ABT, Martin; LEUDERS, Timo; LOIBL, Katharina & REINHOLD, Frank
Freiburg

Konzeptuelles Wissen zu Boxplots erwerben. Eine Interventionsstudie zur Wirkung von Prompts in einer digitalen Lernumgebung

Einleitung

Der Boxplot ist in der Statistik weit verbreitet. Er gilt jedoch aufgrund der kompakten Darstellung zahlreicher deskriptiver Kennwerte als anspruchsvoller Lerngegenstand (Bakker et al., 2005). Während der unterrichtliche Fokus häufig auf prozeduralem Wissen beispielsweise zur Konstruktion eines Boxplots liegt, erwerben Lernende häufig nur unzureichend konzeptuelles Wissen (Edwards et al., 2017). In unseren Vorarbeiten haben wir untersucht, wie ein verstärkt konzeptueller Wissenserwerb in einer digitalen Lernumgebung gelingen kann (Abt et al., 2024): In dieser Lernumgebung nutzten die Teilnehmenden in einer der Instruktion des Boxplots vorangestellten Problemlösephase (Loibl et al., 2024) Rechtecke, um Variabilität zu quantifizieren. Die Problemstellung bestand darin, zu entscheiden, welche von vier Baumarten am besten für eine neu zu pflanzende Allee mit ähnlich hohen Bäumen geeignet ist. Jede der vier Baumarten wurde durch ein Punktediagramm repräsentiert, in dem die Höhen von 19 Bäumen der jeweiligen Baumart abgetragen waren. Die Teilnehmenden wurden aufgefordert, mit Hilfe von in der Breite veränderbaren Rechtecken relevante Bereiche der Punktediagramme zu markieren und ihre Entscheidung für eine Baumart anschließend in einem Textfeld zu begründen. In Fällen, in denen die Spannweite als unangemessene Entscheidungsgrundlage wahrgenommen wurde (z.B. identische Spannweite / saliente Ausreißer, Abb. 1), können diese Rechtecke individuelle Präkonzepte zum Interquartilsabstand (IQR) darstellen (Abb. 1). Dabei konnten wir hypothesenkonform zeigen, dass eine Problemstellung, in der Variabilität und nicht ein Maß der zentralen Tendenz vorrangig problemlöserelevant war, zu höherem konzeptuellen Wissenszuwachs führte, der durch variabilitätsbezogene kognitive Aktivitäten während der Problemlösephase mediiert wurde.

Forschungsinteresse

Nutzen Lernende Rechtecke als individuelle Präkonzepte zum IQR, um Variabilität zu quantifizieren, so ist ein unterrichtlich relevantes Erkenntnisinteresse, welche Bedeutung der Grad an Unterstützung für den Lernerfolg hat. Empirische Studien in anderen Kontexten deuten an, dass sich ein höheres Maß an Unterstützung in der Problemlösephase positiv auf die Qualität der

In: L. Schick, M. Platz & A. Lambert (Hrsg.),
Beiträge zum Mathematikunterricht 2025.
58. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. WTM.
https://doi.org/10.37626/GA9783959873307.0

Lösungsansätze auswirkt. Zum konkreten Lerngegenstand lassen sich zwei Arten unterscheiden, wie Rechtecke genutzt werden können, um die Variabilität zweier Verteilungen zu vergleichen (Abt. et al., 2022): (1) Zum einen kann verglichen werden, wie stark ein fester Anteil der Verteilung (z. B. die zentrale Datenhälfte) streut, (2) zum anderen kann mit den Rechtecken verglichen werden, wie viele / wie dicht Datenpunkte in einem festen Intervall über der x-Achse liegen.

