

HEFENDEHL-HEBEKER, Lisa
Duisburg-Essen

Der Fachbezug in der Mathematikdidaktik - Ursprünge und Entwicklungen

In der Entwicklung der Mathematikdidaktik zu einer wissenschaftlichen Disziplin spielten in Deutschland rein fachorientierte Zugänge eine wichtige Rolle. Vor allem Konzeptionen zum Mathematikunterricht an weiterführenden Schulen waren vorrangig am Fach und seinen Methoden orientiert. In den 1980er Jahren änderten sich die Sichtweisen auf die Natur von Lernprozessen wie auch die Gegenstände und Methoden der mathematikdidaktischen Forschung, und die Perspektive wurde ausgeweitet und in neue Richtungen geöffnet. Daraus ergaben sich neue Herausforderungen an fachbezogenen Überlegungen. Der folgende Artikel skizziert diese Entwicklungen. Für detailliertere Überblicke sei auf die Beiträge zum Themenschwerpunkt „Subject matter analysis in Mathematics Education“ (Hußmann et al. 2016) sowie auf Sträßer et al. (2023) verwiesen.

1. Ursprünge

In die Entwicklung der Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin gehen verschiedene Traditionen ein, die sich seit dem neunzehnten und dem beginnenden zwanzigsten Jahrhundert von entgegengesetzten Schwerpunkten aus aufeinander zu bewegt haben. Der Mathematikunterricht an weiterführenden Schulen war klar am Fach als einer wissenschaftlichen Disziplin orientiert mit einem mehr oder weniger ausgesprochenen Bewusstsein für psychologische Notwendigkeiten. Dagegen war der Primarunterricht stark an der Psychologie ausgerichtet und entwickelte hier sehr lebendige Unterrichtskonzepte, stellte aber zur Wissenschaft Mathematik kaum Forschungsbezüge her. Erst nach dem zweiten Weltkrieg entwickelten sich allmählich Synthesen aus diesen Zugängen, die auch zu differenzierten Sichtweisen auf den Fachbezug führten.

2. Die didaktisch orientierte Sachanalyse

F. Drenckhahn (1952/53) definierte ein fachorientiertes Verständnis der Mathematikdidaktik in folgender Weise: „Unter Didaktik der Mathematik wird im Folgenden die Darstellung des Gegenständlich-Stofflichen der Mathematik unter dem Gesichtspunkt der Lehre verstanden, unter ihrer Wissenschaftsmethodik die Verfahrensweisen der so definierten Inhalte.“ (ebd., S. 205). Dabei stellte er heraus, dass sich die Mathematikdidaktik von ihrer Bezugswissenschaft Mathematik „nicht so sehr im gegenständlichen Inhalt als in dem für die Darstellung leitenden Gesichtspunkt“ (ebd.) unterscheidet.

In: P. Ebers, F. Rösken, B. Barzel, A. Büchter, F. Schacht & P. Scherer (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2024.

57. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
<https://doi.org/10.37626/GA9783959872782.0>

Mit diesen Akzentsetzungen griff Drenckhahn die Tradition des Sekundarunterrichts auf und bestimmte die vorrangige Orientierung bis in die 1970er Jahre. Mathematik blieb die akademische Disziplin, auf die sich die Didaktik wesentlich zu beziehen hatte (Burscheid 2003). Oehl (1962, 1965) betonte die Bedeutung der grundlegenden Strukturen des Faches und forderte, dass der Fachbezug im Blick auf Inhalte und Denkweisen von Anfang an eine zentrale Rolle in der mathematischen Denkerziehung spielen sollte.

Auf der Grundlage dieser Zugänge wurde die „didaktisch orientierte Sachanalyse“ als Forschungsmethode entwickelt. Darin verbanden sich das Bestreben nach solider fachlicher Fundierung und das Ziel, die Inhalte in einer Weise darzustellen, die mit den Standards des Faches verträglich ist und zugleich den Lernenden und den Erfordernissen des Unterrichtens gerecht wird (Griesel 1974). So präsentierte beispielsweise Kirsch (1969, 1976b) weitreichende Analysen zu den Grundlagen des proportionalen Denkens sowie zum linearen und exponentiellen Wachstum. Es wurde auch benötigtes Hintergrundwissen für Lehrkräfte aufbereitet, etwa zum Verhältnis von Zahlen und Größen (Kirsch 1970) oder zur Abbildungsgeometrie (Holland 1974/1977, Schupp 1967). Ein allgemeines Ziel bestand darin, Konzepte zu entwickeln, wie mathematische Inhalte zugleich fachlich korrekt, adressatengerecht und entwicklungsfähig dargestellt werden konnte (siehe z. B. Kirsch 1976a, anknüpfend an Bruner 1970). Weitere grundlegende Orientierungen bot das übergreifende Konzept der „Grundvorstellungen“ mathematischer Inhalte (Oehl 1962, von Hofe 1995).

