

POST, Monika
Dortmund

Über welche Praktiken unterstützen Lehrkräfte Lernende beim Formulieren präziser Wahrscheinlichkeitsaussagen?

Bei Wahrscheinlichkeiten können bereits kleine Änderungen der sprachlichen Formulierung die Bedeutung grundlegend verändern (Kapadia, 2013). Neben der Bestimmung und Interpretation bedingter Wahrscheinlichkeiten (Binder et al., 2020; Post, im Druck) ist somit insbesondere das Formulieren von Zusammenhängen herausfordernd für Lernende. Daher müssen Lernende darin unterstützt werden, Zusammenhänge und Wahrscheinlichkeiten präzise zu formulieren. Diese Studie untersucht daher Gesprächsführungspraktiken von Lehrkräften in Plenumsgesprächen.

Theoretische Einordnung

Unterrichtspraktiken von Lehrkräften prägen die Lerngelegenheiten von Lernenden, daher werden sie zunehmend erforscht (da Ponte & Chapman, 2006). Gesprächsführungspraktiken können qualitativ rekonstruiert werden durch Navigationspfade auf einem gegenstandsspezifischen Navigationsraum (Prediger et al., 2022). Analysen von Praktiken zur Darstellungsverknüpfung zu bedingten Wahrscheinlichkeiten zeigen Unterschiede darin, welche Verstehenselemente und Darstellungen adressiert sowie wie explizit und bewusst diese verknüpft werden (Post & Prediger, 2024). Verstehensförderlich scheinen diejenigen Praktiken, in denen zur Deutung von Wahrscheinlichkeiten die zugrunde liegende Teil-Ganzes-Beziehung konkret und allgemeiner als Situationstypen expliziert (z.B. als Teil-vom-Teil) und verschiedene Darstellungen (v. a. Anteilsbild, Aussage und bedeutungsbezogene Denksprache) hinsichtlich dieser Struktur vernetzt werden (Post, im Druck). Diese Studie erweitert die Ergebnisse, indem Aufgaben zum Formulieren von Aussagen in formaler Wahrscheinlichkeitssprache fokussiert werden (Abb. 1).

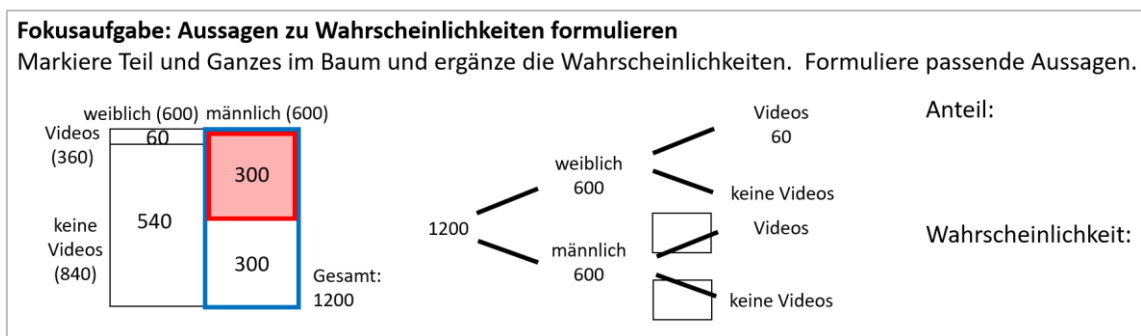


Abb. 1: Aufgabe im Unterrichtsausschnitt

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

Ausgehend vom markierten Anteilsbild formulieren Lernende eine passende Wahrscheinlichkeitsaussage. Herausfordernd ist hierbei, diese Sprachebene an bereits aufgebaute Ideen zu Teil-Ganzes-Beziehungen anzuknüpfen. Auch, wenn Lernende Unterschiede zwischen Wahrscheinlichkeiten bereits in der Sprache der Anteile treffsicher erklären können, ist die Anknüpfung an die formalere Wahrscheinlichkeitssprache und der Umgang mit Aussagen zu Wahrscheinlichkeiten höchst anspruchsvoll und bedarf der expliziten Auseinandersetzung im Unterricht (Kapadia, 2013). Die Forschungsfrage lautet daher: Welche Praktiken aktivieren Lehrkräfte, um Lernende im Übergang zur formaleren Wahrscheinlichkeitssprache beim Formulieren von Wahrscheinlichkeiten zu unterstützen?

