GREEFRATH, Gilbert; KIRSTEN, Katharina & REUTER, Leonie
Münster

Finanzielle Grundbildung und mathematisches Modellieren: eine Analyse von PISA-Beispielaufgaben

Mathematisches Modellieren als Kompetenz

Modellierungskompetenz kann als die Fähigkeit beschrieben werden, die notwendigen Schritte im Vorgang des Hin- und Herbewegens zwischen Realität und Mathematik auszuführen und Modelle adäquat zu analysieren und zu bewerten (Niss et al., 2007). Einzelne Prozesse können als Teilkompetenzen des Modellierens beschrieben werden (Kaiser, 2007; Maaß, 2006). Dazu gehört ein reales Problem zu verstehen, ein reales Modell aufzustellen (vereinfachen), ein mathematisches Modell aus einem realen Modell zu erstellen (mathematisieren), mathematische Probleme innerhalb eines mathematischen Modells zu lösen (mathematisch arbeiten), mathematische Ergebnisse in einem realen Modell oder in einer realen Situation zu interpretieren, die Lösung zu hinterfragen und ggf. einen Modellierungsprozess erneut durchzuführen (validieren).

Finanzielle Grundbildung und mathematisches Modellieren

Aufgaben zur finanziellen Grundbildung haben das Potenzial, konzeptionelle und prozessbezogene Kompetenzen sowohl für finanzielle als auch für mathematische Bildung zu fördern (Ozkale & Erdogan, 2022). Allerdings befassen sich nur wenige Studien mit der gemeinsamen Förderung dieser Kompetenzen (Ozkale & Aprea, 2024). Insbesondere Modellierungsaufgaben haben das Potenzial, die Finanzkompetenz der Schülerinnen und Schüler zu fördern (Cabrera-Baquedano et al., 2022). Denn mit Hilfe mathematischer Modelle können finanzielle Situationen beschrieben und verarbeitet werden, um eine Entscheidung zu treffen.

Um die Zusammenhänge zwischen dem Konzept der finanziellen Grundbildung und dem mathematischen Modellieren herauszuarbeiten, betrachten wir das Konzept der finanziellen Grundbildung der OECD (2019, S. 128) und die Beschreibung der Teilkompetenzen des Modellierens (Kaiser, 2007; Maaß, 2006). Zudem wird der Kompetenzrahmen für Finanzkompetenz der OECD (2023b) herangezogen. In diesem werden vier prozessbezogene Kompetenzen, d. h. Prozesse, unterschieden. Diese sind „Finanzinformationen identifizieren", „Finanzinformationen und -situationen analysieren", „Finanzielle Sachverhalte bewerten" und „Finanzwissen und -verständnis anwenden" (OECD, 2023b).
Aufgrund bereits untersuchter Korrelationen zwischen mathematischer und

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.
58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0

finanzieller Kompetenz (Ozkale & Erdogan, 2022) sind Zusammenhänge zwischen mathematischer Modellierung und finanzieller Kompetenz zu erwarten (Tural-Sonmez & Erbas, 2023). Wir stellen daher die Frage:

Für welche Teilkompetenzen des mathematischen Modellierens bieten PISA-Aufgaben zur finanziellen Grundbildung eine Chance und wie verteilen sich diese auf die verschiedenen Prozesse des Kompetenzrahmens für Finanzkompetenz?

Methode

Es wurden alle 26 veröffentlichten PISA-Items zur Finanzkompetenz analysiert. Es handelt sich um 3 Items aus der Studie 2022, 14 Items aus 2018 und 9 Items aus 2012 (OECD, 2023a). Die Untersuchung wurde als qualitative Inhaltsanalyse nach Mayring (2015) mit den Teilkompetenzen des mathematischen Modellierens (Kaiser, 2007; Maaß, 2006) als deduktive Kategorien durchgeführt. Die Kategorien lauteten entsprechend: Verstehen, Vereinfachen, Mathematisieren, Mathematisch arbeiten, Interpretieren und Validieren. Im Rahmen der Kodierung wurden alle Items bewertet, um festzustellen, für welche Teilkompetenzen sie eine Chance bieten. Jedem Item wurden keine, eine oder mehrere Teilkompetenzen zugeordnet. Die Kodierung wurde von zwei Ratern unabhängig voneinander durchgeführt. Die Interrater-Reliabilität ist im Durchschnitt nahezu perfekt $\kappa = .88$ (Landis & Koch, 1977). Bei Unstimmigkeiten wurde ein Konsensrating durchgeführt. Weitere Kategorien zu Prozessen zur finanziellen Grundbildung wurden den Informationen zu den Items entnommen (OECD, 2023a).

Ergebnisse

Mit Ausnahme der seltenen Kategorie „Finanzwissen und -verständnis anwenden“ ist die Verteilung der Prozesse zu den Items gleichmäßig.

Die Teilkompetenz „Verstehen“ des Modellierens kann jedem Item zugeordnet werden, während „Validieren“ in keinem der veröffentlichten Items explizit kodiert wurde. Die anderen vier Teilkompetenzen kommen in 10 bis 15 der 26 Items vor. Es gab 11 Items, in denen keine dieser vier Teilkompetenzen, und 10 Items, in denen alle vier kodiert wurden. Das mathematische Arbeiten kommt nach dem Validieren am wenigsten häufig vor (ca. 40 % der Items) und das Vereinfachen am häufigsten (ca. 60 % der Items).