3. Inhalt und Prozess

Eine veränderte Sicht auf die Natur des Lernens betrachtete Lernende nicht mehr als Empfänger von Unterweisungen, sondern wies ihnen einen aktiven Part im Lernprozess zu. Folglich musste der Fokus des Unterrichtens von der Übermittlung von Wissen zum Anregen und Organisieren von Lernprozessen verschoben werden. Die viel beachteten Bücher von Freudenthal (1973, 1983) propagierten einen aktiven Zugang zur Mathematik („gelenktes Entdecken“) und Prozesse der Sinnfindung, für die Bezüge zur Realität wichtig sind („Beziehungshaltigkeit“). Winter (1975) beeinflusste die laufende Diskussion mit seinem Katalog allgemeiner Lernziele, der prozessbezogene Fähigkeiten wie Argumentieren, gedankliches Strukturieren und kreatives Problemlösen hervorhob, und verband mit diesem Zugang eine Synthese aus mathematischen Inhalten und Prozessen der Wissensbildung. Steinbring (1994) verwies auf die spezielle epistemologische Natur mathematischen Wissens, das wesentlich als theoretisches Wissen charakterisiert ist, aber gerade deshalb nicht durch fest vorgegebene Beschreibungen vollständig bestimmt werden kann.

4. Diskussionen zu den Begrenzungen der *Stoffdidaktik*

Die didaktisch orientierte Sachanalyse als Untersuchungsmethode war eng verknüpft mit den Unterrichtsmethoden der 1970er und 1980er Jahre, die vorrangig auf Instruktion setzten und unterschwellig zu der Auffassung neigten, dass mit Hilfe eines geeignet vorbereiteten Stoffarrangements Wissen von der Lehrkraft auf die Lernenden übertragen werden könne. Qualitative Analysen der Unterrichtsinteraktion hatten jedoch unzweifelhaft eine „verborgene Dimension“ des Mathematikunterrichts ans Licht geführt und gezeigt, dass das Aushandeln mathematischer Bedeutung fragil ist und die Prozesse nicht im Detail vorherbestimmt werden können (Bauersfeld 1980).

Diese Befunde riefen anfangs hitzige Debatten auf den Plan. In dieser Situation wurde der Ausdruck „Stoffdidaktik“ gebräuchlich als kritische Bezeichnung für einen Zugang, der mit einer eingeschränkten Auffassung eiergeht und annimmt, dass der Lehr-Lernprozess ausgehend von einer sequenziellen inhaltlichen Aufbereitung linear organisiert werden kann. Dennoch beklagt Wittmann (2012) es als Fehlentwicklung, dass die didaktische Analyse der Inhalte als Forschungsmethode immer mehr in den Hintergrund trat, und betont:

„Die Erfahrungen bei der Entwicklungsforschung im Projekt ‚mathe 2000‘ zeigen, dass es ein fundamentaler Fehler war, aus den Mängeln der Stoffdidaktik alter Prägung den Schluss zu ziehen, fachliche Analysen hätten als Forschungsmethode in der Mathematikdidaktik keine Bedeutung mehr. Das Bild ändert sich nämlich grundlegend, wenn man didaktische Analysen nicht auf den Stoff in seiner fertigen Form reduziert, sondern die Prozesse einbezieht, die bei der Bearbeitung mathematischer Themen in der authentischen mathematischen Praxis ablaufen. Für solche strukturalgenetischen didaktischen Analysen, wie ich sie nennen möchte, ist die Mathematik nach wie vor von zentraler Bedeutung, aber eben in ihrem Prozesscharakter, wie er bei der aktiven Beschäftigung mit Mathematik – allein oder im Austausch mit anderen – in Erscheinung tritt. Unterschiedliche Lösungsansätze, verschiedene Darstellungsformen, Unklarheiten, Fehler, Irrwege, Missverständnisse, usw. treten dabei in natürlicher Weise auf.“ (ebd.)

