

FOCK, Alissa; JUST, Janina & SILLER, Hans-Stefan
Würzburg

Treffen von Prognosen unter Verwendung von Daten – exemplarische Untersuchung anhand einer Aufgabe zur Bildung für nachhaltige Entwicklung

Mathematik spielt eine zentrale Rolle bei der Modellierung von Problemen im Nachhaltigkeitskontext (Just et al., 2023). Dies wird von der KMK durch die Verankerung der Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE) im Mathematikunterricht gestützt (z.B. Siller et al., 2025). Im Kontext der Nachhaltigkeit gilt es zudem, mit großen Datenmengen zu arbeiten, auf deren Basis statistische Modelle erstellt werden, um beispielsweise Prognosen zu treffen (Dvir & Ben-Zvi, 2023). In unserem Projekt stellen wir uns die Frage: *Welche Herausforderungen lassen sich bei der Bearbeitung einer statistischen Modellierungsaufgabe unter Verwendung großer Datensätze im BNE-Kontext beim Treffen von Prognosen feststellen?*

Zur Beantwortung der Fragestellung bearbeiteten Zehntklässler*innen eine Modellierungsaufgabe aus dem Themengebiet der Statistik im Würzburger Mathematiklabor. Dabei wurden sie videographiert und die Aufzeichnungen transkribiert. Die Schüler*innen sollten ausgehend von großen Datensätzen ableiten, wie viel CO₂ noch ausgestoßen werden darf, um das 1,5°C Ziel einzuhalten. Alle Gruppen verwendeten dabei sehr einfache statistische Modelle, etwa eine Gerade durch nur zwei Datenpunkte. Dabei hinterfragten sie weder die (Un-)Sicherheit ihrer Prognosen noch ihre Modellauswahl. Gerade in einem gesellschaftlich und bildungspolitisch relevanten Kontext wie der Bildung für nachhaltige Entwicklung sollten Schüler*innen jedoch in der Lage sein, mit angemessenen Modellen zu arbeiten. Nur so kann Mathematik dazu dienen, mit komplexen Problemen umzugehen und diese nicht etwa übermäßig zu vereinfachen oder gar zu verharmlosen. Im Weiteren sollten daher Möglichkeiten erprobt werden, Schüler*innen bei statistischen Modellierungsaufgaben im BNE-Kontext zu unterstützen.

Literatur

- Dvir, M. & Ben-Zvi, D. (2023). Informal statistical models and modeling. *Mathematical Thinking and Learning*, 25(1), 79–99.
<https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1925842>
- Just, J., Siller, H.-S. & Vorhölter, K. (2023). Bildung für Nachhaltige Entwicklung im Mathematikunterricht am Beispiel des Themas Klima. *MNU-Journal*, 06, 456–463.
- Siller, H.-S., Vorhölter, K., Oldenburg, R., Schneider, K., Wagener, M. & Warmeling, A. (2025). Mathematik. In KMK, BMZ & Engagement Global (Hrsg.), *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung für die Gymnasiale Oberstufe (OR GOS)*. Bonn.

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

Treffen von Prognosen unter Verwendung von Daten – exemplarische Untersuchung anhand einer Aufgabe zur Bildung für nachhaltige Entwicklung

Alissa Fock, Janina Just und Hans-Stefan Siller

Datenbasiertes Arbeiten im Kontext von BNE

- Notwendigkeit differenzierter und komplexer Lösungen und Entscheidungen bei **globalen Herausforderungen**
- Zentrale Rolle der Mathematik unter anderem bei der **Modellierung** von Problemen (Just et al., 2023)
- Verdeutlichung der Notwendigkeit mathematischer Fähigkeiten durch die Verankerung der **Bildung für nachhaltige Entwicklung** im Mathematikunterricht (Reiss et al., 2016; Siller et al., 2025)
- Außerdem: Einsatz **großer Datenmengen** („Big Data“) im Nachhaltigkeitskontext
- Im **Mathematikunterricht** vorwiegend Arbeit mit wenigen Datenpunkten – trotz zunehmender Wichtigkeit großer Datenmengen im Kontext komplexer Herausforderungen (Unshelm et al., eingereicht)

