

KÖRNER, Anna  
Bremen

## Wie flexibel rechnen Lehramtsstudierende?

Ein zentrales Ziel des Arithmetikunterrichts der Grundschule ist die Entwicklung von Flexibilität und Adaptivität beim Rechnen. Verschiedene Studien zeigen, dass sich ein aufgabenadäquates Handeln bei Schüler\*innen nicht von alleine entwickelt, sondern gezielt gefördert werden muss (z. B. Benz, 2005; Selter, 2000; Heinze et al., 2018). Daher kommt den Lehrkräften, die einen solchen Unterricht gestalten, eine wichtige Rolle zu. Wünschenswert wäre sicher, dass diese als Erwachsene möglichst flexibel und adaptiv rechnen. Hierzu liegen bislang aber nur wenige Studien vor (z. B. Rechtsteiner, 2019). In diesem Beitrag wird das Design einer Studie vorgestellt, in der die Vorgehensweisen von angehenden Lehrkräften beim Addieren und Subtrahieren zu verschiedenen Zeiten der Ausbildung erhoben wurden.

### Theoretische und empirische Anknüpfungspunkte

Die fachbezogenen Kompetenzen von Mathematiklehrkräften umfassen unter anderem das Verfügen über anschlussfähiges Fachwissen und fachdidaktisches Wissen (KMK, 2024, S. 3-4). Um die Entwicklung flexiblen/adaptiven Rechnens von Grundschüler\*innen zu fördern, ist es wichtig, dass Lehrkräfte sowohl verschiedene Möglichkeiten zur Lösung von Aufgaben und zum flexiblen/adaptiven Einsatz dieser Lösungswege, als auch Möglichkeiten zur gezielten Förderung von Flexibilität/Adaptivität im Mathematikunterricht kennen. Es ist naheliegend, dass Lehrer\*innen selbst flexibel/adaptiv rechnen können sollten, wenn sie ein solches Vorgehen bei ihren Schüler\*innen fördern wollen.

In einer Untersuchung von Rechtsteiner (2019) wurden die Vorgehensweisen von insgesamt 152 Studierenden beim Lösen verschiedener Subtraktionsaufgaben mithilfe eines schriftlichen Tests erfasst, wobei sich die Stichprobe aus Lehramtsstudierenden zu Beginn und am Ende ihres Studiums zusammensetzte. Die Datenanalyse zeigte, dass Studierende am Ende des Studiums signifikant flexibler/adaptiver rechneten als zu Beginn des Studiums, allerdings betonte Rechtsteiner (2019, S. 635), „dass diese Werte [am Ende des Studiums] keineswegs als adäquat für angehende Grundschullehrkräfte angesehen werden können“.

Torbeyns et al. (2009, 2011) führten stärker kontrollierte Studien im Choice-No-Choice-Design durch, um den Einsatz verschiedener Rechenrichtungen beim Subtrahieren (Abziehen und Ergänzen) zu beleuchten. 25 bzw. 70

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),  
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.

<https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0>

Studierende (verschiedener Studiengänge) sollten vorgegebene Subtraktionsaufgaben in zwei No-Choice- (durchgängig abziehend bzw. durchgängig ergänzend) und einer Choice-Condition (freie Wahl zwischen abziehendem oder ergänzendem Vorgehen) lösen. Die Analysen zeigten unter anderem, dass die Studierenden Subtraktionsaufgaben mit kleinen Differenzen signifikant häufiger ergänzend lösten, was als adaptiv hinsichtlich dieses Aufgabenmerkmals beurteilt wurde.