5. Didaktische Analyse heute - Ansätze und Methoden

Die Aufgabe der Stoffdidaktik aus einer erweiterten Perspektive besteht also darin, fachliche Analysen mit erkenntnistheoretischen und empirischen Beobachtungen zu verschränken. Ein ausdifferenziertes Beispiel hierfür liefert der Vier-Stufen-Ansatz zur Kombination der formalen, semantischen, konkreten und empirischen Ebene (Hußmann & Prediger 2016).

Literatur

- Bauersfeld, H. (1980). Hidden dimensions in the so-called reality of mathematics classroom. *Educational Studies of Mathematics*, 11, 23 – 29.
- Bruner, J. S. (1970). *Der Prozeß der Erziehung*. Berlin Verlag; Päd. Verlag Schwann.
- Burscheid, H. J. (2003). Entwicklung der Disziplin Mathematikdidaktik. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 35(4), 146 – 152.
- Drenckhahn, F. (1952/53). Zur Didaktik der Mathematik und ihrer Wissenschaftsmethodik. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht*, 5, 205 – 211. Wieder abgedruckt in H.-G. Steiner (Hrsg.) (1978), *Didaktik der Mathematik* (S. 3 – 18). Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Bd. 1, 2. Klett.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Kluwer.
- Griesel, H. (1974). Überlegungen zur Didaktik der Mathematik als Wissenschaft. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 6(3), 115 – 119.
- Holland, G. (1974/1977). *Geometrie für Lehrer und Studenten*. Schroedel.
- Hußmann, S., Rezat, S., & Sträßer, R. (Hrsg.) (2016). Subject matter analysis in Mathematics Education. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37, Supplement 1.
- Hußmann, S., & Prediger, S. (2016). Specifying and Structuring Mathematical Topics. A Four-Level Approach for Combining Formal, Semantic, Concrete, and Empirical Levels Exemplified for Exponential Growth. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37, Supplement 1, 33 – 67. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0102-8>.
- Kirsch, A. (1969). Eine Analyse der sogenannten Schlussrechnung. *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte*, 16(1), 41-55.
- Kirsch, A. (1970). *Elementare Zahlen- und Größenbereiche*. Vandenhoeck & Ruprecht.
- Kirsch (1976a). Eine „intellektuell ehrliche“ Einführung des Integralbegriffs in Grundkursen. *Didaktik der Mathematik*, 2, 87-105.
- Kirsch, A. (1976b). Vorschläge zur Behandlung von Wachstumsprozessen und Exponentialfunktionen im Mittelstufenunterricht. *Didaktik der Mathematik*, 4, 257-284.
- Oehl, W. (1962). *Der Rechenunterricht in der Grundschule*. Schroedel.
- Oehl, W. (1965). *Der Rechenunterricht in der Hauptschule*. Schroedel.
- Schupp, H. (1978). *Abbildungsgeometrie*. Beltz.
- Steinbring, H. (1994). Frosch, Känguruh und Zehnerübergang – Epistemologische Probleme beim Verstehen von Rechenstrategien im Mathematikunterricht der Grundschule. In H. Maier (Hrsg.), *Verstehen und Verständigung* (S. 192-217). Aulis.
- Sträßer, R., Bruder, R., & Büchter, A. (2023). Zur Etablierung der Mathematikdidaktik nach dem zweiten Weltkrieg – unter Berücksichtigung von Entwicklungen in der DDR. In R. Bruder et al. (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 679 – 715). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-662-66604-3_22.
- vom Hofe, R. (1995). *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Spektrum.
- Wittmann, E. Ch. (2012). Das Projekt „mathe 2000“: Wissenschaft für die Praxis – eine Bilanz aus 25 Jahren didaktischer Entwicklungsforschung. In G. N. Müller, Ch. Selter & E. Ch. Wittmann (Hrsg.), *Zahlen, Muster und Strukturen. Spielräume für aktives Lernen und Üben* (S. 265–279). Klett.