Statistische Modellierung und Unsicherheit

- Statistische Modelle** zur Beschreibung, Erklärung und Prognose realweltlicher Phänomene
- Berücksichtigung von **systematischer (signal)** und **zufälliger (noise)** Variation in den Daten (Dvir & Ben-Zvi, 2023)
→ Unsicherheit von **Prognosen**, die anhand des Modells getroffen werden (Pfannkuch et al., 2018; Riemer & Siller, 2020).
- Berücksichtigung der **Unsicherheit** durch formale oder informelle Methoden (z.B. graphische Darstellungen oder sprachliche Formulierungen) möglich (Dvir & Ben-Zvi, 2023)

Fragestellung

Welche Herausforderungen lassen sich bei der Bearbeitung einer statistischen Modellierungsaufgabe unter Verwendung großer Datensätze im BNE-Kontext beim Treffen von Prognosen feststellen?

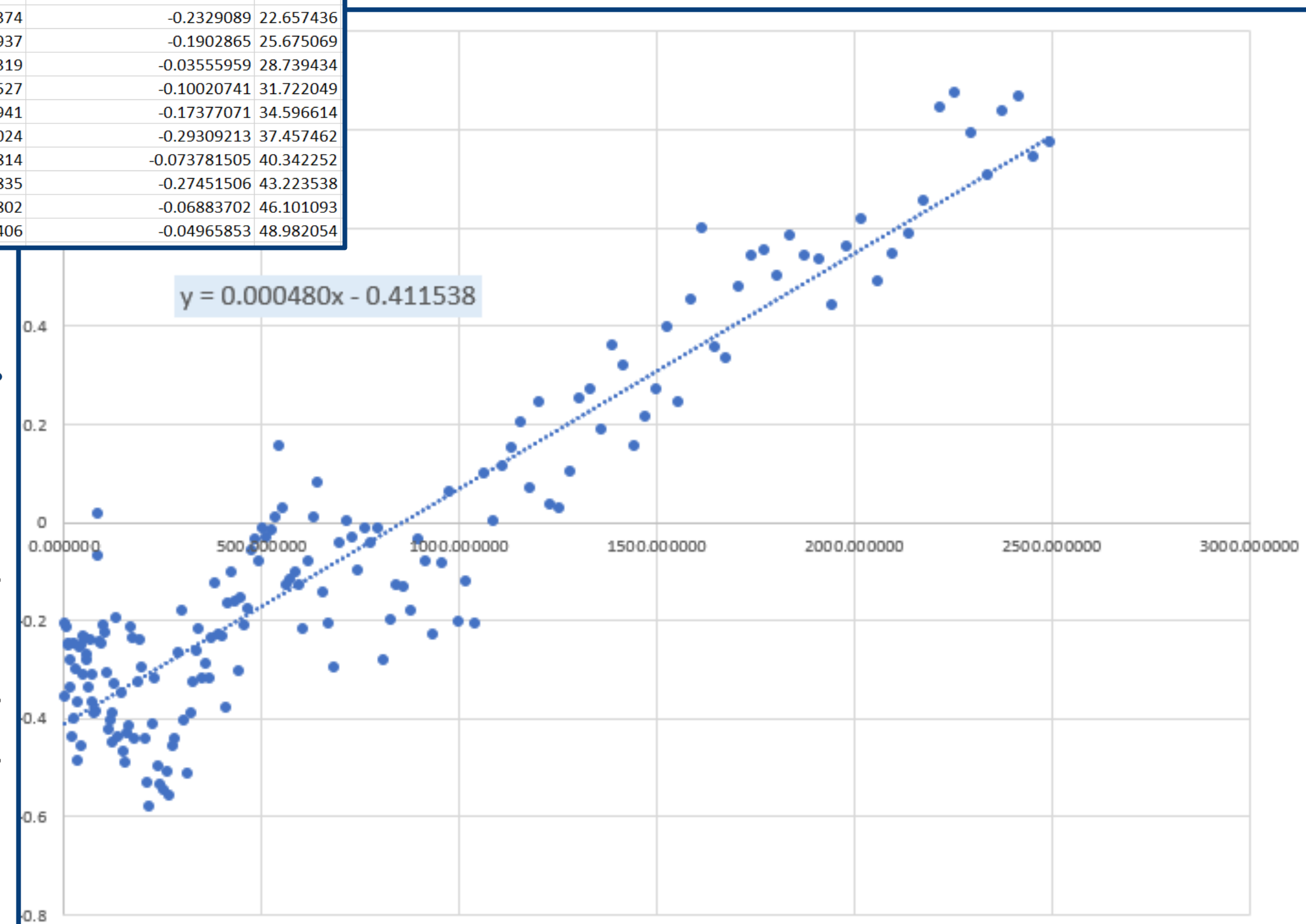
Beschreibung der Aufgabe

Die Aufgabe fokussiert die Interpretation von **graphischen Darstellungen** des zeitlichen Verlaufs von Temperaturanomalien und Treibhausgasemissionen mit besonderem Fokus auf der Differenzierung von **Kausalität und Korrelation**.