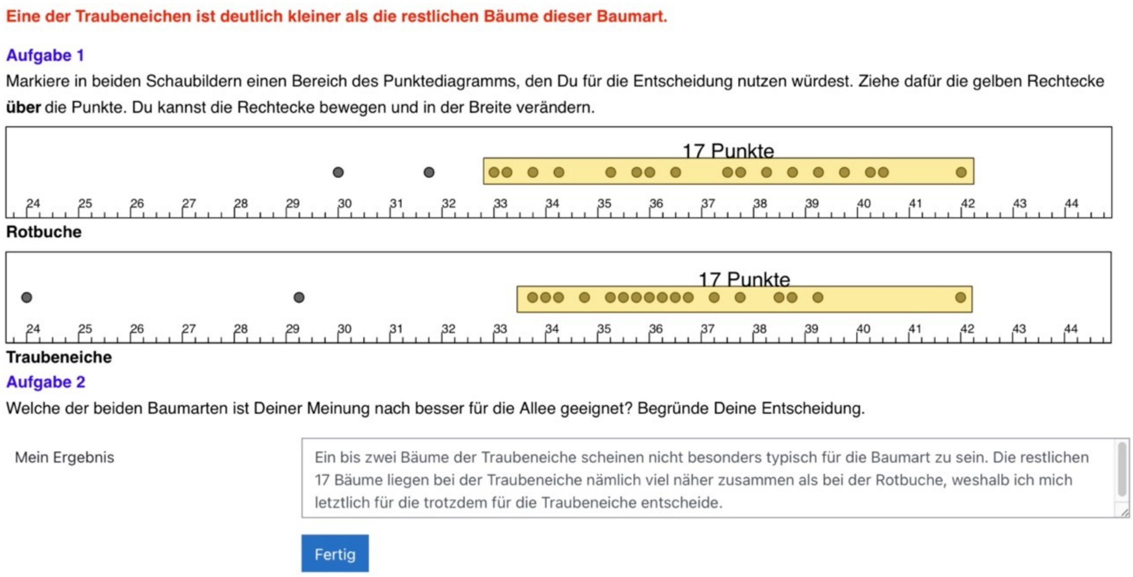

Abb. 1: Screenshot aus der Lernumgebung: In der beispielhaften Lösung wurde das Prinzip der Spannweite auf einen reduzierten Datensatz übertragen. Im beiden Datensätzen wurden die beiden niedrigsten Datenpunkte ausgeschlossen. Die Rechtecke können daher als individuelle Präkonzepte zum IQR verstanden werden.

Es ist plausibel davon auszugehen, dass die zweite Art, welche die Vorstellung beinhaltet, dass die Box im Boxplot einen unterschiedlich großen Anteil der Verteilung enthalten kann, die Ausbildung der Fehlvorstellung fördert, dass sich die Boxfläche proportional zum repräsentierten Stichprobenanteil verhält. Dieser sogenannte "Flächen-Bias" stellt einen der wesentlichen systematischen Fehler bei der Interpretation von Boxplots dar (Lem et al., 2013).

Hypothese 1: Die Verwendung kognitiver Prompts, die dazu auffordern, mit den Rechtecken jeweils die gleiche Anzahl von Datenpunkten zu markieren, führt zu einem erhöhten Lernzuwachs, der über verstärkte variabilitätsbezogene kognitive Aktivitäten mediiert wird.

In einer digitalen Lernumgebung ist es möglich, ein automatisiertes Feedback zum individuell erstellten Rechteck zu geben. Dabei kann eine Rückmeldung zur Breite des Rechtecks oder eine Rückmeldung zur Anzahl der überdeckten Punkte gegeben werden. Wir gehen davon aus, dass durch diese

Rückmeldung die kognitive Verarbeitung der zurückgemeldeten Information stimuliert wird (Reinhold et al., 2024). Da bei gleicher Anzahl überdeckter Datenpunkte nicht deren Anzahl, sondern die Breite der Box (Interquartilsabstands) relevant ist, nehmen wir die folgende Interaktionshypothese an:

Hypothese 2: Der positive, durch variabilitätsbezogene kognitiven Aktivitäten mediierte Effekt kognitiver Prompts, kann durch eine rechteckbezogene Rückmeldung zur Breite des Rechtecks verstärkt werden.

Methode

Es wurde eine Pilotstudie im Prä-Post-Test-Design durchgeführt. An der Studie nahmen N = 58 Personen aus zwei siebten und achten Realschulklassen im Rahmen einer regulären Doppelstunde (90 Minuten) teil. Die Teilnehmenden arbeiteten in Einzelarbeit an Tablet-PCs. Die digitale Lernumgebung war im Wesentlichen identisch zu der bereits von Abt et al. (2024) verwendeten. Die Lernenden wurden zufällig einer von vier Interventionsbedingungen (2x2-Design) zugeteilt. Bei der Hälfte der Teilnehmenden wurde die Aufgabenstellung (vgl. Abb. 1) um einen kognitiven Prompt ergänzt, mit dem die Teilnehmenden dazu aufgefordert wurden, mit den Rechtecken jeweils die gleiche Anzahl an Datenpunkten zu überdecken, die andere Hälfte der Teilnehmenden erhielt keinen solchen Prompt. Die Hälfte der Teilnehmenden erhielt zudem eine rechteckbezogene Rückmeldung zur Anzahl der überdeckten Datenpunkte (vgl. Abb. 1), bei der anderen Hälfte der Teilnehmenden wurde diese Information durch eine Rückmeldung zur Breite des Rechtecks ersetzt. Vor und nach der Intervention wurde das (konzeptuelle) Wissen zu Boxplots erfasst. In den Freitextantworten wurde kodiert, ob die Begründung vollständig, teilweise oder nicht variabilitätsbezogen war und das Ergebnis als Mediator (variabilitätsbezogene kognitiven Aktivitäten) verwendet (vgl. Abt et al., 2024).