In diesen beiden Studien mit Erwachsenen lag der Schwerpunkt auf der Bearbeitung von Subtraktionsaufgaben, das Vorgehen beim Addieren wurde nicht erfasst. Zudem weisen die Ergebnisse der beiden Studien in verschiedene Richtungen, weil Torbeyns et al. (2009, 2011) ein adaptives Vorgehen beobachten konnten, während die Ergebnisse von Rechtsteiner (2019) eher ernüchternd ausfielen. Deshalb widmen wir uns diesem Thema mit einer weiteren Studie mit folgendem zentralen Forschungsinteresse:

*Wie flexibel und adaptiv addieren und subtrahieren angehende Grundschullehrkräfte zu Beginn und am Ende des Lehramtsstudiums?*

### **Untersuchungsdesign**

In Anlehnung an andere Studien (z. B. Selter, 2000) haben wir ein schriftliches Erhebungsinstrument entwickelt, mit dem die Flexibilität und Adaptivität beim Addieren und Subtrahieren beurteilt werden soll. Dieser Test wurde primär für die Erhebung von Vorgehensweisen von Grundschüler\*innen konzipiert. Zur Begründung der Erhebung mit Studierenden haben wir auch für den Test für die Erwachsenen dieselben Aufgabenstellungen verwendet und erläutert, dass wir herausfinden wollen, wie sie als Erwachsene diese Aufgaben bearbeiten würden.

Der Test umfasst pro Operation jeweils drei Aufgabenteile. Zunächst sollen fünf Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben mit verschiedenen Merkmalen gelöst werden (siehe Tab. 1). Jeweils drei der fünf Aufgaben (siehe Sternmarkierung in Tab. 1) sollen aufgrund besonderer Merkmale (z. B. Hunderternähe oder Nähe zwischen Minuend und Subtrahend) den Einsatz von Ableitungsstrategien nahelegen. Die Aufgabenstellung lautet: "Rechne die Aufgaben möglichst geschickt. Schreibe deinen Lösungsweg auf." Damit wird zum einen konkret ein adaptives (geschicktes) Vorgehen eingefordert und zum anderen soll durch die Aufforderung zur Notation des Lösungsweges das reine Kopfrechnen vermieden werden, damit eine anschließende Analyse der Vorgehensweisen erfolgen kann.

Addition	546 + 299*	250 + 279 + 250*	345 + 634	286 + 437	199 + 198*
Subtraktion	435 – 199*	634 – 628*	758 – 515	836 – 567	202 – 197*

**Tab. 1:** Eingesetzte Additions- und Subtraktionsaufgaben im ersten Aufgabenteil

Im zweiten Teil soll eine zuvor bereits einmal gelöste Aufgabe (199 + 198 bzw. 202 – 197) mithilfe eines anderen Lösungsweges bearbeitet werden (siehe auch Blöte et al., 2000): "Die Aufgabe 199 + 198 bzw. 202 – 197 hast du eben schon einmal gerechnet. Finde jetzt einen anderen Lösungsweg und schreibe ihn auf." Anschließend sollen die beiden Wege verglichen ("Welchen der beiden Wege findest du geschickter?") und die Auswahl begründet ("Warum findest du diesen Weg geschickter?") werden. Mit dieser Aufgabe soll erhoben werden, ob Personen, die zuvor beim Lösen der ersten fünf Aufgaben immer denselben Weg verwendet haben, zumindest auf dezidierte Rückfrage dazu in der Lage sind, einen anderen Weg zu entwickeln.

Im dritten Teil werden jeweils vier verschiedene, richtige Zerlegungs- bzw. Ableitungswege zur Aufgabe 397 + 576 bzw. 845 – 499 vorgegeben, von denen der geschickteste Weg ausgewählt und die Auswahl anschließend kurz begründet werden soll (siehe auch Blöte et al., 2000): "Hier wurde die Aufgabe 397 + 576 bzw. 845 – 499 richtig gelöst. Welchen Weg findest du besonders geschickt? Warum findest du den Weg besonders geschickt?" Diese Aufgabe soll Auskunft darüber geben, ob Ableitungswege zumindest dann als adaptive Vorgehensweisen beurteilt werden, wenn sie nicht selbst entwickelt werden müssen, sondern bereits vorgegeben sind.

