

WERNER, Alissa  
Münster

## **Reflexionsprozesse von Grundschulkindern bei der Arbeit mit mathematischen Begründungen**

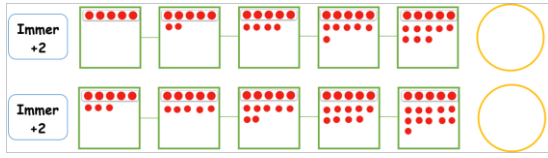
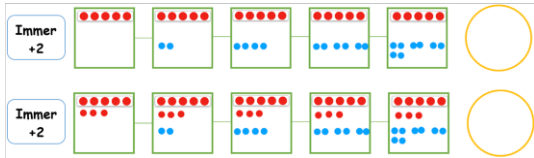
Begründen stellt eine zentrale Kompetenz des Mathematikunterrichts in allen Jahrgangsstufen dar, deren Notwendigkeit insbesondere aufgrund seiner epistemischen Funktion im Lernprozess, aber auch im Hinblick auf den Stellenwert des Begründens im Prozess des mathematischen Erkenntnisgewinns als unumstritten gilt (Brunner et al., 2022; Neumann et al., 2014; Meyer & Prediger, 2009). In Anlehnung an die Bildungsstandards wird das Begründen in diesem Beitrag als Teilprozess des mathematischen Argumentierens verstanden und zwar als derjenige Prozess, der durch die Explikation eines Ursache-Wirkungszusammenhangs gekennzeichnet ist (KMK, 2022; Nührenbörger & Schwarzkopf, 2021). Vor diesem Hintergrund entstanden in den letzten Jahrzehnten zahlreiche Studien, die die Begründungskompetenzen von Lernenden unterschiedlichen Alters in verschiedenen Teilbereichen des Mathematiklernens fokussieren. Ihnen gemein ist die Erkenntnis, dass mathematisches Begründen viele (auch leistungsstarke) Schüler\*innen vor Herausforderungen stellt und hervorgebrachte Begründungen häufig unvollständig oder fehlerhaft sind (z. B. Brunner et al., 2022; Jablonski, 2021; Neumann et al., 2014). Wenige Erkenntnisse gibt es bislang darüber, was Lernende als „gute“ Begründung betrachten und inwiefern sie in der Lage sind, mathematische Begründungen hinsichtlich ihrer Qualität zu hinterfragen. Diese Frage scheint jedoch umso relevanter, da über die Akzeptanz einer Begründung durch die soziale Gruppe entschieden wird, innerhalb derer sie erbracht wird (z. B. Brunner et al., 2022; Jablonski, 2021; Neumann et al., 2014). Studien zur Bewertung von Beweisen in der Sekundarstufe I deuten darauf hin, dass Lernende diese nicht nur anhand ihrer mathematischen Korrektheit, sondern auch im Hinblick auf die Darstellungsweise (formal oder narrativ) beurteilen, wobei diese der mathematischen Korrektheit teilweise übergeordnet wird (Healy & Hoyles, 1998; Ufer et al., 2009). Meyer und Schnell (2024) stellen zudem ein Kategoriensystem vor, in dem Kriterien von Lehrkräften zur Bewertung von Lernenden-Argumentationen rekonstruiert werden. Für den Bereich der Primarstufe finden sich bislang keine Arbeiten, die die Reflexionsfähigkeit hinsichtlich mathematischer Begründungen in den Blick nehmen. Der vorliegende Beitrag fokussiert sich daher auf folgende Frage:

Wie reflektieren Grundschul Kinder die Qualität mathematischer Begründungen und welche reflexiv-argumentativen Prozesse können hierbei rekonstruiert werden?

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),  
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