Abschließend soll anhand von Daten eine **Vorhersage** getroffen werden.

| Year | Anomaly (deg C) | Lower confidence limit (2.5% Upper confidence limit (97.5% CO2 in Gt |
|------|-----------------|--|
| 1850 | -0.3552772 | -0.62357736 -0.086977065 2.623517 |
| 1851 | -0.21 | -0.46089578 0.04927712 5.337433 |
| 1852 | -0.21267058 | -0.46480978 0.03946862 8.097991 |
| 1853 | -0.24794768 | -0.4960488 0.000153476 10.925781 |
| 1854 | -0.25190975 | -0.47884505 -0.024968512 13.813894 |
| 1855 | -0.28020276 | -0.48719963 -0.07340587 16.719994 |
| 1856 | -0.33734566 | -0.55760604 -0.1170853 19.675498 |
| 1857 | -0.43812317 | -0.6433374 -0.2329089 22.657436 |
| 1858 | -0.40261176 | -0.614937 -0.1902865 25.675069 |
| 1859 | -0.2484393 | -0.461319 -0.03555959 28.739434 |
| 1860 | -0.29996136 | -0.49971527 -0.10020741 31.722049 |
| 1861 | -0.3661824 | -0.5585941 -0.17377071 34.596514 |
| 1862 | -0.4876973 | -0.6823024 -0.29309213 37.457462 |
| 1863 | -0.25679776 | -0.439814 -0.073781505 40.342252 |
| 1864 | -0.45707172 | -0.63962835 -0.27451506 43.223538 |
| 1865 | -0.25214252 | -0.43544802 -0.06883702 46.101093 |
| 1866 | -0.2342013 | -0.41874406 -0.04965853 48.982054 |

Leiten Sie ausgehend von den Datensätzen ab, wie viel CO₂ noch ausgestoßen werden darf, um das 1,5°C Ziel einzuhalten.



Lösung durch graphische Darstellung der Daten und Ermittlung der Gleichung der Trendlinie in Excel

(nach Just et al., 2023)

Schülerlösungen aus Jahrgangsstufe 10

Systematische Variation: Auswahl von einem oder zwei Datenpunkten und Berechnung des Wertes bei 1,5°C mittels proportionaler Überlegungen ohne Validierung

S: Indem wir den CO₂-Wert erhöhen, müssen wir das hier [die Temperaturanomalie] auf 1,5 heben. [...] Das ist Dreisatz. Das ist nichts anderes als ein Dreisatz!

L: Das heißt, du sagst, dass es direkt proportional zueinander ist.

S: Genau.

L: Habt ihr das überprüft, ob das überhaupt so ist?

S: Das liegt außerhalb meines Kompetenzbereichs.

Zufällige Variation: Keine Berücksichtigung von zufälliger Variation in den Daten sowie keine Beschreibung von Unsicherheit bei der Vorhersage

S: 30, 90, das heißt, es hat sich verdreifacht [innerhalb von 60 Jahren]. Das heißt, es wird sich wieder verdreifachen in den nächsten 60 Jahren.

Wechsel zur graphischen Darstellungsform erst nach Intervention

L: Wenn man sonst einen Zusammenhang zwischen Daten herstellen will, wie macht man das denn sonst?

[...]

L: Wie kriegt man denn sonst vielleicht so einen Graphen her?

S: Man trägt die Werte so ein, so ins Koordinatensystem.

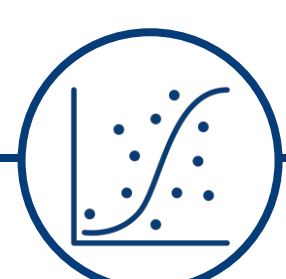
Lernende...

- verwenden beim Arbeiten mit tabellarischen Daten **sehr einfache statistische Modelle** – trotz vorheriger Diskussion der Komplexität der Thematik.
- berücksichtigen **keine Unsicherheiten** bei der Prognose und halten ihre Prognose trotz Widerspruch zu anderen Resultaten für **realistisch**.
- begründen** ihre Modellauswahl **nicht**.

