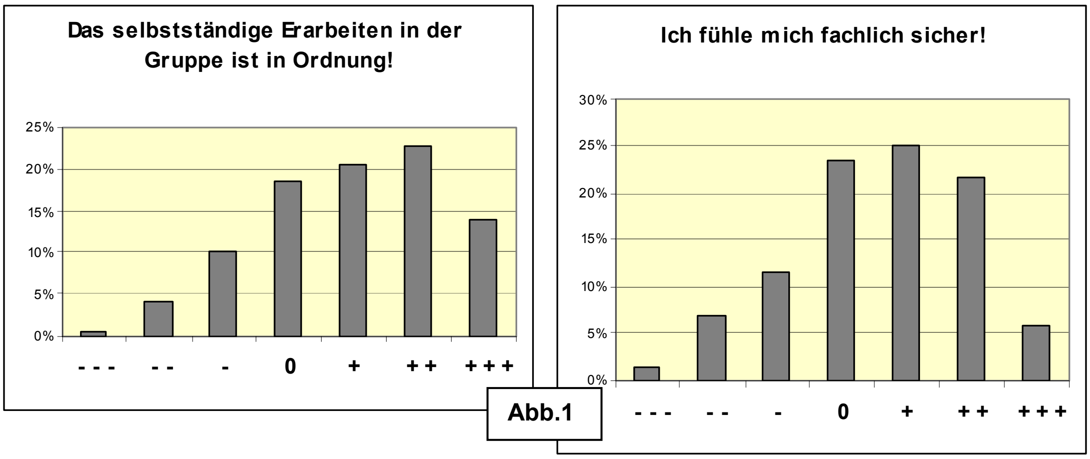

Abb.1

Den Arbeitsaufwand schätzten viele Lernende (43%) als hoch ein, sahen ihn aber dennoch als sinnvoll an. Interessant ist der Zusammenhang dieser Einschätzung mit der letzten Zeugnisnote in Mathematik. Auffallend ist der hohe Anteil (51%) an positiven Einschätzungen bei denjenigen mit der Note 5 (Abb.2). Daraus lässt sich jedoch nicht schließen, dass dieser Mehraufwand wirklich genutzt wurde, sondern dass dem gesamten

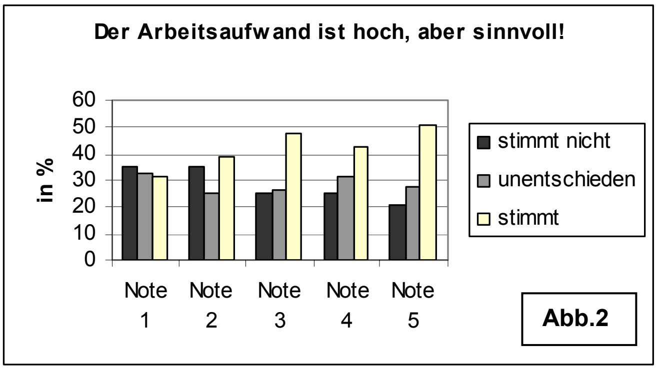

Abb.2

Arrangement ein sinnvolles Lernpotential zugeschrieben wird. Den Rechnereinsatz beurteilten insgesamt 75% als sinnvoll und nützlich, wobei sich hier ein Unterschied zwischen Jungen und Mädchen zeigte: 82% bei den Jungen und 69% bei den Mädchen. Auch wurde der Rechnereinsatz von denjenigen, die einen Taschenrechner mit CAS benutzten, tendenziell positiver bewertet als von denen, die CAS am PC verwendeten. (Abb. 3)

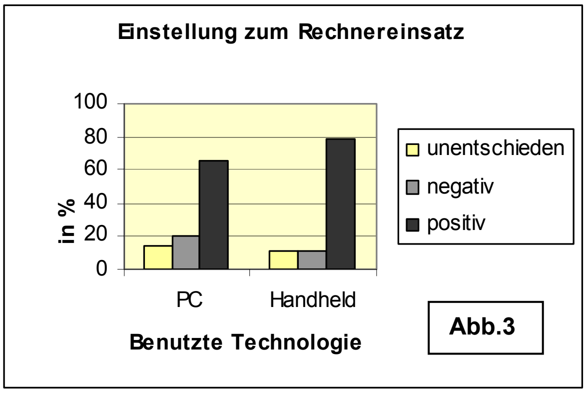

Abb.3

Ein möglicher Grund hierfür mag die individuell ständige Verfügbarkeit sein. Ein Taschenrechner steht zudem äußerlich weniger im Mittelpunkt, sondern wird nur bei Bedarf „aus der Tasche gezogen" und lässt sich so leichter in den Lernprozess integrieren als ein Gerät, das hinsichtlich seiner Größe dominanter und u.U. mit anderen zu teilen ist.