## Design der Untersuchung

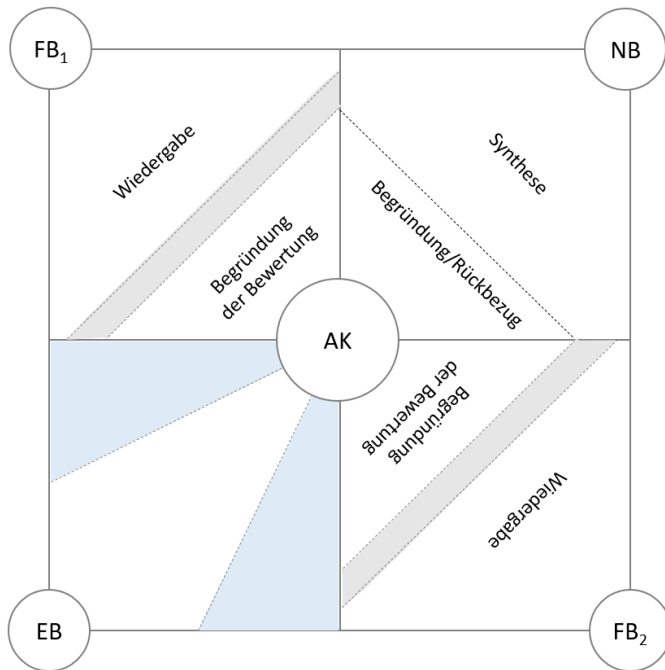
Zur Beantwortung dieser Fragen wurden vier Aufgaben innerhalb des Aufgabenkontextes der Zahlenfolgen entwickelt. Die Kinder sollten die Zahlenfolgen zunächst selbst ausrechnen, beschreiben, was ihnen auffällt und diese Auffälligkeit begründen. Im Anschluss wurden ihnen zwei fiktive Begründungen vorgelegt, deren Qualität sie begründet einschätzen sollten. Abbildung 1 stellt beispielhaft die beiden fiktiven Begründungen zu Aufgabe 1 dar, in der die Kinder begründen sollten, warum die Zielzahl der unteren Zahlenfolge um 15 größer ist als die der oberen.

Fiktive Begründung 1	Fiktive Begründung 2
<p>Merles Aussage:</p> <p>"Die zweite Zielzahl ist um 15 größer, weil oben sind 5, 7, 9, 11, 13 und unten sind 8, 10, 12, 14, 16."</p>	<p>Julians Aussage:</p> <p>"Die zweite Zielzahl ist um 15 größer, weil die zweite Zahlenfolge mit einer 8 anfängt. Die 8 ist um 3 größer als die 5. Also habe ich in der zweiten Folge in jedem Feld 3 mehr. Also 5 mal 3 mehr."</p>
<p>Merles Bild:</p> 	<p>Julians Bild:</p> 

Die vier Aufgaben wurden in halbstandardisierten Interviews mit je drei Tandems aus den Klassen 2, 3 und 4 durchgeführt. Jedes Tandem wurde zweimal für je 45 Minuten interviewt. Die Interviews wurden videografiert und anschließend transkribiert. Zur Auswertung wurden zunächst die Begründungen der realen Kinder mithilfe des Toulmin-Schemas rekonstruiert. Anschließend wurden interpretativ Teilprozesse herausgearbeitet, die die Kinder bei der begründeten Bewertung der fiktiven Begründungen durchlaufen.

## Reflexive Prozesse beim Hinterfragen mathematischer Begründungen

In der Analyse der Bearbeitungen konnten verschiedene Prozesse rekonstruiert werden, die im Folgenden vorgestellt und innerhalb des Analysequadrats reflexiver Begründungsprozesse in Beziehung zueinander gesetzt werden.



Durch das gegebene Untersuchungsdesign bewegen sich die Kinder kontinuierlich zwischen der eigenen Begründung (EB) und den beiden fiktiven Begründungen (FB1 und FB2). Da einige Kinder gegen Ende der Interviews beginnen, aus den Bestandteilen der beiden fiktiven Begründungen eine neue - ihrer Meinung nach geeignete - Begründung (NB) zu konstruieren, wurde die Darstellung um eine vierte Ecke ergänzt. Aussagen, die die