Methoden der Datenerhebung und -analyse

Im Rahmen einer Design-Research-Studie (Gravemeijer & Cobb, 2006) ist eine Lernumgebung zu bedingten Wahrscheinlichkeiten in 7 Klassen mit insgesamt 150 Lernenden und 7 Lehrkräften erprobt worden und es wurden dazugehörige Lehr-Lernprozesse untersucht. Die vorliegende Studie ist Teil dieser größeren Studie. Die Plenumsphasen der videographierten und teils transkribierten Design-Experimente sind wie folgt qualitativ ausgewertet worden (für methodisches Vorgehen siehe Post, im Druck; Post & Prediger, 2024): Szenen zu ausgewählten Aufgaben sind hinsichtlich adressierter Verstehenselemente, Darstellungen, Verknüpfungen und Impulse kodiert worden. Dadurch rekonstruierte Pfade auf einem Navigationsraum sind systematisch verglichen und daraus typische Praktiken abgeleitet worden.

Empirie-Einblick

Im folgenden Transkriptbeispiel (Berufskolleg, Klasse 12) wird die Aufgabe in Abb. 1 im Plenum besprochen. Bevor die Schülerin Aleksandra ihre formulierte Aussage vorstellt, erklärt sie die Zusammenhänge richtig im Baumdiagramm mithilfe von Anteilen. Die Wahrscheinlichkeit formuliert sie nicht treffsicher als "Wahrscheinlichkeit eine männliche Person, die Videos schaut zu treffen, bei 0,5." Der Lehrer fordert im Anschluss ein, die Wahrscheinlichkeit ganz genau zu formulieren, worauf Lotte antwortet (Turn 77):

77 Lotte: Wahrscheinlichkeit, dass eine männliche Person Videos schaut...

78 Lehrer: Ah. Merken Sie den Unterschied? [6 Sek.] Hanna.

79 Hanna: [...] das sind ja nur die Männlichen, die Videos schauen, also nur von den Männlichen und so könnte man [...] verstehen, dass das von den Ganzen die Männlichen und Videos-Schauende sind.

80 Aleks.: Ja nee, ich meine die Männlichen, die Videos schauen [...]

Der Lehrer lenkt die Aufmerksamkeit auf den Unterschied zwischen den formulierten Aussagen (Turn 78). Hanna erklärt, indem sie jeweils passende

Anteilsaussage formuliert und damit die unterschiedlichen zugrunde liegenden Teil-Ganzes-Beziehungen expliziert (Turn 79). In Turn 80 stimmt Aleksandra zu, in ihrer Antwort wird jedoch deutlich, dass sie die Beziehung zwischen den Merkmalen nochmals sprachlich unpräzise formuliert.

Der Lehrer gibt im Anschluss den Impuls, die Aufgabe zur kombinierten und bedingten Wahrscheinlichkeit genau zu vergleichen. Er fragt nach dem Ganzen für die kombinierte und bedingte Wahrscheinlichkeit (Turn 90, 92, nicht abgebildet). In beiden Fällen benennt Aleksandra die richtige Zahl, was die Vermutung bestätigt, dass sie den Unterschied in der Anteilssprache verstanden hat. Der Lehrer greift dann das falsche Ganze auf und fordert zur erneuten Formulierung der Wahrscheinlichkeit auf. Im Impuls wird deutlich, dass die Lernenden bei der Formulierung den anhand der Ganzen herausgearbeitete Unterschied berücksichtigen sollen (Turn 94/96):

- 94/ 96 Lehrer: So und das muss sich in der Aussage irgendwie klarwerden, dass das ein Unterschied ist, dass wir hier jetzt nicht von allen reden, ne? [...] Und wie macht man das präzise? [...]
- 97/ 99 Lotte: Ja im Prinzip ist es halt, dass das untere quasi so eine Teil-vom-Teil-Aussage ist. [...] Und dass wenn man da ein und hinsetzt, dann wird das halt zu einer kombinierten Aussage.
- 100 Lehrer: Perfekt, genau. [...] So wir müssen das so formulieren, dass es hier eine Teil-vom-Teil-Aussage ist. Wie machen wir das? [...]
- 103 Lotte: Die Wahrscheinlichkeit, dass eine männliche Person Videos schaut, liegt bei 300/600, oder fünfzig Prozent [...].

Lotte erklärt den Unterschied, indem sie die Situationstypen zuordnet (Turn 97/99). Mit direktem Bezug darauf fordert der Lehrer ein, die Wahrscheinlichkeit zu formulieren, worauf Lotte die richtige Aussage wiederholt.