Wird der Anteil der jeweiligen Teilkompetenzen für die Prozesse der Finanzkategorien einzeln untersucht, so ergibt sich eine Verteilung, bei der für die Prozesse „Finanzinformationen und -situationen analysieren“ und „Finanzwissen und -verständnis anwenden“ mehr Teilkompetenzen für die Aufgabenerledigung erforderlich sind als für die beiden anderen Prozesse. Bei den

drei Prozessen, denen ungefähr die gleiche Anzahl von Items zugeordnet ist, ist der Anteil von Teilkompetenzen am höchsten für „Finanzinformationen und -situationen analysieren“ und am niedrigsten für „Finanzielle Sachverhalte bewerten“. Der Vergleich mit dem Prozess „Finanzwissen und -verständnis anwenden“ ist hier schwieriger, da dieser Prozess auf nur 3 Items basiert.

Diskussion

Die Analyse der veröffentlichten PISA-Aufgabenbeispiele zeigt, dass die 26 Items zur finanziellen Grundbildung aus PISA in unterschiedlicher Anzahl verschiedene Prozesse der finanziellen Grundbildung abbilden.

Im Durchschnitt sind die Teilkompetenzen Verstehen, Mathematisieren, Mathematisches Arbeiten und Interpretieren von mathematischen Modellen bei etwa der Hälfte aller Aufgaben erforderlich oder zumindest sinnvoll. Dies steht im Einklang mit Überlegungen zur gleichzeitigen Förderung von mathematischen und finanziellen Kompetenzen (Ozkale & Aprea, 2024). Die positive Korrelation zwischen Modellierungskompetenzen und Finanzkompetenz, wie sie von Tural-Sommez und Erbas (2023) festgestellt wurde, kann durch diese Ergebnisse ebenfalls teilweise bestätigt werden. Es ist jedoch zu beachten, dass deutlich weniger als die Hälfte der Items zur Finanzkompetenz überhaupt Berechnungen im mathematischen Modell erfordern. Einerseits könnten PISA-Tests so konzipiert sein, dass finanzielle Grundbildung und mathematische Grundbildung getrennt gemessen werden, andererseits könnten mathematische Kompetenzen für die finanzielle Grundbildung nur von geringer Bedeutung sein.

Interessant ist auch eine differenzierte Betrachtung der vier Prozesse der finanziellen Grundbildung. Es zeigt sich, dass Modellieren stärker in den beiden Prozessen „Finanzinformationen und -situationen analysieren“ und „Finanzwissen und -verständnis anwenden“ relevant ist. Dies könnte das größte Potenzial für die gemeinsame Förderung von finanzieller Grundbildung und mathematischem Modellieren bieten. Es sei auch darauf hingewiesen, dass die bestehenden Aufgaben mit wenigen Änderungen eine viel stärkere Modellierungskomponente aufweisen könnten. Obwohl die PISA-Dokumente dazu neigen, finanzielle Situationen nur als Kontext für mathematische Kompetenzen zu sehen, bestärkt das Ergebnis die Idee, finanzielle Grundbildung zusammen mit Modellierungskompetenzen zu unterrichten (Ozkale & Erdogan, 2022).

Eine Einschränkung besteht darin, dass es relativ wenige veröffentlichte Beispiele für Aufgaben zur finanziellen Grundbildung gibt, die möglicherweise die Verbindung zu mathematischen Kompetenzen und speziell zur

mathematischen Modellierung nicht vollständig erkennen lassen. Darüber hinaus wäre zu diskutieren, inwieweit die Schülerinnen und Schüler die kodierten Modellierungsprozesse bei der Bearbeitung auch tatsächlich durchführen.

Zusammenfassend zeigt sich ein Potenzial zur Förderung beider Bereiche, d.h. der mathematischen Modellierung und der finanziellen Grundbildung, das derzeit nicht ausgeschöpft wird.

Literatur

Cabrera-Baquedano, A., Huincahue, J., & Gaete-Peralta, C. (2022). Transitions when adjusting interdisciplinary mathematical models: The case of financial literacy. *Uniciencia, 36(*1), 1–20. https://doi.org/10.15359/ru.36-1.45

Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. R. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Hrsg.), *Mathematical modelling (ICMTA 12): Education, engineering and economics* (S. 110–119). Horwood. https://doi.org/10.1533/9780857099419.3.110

Landis, J. R., & Koch, G. G. (1977). The measurement of observer agreement for categorical data. *Biometrics, 33*(1), 159. https://doi.org/10.2307/2529310

Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM – Mathematics Education, 38*(2), 113–142. https://doi.org/10.1007/BF02655885

Mayring, P. (2015). *Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken* (12., überarbeitete Auflage). Beltz Verlag.

Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. L. (2007). Introduction. In W. Blum, P. L. Galbraith, H.-W. Henn, & M. Niss (Hrsg.), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI study* (S. 3–32). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_1

OECD (Hrsg.). (2019). *PISA 2018 assessment and analytical framework*. OECD. https://doi.org/10.1787/b25efab8-en

OECD. (2023a). *OECD/INFE survey instrument to measure digital financial literacy*. https://web-archive.oecd.org/temp/2024-05-14/676868-OECD-INFE-survey-instrument-digital-financial-literacy.pdf

OECD. (2023b). *PISA 2022 Assessment and Analytical Framework*. Organisation for Economic Co-operation and Development. https://doi.org/10.1787/dfe0bf9c-en

Ozkale, A., & Aprea, C. (2024). A guidebook for the integration of financial literacy to mathematics courses. *International Journal of Learning and Change, 16*(1), 1–27. https://doi.org/10.1504/IJLC.2024.135594

Ozkale, A., & Erdogan, E. O. (2022). An analysis of the interaction between mathematical literacy and financial literacy in PISA. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53*(8), 1983–2003. https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1842526

Tural-Sonmez, M., & Erbas, A. K. (2023). Seventh-grade students' understanding of risk and reward arising from mathematical modelling activities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1–29. https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2258881