Verankerung der Bildung für nachhaltige Entwicklung in den Curricula der Länder & große Relevanz in gesellschaftlichen Debatten

- Schüler:innen sollten hier mit angemessenen Modellen arbeiten können, damit Mathematik dem **Umgang mit komplexen Problemen** dient und nicht deren übermäßiger Vereinfachung.
- Werden auf Basis simplifizierter Modelle getroffene Aussagen dennoch als realistisch angesehen, kann dies zur **Verharmlosung der Probleme** führen.

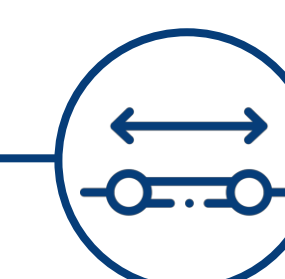
Ausblick



Explizite Aufforderung zur Betrachtung **verschiedener Darstellungsformen**



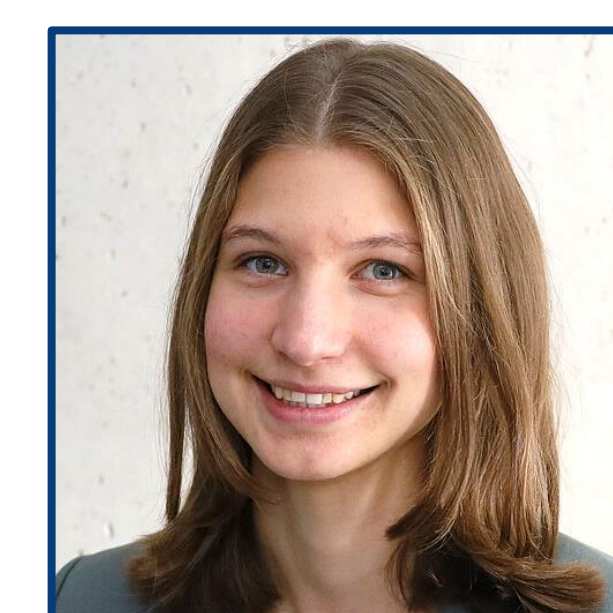
Explizitere Diskussion verschiedener **(Ursachen von) Unsicherheiten** bei Prognosen mit Klimadaten



Aufforderung zur Angabe eines graphisch geschätzten **Lösungsintervalls** anstelle einer eindeutigen Lösung (im Sinne einer informellen Betrachtung der Unsicherheit)

Literatur:

- Dvir, M. & Ben-Zvi, D. (2023). Informal statistical models and modeling. *Mathematical Thinking and Learning*, 25(1), 79–99. <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1925842>
- Just, J., Siller, H.-S. & Vorhölter, K. (2023). Bildung für Nachhaltige Entwicklung im Mathematikunterricht am Beispiel des Themas Klima. *MNU-Journal*, 06, 456–463.
- Pfannkuch, M., Ben-Zvi, D. & Budgett, S. (2018). Innovations in Statistical Modeling to Connect Data, Chance and Context. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 50(7), 1113–1123.
- Riemer, W. & Siller, H.-S. (2020). Risiko. *mathematik lehren*, 220, 2-7.
- Reiss, K., Ufer, S., Ulm, V. & Wienholtz, G. (2016). Mathematik – fachdidaktischer Teil. In KMK, BMZ & Engagement Global (Hrsg.), *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung*. Bonn.
- Siller, H.-S., Vorhölter, K., Oldenburg, R., Schneider, K., Wagener, M. & Warmeling, A. (2025). Mathematik. In KMK, BMZ & Engagement Global (Hrsg.), *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung für die Gymnasiale Oberstufe (OR GOS)*. Bonn.
- Unshelm, N., Digan, S., Geiger, V., Siller, H.-S. & Greubel, A. (eingereicht). Empowering Students to Evaluate Media Claims with Big Data. In Proceedings of ICTMA21. Springer.



Kontakt:

Alissa Fock
Wissenschaftliche Mitarbeiterin
Lehrstuhl für Mathematik V – Didaktik der Mathematik
Universität Würzburg

Emil-Fischer-Straße 30
97074 Würzburg
E-Mail: alissa.fock@uni-wuerzburg.de