Die Gesprächsführungspraktik des Lehrers zeichnet Folgendes aus: (1) Er fordert zur erneuten Formulierung der Wahrscheinlichkeit und zum Erklären des Unterschieds auf. (2) Nachdem eine Schülerin den Unterschied anhand konkreter Anteile verdeutlicht, fordert der Lehrer auf, das Ganze zu vergleichen. (3) Erarbeitete Unterschiede (Ganze, Situationstypen) greift er auf, um erneut die präzise Formulierung der Wahrscheinlichkeit einzufordern.

Diskussion und Ausblick

Das Transkript gibt Hinweise darauf, dass explizites Einfordern, die Unterschiede zu erklären sowie die Formulierungen zu vergleichen, und das wiederholte Anknüpfen an inhaltliche Ideen (Explikation der Teil-Ganzes-Strukturen über Formulieren der Teil-Ganzes-Beziehungen, der Ganzen und Zuordnung der Situationstypen) die Lernenden darin unterstützen könnten, für die Unterschiede in den Aussagen sensibilisiert zu werden und diese präziser auszudrücken. Eine erneute Aufforderung an Aleksandra, die Aussage

zu formulieren, könnte Aufschluss geben, inwiefern diese Explikation sie bereits unterstützt. Beobachtungen anderer Kurse zeigen, dass sich Lehrkräfte im Grad der Explikation dieser Zusammenhänge deutlich unterscheiden: Die Lehrerin eines weiteren Kurses fokussiert ebenfalls das Vergleichen der Formulierungen und den Rückgriff auf Anteile. Im Vergleich fokussiert sie bei der Anknüpfung an zugrunde liegende Anteilsstrukturen jedoch viel intensiver das Vernetzen zur bedeutungsbezogenen Denksprache und den Wahrscheinlichkeiten selbst, z.B. durch Markieren von Phrasen. In einem anderen Kurs wird erst die Anteilsstruktur beschrieben, dann fordert der Lehrer zur Formulierung der Wahrscheinlichkeit auf, teils mit Formulierungshilfen. Formulierungen werden aber kaum verglichen oder abgegrenzt.

Neben der Frage, welche Verstehenselemente und Darstellungen adressiert und wie explizit diese verknüpft werden (Post & Prediger, 2024) beim Anknüpfen an die inhaltlichen Ideen, scheint Praktiken zum Unterstützen der Formulierung der Wahrscheinlichkeiten ein weiterer Faktor auszuzeichnen, nämlich inwiefern das explizite Abgrenzen und Vergleichen eingefordert wird. Diese Merkmale von Praktiken sollten an weiteren Aufgaben und Inhalten untersucht werden.

Dank. Das Projekt MuM-Stochastik wird in der MuM-Forschungsgruppe unter Leitung von Susanne Prediger durchgeführt und durch das BMBF gefördert (Nr. 03VP02270).

Literatur

- Binder, K., Krauss, S. & Wiesner, P. (2020). A new visualization for probabilistic situations containing two binary events: *The frequency net*. *Frontiers in Psychology*, 11, Artikel 750. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.00750>
- da Ponte, J. P. & Quaresma, M. (2016). Teachers' professional practice conducting mathematical discussions. *Educational Studies in Mathematics*, 93(1), 51–66. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9681-z>
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. In J. van den Akker, K. Gravemeijer, S. McKenney & N. Nieveen (Hrsg.), *Educational design research* (S. 17–51). Routledge.
- Kapadia, R. (2013). The role of statistical inference in teaching and achievement of students. In *Proceedings of the 59th World Statistics Congress of the International Statistical Institute* (S. 1102–1107). International Statistical Institute.
- Post, M. (im Druck). *Darstellungsvernetzung bei bedingten Wahrscheinlichkeiten - Entwicklungsforschung mit Fokus auf Praktiken von Lehrkräften*. Springer Spektrum.
- Post, M. & Prediger, S. (2024). Teaching practices for unfolding information and connecting multiple representations: The case of conditional probability information. *Mathematics Education Research Journal*, 36(1), 95–127. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00431-z>
- Prediger, S., Quabeck, K. & Erath, K. (2022). Conceptualizing micro-adaptive teaching practices in content-specific ways: Case study on fractions. *Journal on Mathematics Education*, 13(1), 1–30. <https://doi.org/10.22342/jme.v13i1.pp1-30>