

BIELINSKI, Sofia & PREDIGER, Susanne
Dortmund & Dortmund / Berlin

Spezifizieren von Verstehenselementen zum Umwandeln von Gewichtseinheiten: Ein Beitrag zur Stoffdidaktik

Verstehensorientierung als fachdidaktisches Prinzip zielt nicht nur auf Verständnisaufbau für Konzepte, sondern auch für Verfahren (Kilpatrick et al., 2001), in unserem Fall Verständnis für Rechenverfahren des Umwandeln von Gewichtseinheiten (z.B.: Warum rechnet man gerade mal 1000 beim Umwandeln von kg in g?). Um treffsichere Lerngelegenheiten entwickeln zu können, muss zunächst der Lerngegenstand aus stoffdidaktischer Perspektive genau spezifiziert und strukturiert werden (Prediger et al., 2012). Dazu werden in diesem Beitrag für das Umwandeln von Gewichtseinheiten zentrale Verstehenselemente herausgearbeitet und eine dynamische Visualisierung vorgestellt, mit deren Hilfe die spezifizierten Verstehenselemente erarbeitet werden können.

Theoretischer Hintergrund zu Verstehenselementen

Griesel et al. (2019) beschreiben Grundvorstellungen als klassisches stoffdidaktisches Konstrukt zum Spezifizieren der Verstehensgehalte von Konzepten und Verfahren, definiert als idealtypische "mentale Repräsentationen mathematischer Objekte und Sachverhalte" (Griesel et al., 2019, S. 128), die für drei Zwecke genutzt werden: *Normativ* zum Setzen von Lernzielen, *deskriptiv* zur Rekonstruktion individueller Lernendenvorstellungen und *konstruktiv* bei der Gestaltung von Lerngelegenheiten. Eine solche Grundvorstellung für das Umwandeln von Gewichtseinheiten ist etwa das Verfeinern und Vergrößern (Battista, 2006). Um den Verständnisaufbau für solche Grundvorstellungen jedoch so treffsicher wie möglich anleiten und beschreiben zu können, hat es sich bewährt, sie in kleinere Elemente zu zergliedern. Dazu schlägt Drollinger-Vetter (2011) das Konstrukt der Verstehenselemente vor, als diejenigen Teilkonzepte, die verstanden werden müssen, um eine Grundvorstellung aufzubauen. Sie werden betrachtet als Bestandteile eines Wissensnetzes, in das mit hinzukommendem Wissen immer wieder neue Elemente eingefügt und mit bereits vorhandenen verbunden werden. Ebenso wie Grundvorstellungen dienen diese kleineren Elemente normativen, deskriptiven und konstruktiven Zwecken, eine lehr-lerntheoretische Grundlegung findet sich bei Drollinger-Vetter (2011) und Korntreff & Prediger (2022). Während Grundvorstellungen vorrangig durch stoffdidaktische Analysen spezifiziert werden, ergänzen wir empirische Zugänge:

Empirisch begründete Spezifizierung im Design-Research-Ansatz

In Design-Research-Zugängen wird die Spezifizierung und Strukturierung

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

von Verstehenselementen kombiniert mit empirischen Zugängen (Prediger et al., 2012), indem zunächst stoffdidaktisch analysiert und *normativ* Lernziele festgelegt werden, deren Erreichung dann *konstruktiv* in die Entwicklung von Lehr-Lern-Arrangements angestrebt wird. Die Erprobung der Lehr-Lern-Arrangements in Design-Experimenten ermöglicht, *deskriptiv und explanativ* die tatsächlich entwickelten individuellen Lernendenvorstellungen zu erfassen und dann durch die Kontrastierung mit der Ausgangs-Strukturierung die Spezifizierung und Strukturierung zu verfeinern.

Im Rahmen des Projekts divomath (Bielinski et al., eingereicht) wurden für das Umwandeln von Gewichtseinheiten erste Verstehenselemente spezifiziert, indem an ähnliche Spezifizierungen (z.B. für Längeneinheiten, Battista 2006) angeknüpft wurde. Entwickelt werden eine dynamische Visualisierung (Gewichte-Tool, vgl. Abb. 1) und Aufgaben, die die Verstehenselemente ansprechen und (zusammen mit bedeutungsbezogener Denksprache) den Verständnisaufbau unterstützen sollen. Diese wurden in videographierten Designexperimenten erprobt. Mittels Transkriptanalysen der Videos wurden weitere Verstehenselemente und Schwierigkeiten beim Verständnisaufbau und im Umgang mit der dynamischen Visualisierung identifiziert.

So konnten insgesamt drei Verstehenselemente spezifiziert werden: *Bündeln beim Umwandeln von Gewichtseinheiten* (Wenn ich 1000 Gramm in Kilogramm umwandle, wird aus einem 1000er in Gramm ein 1er in Kilogramm), *Umwandeln als Verfeinern und Vergrößern* (Ich verfeinere das kg-Stück in 1000 Gramm-Stücke), *Gleichwertigkeits-Beziehung begründen*.

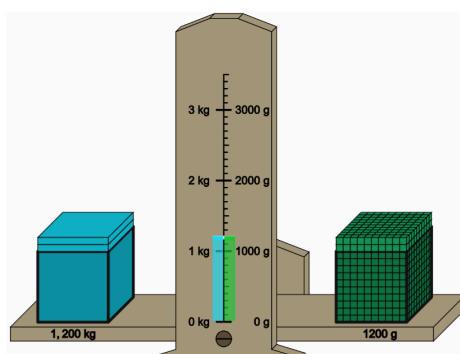


Abb. 1: Dynamische Visualisierung durch Gewichte-Tool in divomath

Im Folgenden wird exemplarisch die Ausdifferenzierung des ersten Verstehenselements erläutert, auch um den Einfluss empirischer Einblicke aufzuzeigen.

