

FABIAN, Melina
Potsdam

Zur Einführung negativer Zahlen – ein Vergleich zwischen Sprachmitteln in Lehrwerken und Lernendertexten

Dieser Beitrag widmet sich der Frage, wie die Einführung der negativen Zahlen sprachbildend gestaltet werden kann und nimmt dafür gezielt den Sprachschatz der Lernenden in den Blick. In einem qualitativen Vorgehen wurden Sprachmittel, die Lernende eigenständig aktivieren, wenn sie das Konzept der negativen Zahlen erklären, *erfasst* und den (fach-)sprachlichen Anforderungen *gegenübergestellt*.

Sprachmittel für die Einführung negativer Zahlen

Aufgrund ihrer „fehlenden physischen Wahrnehmbarkeit“ (Schindler, 2014, S. 76) und ihres relationalen Charakters sind negative Zahlen für Lernende oftmals nur schwer zugänglich. Die Herausforderungen, die sich für Lernende bei der Einführung negativer Zahlen stellen können, zeigen sich auf mehreren Ebenen: Auf kognitiver Ebene ist die Einsicht erforderlich, dass es sich bei negativen Zahlen um ein *theoretisches* mathematisches Konzept handelt. Auf sprachlicher Ebene wird ein komplexer themenspezifischer Sprachschatz benötigt, um sich das Konzept der negativen Zahlen inhaltlich aneignen und darüber kommunizieren zu können. Bei der Planung von Sprachschatzarbeit ist es eine Aufgabe der Lehrkraft, Verknüpfungsstellen zwischen bereits vorhandenen Vorstellungen und Sprachressourcen der Lernenden sowie neu zu erarbeitenden Inhalten und Sprachmitteln zu identifizieren (Dohle & Prediger, 2020). An dieser Stelle setzt die hier vorgestellte Studie an: Die (fach-)sprachlichen Anforderungen, die sich in Bezug auf den Gegenstand stellen, wurden bereits in einer Lehrwerkanalyse von Fabian (2023) spezifiziert. Die dort dargestellten bedeutungsbezogenen, formalbezogenen und kontextbezogenen Sprachmittel, die bei der Einführung negativer Zahlen in verschiedenen Lehrwerken auftreten, bildeten den Ausgangspunkt für die hier vorgestellte Untersuchung. Diese Sprachmittel aus den Lehrwerken wurden den Sprachmitteln, die Lernende verwenden, wenn sie das Konzept der negativen Zahlen erklären, vergleichend gegenübergestellt. Dabei wurden die folgenden Forschungsfragen adressiert:

- Welche Sprachmittel verwenden Lernende, wenn sie das Konzept der negativen Zahlen erklären?
- Welche Gemeinsamkeiten und Unterschiede zeigen sich zwischen den Sprachmitteln der Lernenden und Sprachmitteln, die in Lehrwerken zur Einführung des Konzepts Verwendung finden?

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

Der Fokus soll in diesem Beitrag auf den Gemeinsamkeiten und Unterschieden zwischen den individuellen sprachlichen Ressourcen der Lernenden und den (fach-)sprachlichen Anforderungen (Forschungsfrage 2) liegen.

Methodik

Für die Erfassung der Sprachmittel wurden Texte von Lernenden der 7. Klasse untersucht. Insgesamt nahmen 63 deutsch-muttersprachliche Lernende aus fünf Brandenburger Gesamtschulen und Gymnasien an der Erhebung teil. Die Einführung der negativen Zahlen war in den teilnehmenden Klassen zum Erhebungszeitpunkt bereits unterrichtet worden. In ihren Texten sollten die Lernenden schriftlich erklären, was sie unter dem Begriff ‚negative Zahlen‘ verstehen, sowie Beispiele und Verwendungszwecke für negative Zahlen anführen. Die spezifischen Sprachmittel, die die Lernenden dabei verwendeten, wurden später in einem inhaltsanalytischen Verfahren herausgestellt und dann weiterführend untersucht. Hierfür wurde – wie schon zuvor bei der Lehrwerkanalyse – auf die Bereiche des gestuften Sprachschatzes *Bedeutungsbezogene Sprachmittel*, *Formalbezogene Sprachmittel* und *Kontextbezogene Sprachmittel* (Prediger, 2017) als deduktive Kategorien zurückgegriffen. Kodiert wurden Wörter, Satzbausteine, vollständige Sätze und grafische Darstellungsmittel bzw. Skizzen, die die Lernenden anfertigten. Das Kategoriensystem wurde durch Doppelkodierung einer Teilstichprobe validiert.

