

JETSES, Tomma & SALLE, Alexander  
Bielefeld

## **Zum Umgang mit Grundvorstellungen in aufgabenzentrierten Interviews zur Rekonstruktion individueller Vorstellungen**

Aufgabenzentrierte Interviews wurden im Rahmen von Studien zum Grundvorstellungskonzept und zur Rekonstruktion individueller Vorstellungen bereits mehrfach erfolgreich eingesetzt wurden (z. B. Hafner, 2012; Kaufmann, 2021; Roos, 2020). Interviews bieten einen großen Gestaltungsspielraum bzgl. der Einbindung von Aufgabenbearbeitungen, die sich an vorigen normativen Analysen orientieren können und ermöglichen detaillierte Aussagen von Schüler\*innen sowie gezielte Nachfragen der Forschenden, sodass eine gehaltvolle Datengrundlage für eine Vorstellungsrekonstruktion gewonnen werden kann (z. B. Kaufmann, 2021; Niebert & Gropengießer, 2014). Das Ziel solcher aufgabenbasierten Interviews in Studien zum Grundvorstellungskonzept kann zum einen eine tendenziell offene Rekonstruktion individueller Vorstellungen sein (z. B. Jetses et al., 2024, Jetses & Salle 2023); zum anderen können auch eher normativ formulierte Grundvorstellungen im Vordergrund stehen, sodass beispielsweise vorrangig die Passung individueller Erklärungsmodelle zu bestehenden Grundvorstellungen untersucht werden soll (Katter, 2023).

Die folgenden Ausführungen konzentrieren sich auf das erste genannte Vorgehen. Sie basieren auf Ergebnissen sowie Erfahrungen aus Interviewstudien zu individuellen Vorstellungen im Rahmen des Grundvorstellungskonzeptes, wobei verschiedene mathematische Begriffe im Fokus stehen (Jetses et al., 2024: Ableitung; Jetses & Salle, 2023: Sinus und Kosinus; Krause & Salle, 2018: Funktion; Krause & Salle, 2019: Bruchrechnung). Eingesetzt wurden in allen Studien aufgabenzentrierte, halb-standardisierte Interviews, in denen jeweils eine Person eine Schülerin bzw. einen Schüler interviewte.

Zentraler Gedanke der folgenden Überlegungen zum Umgang mit Grundvorstellungen in aufgabenbasierten Interviews besteht darin, *Grundvorstellungen* zum Zwecke der Datenerhebung *in sinnvolle Einheiten* zu „zerlegen“ und so in die Datenerhebung und -auswertung einzubeziehen. Hintergrund dieses Gedankens ist es, in der Datenerhebung möglichst keine (normativ) vorliegenden idealtypischen Deutungen mathematischer Begriffe vorzugeben; gleichzeitig soll das Interview dennoch zielgerichtet geführt werden können, um so auch tatsächlich individuelle Deutungen des entsprechenden mathematischen Begriffs rekonstruieren zu können.

Ziel ist es, so auf der einen Seite einer „überprüfend-kontrollierenden Haltung“ (Weber, 2007, S. 113) gegenüber individuellen Vorstellungen

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),  
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.

entgegenzuwirken, während auf der anderen Seite ein sehr differenziertes In-Beziehung-Setzen von individuellen Vorstellungen und normativ formulierten Grundvorstellungen in der späteren Datenauswertung vorbereitet wird.

Dazu schlagen wir vor, die mathematischen Begriffe, die im Fokus der Studien stehen, und hierzu formulierte Grundvorstellungen im Vorfeld der Datenerhebung in kleinere Analyseeinheiten aufzubrechen. Als Analyseeinheiten nutzen wir sogenannte Kernelemente, durch die Grundvorstellungen konzeptualisiert werden können (Salle & Clüver, 2021).