Die beteiligten Kurse nahmen an einem Abschlusstest teil. Dieser Test bestand aus zwei Fragen, die aus alten zentralen Vergleichsklausuren in NRW (2002, 2001)[1] übernommen wurden, um auf diese Weise eine von außen gestellte Anforderung als Maßstab zu wählen. Zum Vergleich lagen die Mittelwerte der erreichten Punktzahlen vor, die in den jeweiligen Jahren in NRW erreicht wurden. (12169 Schüler/innen (2. Aufgabe) bzw. 11364 Schüler/innen (1.Aufgabe)) Der Rücklauf des Abschlusstests belief sich auf 462 Klausuren, die zentral an der Universität korrigiert wurden. Bei der Korrektur wurden die Kriterien zugrunde gelegt, die mit den Vergleichsklausuren zentral vorgegeben waren. Vergleicht man die gemittelten Ergebnisse (in %), so ergibt sich folgendes Bild (Abb.4):

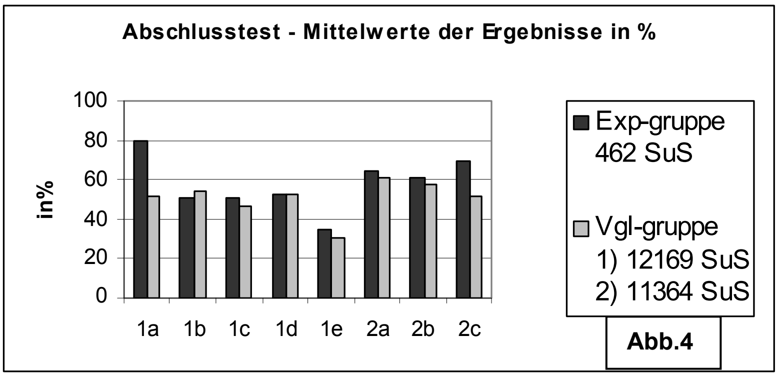

Abb.4

Da von der Vergleichsgruppe nur Mittelwerte vorlagen, wurden auch von der Experimentalgruppe nur die Mittelwerte zum Vergleich herangezogen. Nach Abwägen aller Einflussfaktoren kann aus diesem Ergebnis geschlossen werden, dass die Schüler/innen der Experimentalgruppe den Anforderungen der zentralen Vergleichsklausuren in diesem Themenbereich mindestens so gut genügten wie die Schüler/innen der Vergleichsgruppen.

Für die **qualitative Auswertung** wurde ein Kurs während des Unterrichts

[1] Es war jeweils die 2.Aufgabe der Vergleichsklausur von 2001 und 2002, die verfügbar sind unter: www.brd.nrw.de/BezRegDdorf/hierarchie/lerntreffs/mathe/structure/sekundar2/vergleichsarbeiten.php

mit der Lernwerkstatt begleitet. Es wurden Unterrichtsstunden auf Video aufgezeichnet, Interviews mit Schüler/innen und der Lehrperson durchgeführt, Schülerhefte analysiert und Klausuren des Experimentalkurses im Vergleich zu Klausuren der Parallelkurse betrachtet. Teile des Materials wurden nach den Vorgaben der Grounded Theory (STRAUSS, CORBIN 1996) kodiert und ausgewertet - dazu gehören Transkripte von Unterricht, Schülerhefte und die Abschlussklausur der Experimentalgruppe (und der Parallelkurse als Vergleichsgruppe). Zwei Ergebnisse der qualitativen Auswertung seien hier exemplarisch genannt.

Die Experimentalgruppe (26 SuS) nahm ebenso wie die drei Parallelkurse der gleichen Schule (80 SuS) an der offiziellen zentralen Vergleichsklausur in NRW (2003)[2] teil. Sämtliche Schülerlösungen ohne die jeweiligen Lehrerkorrekturen lagen der Forschergruppe vor. In einer Aufgabe waren ein Funktionsterm und eine Graphik mit vier Funktionsgraphen vorgegeben und es ging darum, den entsprechenden Graphen dem Term zuzuordnen. Bei der Korrektur zu dieser Aufgabe fiel auf, dass die Schüler/innen der Experimentalgruppe im Gegensatz zur Vergleichsgruppe häufig mit dem Antwortsatz begannen und erst danach die Begründung lieferten. Diese und weitere Merkmale wurden daraufhin quantifiziert, um eventuelle Tendenzen festzustellen. Dabei bestätigte sich zunächst der Eindruck: 69% der SuS der Experimentalgruppe setzten den Antwortsatz an den Anfang im Vergleich zu 21% der restlichen Gruppe. Dagegen stand der Satz am Ende der Ausführungen bei 19% der Experimentalgruppe und bei 65% der anderen Schüler/innen. Die Untersuchung der weiteren Merkmale brachte mögliche Gründe für dieses Phänomen. Die Kontrollgruppe begann meist damit, anhand des Funktionsterms Berechnungen durchzuführen, z.B. Null- und Extremstellen zu bestimmen. Diese Berechnungen orientierten sich an Elementen, die die Schüler/innen als Bestandteile der Kurvendiskussion kannten. Im Laufe der Arbeit ergab sich ein Indizienkatalog, der bei günstigem Verlauf eine Zuordnung zwischen Term und Graph möglich machte. Die Arbeitsrichtung verlief dabei überwiegend vom Term zum Graphen. Bei der Experimentalgruppe dagegen verlief die Arbeitsrichtung häufiger vom Graphen zum Term bzw. bewegte sich zwischen beiden Darstellungsarten hin und her.

