

KIRSTEN, Katharina & RACH, Stefanie
Münster, Magdeburg

MS 17 - Validieren als Bestandteil mathematischer Prozesse

Die kritische Auseinandersetzung mit mathematischen Arbeitsprozessen und -produkten stellt eine zentrale Herausforderung dar. Daher werden unter den Begriffen „Validieren“, „Evaluieren“, „Rückschau“ oder „Verifikation“ sich überschneidende Konstrukte beim Beweisen, Modellieren, Problemlösen oder Sachrechnen beforscht. Während manche Forschungsprojekte Validierungsaktivitäten als Teil eines Bearbeitungsprozesses konzeptualisieren und entsprechend eine prozessbezogene Perspektive einnehmen (z. B. Czocher, 2018; Kirsten & Greefrath, 2023; Rott, 2013), untersuchen andere die Produktvalidierung und zugrundeliegende Akzeptanzkriterien (z. B. Sommerhoff & Ufer, 2019). Bezüge zu metakognitiven Aktivitäten oder Vorstellungen vom zu erreichenden Zielprodukt erweitern die jeweilige Perspektive. Auf der Basis von drei Vorträgen wurden diese verschiedenen Perspektiven bezüglich Konzeptualisierung und Operationalisierung diskutiert.

Im ersten Vortrag fokussierte *Milena Damrau* die Validierung mathematischer Aussagen. Das Validieren wurde hier als eigenständige Aktivität beim Beweisen und somit als Teil einer allgemeinen Beweiskompetenz konzeptualisiert. Die vorgestellte Studie untersuchte, wie erfolgreich Studienanfängerinnen und -anfänger mathematische Aussagen validieren und welche Aussagenmerkmale das Validierungsergebnis beeinflussen. Hierzu bewerteten die befragten Studierenden vorgelegte Aussagen hinsichtlich ihrer Allgemeingültigkeit. Die Ergebnisse zeigten, dass sowohl die Vertrautheit mit der Aussage als auch deren Gültigkeit den Validierungserfolg beeinflussten.

Im zweiten Vortrag von *Femke Sporn*, Daniel Sommerhoff und Aiso Heinze wurde eine ähnliche Konzeptualisierung verwendet, jedoch auf das Validieren von Beweisen anstatt von Aussagen bezogen. Ziel der präsentierten Studie war es, den Zusammenhang zwischen der Validierung eines Beweises und der Bewertung von zugrundeliegenden Beweisprinzipien zu analysieren. Studierende bewerteten fehlerhafte Beweise hinsichtlich der erfüllten Beweisprinzipien und dann bezüglich der Gültigkeit des Beweises. Die Ergebnisse zeigen, dass auch erkannte Verletzungen von Akzeptanzkriterien nicht zu einer logisch konsequenten Validierung des Gesamtbeweises führen.

Der dritte Vortrag von *Timo Kosiol*, Marielena Menzel, Sebastian Geisler und Stefanie Rach thematisierte das Validieren beim Modellieren. Die Validierungskompetenz wurde hier als eine Teilkompetenz des Modellierens konzeptualisiert, die darauf abzielt, (Zwischen-)Ergebnisse zu überprüfen und zu modifizieren. Im Vortrag wurden ein Rahmenmodell desselben

diskutiert und eine Interventionsstudie vorgestellt. Ergebnisse dieser Studie waren, dass inhaltliches Wissen Validierungskompetenzen substantiell prädiziert und dass eine kurzfristige Intervention nicht ausreicht, um Validierungskompetenzen ausreichend zu fördern.

Im Anschluss wurden verschiedene Aspekte der Konzeptualisierung und Operationalisierung von Validierungskompetenz diskutiert: (1) Zusammenhang zwischen Validieren und Metakognition, (2) Abgrenzung von anderen Teilkompetenzen, (3) Existenz eines kompetenzübergreifenden Referenzrahmens, (4) Bewertung eigener oder fremder Bearbeitungsprodukte. Die Rekonstruktion von Validierungsaktivitäten wurde insbesondere in Prozessanalysen als schwierig angesehen, da kognitive Prozesse häufig eng mit metakognitiven Prozessen einhergehen (Aspekt 1) und durch das Überprüfen Überarbeitungsimpulse gesetzt werden können, die eine andere Teilkompetenz fordern (Aspekt 2). Für einen Vergleich von Validierungsaktivitäten zwischen prozessbezogenen Kompetenzen erwies sich insbesondere die Frage nach Referenzrahmen (Aspekt 3) als zentral. Während beim Validieren von Beweisen Minimalkriterien durch die Beweisprinzipien gegeben sind, sind Endprodukte beim Modellieren oder Problemlösen weniger standardisiert und können nur aufgabenspezifisch beurteilt werden. Dies hat Konsequenzen für die Operationalisierung: Beim Beweisen kann das Wissen über Beweisprinzipien unabhängig von konkreten Bearbeitungen gemessen werden; beim Modellieren und Problemlösen scheint das schwierig zu sein.

Vorträge im Minisymposium

Damrau, M.: Einflussfaktoren beim Validieren von Allaussagen

Sporn, F., Sommerhoff, D. & Heinze, A.: Kann das ein gültiger mathematischer Beweis sein? Validierung von Beweisversuchen in der Sekundarstufe

Kosiol, T., Menzel, M., Geisler, S. & Rach, S.: Validierungskompetenz beim Modellieren mit Funktionen - Konzeptualisierung und Operationalisierung

Literatur

Czocher, J. A. (2018). How does validating activity contribute to the modeling process? *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 137–159.

Kirsten, K. & Greefrath, G. (2023). Proof construction and in-process validation – Validation activities of undergraduates in constructing mathematical proofs. *The Journal of Mathematical Behavior*, 70, 101064.

Rott, B. (2013). *Mathematisches Problemlösen: Ergebnisse einer empirischen Studie*. WTM-Verlag.

Sommerhoff, D. & Ufer, S. (2019). Acceptance criteria for validating mathematical proofs used by school students, university students, and mathematicians in the context of teaching. *ZDM Mathematics Education*, 51(5), 717–730.