### **Kernelemente und ihr bisheriger Einsatz**

Der Begriff der *Kernelemente* wurde zur Herleitung von Grundvorstellungen eingeführt und ist nach Salle und Clüver (2021) wie folgt definiert: „Kernelemente sind jene zentralen Elemente des mathematischen Begriffs, die sich in [...] korrespondierenden Phänomenen wiederfinden.“ (Salle & Clüver, 2021, S. 563) Sie „ergeben sich aus einer Zuordnung von zentralen mathematischen Bestandteilen einer Definition (Objekte, Operationen, Eigenschaften ...) und zentralen Bestandteilen von Phänomenen (Begriffsanwendungen, -entwicklung ...)“ (Salle & Clüver, 2021, S. 563). Kernelemente können daher auch als „verbindende Elemente zwischen den Definitionen und den Phänomenen“ (Salle & Clüver, 2021, S. 567) aufgefasst werden.

Zur weiteren Illustration und Erläuterung wird auf das Beispiel des Sinusbegriffs und diesbezüglich herausgearbeitete Kernelemente verwiesen: Als zentrale Bestandteile der Definition von Sinus am rechtwinkligen Dreieck können u. a. eben dieses rechtwinklige Dreieck, die Hypotenuse sowie Gegenkathete dieses Dreiecks und ihre Längen als zentrale Bestandteile genannt werden. Ein relevantes Phänomen, in dem der Sinusbegriff häufig angewendet wird, ist die Berechnung von Kraftvektoren in der schiefen Ebene. Als zentrale Bestandteile dieses Phänomens können unter anderem die Vektoren der Gewichts- und Hangabtriebskraft sowie ein rechtwinkliges Dreieck, das durch eine orthogonale Projektion des Vektors der Gewichtskraft auf die schiefe Ebene entsteht, identifiziert werden. Bzgl. der Zuordnung von Bestandteilen der Definition zu Bestandteilen der Phänomene, die letztendlich für die Identifikation von Kernelementen notwendig ist, stellt zum Beispiel die Hypotenuse den Vektor der Gewichtskraft dar und wird damit als ein Kernelement benannt.

Kernelemente wurden bislang im Rahmen der Herleitung genutzt, um neue Grundvorstellungen herzuleiten oder bereits vorliegende Grundvorstellungen erneut zu betrachten; wir schlagen vor, Kernelemente zudem zur analytischen Konkretisierung bestehender Grundvorstellungen im Rahmen der Entwicklung von aufgabenbasierten Interviews zu verwenden (grundsätzlich

wäre ein solches Vorgehen sicher auch in anderen Formaten zu diskutieren). Diese Nutzung kann einen wesentlichen Beitrag zur Verbindung von Theorie und Empirie sowie zur Verknüpfung der normativen und deskriptiven Ebene des Grundvorstellungskonzepts leisten.

### **Nutzung von Kernelementen in Interviewsettings**

Zur Generierung einer substantiellen Datengrundlage im Interviewsetting schlagen wir vor, vorher herausgearbeitete Kernelemente in die Aufgaben des Interviews und den Interviewleitfaden einzubinden. Die interviewten Personen können beispielsweise zur individuellen Deutung einzelner Kernelemente sowie der mathematischen Begriffe als solchen, zum In-Beziehung-Setzen und zur systematischen Variation der Kernelemente angeregt werden. Um die Rekonstruktion individueller Vorstellungen in den Vordergrund zu stellen, sollten Deutungen mathematischer Begriffe möglichst durch die Probandinnen und Probanden selbst eingebracht werden, und zwar im Rahmen sowohl von Phänomenen, die die Lernenden selbst auswählen, als auch von Phänomenen, die im Vorfeld des Interviews von den Forschenden ausgesucht wurden. Dies gelingt durch Fragen, zu deren Beantwortung Kernelemente mit eigenen Vorerfahrungen und Vorwissen zu Bestandteilen bekannter Phänomene, (Sachsituationen oder Darstellungen) sowie mit anderen Kernelementen in Beziehung gesetzt werden müssen. Den Interviewten sollte zudem die Gelegenheit gegeben werden, Kernelemente und mathematische Begriffe in unterschiedlichen Situationen zu deuten und anzuwenden, in denen verschiedene Phänomene zu Tage treten.