Das zweite Beispiel aus der qualitativen Auswertung ist die Analyse einer Sequenz, bei der eine Schülergruppe an einem Legespiel[3] arbeitete. Dabei ging es darum, aus 13 Funktionsgraphen drei Sets aus Graphen zu f, f′ und f′′ zu finden. Im analysierten Abschnitt wird das Gespräch von zwei

---

[2] Diese Klausur findet man unter:
www.brd.nrw.de/BezRegDdorf/hierarchie/lerntreffs/mathe/structure/sekundar2/vergleichsarbeiten.php

[3] „Was gehört **Z**usammen?“, in: BARZEL ET AL. 2003, Schülerheft 15, Lehrerheft S.11f

Schülerinnen untersucht. Dabei fällt deren unterschiedliche Perspektive auf. Die eine Schülerin geht hauptsächlich von einer eher global-dynamischen Betrachtungsweise aus, da sie Verlauf und Steigung einzelner Graphikbereiche immer wieder ins Zentrum rückt. Die andere zeigt einen eher lokal-statischen Zugang, da sie exponierte Punkte (Extrempunkte, Nullstellen, Funktionswerte) fokussiert, um Sets von Graphen zu ermitteln.

69 **P:** \.(zeigt auf K1)..also ist die S t e i g u n g im negativen Bereich … Also ist die… er fällt also muss.. y im negativen Bereich sein bei der 2. Ableitung … (P zeigt auf K2)
74 **U:** D a i s t ein Wendepunkt an dieser Stelle hier (U zeigt auf K1, P auf K2, ungefähr x>3) . und hier ist das Extremum (U zeigt auf K2) \ …und ist hier wieder (U+P zeigen auf K1) Extremum und hier (U zeigt auf K2 mittlere Nullstelle) wieder null (P wechselt von K2 auf K1)

Im Laufe des Gesprächs lassen sich beide zunehmend mehr auf die Sichtweise der anderen ein und vernetzen beide Kriterien, um die Zusammengehörigkeiten von Graphen zu testen, zu verifizieren oder zu falsifizieren. Dies gelingt immer besser, da die Kommunikation intensiver wird und Fehlvorstellungen gegenseitig korrigiert werden.

Die ausgewählten Ergebnisse sollten nicht darüber hinwegtäuschen, dass mit einem solchen Lernarrangement auch Probleme verbunden sind. Diese treten z.B. auf, wenn die geforderte Offenheit im Unterricht für Lernende und Lehrende neu und ungewohnt ist. Eine solche Unterrichtsform erfordert gerade von der Lehrperson in besonderer Weise Moderationskompetenzen, um die Vielfalt im Unterricht produktiv nutzen zu können. Dennoch erlauben die bisherigen Ergebnisse hinsichtlich der zentralen Frage der Studie eine positive Einschätzung der vorgestellten Lernwerkstatt.[4] Es werden unterschiedlichste Schülertätigkeiten angeregt, die Anlass zur Hoffnung geben, dass auf diese Weise inhaltliche und prozessuale Ziele gleichermaßen verfolgt werden.

Literatur

BARZEL, B., FRÖHLICH, I., STACHNISS-CARP, S. (2003): Das ABC der ganzrationalen Funktionen, Schülerheft & Lehrerheft. Stuttgart: Klett

HEFENDEHL-HEBEKER (2004): Selbstgesteuertes Lernen im Dialog. In: Der MU, Juni 2004. Seelze: Friedrich, 45- 51.

HEUGL, H; KLINGER, W.; LECHNER. J.(1996): Mathematikunterricht mit CAS. Bonn: Addison Wesley

KMK (2003): Standards für den mittleren Bildungsabschluss, www.kmk.org

NCTM (2000): Principles and Standards for School Mathematics, Reston.

PISA-Konsortium (Hrsg.) (2000): Schülerleistungen im internationalen Vergleich.

STRAUSS, A.L.; CORBIN, J. (1996): Grounded Theory: Grundlagen Qualitativer Sozialforschung. Weinheim: Beltz.

TIETZE, U.; KLIKA, M.; WOLPER, H. (1997): Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II, Bd.1. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg.

[4] Informationen zu weiteren Ergebnissen der Studie: www.uni-duisburg.de/FB11/DIDAKTIK/barzel.htm