Die anschließende Gegenüberstellung mit dem inventarisierten Sprachschatz der Lehrwerke ermöglichte es, Gemeinsamkeiten (Sprachmittel, die sowohl im Sprachschatz der Lehrwerke als auch im Sprachgebrauch der Lernenden auftraten) und Unterschiede (Sprachmittel, die im Sprachschatz der Lehrwerke, aber nicht im Sprachgebrauch der Lernenden auftraten oder umgekehrt) zu identifizieren. Einige der beobachteten Unterschiede wurden schließlich zum Anlass genommen, um ausgewählte sprachliche Phänomene im Sprachgebrauch der Lernenden zu beschreiben und sprachwissenschaftlich zu analysieren.

Zu den Ergebnissen

Um das Konzept ‚negative Zahlen‘ zu erklären, charakterisierten die Lernenden es vor allem über

- die Zahldarstellung (‚vor ihnen steht ein Minus‘)
- die Zugehörigkeit zu einer Teilmenge der rationalen Zahlen (‚Zahlen, die sich im Minusbereich befinden‘)
- die Lage zu einer Referenzmarke (‚weniger als Null‘; ‚unter Null‘; ‚weniger als nichts‘; ‚zeigen die Mengen nach dem Nichts an‘)

Als Verwendungszwecke benannten die Lernenden Gebrauchssituationen für negative Zahlen in lebensweltlichen Kontexten. Hierfür wurden in den untersuchten Texten ausschließlich die Sachkontexte *Temperaturen* („man braucht sie, um die Temperaturen zu messen“) und *Geld- und Kontoaktivitäten* („werden gebraucht, um darzustellen, wenn man sich verschuldet hat“) herangezogen. In ihren Erklärungen fertigten die Lernenden auch grafische Darstellungen (z. B. Zahlengeraden, Thermometer) an.

Auf eine ausführlichere Darstellung der erfassten Sprachmittel muss an dieser Stelle verzichtet werden. Stattdessen werden nachfolgend exemplarisch Gemeinsamkeiten und Unterschiede zusammengetragen, die sich bei der Gegenüberstellung zeigten.

Sprachmittel, die sowohl im Sprachschatz der Lehrwerke als auch im Sprachgebrauch der Lernenden auftraten:

- bedeutungsbezogene Sprachmittel zur Beschreibung der Zahldarstellung (z. B. „mit einem Minus dran/davor“; „vor ihnen steht ein Minus“; „werden durch das Vorzeichen – gekennzeichnet“)
- relationale Deutungen mit Referenzmarke „Null“ (z. B. „unter/über Null“; „vor/hinter Null“)
- spezifische Fachtermini (z. B. „Betrag“; „Gegenzahl“; „Zahlengerade“)
- symbolisch-numerische Darstellungen (z. B. „ $|-3| = 3$ “)
- kontextbezogene Sprachmittel aus den Kontexten Geld- und Kontoaktivitäten und Temperaturen (z. B. „das Thermometer zeigt -2°C an“)

Sprachmittel, die nur im Sprachschatz der Lehrwerke auftraten:

- bedeutungsbezogene Sprachmittel zur Beschreibung der Lage von negativen Zahlen auf und Bewegungen entlang der Zahlengerade (z. B. „liegt links/rechts von“; „Schritte nach links/rechts gehen“)
- spezifische Fachtermini (z. B. „Rechenzeichen“; „Teilmenge“; „Zustände“; „Zustandsänderungen“; „ganze Zahlen“)
- symbolisch-algebraische Darstellungen (z. B. „ $|a|$ “; „ $-m$ “)
- kontextbezogene Sprachmittel zur Beschreibung von Zustandsänderungen im Kontext Temperaturen (z. B. „Steigen/Fallen der Temperatur“)
- kontextbezogene Sprachmittel aus den Kontexten Höhenangaben, Fahrstuhl, Zeitangaben und Luftdruck (z. B. „unter/über Normallnull“)

Sprachmittel, die nur im Sprachgebrauch der Lernenden auftraten:

- bedeutungs- und kontextbezogene „Minus-Komposita“ („Minusbereich“; „Minuszahlen“; „Minusgrade“; „im Minus sein“)

- relationale Deutungen mit Bezug zur Referenzmarke ‚Nichts/nichts‘ (z. B. ‚sie zeigen die Mengen nach dem Nichts an‘)
- bedeutungsbezogene Sprachmittel zur Beschreibung von Zustandsänderungen mit dynamischem Charakter (z. B. ‚in den Minusbereich/ins Minus gehen‘; ‚hinter Null anfangen‘; ‚unendlich weit gehen‘)
- Verweis auf ‚normale Zahlen‘

Für das Identifizieren von potenziellen Verknüpfungsstellen zwischen (fach-)sprachlichen Anforderungen und dem individuellen Sprachschatz der Lernenden können sowohl die beobachteten Gemeinsamkeiten als auch die Unterschiede zum Anlass genommen werden. Im Rahmen dieses Beitrags sind es aber zunächst die Unterschiede – und hier gerade die Sprachmittel, die im Sprachgebrauch der Lernenden, aber nicht in den untersuchten Lehrwerken auftraten –, die für weiterführende Analysen und eine anschließende Diskussion in den Blick genommen werden.

Diskussion

Die Analyse der erfassten Sprachmittel deutet darauf hin, dass die negativen Zahlen im konzeptuellen Verständnis der Lernenden eine eher *empirisch-konkrete* Deutung erfahren. Im Beitrag soll das an zwei sprachlichen Phänomenen, die sich im Sprachgebrauch der Lernenden zeigten, illustriert werden: das Auftreten von ‚Minus-Komposita‘ (z. B. ‚Minuszahlen‘) und der Ausdruck relationaler Deutungen in Bezug auf die Referenzmarke ‚nichts‘ (z. B. ‚sind weniger als nichts‘). Aus einer funktionalen Perspektive auf Sprache können diese Sprachmittel Hinweise auf die Vorstellungen der Lernenden (z. B. das Festhalten am Kardinalzahlaspekt) liefern und im Hinblick auf die (fach-)sprachlichen Anforderungen bedeutsame Verknüpfungsstellen darstellen.

Literatur

- Dohle, A. & Prediger, S. (2020). Algebraische Terme durch Darstellungsvernetzung und Scaffolding verstehen - Einblicke in einen sprachbildenden Mathematikunterricht. *Sprachförderung und Sprachtherapie in Schule und Praxis*, 9(1), 16-24
- Fabian, M. (2023). Minusgrade, Schulden, Tauchtiefen - Spezifizierung von Sprachmitteln zur Einführung negativer Zahlen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 44(1), 197-232.
- Prediger, S. (2017). „Kapital multipliziert durch Faktor halt, kann ich nicht besser erklären“ – Gestufte Sprachschatzarbeit im verstehensorientierten Mathematikunterricht. In B. Lütke, I. Petersen, & T. Tajmel (Hrsg.), *Fachintegrierte Sprachbildung* (S. 229-252). De Gruyter.
- Schindler, M. (2014). *Auf dem Weg zum Begriff der negativen Zahl*. Springer Spektrum.