Die erhobenen Daten lassen sich hinsichtlich verschiedener Kategorien analysieren. Von besonderem Interesse ist der Einsatz von Strategien, wobei sowohl die Art (Zerlegungs- oder Ableitungswege) als auch die Anzahl verschiedener Wege anschließend zur Beurteilung der Flexibilität herangezogen werden können (siehe Typologie in Körner, 2024). Für jeweils drei Aufgaben pro Operation (siehe Sternmarkierung in Tab. 1) können normativ Ableitungswege (Vereinfachen, Hilfsaufgabe, Rechenrichtungswechsel) als effizienter/adaptiver deklariert werden als Zerlegungswege (z. B. Stellenweise, Schrittweise, schriftliche Algorithmen), weil im Vergleich weniger Lösungsschritte und weniger bzw. einfachere Stellenübergänge notwendig sind (siehe auch Heinze et al., 2018). Somit können die Tests auch hinsichtlich der Adaptivität des Vorgehens bei diesen sechs Aufgaben analysiert werden.

Die Untersuchung wurde 2024 in Bremen mit insgesamt 182 Personen als Querschnitt durchgeführt. Teilgenommen haben 91 Grundschullehramtsstudierende zu Beginn ihres Studiums (im Rahmen der ersten fachdidaktischen Veranstaltung) und 91 Personen nach dem Lehramtsstudium (am Ende des

Studiums bzw. während des Referendariats). Diese Datenlage wird somit Vergleiche zwischen Personengruppen zu unterschiedlichen Zeitpunkten der Lehrkräfteausbildung erlauben (wie Rechtsteiner, 2018). Die Daten werden derzeit ausgewertet. Auf der Tagung werden erste Ergebnisse vorgestellt und diskutiert.

## Literatur

- Benz, C. (2005). *Erfolgsquoten, Rechenmethoden, Lösungswege von Fehler von Schülerinnen und Schülern bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100*. Franzbecker.
- Blöte, A. W., Klein, A. S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and Instruction, 10*, 221–247. [https://doi.org/10.1016/s0959-4752\(99\)00028-6](https://doi.org/10.1016/s0959-4752(99)00028-6)
- Heinze, A., Arend, J., Gruessing, M., & Lipowsky, F. (2018). Instructional approaches to foster third graders' adaptive use of strategies: an experimental study on the effects of two learning environments on multi-digit addition and subtraction. *Instructional Science, 46*, 869-891. <https://doi.org/10.1007/s11251-018-9457-1>
- KMK - Sekretariat der Kultusministerkonferenz (2024). *Ländergemeinsame inhaltliche Anforderungen für die Fachwissenschaften und Fachdidaktiken in der Lehrerbildung* (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16.10.2008 i. d. F. vom 08.02.2024). [https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2008/2008\\_10\\_16-Fachprofile-Lehrerbildung.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2008/2008_10_16-Fachprofile-Lehrerbildung.pdf)
- Körner, A. (2024). *Flexibles Rechnen im Grundschulverlauf. Eine Längsschnittstudie zur Förderung und Entwicklung flexibler Vorgehensweisen beim Addieren und Subtrahieren*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-44057-2>
- Rechtsteiner, C. (2019). Flexible Rechenkompetenzen bei Studierenden. In A. Frank, S. Krauss, & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019* (S. 633-636). WTM. <http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-20566>
- Selter, C. (2000). Vorgehensweisen von Grundschüler(inne)n bei Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 1000. *Journal für Mathematik-Didaktik, 23*, 227-258. <https://doi.org/10.1007/bf03338920>
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Stassens, N., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Solving subtraction problems by means of indirect addition. *Mathematical Thinking and Learning, 11*, 79-91. <https://doi.org/10.1080/10986060802583998>
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Peters, G., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2011). Use of indirect addition in adults' mental subtraction in the number domain up to 1,000. *British Journal of Psychology, 102*, 585–597. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8295.2011.02019.x>