Kinder im Verlaufe der Aufgabenbearbeitung tätigen, stehen in Bezug zu mindestens einer der vier Begründungen und lassen sich daher innerhalb des Quadrats abbilden. Bei mehreren Kindern kann zu Beginn von Aufgabe 1 beobachtet werden, dass sie auf die Bitte hin, die fiktiven Begründungen wiederzugeben, zunächst ihre eigene Begründung in die des fiktiven Kindes hineinzuprojizieren scheinen. Die Kinder, denen in dieser projektiven Sequenz bewusst ist, dass das fiktive Kind eigentlich etwas anderes gesagt hat, unterstellen dabei kompetenzorientiert, dass es eigentlich das "Richtige" meinte (z. B. "So will sie das glaube ich auch meinen (...) und, als wenn sie Stress hätte, hat sie alles etwas kürzer erklärt." H., Drittklässler). Bevor eine Reflexion der fremden Begründung überhaupt möglich wird, müssen die Kinder also den Unterschied zur eigenen Begründung erkennen und den im Quadrat blau markierten Bereich der Projektion (der eigenen in die fremde Begründung) "überschreiten". Im Umgang mit den fiktiven Begründungen konnten anschließend drei Prozesse rekonstruiert werden. Zum einen kommt es hier zur Wiedergabe, die durch Vorlesen oder Paraphrasieren der fiktiven Kinderaussagen realisiert wird. Darüber hinaus lassen sich Momente der Bewertung (z. B. "Die ist viel besser" F., Drittklässlerin; "Ich würde sagen die ist eher sachlicher als die von Merle." R., Viertklässler) und der Begründung dieser Bewertung (z. B. "Weil der das nochmal richtig erklärt. Der erklärt auch noch, dass es oben drei weniger sind und so" L., Zweitklässlerin). Einige (wenige) Kinder beziehen sich bei der Begründung ihrer Bewertung auf selbst aufgestellte allgemeingültige Kriterien (AK) (z. B. "Aber nicht, weil eine Erklärung auch länger ist, heißt das noch lange nicht, dass die besser ist." L., Zweitklässlerin). Diese werden in der Mitte des Quadrats abgebildet.

Wie oben erwähnt entwickeln einige Kinder aus den gegebenen Begründungen eine neue, die im Feld "Synthese" abgebildet werden kann.

## Ausblick

Anhand der vorgestellten Teilprozesse wird deutlich, dass bereits Grundschul Kinder sich in komplexen und metakognitiven Prozessen mit mathematischen Begründungen auseinandersetzen können, wenn sie dazu aufgefordert werden, mathematische Begründungen zu reflektieren. Mithilfe der präsentierten Darstellung des Analysequadrats kann versucht werden, diese Prozesse mithilfe von Punkten und Pfeilbewegungen abzubilden und vertieft zu analysieren. Insbesondere innerhalb der Prozesse "Bewertung", "Begründung der Bewertung" und "Allgemeine Kriterien" können darüber hinaus Kriterien rekonstruiert werden, die für die Kinder eine "gute" Begründung auszumachen scheinen, die aufgrund der Beitragslänge an dieser Stelle jedoch nicht mit abgebildet werden.

## Literatur

- Brunner, E., Lampart, J., & Jullier, R. (2022). Schriftliches mathematisches Argumentieren in zwei unterschiedlichen Inhaltsbereichen in den Jahrgangsstufen 4–6. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 43, 463–493. <https://doi.org/10.1007/s13138-022-00197-8>
- Healy, L., & Hoyles, C. (1998). *Justifying and proving in school mathematics: Technical report on the nationwide survey*. Institute of Education, University of London.
- Jablonski, S. (2021). *Wie potenziell mathematisch begabte Kinder argumentieren*. Springer Spektrum.
- Meyer, M. & Prediger, S. (2009). Warum? – Argumentieren, Begründen, Beweisen. *Praxis der Mathematik in der Schule* 51(30), 1 – 7.
- Meyer, M., & Schnell, S. (2024). Normen bei der Bewertung von Argumenten – Bewertungskriterien und Bewertungstypen von Lehrpersonen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 45(15). <https://doi.org/10.1007/s13138-024-00239-3>
- Brunner, E., Lampart, J., & Jullier, R. (2022). Schriftliches mathematisches Argumentieren in zwei unterschiedlichen Inhaltsbereichen in den Jahrgangsstufen 4–6. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 43(4), 463–493. <https://doi.org/10.1007/s13138-022-00197-8>
- Nührenböcker, M. & Schwarzkopf, R. (2021). Wieso, weshalb, warum? Vom Beschreiben und Begründen im Mathematikunterricht der Grundschule. In A. Pilgrim, M. Nolte, T. Huhmann (Hrsg.), *Mathematiktreiben mit Grundschulkindern – Konzepte statt Rezepte: Festschrift für Günter Krauthausen* (S. 127 – 136). WTM-Verlag.
- KMK. (2022). *Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich*. [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2022/2022\\_06\\_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf)<http://doi.org/10.37626%2FGA9783959871624.0>
- Ufer, S., Heinze, A., Kuntze, S., & Rudolph-Albert, F. (2009). Beweisen und Begründen im Mathematikunterricht. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 30(1), 30–57. <https://doi.org/10.1007/BF03339072>