Nehmen Fragen oder Aufgabenstellungen im Interview eine gezielte Variation einzelner Kernelemente sowie Auswirkungen dieser Variation in den Blick, können die Interviewten zu mathematikbezogenen Handlungen oder zu einem mentalen Operieren angeregt werden, welches jedoch auf den individuellen Deutungen basiert. Dieses Operieren auf gedanklicher Ebene ist ein zentrales Anliegen der im Grundvorstellungskonzept angeführten Begriffsbildung (vom Hofe, 1995). Hierbei bietet es sich auch an, Aufgaben beispielsweise in ein digitales Arbeitsblatt (z. B. bei GeoGebra) einzubetten, um die dynamischen Möglichkeiten der Software im Rahmen des mentalen Operierens zu nutzen.

Im Vortrag wird das vorgeschlagene Vorgehen auf Basis eines konkreten Beispiels für Kernelemente exemplarisch – anhand von Interviews aus den genannten Studien – vorgestellt und anschließend diskutiert, welche Chancen und Herausforderungen sich aus der Vorgehensweise ergeben.

## Literatur

- Hafner, T. (2012). *Proportionalität und Prozentrechnung in der Sekundarstufe I. Empirische Untersuchung und didaktische Analysen*. Vieweg+Teubner. <https://doi.org/10.1007/978-3-8348-8668-2>
- Jetses, T., & Salle, A. (2023). „Sinus ist die Länge der Hypotenuse“. Fehlerhafte Vorstellungen bei Dreieck und Einheitskreis. *Der Mathematikunterricht*, 69(4), 128–136.
- Jetses, T., Salle, A., & Mikoleit, M. (2024). Lernendenschwierigkeiten bei der Anwendung fachlich korrekter Deutungen des Ableitungsbegriffs. Ergebnisse einer Interviewstudie zum Grundvorstellungskonzept. *mathematica didactica*, 47. <https://doi.org/10.18716/OJS/MD/2024.1659>
- Katter, V. (2023). *Historische, logische und individuelle Genese der Trigonometrie aus didaktischer Sicht*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-41355-2>
- Kaufmann, S.-H. (2021). *Schülervorstellungen zu Geradengleichungen in der vektoriel- len Analytischen Geometrie*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-32278-6>
- Krause, C. M., & Salle, A. (2018). On the role of gestures for the descriptive analysis of ‘Grundvorstellungen’: A case of linear functions. In N. Presmeg, L. Radford, W.-M. Roth & G. Kadunz (Hrsg.), *Signs of signification* (S. 293–313). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-70287-2\\_16](https://doi.org/10.1007/978-3-319-70287-2_16)
- Krause, C. M., & Salle, A. (2019). Towards cognitive functions of gestures – a case of Mathematics. In M. Graven, H. Venkat, A. Essien & P. Vale (Hrsg.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology in Mathematics Education* (Vol. 2, S. 496–503). PME.
- Niebert, K., & Gropengießer, H. (2014). Leitfadengestützte Interviews. In D. Krüger, I. Parchmann & H. Schecker (Hrsg.), *Methoden in der naturwissenschaftsdidaktischen Forschung* (S. 121–132). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-37827-0\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-642-37827-0_10)
- Roos, A.-K. (2020). *Mathematisches Begriffsverständnis im Übergang Schule–Universität: Verständnisschwierigkeiten von Mathematik an der Hochschule am Beispiel des Extrempunktbegriffs*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-29524-0>
- Salle, A., & Clüver, T. (2021). Herleitung von Grundvorstellungen als normative Leitlinien – Beschreibung eines theoriebasierten Verfahrens. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 42(2), 553–580. <https://doi.org/10.1007/s13138-021-00184-5>
- vom Hofe, R. (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Spektrum.
- Weber, C. (2007). *Mathematische Vorstellungen bilden. Praxis und Theorie von Vorstellungsübungen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II*. h.e.p. <https://doi.org/10.5167/UZH-111439>