Spezifizierung des Verstehenselements *Bündeln beim Umwandeln von Gewichtseinheiten*

Das Umwandeln von Gewichtseinheiten ist mit dem Multiplikationsverständnis verknüpft, bei dem das Zählen in Bündeln und die damit verbundene bedeutungsbezogene Denksprache eine wichtige Rolle spielt. Daher wurde auch das *Bündeln beim Umwandeln von Gewichtseinheiten* als ein wichtiges Verstehenselement angesehen und in der dynamischen Visualisierung durch die Anknüpfung an 1000er-Würfel realisiert (vgl. Abb. 1).

Designexperimente zeigten in zwei Erhebungszyklen jedoch folgende (konzeptuelle) Herausforderungen insbesondere bei schwächeren Lernenden:

- Schwierigkeiten beim (sukzessiven) Bündeln hin zum 1000er innerhalb einer Einheit (Ein 1000er setzt sich z.B. aus zehn 100er-Platten, eine 100er-Platte dann wieder aus zehn 10er-Stangen zusammen.)
- Wahrnehmung und Verständnis der Bedeutung mehrerer Einer
- Der 1000er der feineren/kleineren Einheit wird zum 1er in der neuen Einheit, hier wird also auch das Stellenwertverständnis wichtig (1000er-Gramm-Würfel als 1er-Kilogramm-Würfel).

Daraus wurde das grobe Verstehenselement Bündeln beim Umwandeln von Gewichtseinheiten spezifiziert und in drei Aspekte ausdifferenziert:

- Bündelung bis hin zu einem 1000er innerhalb einer Einheit
- Größenspezifisches Bündeln: das Bündel immer in Zusammenhang mit einer Größeneinheit denken: 1er in Gramm beschreibt ein anderes Gewicht als ein 1er in Kilogramm.
- Beim Umwandeln von einer Einheit in die andere wird umgebündelt und eine neue Bündelbasis genommen: z.B. wird aus einem 1000er in Gramm ein 1er in Kilogramm beim Umwandeln von Gramm zu Kilogramm.

Auf Basis dieser verfeinerten Spezifizierung konnten die dynamische Visualisierung und ihre Aufgaben-Einbindung weiterentwickelt werden: Erster Aspekt wird unterstützt, indem automatisch in die nächstgrößere oder -kleinere 10er-Einheit gebündelt und entbündelt wird (10 1er-Gramm-Würfel werden z.B. zu einer 10er-Gramm-Stange). Das Größenspezifische Bündeln wird durch eine konsequent an die Darstellung angebundene Denksprache ("1000er-Gramm-Würfel") und das Umbündeln durch die Gegenüberstellung des 1er-Kilogramm-Würfels und des 1000er-Gramm-Würfels auf der Balkenwaage angesprochen.

Fazit

Dieser Beitrag zeigt eine Möglichkeit, wie im Rahmen eines Design-Research-Projekts Verstehenselemente hergeleitet werden können, die sich vor allem durch die Verschränkung der normativen, empirisch-explanativen (nicht nur deskriptiven) und konstruktiven Perspektive auszeichnet. Ein besonderer Fokus wird auf die empirischen Zugänge gelegt und das damit verbundene konsequente Mitdenken der Entwicklung und Einsetzung einer geeigneten Darstellung beim Spezifizieren und Auffalten der Verstehenselemente.

Förderhinweis: Das Design-Research-Projekt divomath wird von den Ministerien für Bildung in Nordrhein-Westfalen und Brandenburg gefördert.

Literatur

- Battista, M. T. (2006). Understanding the development of students' thinking about length. *Teaching Children Mathematics*, 13(3), 140-146. <https://doi.org/10.5951/TCM.13.3.0140>
- Bielinski, S., Peters, N. & Prediger, S. (eingereicht). Digital gestützte Lernpfade hin zum verständigen Umgang mit Gewichten – Design der Divomath-Bausteine. Eingereicht für F. Dilling, D. Thurm & I. Witzke (Hrsg.), *Digitaler Mathematikunterricht in Forschung und Praxis. Tagungsband zur Vernetzungstagung 2023 in Siegen*. WTM.
- Drollinger-Vetter, B. (2011). *Verstehenselemente und strukturelle Klarheit*. Waxmann.
- Griesel, H., vom Hofe, R. & Blum, W. (2019). Das Konzept der Grundvorstellungen im Rahmen der mathematischen und kognitionspsychologischen Begrifflichkeit in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 40(1), 123–133. <https://doi.org/10.1007/s13138-019-00140-4>
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findel, B. (2001). *Adding it up. Helping children learn mathematics*. National Academy Press. <https://doi.org/10.17226/9822>
- Korntreff, S. & Prediger, S. (2022). Verstehensqualität von YouTube-Erklärvideos: Konzeptualisierung und Analyse am Beispiel algebraischer Konzepte. *Journal für Mathematikdidaktik*, 43(2), 281–310. <https://doi.org/10.1007/s13138-021-00190-7>
- Prediger, S., Link, M., Hinz, R., Hußmann, S., Thiele, J. & Ralle, B. (2012). Lehr-Lernprozesse initiieren und erforschen: Fachdidaktische Entwicklungsforschung. *Der Mathematische und Naturwissenschaftliche Unterricht*, 65(8), 452–457.