Ergebnisse

Vor der Intervention waren die vier Interventionsbedingungen vergleichbar und zeigten keine Unterschiede hinsichtlich des Vorwissens, $F(54,3) = 0.78$, $p = .511$). In einem verallgemeinerten, gemischten, linearen Modell zeigte sich für den angenommen Mediator (variabilitätsbezogene kognitiven Aktivitäten) zwar ein positiver Effekt auf den Wissenszuwachs (OR = 1.34, 95%CI [1.12,1.61], $p < .01$), jedoch erzielten die kognitiven Prompts (Hypothese 1) und die Interaktion der kognitiven Prompts und der Rückmeldung zur Rechteckbreite (Hypothese 2) keinen signifikanten Effekt auf diese kognitiven Aktivitäten, so dass beide Mediationshypothesen abgelehnt wurden. Es zeigte sich jedoch ein direkter Effekt der kognitiven Prompts auf den Lernzuwachs (OR = 2.25, 95%CI [1.04,4.89], $p < .05$).

Diskussion

Die Ergebnisse der Interventionsstudie bestätigen die Ergebnisse von Abt et al. (2024), dass verstärkte variabilitätsbezogenen kognitive Aktivitäten zu einem höheren konzeptuellen Wissenszuwachs zur Boxplotrepräsentation führen. Unterrichtlich besteht dann die Herausforderung, Lerngelegenheiten zu schaffen, die solche lernförderlichen variabilitätsbezogenen kognitiven Aktivitäten gezielt anregen. Während die Wahl der Problemstellung dieses Potenzial in früheren Untersuchungen zeigte, konnten in der hier vorgestellten Studie zunächst keine zusätzlichen positiven Effekte für kognitive Prompts und die Interaktion dieser Prompts mit einer Rückmeldung zur Rechteckbreite gefunden werden. Dass kognitive Prompts aber dennoch zu einem höheren Wissenszuwachs führten (direkter Effekt), wirft die Frage auf, welcher Wirkmechanismus diesem Effekt zugrunde liegt. Zukünftige Studien könnten hier die Rolle alternativer Mediatoren untersuchen.

Literatur

Abt, M., Leuders, T., Loibl, K., & Reinhold, F. (2024). Developing initial notions of variability when learning about box plots. *Mathematical Thinking and Learning*, 1–24. https://doi.org/10.1080/10986065.2024.2421412

Abt, M., Loibl, K., Leuders, T., & Reinhold, F. (2022, Dezember 1). Students' Initial Cognitive Processes While Comparing Two Data Sets: An Approach to Foster Conceptual Knowledge About Boxplots. *Proceedings of the Eleventh International Conference on Teaching Statistics. Bridging the Gap: Empowering and Educating Today's Learners in Statistics.* https://doi.org/10.52041/iase.icots11.T2F2

Bakker, A., Biehler, R., & Konold, C. (2004). Should young students learn about box plots? In G. Burril & Mi. Camden (Hrsg.), *Curricular development in statistics education* (S. 163–173). International Association for Statistical Education. https://iase-web.org/documents/papers/rt2004/4.2_Bakker_etal.pdf?1402524988

Edwards, T. G., Özgün-Koca, A., & Barr, J. (2017). Interpretations of boxplots: Helping middle school students to think outside the box. *Journal of Statistics Education, 25*(1), 21–28. https://doi.org/10.1080/10691898.2017.1288556

Lem, S., Onghena, P., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2013). The heuristic interpretation of box plots. *Learning and Instruction, 26*, 22–35. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.01.001

Loibl, K., Leuders, T., Glogger-Frey, I., & Rummel, N. (2024). CID: A framework for the cognitive analysis of composite instructional designs. *Instructional Science*. https://doi.org/10.1007/s11251-024-09665-9

Reinhold, F., Leuders, T., Loibl, K., Nückles, M., Beege, M., & Boelmann, J. M. (2024). Learning Mechanisms Explaining Learning With Digital Tools in Educational Settings: A Cognitive Process Framework. *Educational Psychology Review, 36*(1), 14. https://doi.org/10.1007/s10648-024-09845-6